

输入饱和及带宽限制下高超飞行器的闭环稳定边界研究

陈柏屹¹, 刘燕斌^{1†}, 雷 灏², 沈海东¹, 陆宇平²

(1. 南京航空航天大学 航天学院, 南京 江苏 210016; 2. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 江苏 210016)

摘要: 针对于吸气式高超声速飞行器开环不稳定的动力学特性, 研究了控制信号存在饱和约束及带宽限制条件下的闭环稳定边界。首先, 简要介绍了吸气式高超声速飞行器的建模方法与动力学特性的主要问题。考虑到飞行器控制信号的幅值限制及带宽约束, 综合高超声速飞行器的开环不稳定特性, 定量地分析了系统的闭环稳定边界: 与系统不稳定极点的位置, 其对应的左特征向量及控制信号的幅值约束有关; 执行器的带宽限制在此基础上进一步缩小了反馈控制系统的稳定边界。根据高超声速飞行器短周期不稳定特性, 解析地给出了闭环稳定边界的计算公式。采用蒙特卡洛分析方法对闭环系统的稳定边界及滑模变结构控制器作用下的稳定区域进行验证。仿真结果与理论分析具有一致性, 验证了系统开环特性对于闭环稳定性的限制及控制信号带宽约束对稳定性的影响。

关键词: 高超声速飞行器; 零能控区域; 输入饱和; 滑模控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Stability boundary analysis of hypersonic vehicle with control saturation and bandwidth limitation

CHEN Bo-yi¹, LIU Yan-bin^{1†}, LEI Hao², SHEN Hai-dong¹, LU Yu-ping²

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China;

2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: In order to declare the stability of open-loop unstable air-breathing vehicles system with control saturation and bandwidth limitation, the stability boundary along with null controllable region of such system is investigated. First, the modeling approach of a air-breathing hypersonic vehicle and the main issues of control system design are briefly introduced. Second, Considering the control input constraints, the stability boundary is quantitatively defined, which depends on the location of unstable pole, its left eigenvector, and control saturation. Besides, the bandwidth limitation of actuators will reduce the stability region. The analytical expressions of null controllable boundary for short mode of the hypersonic vehicle is proposed. With Monte-Carlo analysis, the simulation results indicate that, the null controllable region for unstable system with specific control law is within the stability boundary, and the impact of bandwidth limitation of actuators shows the same with theoretical analysis, regardless of the control law. The stability of open-loop unstable system is extremely restricted with control saturation and bandwidth limitation.

Key words: hypersonic vehicle; null controllable region; control saturation; sliding mode control

1 引言(Introduction)

吸气式高超声速飞行技术(air-breathing hypersonic vehicle technology, AHFT), 采用乘波体构型, 装配超燃冲压发动机, 相较于传统的火箭推进飞行器, 具有以下优势: 升阻比大, 载荷能力强, 推进效率高, 发射窗口宽, 结构与操作的代价低等^[1]。同时, 先进的气动构型, 使其具有特殊的动力学特性: 升力体构型中

前体提供主要升力, 造成气动焦点前移, 从而导致系统静不稳定特性; 控制面对升力的作用不可忽视, 从而使得升降舵到航迹角控制通道出现非最小相位行为^[2]; 超燃冲压发动机的工况与飞行条件密切相关, 使得飞行器姿态控制的可靠性尤为突出^[3-4]; 采用腹部进气式的推进结构, 使得发动机的控制对姿态也会造成一定影响, 表现为输入/输出耦合特性; 除此之外,

收稿日期: 2016-03-21; 录用日期: 2016-08-10.

[†]通信作者. E-mail: liuyb@nuaa.edu.cn; Tel.: +86 21-84892309.

本文责任编辑: 倪茂林.

国家自然科学基金项目(61403191, 11572149), 江苏省自然科学基金项目(BK20130817), 中央高校基本科研业务费专项资金资助(NJ20160052), 江苏省研究生科研创新基金(KYLX.0281, KYLX15.0318)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61403191, 11572149), National Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20130817), Funding of Jiangsu Innovation Program for Graduate Education (KYLX.0281, KYLX15.0318) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities.

超燃发动机的工作状态十分苛刻, 过高的燃油注入会使得发动机内流道造成热壅塞, 进一步地增加燃料注入, 会导致进气道背压增大, 造成进气道封口^[5]。另一方面, 升降舵的偏转也存在限制, 因此提出了控制饱和和约束条件下的控制系统设计^[6]。

早在1980年 Schmitendorf 和 Barmish 等人研究了控制饱和和约束条件下线性系统的零能控性(null controllability), 并给出了约束条件下全局能控性的充要条件, 及给定初始点可以在有限时间内回到原点的容许控制存在的充要条件^[7]。在分析不稳定系统的镇定问题中, Goman与Demenkov提出控制饱和问题研究的关键是确定能控区域的大小, 而此区域的大小可以视为外部扰动的容许水平的度量。在此基础上, 提出了基于凸优化技术的计算方法, 计算不稳定系统在控制信号的幅值与速率约束条件下能控区域的大小^[8]。

在对于离散控制系统设计的研究中, Kouvaritakis提出了离散系统中有界输入/有界输出(bounded-input bounded-output, BIBO)稳定性的充要条件^[9], 并指出: 对于开环稳定系统, 稳定性条件与物理约束一致; 对于不稳定系统则需要更强的约束。根据这些约束可以讨论控制器保证闭环稳定性的条件。Derong Liu给出了离散时间线性系统输入与状态约束条件下系统的零能控性的充分条件^[10]。Heemels在其基础上进一步分析论证, 给出了系统输入与状态约束下, 离散时间系统零能控性的充分必要条件^[11]。

在连续时间控制系统的分析中, Tingshu Hu通过研究系统状态方程的逆时间系统在容许控制信号作用下的可达性, 对原系统方程的稳定性进行研究。定义了零能控区域的具体形式^[12], 并给出了对于一般线性系统在饱和和作动器下的显式表达式, 以不稳定系统极值轨迹集合的形式表示了系统的零能控区域。并直接给出了一阶不稳定系统零能控区域的表达式^[13]。同时, 针对于有两个不稳定极点的高阶系统设计了线性反馈饱和控制器, 验证了闭环反馈系统的吸引域只能是零能控区域的子集^[14]。

近几年来国内外学者对吸气式高超声速飞行器进行了多学科动力学建模^[15]、建模面向控制的建模与分析^[16]、不确定建模与分析等^[17], 并针对其大包线、快时变的特性研究了相应的控制器设计方法^[18], 极大地促进了高超声速飞行器动力学特性的研究。根据吸气式高超声速飞行器模型分析的结果发现^[19], 控制系统设计中面临的主要问题之一就是当存在升降舵饱和和约束和带宽限制条件下, 如何能够保证飞行器的闭环稳定性。当系统出现不稳定的极点的情况, 闭环稳定的条件将会更加严苛^[20], 因此考虑系统开环特性对闭环控制性能带来的影响, 对于获得控制性能较为可靠的飞行器初步设计十分必要^[21]。

相较于传统的低速飞行器, 吸气式高超声速飞行器(air-breathing hypersonic vehicles, AHSV)需要特别

关注航迹角的控制^[2]。AHSV在航迹角控制通道内以不稳定模态与非小相位零点为特征^[22], 控制器饱和(升降舵的偏转)的特性限制了闭环系统可达到的性能^[23]。文献[24]考虑了输入受限情况下吸气式高超声速飞行器控制系统的设计问题, 提出了内外环相结合的自适应终端滑膜控制设计方法, 能有效地处理控制输入饱和和约束的问题。针对于高超声速苛刻的飞行条件, 王青等人也研究了抗饱和鲁棒自适应控制方法^[25]。

在考虑控制饱和和约束和速率限制的情况下, 前人研究的重点多是离散时间系统^[26]。对于连续时间系统, 多数学者把精力集中在研究特定反馈控制器结构情况下, 闭环系统吸引域的分析方法与计算流程^[27-29]。而对于高超声速飞行器不稳定系统的控制输入饱和情况, 多数文献着重研究了抗饱和控制与鲁棒控制。不稳定系统的控制饱和情况对于闭环稳定性的限制并没有进行过多的讨论。本文在前人成果的基础上, 研究控制信号的饱和和约束及带宽限制对吸气式高超声速飞行器闭环吸引域(稳定性)的影响, 定量地给出了闭环系统零可控区域的边界。对高超声速飞行器考虑控制性能的初步设计提供了理论分析方法。

首先, 简要地介绍了高超声速飞行器纵向刚体模型, 并分析了该飞行器在包线内的不稳定特性进行。其次, 通过研究一、二阶不稳定模态的零能控性及稳定边界, 讨论了高超声速飞行器模型中控制信号的幅值约束与带宽限制对于闭环局部稳定性的影响, 采用稳定半径定量地衡量系统局部稳定的能力。之后, 对高超声速飞行器不稳定短周期模态进行理论分析, 讨论了稳定性导数与控制导数对稳定边界的影响。并通过仿真验证了特定控制器结构作用下的闭环吸引域为稳定边界的子集。进一步研究了作动器的带宽限制对于闭环吸引域的影响, 与不考虑具体控制器结构情况的分析结果具有一致性。

2 高超声速飞行器模型分析 (Analysis of hypersonic model)

本文在Blender和Doman非线性2D模型的基础上, 提出并发展了一类参数化仿真模型^[30], 将典型的乘波外形进行了几何参数化^[31], 基于高超声速流工程经验的面元法对外气动面的气动力进行估算; 采用准一维流假设对双模态超燃冲压发动机性能进行预测, 考虑发动机内流道的截面变化, 壁面摩擦与热交换, 同时可以计算发动机内模态转换边界; 基于假设模态法对气动/结构, 推进/结构的耦合特性进行研究, 从而构建了3D高超声速非线性动力学模型^[32], 其几何构型如图1所示。

根据基本的牛顿定理与拉格朗日方程推导出3D高超声速飞行器纵向3自由度刚体模型的运动方程为

$$\dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma, \quad (1)$$

$$\dot{\alpha} = \left(\frac{g}{V} - \frac{V}{R_E + h} \right) \cos \gamma - \frac{T \sin \alpha + L}{mV} + q, \quad (2)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma, \quad (3)$$

$$\dot{q} = \frac{M}{I_{yy}}, \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = q, \quad (5)$$

式中: V, α, h, q, θ 分别表示飞行器的速度、攻角、高度、俯仰角速率和俯仰角; $\gamma = \theta - \alpha$ 表示飞行器的航迹角; m 表示飞行器的质量, I_{yy} 表示飞行器绕 y 轴的转动惯量; L, D, T, M 分别表示升力、阻力、推力和俯仰力矩; g 为当地重力加速度; R_E 为地球平均半径。

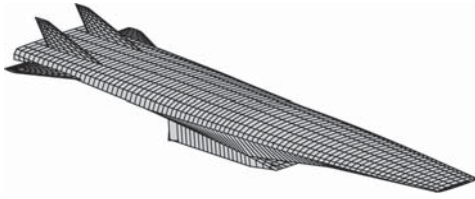


图1 3D高超声速非线性动力学几何模型

Fig. 1 Geometric configuration of 3D hypersonic vehicle

建立的高超声速飞行器参数化模型能够较好地描述各子系统之间的耦合和体现此类飞行器的动力学特性。但是动力学方程形式复杂、非线性强, 并且没有给出气动力和推力的解析表达式, 只能在飞行包线范围内给出表格数据, 不方便直接用于控制一体化迭代设计。因此, 需要进一步建立面向控制的解析表达式。通过对高超声速飞行器参数化模型进行灵敏度分析, 筛选出影响气动特性的主要物理参数, 并确定其影响形式。基于灵敏度分析的结果采用多项式近似得到高超声速飞行器气动特性:

$$L = qSC_L(\alpha, Ma, \delta),$$

$$D = qSC_D(\alpha, Ma, \delta),$$

$$T = qSC_T(\alpha, Ma, \phi),$$

$$M = qSC_M(\alpha, Ma, \delta) + z_T T(\alpha, Ma, \phi),$$

式中: δ, ϕ 分别代表高超声速飞行器的升降舵舵偏与推进系统的燃油当量比。采用雅克比线性化的形式对高超声速飞行器纵向运动学方程进行描述对于高超声速飞行器纵向刚体运动学方程,

$$\mathbf{x}^T = [V \ \alpha \ h \ q \ \theta], \ \mathbf{u}^T = [\delta \ \phi],$$

系统矩阵通过稳定性导数与控制导数进行描述:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & g + X_A^\alpha & 0 & 0 & -g \\ \frac{Z_A - mg}{mV^2} & \frac{Z_A^\alpha}{V} & \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial h} & 1 & 0 \\ 0 & -V & 0 & 0 & V \\ 0 & M_B^\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} -D^\delta & T^\phi \cos \alpha \\ \frac{L^\delta}{V} & \frac{Z_A^\phi}{V} \\ 0 & 0 \\ M_B^\delta & M_B^\phi \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial h} = -\frac{Z_A}{mV} \left[\frac{1}{(R_E + h)} + \frac{\rho_h}{\rho} \right] - \frac{g}{V(R_E + h)},$$

$$Z_A = -L - T \sin \alpha,$$

$$X_A = T \cos \alpha - D,$$

式中: Z_A^α, X_A^α 分别表示气流坐标轴系内法向力 Z_A 与轴向力 X_A 对攻角的无量纲稳定性导数; M_B^α 表示机体坐标轴系内俯仰力矩对攻角的无量纲稳定性导数; ρ_h 为大气密度对高度的导数; D^δ, L^δ 分别表示阻力与升力对升降舵的无量纲控制导数; T^ϕ 表示推力对燃油当量比的无量纲控制导数; M_B^δ, M_B^ϕ 表示机体坐标轴系内俯仰力矩对升降舵和燃油当量比的无量纲控制导数。

通过对高超声速飞行器动力学特征进行分析可以发现其飞行动力学特性与传统飞行器有很大不同。主要原因在于采用了机身/推进一体化的升力体(乘波体)结构, 使得飞行器前体作为主要升力面, 从而导致气动中心前移, 造成飞行器的静不稳定特性; 另一方面, 考虑控制舵面到航迹角的传递函数中传输零点的表达式为

$$z = \pm \sqrt{M^\alpha + \frac{Z_A^\alpha M^\delta}{L^\delta}}. \quad (8)$$

一般而言, 攻角增加总会导致气流坐标轴系内法向力 Z_A 的减小(负向增加), 即 $Z_A^\alpha < 0$ 。对于尾控飞行器, 其控制导数 M^δ/L^δ 总是小于0的。根据式(8)可知, 对于静不稳定($M^\alpha > 0$)的尾控飞行器, 其升降舵到航迹角通道必然存在非最小相位行为。对于高超声速飞行器而言, 舵面产生的升力对总升力存在较为明显的关系, 使得 L^δ 要远大于常规飞行器, RHP 零点更加靠近虚轴, 非最小相位行为对于闭环系统影响也更加显著; 同时, 吸气式超燃冲压发动机的工况与飞行条件密切相关, 既限制了飞行走廊, 又对飞行姿态的控制施加了一定的约束。

吸气式高超声速飞行器模型分析主要研究在吸气式走廊中, 飞行器的平飞稳态(配平)特性与动态特性是如何改变的。控制系统设计需要特别考虑的因素是为了防止热壅的输入控制约束, 其推力裕度的大小限制了加速度的上限。飞行器的非最小相位零点限制了航迹角闭环的可达带宽, 且升降舵偏转与FER在航迹角控制通道的耦合特性影响航迹角的跟踪性能, 同时其不稳定极点对系统的稳定半径的影响起到确定性

的作用。

考虑到高超声速飞行走廊中动压和马赫数对系统动、静态特性的影响, 要比高度和马赫数的影响更加直接。故以动压和马赫数作为调度变量, 分析系统在全包线内的静态特性与动态特性。飞行包线内的不稳定极点的配平结果如图1所示(其中虚线为等高线, 间隔2 km)。可以看出飞行器的不稳定零点和动压有着明显的线性关系, 飞行动压越高, 飞行器的不稳定特性越明显。

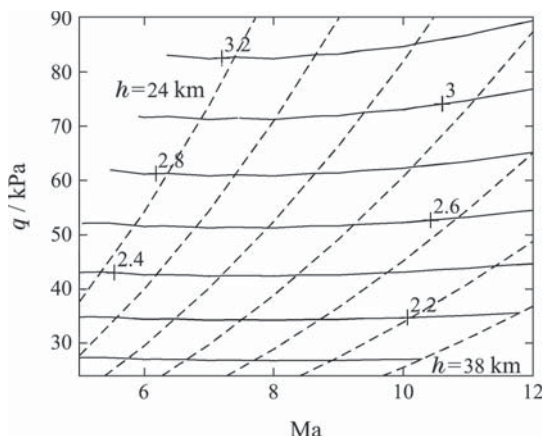


图 2 不稳定极点与动压和马赫数的关系

Fig. 2 Trimmed RHP pole vs. Mach and dyanmic pressure

飞行包线内的配平攻角如图3所示, 配平舵偏如图4所示, 可见在飞行包线内高超声速的配平舵偏均保持在比较小的范围内, 若假设飞行器的舵面偏转最大可达 20° , 则该飞行器保留相当多的控制偏转裕度。

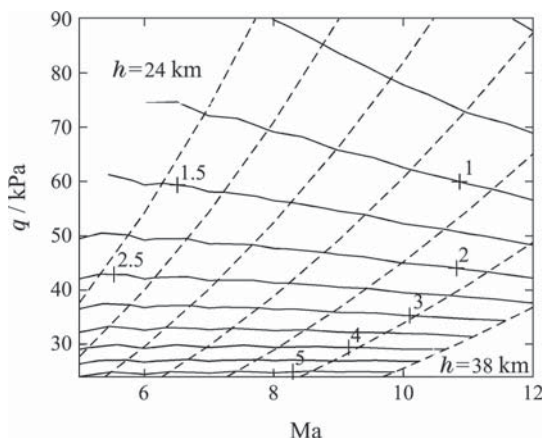


图 3 配平攻角($^\circ$)与动压和马赫数的关系

Fig. 3 Trimmed AOA vs. Mach and dyanmic pressure

针对于高超声速飞行器在包线内的不稳定特性的表现, 本文重点讨论了升降舵偏转角存在幅值约束及带宽限制的情况下, 高超声速飞行器不稳定的系统的闭环稳定性边界, 以期能够在飞行器设计的初期, 对飞行器控制系统的闭环镇定能力有一个定量的认识。

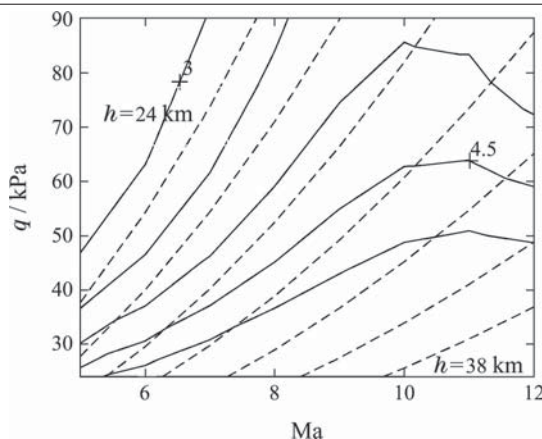


图 4 配平舵偏($^\circ$)与动压和马赫数的关系

Fig. 4 Trimmed elevator vs. Mach and dyanmic pressure

3 零能控区域(Null controllable region)

考虑高超声速飞行器纵向运动学方程的线性形式:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (9)$$

式中: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ 为系统控制输入。对于高超声速飞行器纵向刚体运动学方程, $\mathbf{x}^T = [V \ \alpha \ h \ q \ \theta]$, $\mathbf{u}^T = [\delta \ \phi]$, 且满足幅值约束

$$\bar{\mathbf{u}}_- \leq \mathbf{u}(t) \leq \bar{\mathbf{u}}_+. \quad (10)$$

为了简化分析, 假设输入饱和约束具有对称的形式: $|\bar{\mathbf{u}}_-| = |\bar{\mathbf{u}}_+| = \bar{\mathbf{u}}$, 通过对B阵进行尺度变换可以将输入信号的幅值限制设为 $\bar{\mathbf{u}} = 1$ 。

控制输入的带宽限制反映了舵机的响应带宽, 可以通过简单的一阶低通滤波器进行表示。记具有带宽限制的输入信号为 u_{ω_c} :

$$u_{\omega_c}(s) = H_{\omega_c}(s)u(s), \quad (11)$$

式中: H_{ω_c} 为0频增益为1, 截止频率为 ω_c 的一阶低通滤波器:

$$H_{\omega_c}(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}. \quad (12)$$

定义 1 对于 $\forall t > 0$ 控制信号 $\mathbf{u}(t)$ 满足条件(10), 称为控制饱和约束条件下的容许控制; 控制信号 $u_{\omega_c,i}(t) (i = 1, \dots, m)$ 满足条件(11), 称为带宽限制条件下的容许控制。两者统称为容许控制。所有容许控制信号的集合记为 U_a ^[12]。

定义 2 动力学系统(9)在 $\mathbf{u}(t)$ 作用下, 初值为 $\mathbf{x}_0$ 的状态轨迹记为 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{u})$ 。对于初始状态 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, 若存在有限时间 $T > 0$, 及容许控制信号 $\mathbf{u}(t) \in U_a$, 使得系统的状态轨迹满足 $\mathbf{x}(T, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}) = 0$, 则称 $\mathbf{x}_0$ 为零能控状态(null controllable state)。系统所有零能控状态的集合称为零能控区域(null controllable region), 记为 C ^[12]。

对于零能控区域 C , 存在如下几个命题^[12]:

1) 若A阵为半稳定, 则 $C = \mathbb{R}^n$;

2) 若 A 阵为反稳定, 则 C 为包含原点的凸开集;

3) 若 A 阵可以写成分块子空间的形式, 则 C 可以写成各个子空间的 C_i 的直和的形式;

4) 若 $B = [b_1, \dots, b_m]$, 并且系统 $\dot{x} = Ax + b_i$ 的零能控区域为 C_i , 则系统的零能控区域为

$$C = \sum_{i=1}^m C_i = \{x_1 + \dots + x_m : x_i \in C_i\}.$$

根据以上命题, 不失一般性, 可以将研究的对象简化为单输入系统, 将 b 替代 B . 进一步分析可以将重点放在反稳定系统($A > 0$)的研究上, 文献[13]通过容许控制信号集合的积分形式给出了这种系统的零能控区域的表达式:

$$\bar{C} = \{x | x = \int_0^\infty e^{-A\tau} bu(\tau) d\tau, u \in U_a\}, \quad (13)$$

式中: $\bar{C}$ 表示 C 的闭包, 用 ∂C 表示零可控区域 C 的边界. 确定零能控区域 C 的重点就在于确定其边界 ∂C .

定义3 定义系统(9)的稳定半径为零能控区域边界 ∂C 上的点的最小2范数:

$$D_C = \min \{\|x\|_2 | x \in \partial C\}. \quad (14)$$

对于稳定半径, 有以下两个性质:

1) $\forall \|x_0\|_2 < D_C, x_0 \in C$;

2) $\exists \|x_0\|_2 \geq D_C, x_0 \notin C$.

根据以上定义, 可以通过稳定半径定量地确定零能控区域的边界, 比较零能控区域的大小.

3.1 高超声速飞行器的稳定半径(Stability radius of AHSVs)

考虑高超声速飞行器系统(9), 当矩阵 A 所有特征值的几何重数与代数重数相等时, 系统的任意状态可以在复数域上进行分解:

$$x = \sum_{k_i} k_i \lambda_i,$$

式中: $x \in \mathbb{R}^5$ 为系统的状态, $\lambda_i \in \mathbb{C}^5$ 为对应于特征值 $p_i = \sigma_i + i\omega_i$ 的特征向量, $k_i \in \mathbb{C}$ 为系统状态在特征向量 λ_i 上的分量. 对于共轭复特征值而言, 因为其对应的特征向量也满足共轭关系, 所以系统的状态均在实线性空间内.

设 n 阶矩阵 A 的不稳定特征值为 $q_j (j = 1, \dots, k)$, 稳定特征值为 $p_i (i = 1, \dots, m)$, 且 $k + m = n$. 对于任意某个特征值而言, 其对应的右特征向量为 λ (如不加说明特征向量均指右特征向量); 其对应的左特征向量为 η .

定理1 对于 n 阶矩阵 A 而言, 不同特征值对应的左右特征向量相互正交^[21], 即

$$\eta_j^H \cdot \lambda_i = 0, i \neq j,$$

其中 η_j^H 表示向量 η_j 的共轭转置.

将任意 n 阶系统的微分方程重写成分量形式, 则系统状态的微分方程将会转化为系统状态在特征向量上分量的微分方程的形式:

$$\sum_i^n \dot{k}_i \lambda_i = \sum_i^n \dot{k}_i A \lambda_i + bu = \sum_i^n \dot{k}_i p_i \lambda_i + bu. \quad (15)$$

公式(15)左乘不稳定特征值 q_j 的左特征向量 η_j^H , 根据定理1可以得到系统状态在 λ_j 上分量 k_j 的微分方程:

$$\dot{k}_j = p_j k_j + \frac{\eta_j^H b}{\eta_j^H \lambda_j} u. \quad (16)$$

从而简化为系统状态在特征向量分量 k_j 的问题. 对于实特征值 $q_j \in \mathbb{R}$ 而言, $k_j \in \mathbb{R}$, 则系统(16)为一阶系统; 对于复特征值 $q_j = \sigma_j + i\omega_j, \sigma_j, \omega_j \in \mathbb{R}$ 而言, $k_j = x_j + iy_j, x_j, y_j \in \mathbb{R}$, 可以将系统方程(16)在实数域中用2阶系统进行表示:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_j \\ \dot{y}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_j & -\omega_j \\ \omega_j & \sigma_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} u,$$

式中:

$$b_x + ib_y = \frac{\eta_j^T b}{\eta_j^T \lambda_j}.$$

高超声速飞行器系统状态的稳定性可以通过状态在特征向量上分量 k_j 的稳定性来分析, 从而将高阶系统转化为简单的1阶或2阶的反稳定模式.

对于高阶系统, 在第 i 个不稳定模态的收敛半径为 D_{Ci} , 则整个系统的稳定半径均不大于各个子模态的稳定半径, 即 $D_C \leq \min_i \{D_{Ci}\}$.

3.2 一阶模态的稳定半径(Stability radius of 1st order system)

考虑具有控制饱和和约束的一阶不稳定系统:

$$\dot{x} = \lambda x + bu, |u| \leq 1, \quad (17)$$

式中: $\lambda > 0$, 考虑系统控制量为对称约束, 不失一般性, 可以设 $b > 0$.

定义4 对于给定的一阶系统(17), 任给系统初始状态 x_0 , 控制信号 $u(t) = -1$ 作用下的状态轨迹称为 x_0 的下界轨迹, 记为 $\underline{x}(t, x_0)$; 控制信号 $u(t) = 1$ 作用下的状态轨迹称为 x_0 的上界轨迹, 记为 $\bar{x}(t, x_0)$.

在任意容许控制信号 $u \in U_a$ 作用下的状态轨迹满足:

$$\underline{x}(t, x_0) \leq x(t, x_0, u) \leq \bar{x}(t, x_0).$$

定理2 对于存在输入饱和限制的一阶不稳定系统17, 给定系统初值 $x_0 > 0 (x_0 < 0)$, 若不存在时间 $T > 0$, 满足 $\underline{x}(T, x_0) \leq 0 (\bar{x}(T, x_0) \geq 0)$, 则系统必然发散. 系统零能控区域由系统不稳定极点 λ 的大小限制, 且稳定半径为 $D_C = b/\lambda$.

证 假设系统初值 $x_0 > 0$, 系统的下界轨迹为

$$\underline{x}(t, x_0) = e^{\lambda t} \left(x_0 - \frac{b}{\lambda} \right) + \frac{b}{\lambda}. \quad (18)$$

当 $x_0 \geq b/\lambda$ 时, 对于 $\forall t > 0$, 系统的下界轨迹满足 $\underline{x}(t, x_0) \geq b/\lambda$, 系统的下界轨迹(18)是单调增的, 并且存在下确界 $b/\lambda > 0$. 在容许控制作用下, 系统在任意时刻的状态是大于下界轨迹的. 故当时间趋于无穷时, 系统的状态也趋于无穷.

当 $0 < x_0 < b/\lambda$ 时, 存在有限时间 $T = \ln b/(b - \lambda x_0)/\lambda$, 在时间区间 $t \in [0, T]$ 内施加极限控制 $u_- = -1$, 即可使得系统状态满足 $x(T, x_0, -1) = 0$. 根据定义2可知 x_0 为系统的零能控状态, 且系统的稳定半径为 b/λ . 由于系统饱和约束为对称形式, 故对于系统初始状态为负时可以得到相同结论.

当控制信号同时存在截止频率为 ω_c 的带宽约束时, 系统(17)的状态方程可以记为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \lambda x + b u_{\omega_c}, \\ \dot{u}_{\omega_c} &= -\omega_c u_{\omega_c} + \omega_c u, \end{aligned} \quad (19)$$

式中: u_{ω_c} 为在带宽 ω_c 约束条件下的容许控制信号. 重新将系统状态向量定义为: $\mathbf{x}_\omega^T = [x, u_{\omega_c}]$, 则系统的状态方程可以记为

$$\dot{\mathbf{x}}_\omega = A_\omega \mathbf{x}_\omega + b_\omega u, \quad (20)$$

式中:

$$A_\omega = \begin{bmatrix} \lambda & b \\ 0 & -\omega_c \end{bmatrix}, \quad b_\omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_c \end{bmatrix}.$$

从而将1阶带宽约束问题转化2阶无带宽约束问题.

定理 3 对于存在输入饱和限制的一阶不稳定系统17, 当系统输入信号同时存在截止频率为 ω_c 的带宽限制时, 系统的稳定半径 D_C^ω 相较于不存在带宽限制系统的稳定半径 D_C 而言有所收缩 $D_C^\omega = k D_C$, 其中 $0 < k < 1$, 且收缩比 k 为

$$k = \frac{\omega_c}{\lambda + \omega_c}. \quad (21)$$

证 考虑线性系统方程(19). 给定系统初值为 $\mathbf{x}_{\omega 0}$, 系统的下(上)界轨迹方程为

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{x}}_\omega(t, \mathbf{x}_{\omega 0}) &= e^{A_\omega t} (\mathbf{x}_{\omega 0} - A_\omega^{-1} b_\omega) + A_\omega^{-1} b_\omega, \\ \bar{\mathbf{x}}_\omega(t, \mathbf{x}_{\omega 0}) &= e^{A_\omega t} (\mathbf{x}_{\omega 0} + A_\omega^{-1} b_\omega) - A_\omega^{-1} b_\omega. \end{aligned}$$

系统的下(上)界轨迹存在鞍点平衡点 $\mathbf{x}_{\omega e} = \pm [b/\lambda \quad -1]^T$. 考虑系统下界轨迹 $\underline{\mathbf{x}}_\omega(t)$, 其对应的系统状态方程为

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ u_{\omega_c}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & \frac{b}{\lambda + \omega_c} (e^{\lambda t} - e^{-\omega_c t}) \\ 0 & e^{-\omega_c t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 - \frac{b}{\lambda} \\ u_{\omega 0} + 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b}{\lambda} \\ -1 \end{bmatrix}.$$

将稳态控制量 $u_{\omega 0}$ 作为参数对系统初始状态进行分析, 则系统状态的下界轨迹方程为

$$\underline{x}(t) = e^{\lambda t} \left(x_0 - \frac{b}{\lambda} \frac{\omega_c - u_{\omega 0}}{\lambda + \omega_c} \right) - \frac{b(u_e + 1)}{\lambda + \omega_c} e^{-\omega_c t} + \frac{b}{\lambda}. \quad (22)$$

考虑线性系统的稳态控制量 $u_{\omega 0} = 0$, 根据公式(22)可以看出: 当 $x_0 > b\omega_c/(\lambda(\lambda + \omega_c))$, 系统的下界轨迹方程, 对 $\forall t > 0$, $\underline{x}(t) > b/\lambda - b/(\lambda + \omega_c) > 0$.

根据定理2, 可以得到系统的稳定半径为

$$D_C^\omega = \frac{b}{\lambda} \frac{\omega_c}{\lambda + \omega_c}. \quad (23)$$

特别的, 当执行器的带宽 ω_c 小于系统不稳定极点 λ 的两倍时, 闭环系统的稳定半径将会缩小到 $2/3$ 以下. 同样地, 若希望稳定半径没有太大的收缩(收缩比大于 0.9), 则要求系统执行器的带宽必须要大于不稳定极点的 9 倍以上.

3.3 二阶模态的稳定半径(Stability radius of 2nd order system)

对于二阶不稳定模态, 讨论不稳定极点为一对共轭复数的情况: $\lambda_{1,2} = \sigma \pm i\omega, \omega \neq 0$. 其基本形式可以记为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma & -\omega \\ \omega & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u. \quad (24)$$

写成矩阵形式: $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + bu$.

当系统极点为一对共轭复数的情况是, 解具有周期形式. 对二阶周期方程的定性分析, 基本思想是看任意初值经过1个周期以后的情况, 引入庞加莱映射

$$P(\mathbf{x}_0) = \mathbf{x}(T, \mathbf{x}_0): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2.$$

定义以 $T = 2\pi/\omega$ 为周期, 初始相位为 ϕ_0 的周期极限控制为

$$u_T(t, \phi_0) = \text{sgn}[\sin(\omega t + \phi_0)]. \quad (25)$$

引理 1 系统的初始条件对应于周期解, 当且仅当系统初值为庞加莱映射的不动点^[33].

定理 4 系统以庞加莱映射的不动点为初值, 周期极限控制(25)作用下的系统轨迹为闭轨. 且该闭轨为系统零可控区域的边界 $\partial C^{[12]}$.

考虑初始相位为 0 , 周期为 $T = 2\pi/\omega$ 的周期极限控制信号, 则对应于初始状态 $\mathbf{x}_0$ 的庞加莱映射为

$$P(\mathbf{x}_0) = e^{A^T} \mathbf{x}_0 + (e^{A^{\frac{T}{2}}} - I)^2 A^{-1} b.$$

计算得到庞加莱映射的不动点为

$$\mathbf{x}_p = \frac{(1 + e^{\pi\sigma/\omega})}{(1 - e^{\pi\sigma/\omega})} A^{-1} b. \quad (26)$$

考虑到周期系统的闭轨关于原点对称, 因此可以

研究庞加莱映射不动点 $\mathbf{x}_p$ 在半个周期内的极限状态轨迹来研究系统的零能控区域:

$$\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_p) = [e^{At} \frac{2}{1 - e^{\pi\sigma/\omega}} - I] A^{-1} b, \quad t \in [0, \frac{T}{2}].$$

二阶系统的稳定半径 D_C 通过以庞加莱映射不动点为初值的极限状态轨迹的最小二范数进行定义:

$$\min_{t \in [0, T/2]} \|\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_p)\|_2.$$

由于存在求解超越方程根的问题, 无法给出具体的解析表达式, 只能通过数值求解计算二阶系统的稳定半径.

当系统输入信号同时存在截止频率为 ω_c 的带宽约束时, 采用和一阶系统类似的方法, 对系统的状态量进行扩维 $\mathbf{x}_\omega^T = [x_1 \ x_2 \ u_{\omega_c}]$, 得到新的系统方程为

$$\dot{\mathbf{x}}_\omega = A_\omega \mathbf{x}_\omega + b_\omega u, \quad (27)$$

式中:

$$A_\omega = \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & -\omega_c \end{bmatrix}, \quad b_\omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_c \end{bmatrix}.$$

计算得到扩维系统对应的庞加莱映射不动点为 $\mathbf{x}_{\omega p}^T = [x_p^\omega \ u_{\omega p}]$, 其中对于二阶系统而言:

$$\mathbf{x}_p^\omega = \mathbf{x}_p + K(A + \omega_c I)^{-1} b, \quad (28)$$

式中

$$K = \frac{2(e^{\pi(\sigma + \omega_c)/\omega} + 1)}{(e^{\pi\sigma/\omega} - 1)(e^{\pi\omega_c/\omega} + 1)},$$

式中: $\mathbf{x}_p$ 为没有带宽约束下的二阶系统的庞加莱不动点(26). 由公式(28)可以看出, 系统控制信号带宽 ω_c 的限制使得庞加莱映射的不动点向内部发生了偏移. 偏移轨迹见图5中的点线, 虚线表示不存在带宽限制的零能控区域, 灰色部分为存在带宽限制条件下系统的零能控区域.

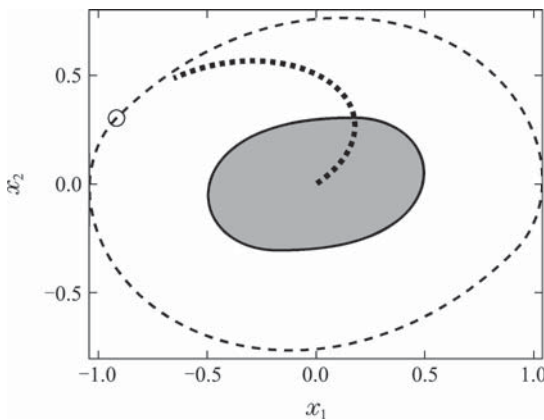


图5 带宽约束下二阶系统的零可控区域

Fig. 5 Null controllable region of 2-order system with bandwidth limitation

系统的稳定半径同样通过计算扩维系统中庞加莱映射不动点 $\mathbf{x}_{\omega p}$ 在半个周期内状态轨迹的最小二范数

进行定义:

$$\begin{aligned} \min_{t \in [0, T/2]} \|\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_{\omega p})\|_2, \\ \mathbf{x}_\omega(t, \mathbf{x}_{\omega p}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t, \mathbf{x}_{\omega p}) \\ u_\omega(t, \mathbf{x}_{\omega p}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{x}_\omega(t, \mathbf{x}_{\omega p}) = e^{A_\omega t} \mathbf{x}_{\omega p} - (I - e^{A_\omega t}) A_\omega^{-1} b_\omega. \end{aligned}$$

类似地, 采用收缩比来研究输入信号带宽限制对稳定半径带来的影响. 比例系数可以用如下关系进行近似:

$$k \approx \frac{\omega_c}{\sqrt{(\sigma + \omega_c)^2 + \omega^2}} = \frac{\bar{\omega}_c}{\sqrt{(\bar{\omega}_c - \cot \beta)^2 + 1}}, \quad (29)$$

其中: $\bar{\omega}_c = \omega_c/\omega$ 为归一化角频率, β 为阻尼角 $\cos \beta = \zeta = -\sigma/\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$. 当 $\omega = 0$ 时, 可以发现式(29)等价于(21), 对应于实极点的情况. 图6中给出了不同阻尼比下, 收缩比与归一化角频率之间的关系.

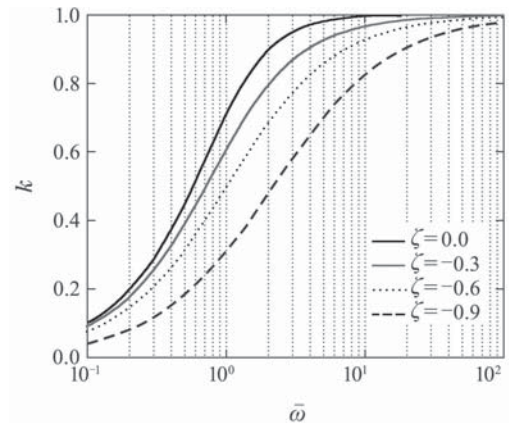


图6 不同阻尼比条件下二阶系统稳定半径收缩比与归一化角频率的关系

Fig. 6 Contraction ratio vs. normalized angular frequency with differential damping ratio

4 仿真分析(Simulation)

考虑升降舵控制通道内的高超声速短周期姿态控制系统方程:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = A_s \mathbf{x}_s + b_s u, \quad (30)$$

式中:

$$A_s = \begin{bmatrix} \frac{Z_A^\alpha}{V} & 1 \\ \frac{M_B^\alpha}{V} & 0 \end{bmatrix}, \quad b_s = \begin{bmatrix} -\frac{L^\delta}{V} \\ \frac{M_B^\delta}{V} \end{bmatrix}.$$

计算得到系统的特征值为

$$p = \frac{Z_A^\alpha - \sqrt{4V^2 M_B^\alpha + (Z_A^\alpha)^2}}{2V}, \quad (31)$$

$$q = \frac{Z_A^\alpha + \sqrt{4V^2 M_B^\alpha + (Z_A^\alpha)^2}}{2V}. \quad (32)$$

对于高超声速飞行器而言, 由于采用前体升力面的气动构型使得其稳定性导数 M_B^α 一般来说是大于零的, 所以存在不稳定实极点 q .

计算得到稳定极点 p 对应的特征向量为 λ_s , 不稳定极点 q 对应的左特征向量为 η_u

$$\begin{aligned}\lambda_s^T &= [p/M_B^\alpha \quad 1], \\ \eta_u^T &= [q \quad 1].\end{aligned}$$

考虑系统的不稳定模态, 将短周期模态转化为一阶模态分析:

$$\begin{aligned}\eta_u^T \dot{x}_s &= \eta_u^T A_s x_s + \eta_u^T b_s u, \\ \dot{k}_q &= q k_q + \frac{\eta_u^T b_s}{\eta_u^T \lambda_u} u,\end{aligned}$$

式中: λ_u 是不稳定极点 q 对应的特征向量. 根据以上结果, 可以计算得到高超声速飞行器短周期模态的稳定半径为

$$D_C = \frac{4M_B^\alpha}{\Delta^2 + 4M_B^\alpha} (M_B^\delta - \frac{L^\delta}{V} \Delta) \bar{u}, \quad (33)$$

$$\Delta = \frac{Z_A^\alpha}{V} + \sqrt{4M_B^\alpha + \left(\frac{Z_A^\alpha}{V}\right)^2}, \quad (34)$$

式中: $\bar{u}$ 为升降舵面偏转角的最大裕度. 从公式33中可以看出, 当飞行器的稳定性导数 Z_A^α , M_B^α 越小, 控制导数 M_B^δ 越大的情况下, 系统的稳定半径将会增大; 同时, 希望升降舵舵偏转造成力矩的变化 M_B^δ 要大于对升力 L^δ 的影响, 才能保证高超声速飞行器具有较强的抗扰动能力.

根据上文给出的高超声速飞行器系统闭环稳定半径的计算方法, 将飞行器在包线内的配平控制量与舵偏饱和值的关系作为控制量的幅值约束条件, 根据不稳定极点的位置计算其稳定半径. 结果如图7所示.

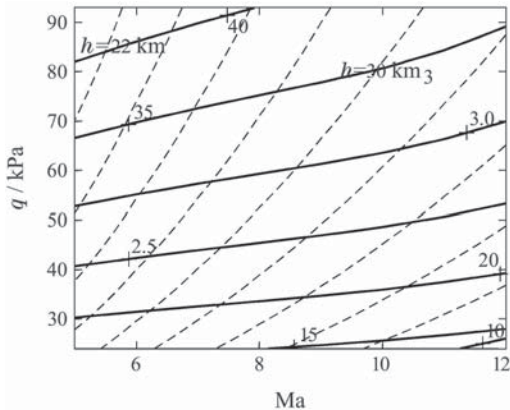


图 7 无带宽约束下高超飞行器包线内升降舵控制通道短周期模态的稳定半径

Fig. 7 Stability radius without bandwidth limitation through-out flight envelope

从图7中可以看出升降舵控制通道中由于配平舵偏在 10° 以内, 控制量裕度较大. 不稳定极点随着动压

减小而减小, 但同时配平舵偏随着动压减小而降低, 两者总和作用的结果是系统的稳定半径也随着动压减小而减小. 在恒定动压下飞行, 速度的增加会导致高超声速飞行器短周期模态的稳定半径减小, 使得系统的抗扰动能力降低.

在不考虑控制器设计的情况下, 高超声速飞行器的稳定半径确定了闭环稳定边界, 该稳定边界仅与高超声速飞行器的开环特性(不稳定极点, 其对应的左特征向量及 B 阵)和控制信号饱和裕度有关. 当闭环反馈控制器的具体形式确定的情况下, 闭环稳定区域会缩小, 并且当考虑控制信号的带宽约束条件时, 该区域将会进一步缩小, 如图8中所示. 为了验证理论分析的可靠性, 通过设计具体的闭环稳定控制器验证这一结论.

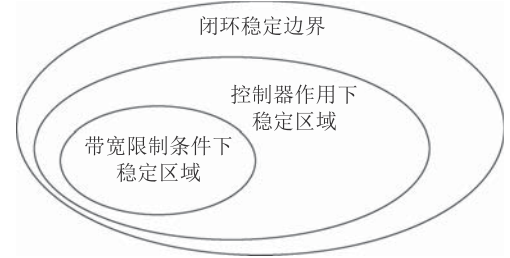


图 8 闭环稳定边界与闭环稳定区域之间的关系

Fig. 8 Relationship between closed-loop stability boundary and region

实际系统中会存在不确定性以及干扰的影响. 滑模变结构控制最主要的优点之一就是系统在进入滑动模态后, 对干扰及不确定具有不变性. 可以在很大程度上保证系统的闭环稳定性. 可以保证系统在有限时间到达滑模面, 继而在有限时间内收敛到平衡点, 从而确保闭环稳定性. 以短周期模态不稳定极点对应的左特征向量 η_u 构造变结构滑模控制的滑模面:

$$s(x_s) = \eta_u^T \cdot x_s.$$

可以得到系统的滑模控制律为

$$u(t) = -\left(\frac{\eta_u^T A_s}{\eta_u^T b_s}\right) x_s - \text{sgn}(\eta_u^T \cdot x_s). \quad (35)$$

在滑模变结构控制器的基础上增加了执行器的幅值约束与带宽限制, 进而对系统闭环特性进行仿真, 系统框图如图9所示.

采用蒙特卡洛分析方法, 选取舵机带宽为 10 Hz, 对不同初始状态(攻角、角速率)进行仿真, 研究系统闭环的稳定区域.

仿真结果如图10~11所示, 其中圆点代表在滑模变结构控制作用下可以使得系统闭环稳定的初始状态; 叉点表示在闭环控制作用下仍然无法收敛的初始状态. 虚线表示无带宽约束下的稳定半径, 实线表示带宽约束下的稳定半径. 黑线表示理论分析的稳定半径, 浅灰线表示在滑模变结构控制器作用下系统实际的

稳定半径(吸引域). λ_s 表示稳定极点对应的特征向量;
 η_u 表示不稳定极点对应的左特征向量.

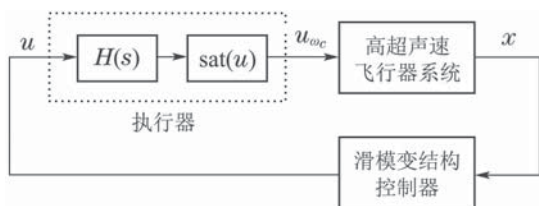


图9 控制饱和和约束及带宽限制条件下的系统仿真框图

Fig. 9 The simulation diagram with saturation constraint and bandwidth limitation

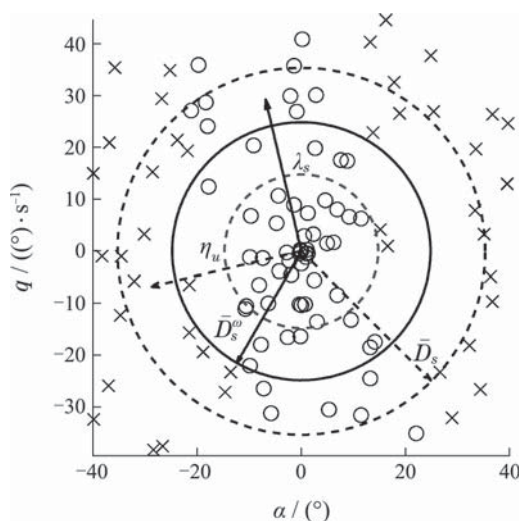


图10 无带宽约束条件下高超飞行器短周期模态的稳定区域及稳定边界

Fig. 10 Stability radius of short mode without bandwidth limitation

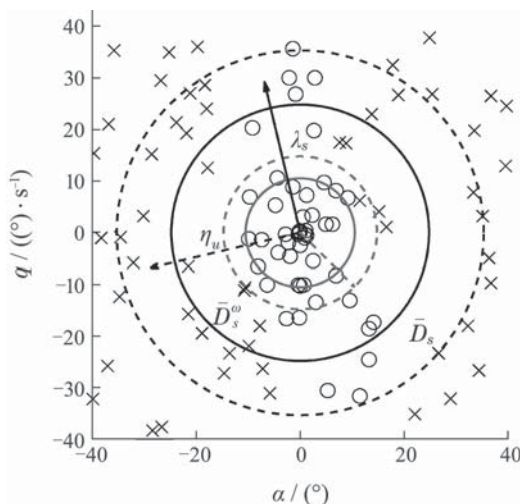


图11 带宽约束条件下高超飞行器短周期模态的稳定区域及稳定边界

Fig. 11 Stability radius of short mode with bandwidth limitation

从图10-11中结果可以看出: 系统状态在稳定极点对应的特征向量 λ_s 上具有更宽的稳定范围, 系统的稳

定性限制在不稳定极点对应的左特征向量 η_u 上, 而且不稳定极点对应的左特征向量与稳定极点对应的特征向量相互正交. 考虑到具体的控制器结构, 系统的稳定半径有大幅度的缩减, 达到两倍之多. 在控制存在带宽约束条件下, 系统的稳定半径将会进一步缩减, 这一结果验证了上文分析的结论.

从图11的带宽约束仿真结果来看, 当升降舵执行的带宽为10 Hz的情况下, 采用文中所涉及的滑模变结构控制器所能锁定的攻角范围约有 $|\alpha| < 10^\circ$, 并且系统的姿态角速率也必须限制在 $|q| < 10((^\circ) \cdot s^{-1})$, 才能确保此时的线性系统稳定. 对于实际不确定非线性系统, 这一约束条件将会更加严苛.

同样采用蒙特卡洛分析法, 对不同带宽限制的控制信号进行仿真, 验证带宽对于稳定区域的收缩比的影响. 仿真结果如图12所示.

从图12中可以看出, 当控制器的容许带宽接近并小于短周期不稳定极点的情况下, 实际的控制效果是无法保证系统闭环稳定的. 在具体控制律确定的情况下, 系统稳定半径的收缩比与不考虑控制情况下理论分析的极限情况仍然一致, 因此可以推论: 控制信号的带宽限制对于闭环稳定性的影响具有一致性, 且不依赖于具体的控制器设计.

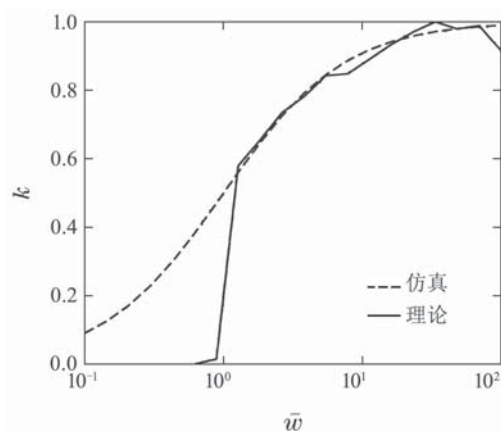


图12 仿真/理论收缩比 k 与归一化带宽的关系

Fig. 12 Comparison of contraction ratio of theoretical calculation and simulation vs. normalized bandwidth

5 结论(Conclusions)

吸气式高超声速飞行器开环不稳定系统, 需要控制器的高增益来满足闭环稳定性. 若控制信号存在幅值饱和约束, 则无法保证系统的全局稳定性. 本文通过对系统开环特性进行分析, 定量地确定了在控制信号饱和约束下的稳定边界. 通过理论分析得出: 该稳定边界与控制器的设计无关, 是由系统开环不稳定极点位置, 不稳定极点对应的左特征向量, 状态方程的 B 阵及控制量的裕度决定, 并采用稳定半径来定量地分析系统的局部稳定性.

针对于高超声速飞行器独特的短周期模态不稳定

的开环特性进行分析. 结果表明: 短周期模态的闭环稳定性(抗扰动能力)与无量纲稳定导数 Z_A^α , M_B^α 和控制导数 M_B^δ , L^δ 有关. 当飞行器的稳定性导数 Z_A^α , M_B^α 越小, 控制导数 M_B^δ 越大的情况下, 系统的稳定半径将会增大; 同时, 升降舵舵面偏转改变造成力矩的变化 M_B^δ 要大于对升力 L^δ 的影响, 才能保证高超声速飞行器具有较强的抗扰动能力.

除此之外, 考虑到吸气式高超声速飞行器快时变的动力学特性, 控制信号的速率(带宽)限制对于闭环稳定性也存在不可忽视的影响. 进一步, 当系统的作动器同时存在带宽约束条件时, 系统的稳定边界会进一步缩小, 并且缩小的程度与作动器的容许带宽和不稳定极点的位置相关. 本文通过理论分析定量地得到控制器带宽对于闭环稳定边界的影响. 并通过蒙特卡洛仿真实验, 验证了系统的稳定边界及带宽要求对于闭环稳定边界的影响. 考虑到高超飞行器静不稳定的动力学特性与舵面偏转角和带宽的限制, 分析研究与具体控制器设计无关的闭环性能边界, 对于早期考虑控制能力的飞行设计具有很高的参考价值.

参考文献(References):

- [1] LI Jianlin. *Research on the Development of Near Space Hypersonic Vehicles* [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2012: 15 – 18.
(李建林. 临近空间高超声速飞行器发展研究 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2012: 15 – 18.)
- [2] BOLENDER M A, DOMAN D B. Flight path angle dynamics of air-breathing hypersonic vehicles [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Colorado, USA: AIAA, 2006.
- [3] TORREZ S M, DRISCOLL J F, DALLE J D, et al. Hypersonic vehicle thrust sensitivity to angle of attack and mach number [C] // *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. Chicago, USA: AIAA, 2009.
- [4] LIU Xiaodong, HUANG Wanwei, YU Chunmei. Dynamic surface attitude control for hypersonic vehicle containing extended state observer [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(8): 916 – 922.
(刘晓东, 黄万伟, 禹春梅. 含扩张状态观测器的高超声速飞行器动态面姿态控制 [J]. 宇航学报, 2015, 36(8): 916 – 922.)
- [5] TORREZ S M, SCHOLTEN N A, MICKA D J, et al. A scramjet engine model including effects of precombustion shocks and dissociation [C] // *The 44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. Hartford, CT: AIAA, 2008.
- [6] SRIDHARAN S, RODRIGUEZ A A. Performance based control-relevant design for scramjet-powered hypersonic vehicles [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Minneapolis, USA: AIAA, 2012.
- [7] SCHMITENDORF W E, BARMISH B R. Null controllability of linear systems with constrained controls [J]. *SIAM Journal on control and Optimization*, 1980, 18(4): 327 – 345.
- [8] GOMAN M G, DEMENKOV M N. Computation of controllability regions for unstable aircraft dynamics [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(4): 647 – 656.
- [9] KOUVARITAKIS B, GOSSNER J R, ROSSITER J A. A priori stability conditions for an arbitrary number of unstable poles [J]. *Automatica*, 1996, 32(10): 1441 – 1446.
- [10] LIU D, MICHEL A N. Null controllability of systems with control constraints and state saturation [J]. *Systems & Control Letters*, 1993, 20(2): 131 – 139.
- [11] GOMAN M G, DEMENKOV M N. Computation of controllability regions for unstable aircraft dynamics [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(4): 647 – 656.
- [12] HU T S. *Analysis and design of control systems with saturating actuators* [D]. Virginia: University of Virginia, 2001.
- [13] HU T S, LIN Z L, QIU L. An explicit description of null controllable regions of linear systems with saturating actuators [J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 47(1): 65 – 78.
- [14] HU T S, LIN Z L, QIU L. Stabilization of exponentially unstable linear systems with saturating actuators [J]. *Automatic Control*, 2001, 46(6): 973 – 979.
- [15] HUA Ruhao, YE Zhengyin. Multidisciplinary dynamics modeling and analysis of a generic hypersonic vehicle [J]. *Acta Aeronautica*, 2015, 36(1): 346 – 356.
(华如豪, 叶正寅. 吸气式高超声速飞行器多学科动力学建模 [J]. 航空学报, 2015, 36(1): 346 – 356.)
- [16] ZHANG Xibin, ZONG Qun, ZENG Fanlin. Control-oriented modeling and analysis of a hypersonic vehicle with coupled aerodynamic-propulsion-elastic [J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35(5): 528 – 536.
(张希彬, 宗群, 曾凡琳. 考虑气动—推进—弹性耦合的高超声速飞行器面向控制建模与分析 [J]. 宇航学报, 2014, 35(5): 528 – 536.)
- [17] YU Jia, YANG Pengfei, YAN De. Influence analysis of hypersonic flight vehicle model uncertainty [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(1): 192 – 200.
(郁嘉, 杨鹏飞, 严德. 高超声速飞行器模型不确定性影响分析 [J]. 航空学报, 2015, 36(1): 192 – 200.)
- [18] LUO Jianjun, CHANG Jiang, WANG Zhanglei, et al. State feedback control for gliding hypersonic vehicle in wide flight envelope [J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35(2): 192 – 199.
(罗建军, 常江, 王章磊, 等. 滑翔式高超声速飞行器大包线状态反馈控制 [J]. 宇航学报, 2014, 35(2): 192 – 199.)
- [19] HUANG Lin, DUAN Zhisheng, YANG Jianying. Challenges of control science in near space hypersonic aircrafts [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 28(10): 1496 – 1505.
(黄琳, 段志生, 杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战 [J]. 控制理论与应用, 2012, 28(10): 1496 – 1505.)
- [20] STEIN G. Respect the unstable [J]. *IEEE Control Systems*, 1989, 23(4): 12 – 25.
- [21] LU Yuping, CHEN Boyi, LIU Yanbin, et al. Control relevant design optimization for air-breathing hypersonic vehicle considering performance limitation [J]. *Control Theory & Applications*, 2014(12): 1695 – 1706.
(陆宇平, 陈柏屹, 刘燕斌, 等. 吸气式高超声速飞行器考虑控制约束的设计优化 [J]. 控制理论与应用, 2014(12): 1695 – 1706.)
- [22] OPPENHEIMER M W, DOMAN D B. Control of an unstable, nonminimum phase hypersonic vehicle model [C] // *2006 IEEE Aerospace Conference*. Montana, USA: IEEE, 2006.
- [23] SRIDHARAN S, RODRIGUEZ A A. Impact of control specifications on vehicle design for scramjet-powered hypersonic vehicles [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*. Boston, USA: AIAA, 2013.
- [24] LI Jing, ZUO Bin, DUAN Miyi, et al. Adaptive terminal sliding mode control for air-breathing hypersonic vehicles under control input constraints [J]. *Acta Aeronautica*, 2012, 33(2): 220 – 233.
(李静, 左斌, 段沐毅, 等. 输入受限的吸气式高超声速飞行器自适应Terminal滑模控制 [J]. 航空学报, 2012, 33(2): 220 – 233.)
- [25] WANG Qing, WU Zhendong, DONG Chaoyang, et al. Anti-saturation robust adaptive switching control scheme of a hypersonic flight vehicle [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and*

- Astronautics*, 2013, 39(11): 1470 – 1474.
(王青, 吴振东, 董朝阳, 等. 高超声速飞行器抗饱和鲁棒自适应切换控制 [J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(11): 1470 – 1474.)
- [26] ZHAO X D, XUE A. Null-controllable region of linear systems with input amplitude and rate constraints [C] // *2005 IEEE Conference on Control Applications*. Toronto, Canada: CCA, 2005.
- [27] HU T, PITSILLIDES A N, LIN Z. Null controllability and stabilization of linear systems subject to asymmetric actuator saturation [C] // *Proceedings of the 39th IEEE Conference on, Decision and Control*. Sydney, Australia: IEEE, 2000.
- [28] CAO Y Y, LIN Z L, HU T S. Stability analysis of linear time-delay systems subject to input saturation [J]. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(2): 233 – 240.
- [29] SCIBILE L, KOUVARITAKIS B. Stability region for a class of open-loop unstable linear systems: Theory and application [J]. *Automatica*, 2000, 36(1): 37 – 44.
- [30] XIAO Dibo, LIU Yanbin, LU Yuping, et al. Optimization design of integrated control for hypersonic vehicles [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013, 45(6): 752 – 762.
(肖地波, 刘燕斌, 陆宇平, 等. 高超声速飞行器控制一体化优化设计 [J]. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(6): 752 – 762.)
- [31] GUAN Xiaohui, LI Zhanke, SONG Bifeng. A study on CST aerodynamic shape parameterization method [J]. *Acta Aeronautica*, 2012, 33(4): 625 – 633.
(关晓辉, 李占科, 宋笔锋. CST气动外形参数化方法研究 [J]. 航空学报, 2012, 33(4): 625 – 633.)
- [32] XIAO Dibo, LU Yuping, LIU Yanbin, et al. Adaptive control law design using guardian maps theory for hypersonic vehicles [J]. *Acta Aero-nautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(10): 3327 – 3337.
(肖地波, 陆宇平, 刘燕斌. 应用保护映射理论的高超声速飞行器自适应控制律设计 [J]. 航空学报, 2015, 36(10): 3327 – 3337.)
- [33] TESCHL G. *Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems* [M]. Beijing: China Machine press, 2011: 224.
(泰休. 常微分方程与动力系统 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2011: 224.)

作者简介:

陈柏屹 (1989–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为高超声速飞行器一体化设计与优化, E-mail: chenboyi1989@nuaa.edu.cn;

刘燕斌 (1980–), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为高超声速飞行器控制, E-mail: liuyb@nuaa.edu.cn;

雷 灏 (1990–), 女, 博士研究生, 目前研究方向为大柔性飞行器建模与控制, E-mail: leihao@nuaa.edu.cn;

沈海东 (1991–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为高超声速飞行器弹性建模与系统分析, E-mail: Rany.shen@126.com;

陆宇平 (1957–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为高超声速飞行器精确控制、智能变形体控制技术、网络化控制系统理论与应用, E-mail: yplac@nuaa.edu.cn.