

基于非线性 L_1 自适应动态逆的飞行器姿态角控制

陈海[†], 何开锋, 钱炜祺

(中国空气动力研究与发展中心 计算空气动力研究所, 四川 绵阳 621000)

摘要: 针对常规动态逆控制器不能有效抵消系统中的不确定性这一缺点, 提出了一种非线性 L_1 自适应动态逆控制方法. 该方法能够克服常规动态逆的不足, 在保证系统鲁棒性的前提下, 提升飞行器姿态角控制效果. 首先, 采用时标分离原理, 将姿态角控制系统分为内外两个回路: 外回路采用常规动态逆控制器, 用于姿态角的跟踪控制; 内回路采用非线性 L_1 自适应控制器, 用于角速率的控制. 其中, L_1 自适应控制器由静态反馈控制器和自适应控制器组成: 静态反馈控制器通过状态反馈实现, 用于保证内回路的稳定和具有期望的闭环特性; 自适应控制器由状态观测器、自适应律和控制律组成, 用于抵消系统中的不确定性. 其次, 对所提控制方法的稳定性进行了分析, 结果证明了该控制方法能够保证内回路的稳定和外部回路的误差有界. 最后, 在综合考虑多种不确定性的情况下, 将本文提出的非线性 L_1 自适应动态逆控制方法用于某无人飞行器姿态角控制, 仿真结果验证了该控制方法的有效性和鲁棒性.

关键词: 飞行器; L_1 自适应控制; 动态逆; 姿态角控制; 稳定性分析

中图分类号: TP273, V249 文献标识码: A

Attitude control of flight vehicle based on a nonlinear L_1 adaptive dynamic inversion approach

CHEN Hai[†], HE Kai-feng, QIAN Wei-qi

(Computational Aerodynamics Research Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China)

Abstract: Since the conventional dynamic inversion (DI) controller cannot cancel the system uncertainties efficiently, a nonlinear L_1 adaptive dynamic inversion control approach is proposed. This approach is able to overcome the disadvantage of conventional DI and improve the control effects with sufficient robustness. Firstly, the attitude control system is divided into outer loop and inner loop based on the time-scale separation principle. The DI controller is employed to track attitude angles in the outer loop; a nonlinear L_1 adaptive controller is employed to control angular rates in the inner loop. The L_1 adaptive controller is composed of the static feedback controller and the adaptive controller. The static feedback controller, which is achieved by the state feedback, is used to guarantee stability and expected closed-loop performance of the inner loop; the adaptive controller, which contains state observer, adaptive law and control law, is used to cancel the uncertainties of system. Then, the stability of the proposed approach is analyzed whose results show the proposed controller is able to guarantee the stability of the inner loop and error boundedness of the outer loop. Finally, considering multiple uncertainties, the proposed nonlinear L_1 adaptive dynamic inversion approach is applied to the attitude control of a certain unmanned flight vehicle. Simulation results show the effectiveness and robustness of the control approach.

Key words: flight vehicle; L_1 adaptive control; dynamic inversion; attitude control; stability analysis

1 引言(Introduction)

动态逆控制能够实现非线性系统的线性化与解耦, 在非线性控制中得到了广泛应用^[1]. 但动态逆对数学模型的依赖程度较强, 当模型不够准确或发生变化时, 其控制效果下降较为明显. 为了提高动态逆控制的鲁棒性, 国内外研究者往往将动态逆与其他控制算法相结合, 如PI控制^[2]、自适应控制^[3]、神经网络控制^[4]、

反步控制^[5]、滑模控制^[6]、鲁棒控制^[7]等.

L_1 自适应控制是Chengyu Cao和Naira Hovakimyan在2006年提出的^[8-9], 是对模型参考自适应控制(model reference adaptive control, MRAC)方法的一种改进. 它通过引入投影算子对控制器中的可调机构参数进行限幅, 并通过设置一个低通滤波器将控制系统的自适应性能和鲁棒性能进行解耦, 从而保证闭环系

收稿日期: 2015-12-24; 录用日期: 2016-06-08.

[†]通信作者. E-mail: chenhai@mail.nwpu.edu.cn; Tel.: +86 816-2463147.

本文责任编辑: 高会军.

国家自然科学基金项目(11532016), 中国博士后科学基金项目(2015M582810)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (11532016) and China Postdoctoral Science Foundation (2015M582810).

统在满足动态性能的同时,具有良好的鲁棒性.目前, L_1 自适应控制已应用于NASA AirSTAR项目^[10]、X-48B^[11]、无人战斗机^[12-13]、超音速飞行器^[14]、直升机^[15]、战斗机^[16]、四旋翼飞行器^[17]等控制对象.

将动态逆与 L_1 自适应控制相结合,在满足系统快速响应的基础上,能够提高系统的鲁棒性.文献[18]将动态逆与 L_1 自适应控制相结合,但只对侧滑角、俯仰角速率、滚转角速率进行了控制.文献[11]和文献[19]中,通过动态逆解耦,将控制系统分为纵向、横向和侧向3个通道,再分别加入 L_1 自适应扩展控制器用于抵消系统的不确定,但这种每个控制通道均进行补偿的方式,增加了控制系统的复杂度,对实时性造成了一定的影响.文献[20]在 L_1 自适应控制的基础上加入了动态逆控制,但仅仅用于尾坐式(tail-sitter)无人机在飞行模式转换阶段速度与航迹角的解耦控制.文献[21]在内回路PI动态逆的基础上加入了分段 L_1 自适应控制,但外回路仍采用常规控制器,用于机动动作的协调和姿态的修正.

本文将非线性 L_1 控制器和动态逆结合,提出了一种非线性 L_1 自适应动态逆控制方法.首先,采用时标分离原理,将控制系统分为内外两个回路.外回路采用动态逆控制,用于跟踪姿态角,以保证系统的快速响应;内回路采用非线性 L_1 自适应控制,用于控制角速率,同时抵消系统中的不确定性.然后,对本文提出控制方法的稳定性进行了分析.最后,在综合考虑多种不确定性的情况下,以某无人飞行器为被控对象,对采用本文提出的 L_1 自适应动态逆方法和采用内外回路全动态逆方法的姿态角控制系统的控制效果和鲁棒性进行了仿真分析和比较.

2 问题描述(Problem formulation)

飞行器的运动方程组和力矩方程组分别为^[22]

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + (r \cos \phi + q \sin \phi) \tan \theta, \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi, \\ \dot{\psi} = (r \cos \phi + q \sin \phi) / \cos \theta, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{p} = (c_1 r + c_2 p) q + c_3 L + c_4 N, \\ \dot{q} = c_5 p r - c_6 (p^2 - r^2) + c_7 M, \\ \dot{r} = (c_8 p - c_2 r) q + c_4 L + c_9 N, \end{cases} \quad (2)$$

其中: ϕ, θ, ψ 分别为飞行器的3个姿态角,即滚转角、俯仰角和偏航角; p, q, r 分别为机体坐标系下的3个角速度分量,即滚转角速率、俯仰角速率和偏航角速率; $c_1 - c_9$ 为力矩方程系数; L, M, N 分别为总力矩在机体坐标系下的3个分量,即滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩.

由于被控对象存在建模不准确、测量误差和外部干扰等不确定性,而这些不确定性最终将引起被控对象力矩的变化.因此,力矩可由式(3)表示.式(3)中:

$[\hat{L} \ \hat{M} \ \hat{N}]^T$ 为零控制力矩,即飞行器各操纵面置零时的气动力矩和推力矩之和; $[L_c \ M_c \ N_c]^T$ 为气动舵面偏转产生的力矩; $[\Delta L \ \Delta M \ \Delta N]^T$ 为式(1)和式(2)中建模不准确和测量误差产生的力矩; $[L_d \ M_d \ N_d]^T$ 为外部干扰力矩^[23].

$$\begin{cases} L = \hat{L} + L_c + \Delta L + L_d, \\ M = \hat{M} + M_c + \Delta M + M_d, \\ N = \hat{N} + N_c + \Delta N + N_d. \end{cases} \quad (3)$$

采用时标分离原理^[24],将控制系统分为内外两个回路,其中,外回路状态变量选取为 $x_1 = [\phi \ \theta \ \psi]^T$,内回路状态变量选取为 $x_2 = [p \ q \ r]^T$.

运动方程组(1)即为外回路系统,可将其改写为如下仿射非线性系统的形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1, t) + G_1(x_1, t)u_1(t), \\ y_1(t) = C_1 x_1(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$f_1(x_1, t) = 0_{3 \times 1}, u_1(t) = [p \ q \ r]^T, \\ G_1(x_1, t) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix}, \\ C_1 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

力矩方程组(2)即为内回路系统,可改写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + B_2 (\omega v_2(t) + f_2(t, x_2)), \\ y_2(t) = C_2 x_2(t), \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$A_2 = 0_{3 \times 3}, B_2 = \begin{bmatrix} c_3 & 0 & c_4 \\ 0 & c_7 & 0 \\ c_4 & 0 & c_9 \end{bmatrix}, \\ C_2 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}, f_2(t, x_2) = \begin{bmatrix} \frac{c_4 g_r - c_9 g_p}{c_4^2 - c_3 c_9} \\ \frac{g_q}{c_7} \\ \frac{c_4 g_p - c_3 g_r}{c_4^2 - c_3 c_9} \end{bmatrix},$$

$$\begin{cases} g_p = c_1 r q + c_2 p q + c_3 \Delta L + c_3 L_d + \\ \quad c_4 \Delta N + c_4 N_d, \\ g_q = c_5 p r - c_6 p^2 + c_6 r^2 + c_7 \Delta M + c_7 M_d, \\ g_r = c_8 p q - c_2 r q + c_4 \Delta L + c_4 L_d + \\ \quad c_9 \Delta N + c_9 N_d, \end{cases}$$

ω 为未知控制效率参数; $v_2(t)$ 为内回路虚拟控制变量,

它与真实控制变量 $u_2(t) = [\delta_a, \delta_e, \delta_r]^T$ 可以通过式(6)转换。式(6)中, Q 为动压; S 为飞行器机翼参考面积; b 为机翼展长; c 为翼弦长; $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ 分别为副翼偏角、升降舵偏角和方向舵偏角; $C_{l\delta_a}, C_{l\delta_r}, C_{m\delta_a}, C_{n\delta_a}, C_{n\delta_r}$ 为操纵导数,可以通过对气动力矩静导数在离散点处求关于舵偏角的偏导数,然后进行插值得到。

$$v_2(t) = \begin{bmatrix} L_c \\ M_c \\ N_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{bmatrix} = QS \begin{bmatrix} bC_{l\delta_a} & 0 & bC_{l\delta_r} \\ 0 & cC_{m\delta_e} & 0 \\ bC_{n\delta_a} & 0 & bC_{n\delta_r} \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

飞行器姿态控制的目标就是设计一个控制器,克服系统存在的不确定性,使得系统输出能够跟踪姿态角指令输入,并且满足一定的瞬态和稳态性能指标。

3 控制器设计(Controller design)

3.1 控制器总体设计(Overall design of controller)

外回路采用动态逆控制器,对飞行器的姿态角进行控制,以保证系统的快速响应;内回路采用 L_1 自适应控制器,对角速率进行控制,同时用于抵消系统中的不确定性。其控制结构如图1所示。

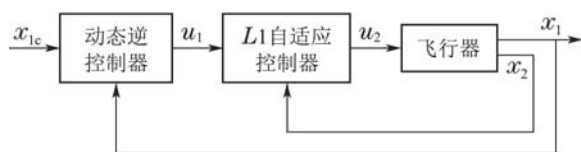


图1 控制器总体结构

Fig. 1 Overall structure of controller

图1中: $x_{1c} = [\phi_c \theta_c \psi_c]^T$ 为姿态角指令输入; $u_1 = [p_c \ q_c \ r_c]^T$ 为外回路的控制变量,同时也是内回路的角速率指令输入。

3.2 外回路动态逆控制器设计(Dynamic inversion controller design of outer loop)

外回路给定姿态角指令输入为 x_{1c} ,引入误差状态向量 $\tilde{x}_1 = x_{1c} - x_1$,应用动态逆控制方法设计控制律为

$$u_1 = x_{2c} = G_1^{-1} (K_1 \tilde{x}_1 - f_1), \quad (7)$$

其中:

$$G_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\cos \theta \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$K_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为对角矩阵,其对角线元素均为大于零的实数,其物理意义为频带参数,它的大小受两方面的限制:一是飞行器飞行品质的限制;二是外回路频带限制,它一般比内回路频带低3倍以上。

3.3 内回路非线性 L_1 自适应控制器设计(Nonlinear L_1 adaptive controller design of inner loop)

内回路 L_1 自适应控制器的控制结构为

$$v_2 = v_{2m} + v_{2ad}, \quad (9)$$

其中: v_{2m} 为静态反馈控制器,用于保证内回路系统稳定和具有期望的闭环动态特性; v_{2ad} 为自适应控制器,用于抵消系统中的不确定性。取反馈增益矩阵为 $K_{2m} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$,有

$$v_{2m} = -K_{2m} x_2. \quad (10)$$

将式(10)代入式(9),再将式(9)代入式(5)中第1式后有

$$\dot{x}_2(t) = A_{2m} x_2(t) + B_2 (\omega v_{2ad}(t) + f_2(t, x_2)), \quad (11)$$

其中 $A_{2m} = A_2 - B_2 K_{2m}$.通过 K_{2m} 的选择,使 A_{2m} 为Hurwitz矩阵。

对于式(11)中的各未知变量,作如下假设:

假设1 未知的控制效率参数 ω 有界,即存在

$$\omega \in \Omega \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad (12)$$

其中: ω 为未知严格行对角占优矩阵,且符号已知; Ω 为已知紧致凸集。

假设2 $f_2(t, 0)$ 有界,即存在 $\Lambda > 0$ 满足

$$\|f_2(t, 0)\|_{\infty} \leq \Lambda, \quad \forall t \geq 0, \quad (13)$$

其中 $\|x\|_{\infty}$ 表示 x 的 ∞ 范数。

假设3 $f_2(t, x_2)$ 的偏导数半全局一致有界,即对于任意的 $\delta > 0$,存在和时间 t 无关的 $d_{fx}(\delta) > 0$ 和 $d_{ft}(\delta) > 0$,对于任意 $\|x_2\|_{\infty} \leq \delta$, $f_2(t, x_2)$ 的偏导数分段连续有界:

$$\begin{cases} \left\| \frac{\partial f_2(t, x_2)}{\partial x_2} \right\|_{\infty} \leq d_{fx}(\delta), \\ \left\| \frac{\partial f_2(t, x_2)}{\partial t} \right\|_{\infty} \leq d_{ft}(\delta). \end{cases} \quad (14)$$

对于内回路控制系统,不确定性都有一定的量级和界限,因此,以上假设能够满足。

定理1 对于满足假设2和假设3的非线性映射 $f(t, x(t)) : [0, \infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$,令 $x(t) : t \geq 0$ 为连续分段可微函数。如果存在正实数 ρ 和 d_x 满足

$$\|x_{\tau}\|_{L_{\infty}} \leq \rho, \quad \|\dot{x}_{\tau}\|_{L_{\infty}} \leq d_x, \quad \tau \geq 0, \quad (15)$$

则存在未知分段连续可导函数 $\lambda(t)$ 和 $\sigma(t)$,对于 $t \in [0, \tau]$ 有

$$f(t, x(t)) = \lambda(t) \|x(t)\|_{L_{\infty}} + \sigma(t), \quad (16)$$

并且满足

$$\|\lambda(t)\|_{\infty} < \lambda_{\rho}, \quad \|\dot{\lambda}(t)\|_{\infty} < d_{\lambda},$$

$$\|\sigma(t)\|_\infty < \sigma_b, \quad \|\dot{\sigma}(t)\|_\infty < d_\sigma,$$

其中: $\lambda(t) \in \mathbb{R}^m, \sigma(t) \in \mathbb{R}^m, \|x\|_{L_\infty}$ 表示 x 的 L_∞ 范数, $\lambda_\rho \triangleq d_{f_x}(\rho), \sigma_b \triangleq \Lambda + \varepsilon, \varepsilon$ 为任意正实数, d_λ 和 d_σ 为可计算边界^[25].

依据以上假设和定理1, 设计自适应控制器 v_{2ad} , 它由状态观测器、自适应律和控制律组成^[26].

1) 状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_2(t) = A_{2m}\hat{x}_2(t) + B_2(\hat{\omega}(t)v_{2ad}(t) + \hat{\lambda}(t)\|x_2(t)\|_\infty + \hat{\sigma}(t)), \\ \hat{y}_2(t) = C_2\hat{x}_2(t), \end{cases} \quad (17)$$

其中: $\hat{\omega}(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \hat{\lambda}(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}, \hat{\sigma}(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为自适应估计, 并且有 $\hat{x}_2(0) = x_2(0)$.

2) 自适应律

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}}(t) = \Gamma P(\hat{\omega}(t), -(\tilde{x}_2^T(t) P B_2)^T v_{2ad}^T(t)), \\ \dot{\hat{\lambda}}(t) = \Gamma P(\hat{\lambda}(t), -(\tilde{x}_2^T(t) P B_2)^T \|x_2(t)\|_\infty), \\ \dot{\hat{\sigma}}(t) = \Gamma P(\hat{\sigma}(t), -(\tilde{x}_2^T(t) P B_2)^T), \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\hat{\omega}(0) = \hat{\omega}_0, \hat{\lambda}(0) = \hat{\lambda}_0, \hat{\sigma}(0) = \hat{\sigma}_0; \Gamma \in \mathbb{R}^+$ 为自适应增益; $\tilde{x}_2(t) \triangleq \hat{x}_2(t) - x_2(t)$ 为预测误差; $P = P^T > 0$ 为李雅普诺夫方程 $A_{2m}^T P + P A_{2m} = -Q$ 的解, 其中 $Q = Q^T > 0; P(\cdot, \cdot)$ 为投影算子, 其定义见文献^[27].

3) 控制律

$$v_{2ad}(s) = -K_d D(s)(\hat{\eta}(s) - K_g(s)x_{2c}(s)), \quad (19)$$

其中 $\hat{\eta}(s) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为如下信号的拉普拉斯变换:

$$\hat{\eta}(t) \triangleq \hat{\omega}(t)v_{2ad}(t) + \hat{\lambda}(t)\|x_2(t)\|_\infty + \hat{\sigma}(t), \quad (20)$$

$K_g(s) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为前馈滤波器, 用于消除输出响应的零稳态误差. $K_g(s)$ 可以应用多变量控制理论中的方法进行设计, 以达到期望的解耦特性^[28]. 本文选取 $K_g(s)$ 为如下常值矩阵:

$$K_g = -(C_2 A_{2m}^{-1} B_2)^{-1}, \quad (21)$$

$K_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为自适应反馈增益矩阵; $D(s) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为严格正则转换矩阵, 并且能够保证以下传递函数严格正则稳定:

$$C(s) \triangleq \omega K_d D(s)(I_3 + \omega K_d D(s))^{-1}, \quad (22)$$

并且有 $C(0) = I_3$, 其中 I_3 为 3×3 阶单位矩阵.

为了保证自适应控制的稳定, 在选择 K_d 和 $D(s)$ 的时候, 必须满足一个 L_1 范数条件, 在给出这个条件之前, 先给出如下定义:

$$H(s) \triangleq (sI_3 - A_{2m})^{-1} B_2, \quad (23)$$

$$G(s) \triangleq H(s)(1 - C(s)). \quad (24)$$

令 $x_{in}(t)$ 为 $x_{in}(s) \triangleq (sI_3 - A_{2m})^{-1} x_{20}$ 的拉普拉斯反变换. 存在一个正常数 ρ_0 , 满足 $\|x_{in}\|_\infty \leq \rho_{in}$, 其中 $\rho_{in} \triangleq \|s(sI_3 - A_{2m})^{-1}\|_{L_1} \rho_0$. 更进一步, 对于所有 $\delta > 0$, 令

$$L_\delta \triangleq \frac{\bar{\delta}(\delta)}{\delta} d_{f_x}(\bar{\delta}(\delta)), \quad \bar{\delta}(\delta) \triangleq \delta + \bar{\gamma}_1, \quad (25)$$

其中: $d_{f_x}(\cdot)$ 的定义见假设3, $\bar{\gamma}_1$ 为一任意小的正实数.

则自适应控制器的 L_1 范数条件为: 给定 ρ_0 , 存在 $\rho_r > \rho_{in}$ 满足如下不等式:

$$\|G(s)\|_{L_1} < \frac{\rho_r - \|H(s)C(s)K_g(s)\|_{L_1} \|x_{2c}\|_\infty - \rho_{in}}{L_{\rho_r} \rho_r + \Lambda}. \quad (26)$$

满足式(26)的 L_1 范数条件, 由式(17)–(19)便构成了内回路的自适应控制器 v_{2ad} .

将式(9)代入式(6)即可算出实际舵面的控制律为

$$u_2 = Q^{-1} S^{-1} \begin{bmatrix} bC_{l\delta_a} & 0 & bC_{l\delta_r} \\ 0 & cC_{m\delta_e} & 0 \\ bC_{n\delta_a} & 0 & bC_{n\delta_r} \end{bmatrix}^{-1} (v_{2m} + v_{2ad} - \begin{bmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{bmatrix}). \quad (27)$$

由静态反馈控制器 v_{2m} 和自适应控制器 v_{2ad} 即构成了 L_1 自适应控制器, 其完整的控制结构如图2所示.

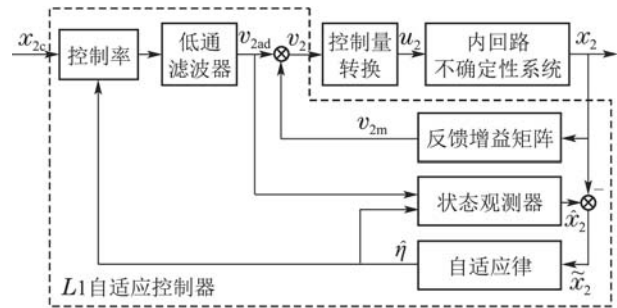


图2 L_1 自适应控制器结构

Fig. 2 L_1 adaptive controller structure

4 稳定性分析(Stability analysis)

4.1 外回路(Outer loop)

将动态逆控制律(7)代入式(4)中的第1式可得

$$\dot{x}_1 = -K_1 x_1 + K_1 x_{1c}, \quad x_1(0) = x_{10}. \quad (28)$$

不考虑指令输入的作用, 即设 $x_{1c} \equiv 0$, 式(28)转化为自治系统. 由于矩阵 $-K_1$ 的所有特征值均具有负实部, 由线性定常系统的稳定性定理^[29]可知, 线性系统(28)是内部稳定的.

4.2 内回路(Inner loop)

根据定理1, 非线性系统方程(11)可以转化为含有

未知时变参数和扰动的如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & A_{2m}x_2(t) + B_2(\omega v_{2ad}(t) + \\ & \lambda(t)\|x_2(t)\|_\infty + \sigma(t)), \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $\lambda(t)$ 和 $\sigma(t)$ 为未知参数, 并且满足

$$\begin{cases} \|\lambda(t)\|_\infty < \lambda_b, \|\dot{\lambda}(t)\|_\infty < d_\lambda, \\ \|\sigma(t)\|_\infty < \sigma_b, \|\dot{\sigma}(t)\|_\infty < d_\sigma, \forall t \in [0, \tau]. \end{cases} \quad (30)$$

由式(17)第1式减去式(29)可得预测误差的状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_2(t) = & A_{2m}\tilde{x}_2(t) + B_2(\tilde{\omega}(t)v_{2ad}(t) + \\ & \tilde{\lambda}(t)\|x_2(t)\|_\infty + \tilde{\sigma}(t)), \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $\tilde{\omega}(t) = \hat{\omega}(t) - \omega$, $\tilde{\lambda}(t) = \hat{\lambda}(t) - \lambda(t)$, $\tilde{\sigma}(t) = \hat{\sigma}(t) - \sigma(t)$.

选取李雅普诺夫函数为

$$\begin{aligned} V(\tilde{x}_2(t), \tilde{\omega}(t), \tilde{\lambda}(t), \tilde{\sigma}(t), t) = & \tilde{x}_2^T(t)P\tilde{x}_2(t) + \frac{1}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T(t)\tilde{\omega}(t)) + \\ & \tilde{\lambda}^T(t)\tilde{\lambda}(t) + \tilde{\sigma}^T(t)\tilde{\sigma}(t)), \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹.

上述李雅普诺夫函数对 t 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{\tilde{x}}_2^T P\tilde{x}_2 + \tilde{x}_2^T P\dot{\tilde{x}}_2 + \\ & \frac{2}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T\dot{\tilde{\omega}}) + \tilde{\lambda}^T\dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\sigma}^T\dot{\tilde{\sigma}}). \end{aligned} \quad (33)$$

将式(31)代入式(33)后可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \tilde{x}_2^T (A_{2m}^T P + PA_{2m}) \tilde{x}_2 + \\ & 2v_{2ad}^T \tilde{\omega}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T + 2\tilde{\lambda}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T \|x_2\|_\infty + \\ & 2\tilde{\sigma}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T + \frac{2}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T\dot{\tilde{\omega}}) + \tilde{\lambda}^T\dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\sigma}^T\dot{\tilde{\sigma}}) - \\ & \frac{2}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T\dot{\tilde{\omega}}) + \tilde{\lambda}^T\dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\sigma}^T\dot{\tilde{\sigma}}). \end{aligned} \quad (34)$$

将式(18)代入式(34), 并根据矩阵迹的性质^[30], 上式可变换为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -\tilde{x}_2^T Q\tilde{x}_2 - \frac{2}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T\dot{\tilde{\omega}}) + \tilde{\lambda}^T\dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\sigma}^T\dot{\tilde{\sigma}}) + \\ & 2\text{tr}(\tilde{\omega}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T v_{2ad}^T) + \\ & 2\tilde{\lambda}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T \|x_2\|_\infty + \\ & 2\text{tr}(\tilde{\omega}^T P(\hat{\omega}, -(\tilde{x}_2^T PB_2)^T v_{2ad}^T)) + \\ & 2\tilde{\lambda}^T P(\hat{\lambda}, -(\tilde{x}_2^T PB_2)^T \|x_2\|_\infty) + \\ & 2\tilde{\sigma}^T ((\tilde{x}_2^T PB_2)^T + P(\hat{\sigma}, -(\tilde{x}_2^T PB_2)^T)). \end{aligned} \quad (35)$$

根据投影函数的性质^[27]可知:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T v_{2ad}^T + \\ \tilde{\omega}^T P(\hat{\omega}, -(\tilde{x}_2^T PB_2)^T v_{2ad}^T) \leq 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{\lambda}^T (\tilde{x}_2^T PB_2)^T \|x_2\|_\infty + \\ & \tilde{\lambda}^T P(\hat{\lambda}, -(\tilde{x}_2^T PB_2)^T \|x_2\|_\infty) \leq 0, \\ & \tilde{\sigma}^T ((\tilde{x}_2^T PB_2)^T + P(\hat{\sigma}, -(\tilde{x}_2^T PB_2)^T)) \leq 0. \end{aligned}$$

由此可知式(35)满足:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\tilde{x}_2^T Q\tilde{x}_2 - \frac{2}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T\dot{\tilde{\omega}}) + \tilde{\lambda}^T\dot{\tilde{\lambda}} + \tilde{\sigma}^T\dot{\tilde{\sigma}}) \leq \\ & -\tilde{x}_2^T Q\tilde{x}_2 + \frac{2}{\Gamma}(|\text{tr}(\tilde{\omega}^T\dot{\tilde{\omega}})| + |\tilde{\lambda}^T\dot{\tilde{\lambda}}| + |\tilde{\sigma}^T\dot{\tilde{\sigma}}|). \end{aligned}$$

由于 ω 为一常值矩阵, 所以 $\dot{\omega} = 0_{3 \times 3}$. 同时根据式(30)中给定的 $\lambda(t)$ 和 $\sigma(t)$ 的上界, 以上不等式可简化为

$$\dot{V}(t) \leq -\tilde{x}_2^T Q\tilde{x}_2 + \frac{4}{\Gamma}(\lambda_b d_\lambda + \sigma_b d_\sigma). \quad (36)$$

由于投影算子能够保证 $\hat{\omega}(t) \in \Omega$, $\|\hat{\lambda}(t)\|_\infty < \lambda_b$, $\|\hat{\sigma}(t)\|_\infty < \sigma_b$, 所以式(32)中有

$$\begin{aligned} & \text{tr}(\tilde{\omega}^T\tilde{\omega}) + \tilde{\lambda}^T\tilde{\lambda} + \tilde{\sigma}^T\tilde{\sigma} \leq \\ & 4(\max_{\omega(t) \in \Omega} \text{tr}(\omega^T\omega) + \lambda_b^2 + \sigma_b^2). \end{aligned} \quad (37)$$

根据 $\hat{x}_2(0) = x_2(0)$ 以及式(37)可得

$$V(0) \leq \frac{4}{\Gamma}(\max_{\omega(t) \in \Omega} \text{tr}(\omega^T\omega) + \lambda_b^2 + \sigma_b^2). \quad (38)$$

假设

$$V(t) > \frac{\lambda_m(\rho_r)}{\Gamma}, \quad (39)$$

其中 $\lambda_m(\rho_r)$ 定义为

$$\begin{aligned} \lambda_m(\rho_r) \triangleq & 4(\max_{\omega(t) \in \Omega} \text{tr}(\omega^T\omega) + \lambda_b^2 + \sigma_b^2) + \\ & 4\frac{\bar{\lambda}_{\max}(P)}{\bar{\lambda}_{\min}(Q)}(\lambda_b d_\lambda + \sigma_b d_\sigma), \end{aligned}$$

其中: $\bar{\lambda}_{\max}(P)$ 表示矩阵 P 的最大特征值, $\bar{\lambda}_{\min}(Q)$ 表示矩阵 Q 的最小特征值.

将式(37)和式(39)代入式(32)可得

$$\begin{aligned} \tilde{x}_2^T P\tilde{x}_2 = & V(t) - \frac{1}{\Gamma}(\text{tr}(\tilde{\omega}^T\tilde{\omega}) + \tilde{\lambda}^T\tilde{\lambda} + \tilde{\sigma}^T\tilde{\sigma}) > \\ & \frac{4}{\Gamma} \frac{\bar{\lambda}_{\max}(P)}{\bar{\lambda}_{\min}(Q)} (\lambda_b d_\lambda + \sigma_b d_\sigma). \end{aligned} \quad (40)$$

由此可得

$$\begin{aligned} \tilde{x}_2^T Q\tilde{x}_2 \geq & \frac{\bar{\lambda}_{\min}(Q)}{\bar{\lambda}_{\max}(P)} \tilde{x}_2^T P\tilde{x}_2 > \\ & \frac{4}{\Gamma}(\lambda_b d_\lambda + \sigma_b d_\sigma). \end{aligned} \quad (41)$$

由式(41)和式(36)可知

$$\dot{V}(t) < 0, \quad (42)$$

因此有

$$\begin{aligned} V(t) \leq & V(0) \leq \\ & \frac{4}{\Gamma}(\max_{\omega(t) \in \Omega} \text{tr}(\omega^T\omega) + \lambda_b^2 + \sigma_b^2) \leq \frac{\lambda_m(\rho_r)}{\Gamma}. \end{aligned} \quad (43)$$

上式与式(39)的假设矛盾, 因此有

$$V(t) \leq \frac{\lambda_m(\rho_r)}{\Gamma}. \quad (44)$$

由于 $V(t) \geq \tilde{x}_2^T P \tilde{x}_2 \geq \bar{\lambda}_{\min}(P) \|\tilde{x}_2\|_2^2$. 因此有

$$\|\tilde{x}_2\|_\infty \leq \|\tilde{x}_2\|_2 \leq \sqrt{\frac{V(t)}{\lambda_{\min}(P)}} \leq \sqrt{\frac{\lambda_m(\rho_r)}{\lambda_{\min}(P)\Gamma}}. \quad (45)$$

由上式可知, 使用 L_1 自适应控制能够保证内回路系统的预测误差有界, 并能够通过增大 Γ 减小预测误差 \tilde{x}_2 . 但增大 Γ 会降低系统的鲁棒性, 所以在选择 Γ 时应当在系统性能与鲁棒性之间进行折中.

5 仿真分析(Simulation)

为了对 L_1 自适应动态逆控制器的控制效果和鲁棒性进行验证, 本文以某无人飞行器为被控对象, 分别在标称和加入不确定性的情况下, 对采用 L_1 自适应动态逆控制器(以下简称控制器1)和内外回路全动态逆控制器(以下简称控制器2)的姿态角控制系统进行了仿真比较.

5.1 标称情况(Nominal case)

标称情况即只考虑舵机位置和速率限制, 不考虑其他不确定性的影响. 舵机带宽取为 40 rad/s , 位置限制为 $[-30, 30]^\circ$, 速率限制为 $[-400, 400]^\circ/\text{s}$; 飞行器初始飞行状态为: $h = 2000 \text{ m}$, $V = 69.05 \text{ m/s}$, $\theta = \alpha = 2.66^\circ$, $\beta = 0^\circ$; 系统采样频率 200 Hz .

L_1 自适应动态逆的控制参数取为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 2 & & \\ & 2 & \\ & & 2 \end{bmatrix}, K_{2m} = \begin{bmatrix} 56 & 0 & 0.32 \\ 0 & 85 & 0 \\ 0.32 & 0 & 33 \end{bmatrix},$$

$$K_d = \begin{bmatrix} 40 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, D(s) = \begin{bmatrix} 1/s & 0 & 0 \\ 0 & 1/s & 0 \\ 0 & 0 & 1/s \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.16 & & \\ & 0.16 & \\ & & 0.16 \end{bmatrix},$$

$$\hat{x}_2(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, \Gamma = 5 \times 10^6.$$

内外回路全动态逆控制器的控制参数取为

$$K_{\text{out}} = \begin{bmatrix} 3 & & \\ & 3 & \\ & & 3 \end{bmatrix}, K_{\text{in}} = \begin{bmatrix} 12 & & \\ & 12 & \\ & & 12 \end{bmatrix}.$$

仿真曲线如图3-5所示. 图中虚线为姿态角指令输入; 实线和点线分别为采用控制器1和控制器2的姿态角跟踪曲线. 从图中可以看出, 采用控制器2的曲线的响应速度较快, 这是由于动态逆的运算量较小, 能够很快响应并跟踪指令输入信号, 但由于模型不准确, 存在一定的稳态误差. 采用控制器1的曲线的响应速

度稍慢, 但有效消除了控制系统中存在的稳态误差, 控制效果更好.

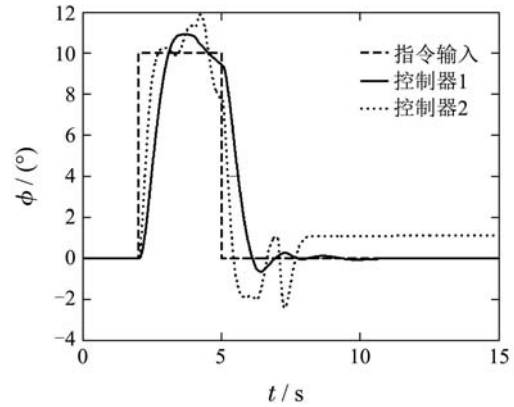


图3 标称情况下的滚转角跟踪曲线

Fig. 3 Roll angle responses in nominal case

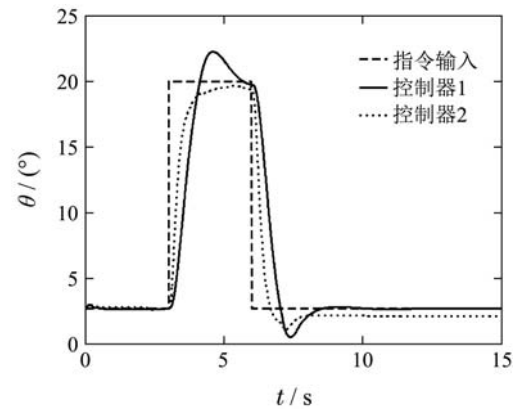


图4 标称情况下的俯仰角跟踪曲线

Fig. 4 Pitch angle responses in nominal case

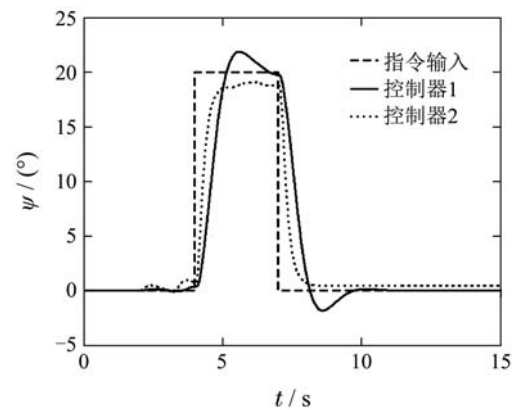


图5 标称情况下的偏航角跟踪曲线

Fig. 5 Yaw angle responses in nominal case

5.2 含不确定性情况(Uncertainty case)

为了验证控制系统的鲁棒性, 本文在控制参数未加调整的情况下, 在采用控制器1和控制器2的系统中, 分别加入了如表1所示的不确定性.

通过仿真发现, 姿态角、角速率、动压、惯量张量的不确定性对两个控制系统的影响均很小. 舵机性能限制、气动力和气动力矩系数误差、大气紊流和风干

扰对两个控制系统均有一定的影响, 但影响区别不大, 测量误差对两个控制系统的影响区别较大, 其仿真曲线如图6-8所示. 由于篇幅限制, 这里未给出仿真曲线. 迎角和侧滑角

表 1 不确定性的种类和取值
Table 1 The type and range of uncertainties

项 目	取 值
舵机间隙宽度	0.5°
舵机死区宽度	0.5°
舵机延时	10 ms
姿态角测量随机误差	$[-1^\circ, 1^\circ]$
角速率测量随机误差	$[-0.2, 0.2] (\text{^\circ}) \cdot \text{s}^{-1}$
迎角测量量	随机误差: $[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$ ($\alpha < 30^\circ$), $[-1^\circ, 1^\circ]$ ($\alpha \geq 30^\circ$); 常值误差: 2°
侧滑角测量量	随机误差: $[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$ ($\beta < 30^\circ$), $[-1^\circ, 1^\circ]$ ($\beta \geq 30^\circ$); 常值误差: 1.5°
动压测量随机误差	$[-50, 50]$ Pa
气动力、气动力矩系数误差百分比	-40%
惯量张量误差比例	-20%
风切变	其他飞行阶段, 参考高度6米处的平均风速为10 m/s, 风速方向为正北方
大气紊流	低空6米处的平均风速为10 m/s, 中高空的紊流尺度取为533.4 m, 风速方向为正北方
离散突风	突风作用在机体的3个轴上, 起始时间为5 s, 突风强度为 $[3.5 \ 3.0 \ 3.0]^T$ m/s, 突风尺度为 $[120 \ 120 \ 80]^T$ m

图6-8中, 虚线为姿态角指令输入; 实线和点线分别为采用控制器1和控制器2的姿态角跟踪曲线. 从图中曲线可以看出, 当存在迎角和侧滑角测量误差时, 采用控制器2的系统, 滚转角和俯仰角的稳态误差趋于发散, 偏航角也存在一定的稳态误差; 而采用控制1的系统, 其稳态误差较小, 并且都趋于收敛. 这是由于迎角和侧滑角的测量误差将导致零控制力矩和操纵导数产生偏差, 控制器2的逆系统不能抵消这一偏差, 从而产生稳态误差, 甚至发散; 而控制器1中的自适应控制器能够有效抵消这一偏差, 并能够保证输出有效跟踪指令输入, 这说明控制器1具有更好的鲁棒性和更优的控制效果.

为进一步对控制器1的鲁棒性进行验证, 本文在加入表1中所有不确定性的情况下进行了100次蒙特卡罗仿真, 均未出现系统发散的情况.

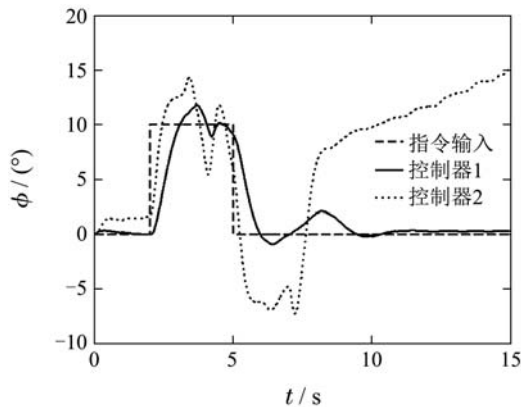


图 6 存在迎角和侧滑角测量误差时的滚转角跟踪曲线
Fig. 6 Roll angle responses with measurement errors of attack angle and sideslip angle

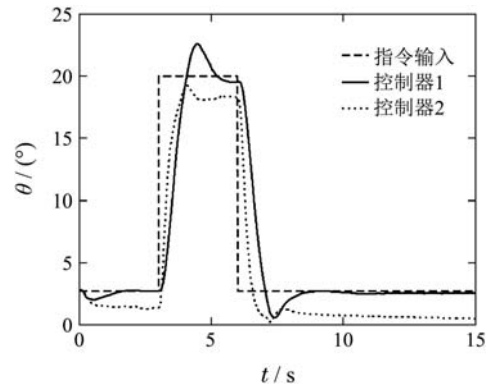


图 7 存在迎角和侧滑角测量误差时的俯仰角跟踪曲线
Fig. 7 Pitch angle responses with measurement errors of attack angle and sideslip angle

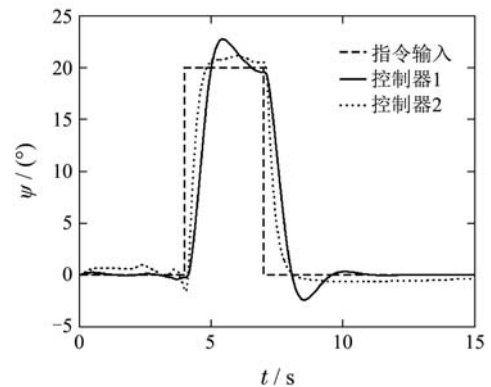


图 8 存在迎角和侧滑角测量误差时的偏航角跟踪曲线
Fig. 8 Yaw angle responses with measurement errors of attack angle and sideslip angle

6 结论(Conclusions)

本文提出了一种非线性 L_1 自适应动态逆控制方法, 用于飞行器姿态角控制. 内回路采用动态逆控制,

外回路采用非线性 L_1 自适应控制,在满足姿态角快速准确跟踪的基础上,提高了系统的鲁棒性。通过稳定性分析和仿真验证,证明了本文提出方法的有效性。只要将操纵导数矩阵扩维,并应用控制分配技术,即能够将本文提出的方法应用于多操纵面和带推力矢量的飞行器的控制。

参考文献(References):

- [1] SNELL S A, ENNS D F, GARRARD W L. Nonlinear inversion flight control for a supermaneuverable aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1992, 15(4): 976 – 984.
- [2] LI Z Y, ZHANG R, LI H F. On-board trajectory reconfiguration and dynamic inverse tracking control for RLV [J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 36(2): 196 – 202.
- [3] ROLLINS E, VALASEK J, MUSE J A, et al. Nonlinear adaptive dynamic inversion applied to a generic hypersonic vehicle [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Boston: AIAA, 2013: 1 – 24.
- [4] GAI W D, ZHANG J, HUANG L S, et al. Transition flight control using adaptive neural network dynamic inversion for Canard Rotor/Wing UAV [C] // *The 26th Chinese Control and Decision Conference*. Changsha: IEEE, 2014: 4210 – 4214.
- [5] SONNEVELDT L, CHU Q P, MULDER J A. Nonlinear flight control design using constrained adaptive backstepping [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(2): 322 – 336.
- [6] LEE D, YANG I, KIM D. A flight control strategy using robust dynamic inversion based on sliding mode control [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Minneapolis: AIAA, 2012: 4527 – 4538.
- [7] KOHNO S, UCHIYAMA K. Design of robust controller of fixed-wing UAV for transition flight [C] // *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. Orlando: IEEE, 2014: 1111 – 1116.
- [8] CAO C, HOVAKIMYAN N. Design and analysis of a novel L_1 adaptive controller, Part I: control signal and asymptotic stability [C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Piscataway: IEEE, 2006: 3397 – 3302.
- [9] CAO C, HOVAKIMYAN N. Design and analysis of a novel L_1 adaptive controller, Part II: guaranteed transient performance [C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Piscataway: IEEE, 2006: 3403 – 3408.
- [10] GREGORY I, CAO C, XARGAY E, et al. L_1 adaptive control design for NASA AirSTAR flight test vehicle [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Chicago: AIAA, 2009: 5738 – 5764.
- [11] LEMAN T, XARGAY E, DULLERUD G, et al. L_1 adaptive controller for X-48B aircraft [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Chicago: AIAA, 2009: 5619 – 5632.
- [12] WISE K, LAVRETSKY E, HOVAKIMYAN N, et al. Verifiable adaptive flight control: UCAV and aerial refueling [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. Honolulu: AIAA, 2008: 6658 – 6683.
- [13] AGUIAR P, PASCOAL A, KAMINER I, et al. Time-coordinated path following of multiple UAVs over time-varying networks using L_1 adaptation [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. Honolulu: AIAA, 2008: 7131 – 7155.
- [14] BANERJEE S, CREAUGH M A, BOYCE R R, et al. L_1 augmentation configuration for a lateral/directional manoeuvre of a hypersonic glider in the presence of uncertainties [C] // *The 19th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*. Atlanta: AIAA, 2014: 2533 – 2548.
- [15] BICHLMEIER M, HOLZAPFEL F, XARGAY E, et al. L_1 adaptive augmentation of a helicopter baseline controller [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Boston: AIAA, 2013: 4855 – 4864.
- [16] SINGH L, MIOTTO P, BREGER L S. L_1 adaptive control design for improved handling of the F/A-18 class of aircraft [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Boston: AIAA, 2013: 5236 – 5247.
- [17] MONTE P D, LOHMANN B. Position trajectory tracking of a quadrotor helicopter based on L_1 adaptive control [C] // *2013 European Control Conference*. Zürich: EUCA, 2013: 3346 – 3353.
- [18] CAMPBELL S F, KANESHIGE J T. A nonlinear dynamic inversion L_1 adaptive controller for a generic transport model [C] // *Proceedings of the 2010 American Control Conference*. Baltimore: AACC, 2010: 862 – 867.
- [19] KUTLUAY K T, YAVRUCUK I. Dynamic inversion based control of a missile with L_1 adaptive control augmentation [C] // *2010 IEEE International Symposium on Intelligent Control Part of 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control*. Yokohama: IEEE, 2010: 2374 – 2379.
- [20] JUNG Y, SHIM D H. Development and application of controller for transition flight of tail-sitter UAV [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2012, 65(1): 137 – 152.
- [21] GEISER M, XARGAY E, HOVAKIMYAN N, et al. L_1 adaptive augmented dynamic inversion controller for a high agility UAV [C] // *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Portland: AIAA, 2011: 6457 – 6474.
- [22] WU Sentang. *Flight Control System* [M]. Second Edition. Beijing: Beihang University Press, 2013. (吴森堂. 飞行控制系统 [M]. 第2版. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2013.)
- [23] ZHEN Hongtao, QI Xiaohui, LI Jie, et al. Quadrotor UAV L_1 adaptive block backstepping attitude controller [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(6): 1076 – 1082. (甄红涛, 齐晓慧, 李杰, 等. 四旋翼无人机电态自适应块反步姿态控制器设计 [J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1077 – 1082.)
- [24] REINER J, BALAS G J, GARRARD W L. Flight control design using robust dynamic inversion and time-scale separation [J]. *Automatica*, 1996, 32(11): 1493 – 1504.
- [25] CAO C, HOVAKIMYAN N. L_1 adaptive controller for a class of systems with unknown nonlinearities: Part I [C] // *Proceedings of the 2008 American Control Conference*. Seattle: AACC, 2008: 4093 – 4098.
- [26] HOVAKIMYAN N, CAO C. *L_1 Adaptive Control Theory: Guaranteed Robustness with Fast Adaptation* [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [27] POMET J B, LAURENT P. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(3): 729 – 740.
- [28] GASPARYAN O N. *Linear and Nonlinear Multivariable Feedback Control: A Classical Approach* [M]. New York: John Wiley & Sons, 2008.
- [29] ZHENG Dazhong. *Linear System Theory* [M]. Second Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (郑大钟. 线性系统理论 [M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2005.)
- [30] LI Y J, ZHANG K, WANG H M. *Adaptive Control Theory and Application* [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2010.

作者简介:

陈海 (1981–), 男, 讲师, 主要研究方向为飞行器先进控制算法, E-mail: chenhai@mail.nwpu.edu.cn;

何开锋 (1963–), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为飞行器控制、飞行力学, E-mail: hekf@vip.sina.com;

钱炜祺 (1973–), 男, 研究员, 主要研究方向为飞行器控制、系统辨识, E-mail: qwqhy@sina.com.