

基于干扰观测器的一类奇异系统 H_∞ 控制

蔡 壮^{1†}, 张国良¹, 宋海涛¹, 田 琦²

(1. 火箭军工程大学 控制工程系, 陕西 西安 710025; 2. 火箭军工程大学 理学院, 陕西 西安 710025)

摘要: 提出了一种基于干扰观测器的奇异系统鲁棒 H_∞ 控制方法. 外部干扰广泛存在于奇异系统中, 为了降低其对系统的影响, 设计了一种奇异系统干扰观测器以估计系统干扰. 然后给出闭环系统相容的条件, 设计一种基于干扰观测器的鲁棒控制器, 并基于李雅普诺夫稳定性理论证明了闭环系统的渐近稳定性, 通过设计指标函数得到闭环系统具有鲁棒性能的条件. 相对于传统鲁棒控制方法, 基于干扰观测器的方法降低了系统设计的保守性. 最后, 通过仿真实验验证了所提出方法的正确性和有效性.

关键词: 奇异系统; 干扰观测器; 鲁棒控制; 抗干扰

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

H-infinity control for a class of singular systems via disturbance observer based control method

CAI Zhuang^{1†}, ZHANG Guo-liang¹, SONG Hai-tao¹, TIAN Qi²

(1. Department of Control Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi 710025, China;
2. College of Science, Rocket Force University of Engineering, Xi'an Shaanxi 710025, China)

Abstract: A new H-infinity control method for singular systems via disturbance observer based control (DOBC) is proposed. External disturbance widely exist in singular systems, to reduce their effect on system performance, a disturbance observer is constructed for singular systems to estimate disturbance and parameters perturbation within the system, the convergence of disturbance observer is guaranteed by singular system admissibility principle. Then, the robust controller based on the disturbance observer is proposed, the stability and robust capability of the system is guaranteed by Lyapunov stability theory, the condition of closed loop stable system to have robust capability is derived by designed index function. Compared with the traditional robust method, the DOBC method is less conservative. Finally, an example is given to show the correctness and effectiveness of proposed method.

Key words: singular systems; disturbance observer; robust control; disturbance rejection

1 引言(Introduction)

奇异系统也称为广义系统、隐式系统和微分代数系统, 广泛存在于电力、经济、航空和化学工业系统中^[1-6]. 近年来, 有很多学者开展了奇异系统控制问题的研究工作. 文献[7]研究了一类奇异系统的 H_∞ 控制问题, 首先给出状态反馈和输出反馈解决 H_∞ 控制问题的充分条件, 然后基于两个Hamilton-Jacobi 不等式和一个弱耦合条件给出输出反馈实现 H_∞ 控制的必要条件. 文献[8]针对一类奇异系统中的结构和非结构不确定性, 分别设计了两种自适应鲁棒控制方法, 第1种控制方法使闭环奇异系统具有渐近稳定性和鲁棒性, 第2种方法针对更一般的情形, 使系统在获得稳定性的同时避免诸如未建模动态带来的参数漂移等潜在问题的影响. 文献[9]研究了一类奇异系统的耗散控制

问题, 首先基于李雅普诺夫稳定性理论给出了系统严格耗散的充分条件, 然后设计一种状态反馈控制器. 还有众多国内外学者开展了相关研究工作, 如奇异系统的稳定性分析问题^[10]、观测器设计和滤波问题^[11-12]、输出调节问题^[13-14]、鲁棒控制问题^[7-8, 15]等等. 由于奇异系统的复杂性, 相关研究工作一直是控制理论研究的热点和难点, 许多问题需要进一步研究.

系统不确定因素包括外部干扰、未建模动态和参数摄动等, 广泛存在于各类工程系统中, 也包括奇异系统. 一般说来, 这些系统的稳定性和控制性能受到系统干扰的严重影响, 因此抗干扰方法对奇异系统的控制设计具有重要意义. 近年来, 基于干扰观测器的控制设计方法已经广泛应用于具有干扰的系统^[16-18]. 基于干扰观测器的系统控制设计分为两个过程: 首先

对无干扰的系统设计标称控制器,考虑系统在无干扰情况下的系统稳定性和期望的系统性能;其次是干扰衰减,即设计干扰观测器估计外部干扰并通过合适的反馈补偿干扰的影响^[19].不同于其他的鲁棒控制方法,基于干扰观测器的控制设计方法具有两个显著的特点:①基于干扰观测器的补偿相当于在原有控制器上“打补丁”,使系统获得好的稳定性和控制性能;②基于干扰观测器的控制设计更具有一般性,克服了基于“最坏情况”鲁棒控制方法的保守性^[20].

与一般的线性或者非线性系统干扰观测器设计方法不同,奇异系统在进行干扰观测器设计时,还需要考虑干扰观测器的相容性,即保证干扰观测器能够跟踪系统干扰,同时不给原有系统造成脉冲干扰.虽然针对具有干扰和不确定性的奇异系统,一些学者提出了很多种鲁棒控制方法^[7-8, 15, 21-22],但是基于干扰观测器的控制设计方法只在文献[23]中关于马尔科夫跳变奇异系统进行控制设计时有所涉及,受此启发但又与此文方法不同,作者针对一类奇异系统设计了一种不同类型的干扰观测器,同时进行系统鲁棒控制设计.

本文提出一种基于干扰观测器的奇异系统鲁棒控制方法,用于具有干扰和不确定性的奇异系统的控制设计.首先参考已有的正常线性系统和非线性系统干扰观测器设计方法,设计了一种适用于奇异系统的干扰观测器.基于干扰观测器的鲁棒控制器首先保证闭环系统渐进稳定,在此基础上,通过设计性能指标函数,得到系统具有鲁棒性的线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)条件.本文最后,利用具有干扰的奇异系统进行仿真实验,实验结果证明了本文方法的正确性和有效性.

2 系统描述(System description)

考虑如下具有干扰的一类奇异系统:

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + d(t)] + G\omega(t), \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $u \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入向量, $d(t)$ 是系统中缓慢变化的未知干扰输入, $\omega(t)$ 是相对系统状态较小的干扰变量,用小幅值连续函数表示. $E \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是奇异矩阵,即 $\text{rank}(E) = r < n$. A , B 和 G 是具有适当维数的实数矩阵.

注 1 误差和干扰广泛地存在实际系统中,本文中 $d(t)$ 表示的是与系统控制输入同一通道内的匹配干扰和系统误差,这些误差和干扰通常是常值或者缓慢变化的变量,即 $\dot{d}(t) = 0$.

定义 1 如果存在复数 s 使得 $\det(sE - A) \neq 0$, 则称矩阵对 (E, A) 是正则的; 如果 $\deg(\det(sE - A)) = \text{rank}(E)$, 则称矩阵对 (E, A) 是无脉冲的; 如果矩阵对 (E, A) 同时正则、稳定且无脉冲, 则称它是容许的^[1, 6].

引理 1 (Schur补引理) 对于给定的对称矩阵

$$Q_1 = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ * & S_{22} \end{bmatrix},$$

其中 $S_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$. 以下3个条件是等价的^[24]:

- 1) $S < 0$;
- 2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;
- 3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$.

引理 2 矩阵对 (E, A) 是容许的, 当且仅当存在矩阵 $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 使得^[25]

$$E^T X = X^T E \geq 0,$$

$$A^T X + X^T A < 0.$$

假设 1 奇异系统(1)满足正则条件.

本文的主要工作是: 在系统存在干扰的情况下, 设计干扰观测器估计系统干扰, 然后利用干扰观测器设计鲁棒控制器, 保证闭环系统渐近稳定且具有鲁棒性能.

图1所示为控制系统整体框图, 图1中系统控制器 u 包含两个部分: 干扰观测器的输出项和状态反馈控制项.

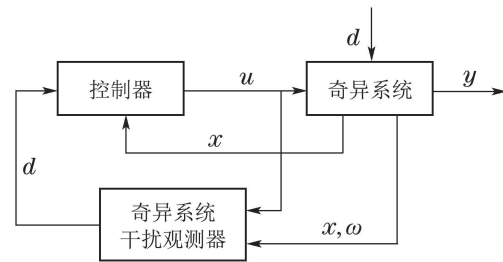


图 1 控制系统框图

Fig. 1 The block diagram of control system

3 奇异系统的干扰观测器设计(Disturbance observer design of singular systems)

文献[23]中将奇异系统干扰观测器与原系统组成混合系统, 同时分析混合系统的相容性和鲁棒性能, 本文方法与此不同. 本文把奇异系统的干扰观测器设计独立出来, 降低了系统分析的复杂程度, 同时增加了系统设计的灵活性.

已有的文献对系统进行 H_∞ 控制设计时, 把慢变干扰归入系统的“最坏情况”, 这增加了系统设计的保守性, 因此基于干扰观测器的方法具有明显的优越性.

参考文献[16-18], 对奇异系统(1)设计如下的干扰观测器:

$$\begin{cases} E\dot{p} = -lBp - l[lBx + Ax + Bu + G\omega], \\ \hat{d}(t) = p(t) + lx(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\hat{d}(t)$, $p(t)$ 和 $l > 0$ 分别是系统的未知干扰估计值, 观测器状态向量和观测器增益.

引理3 如果矩阵对 (E, \tilde{B}) 是容许的, 即

$$E^T P = P^T E \geq 0, \quad (3)$$

$$\tilde{B}^T P + P^T \tilde{B} < 0, \quad (4)$$

其中 $\tilde{B} = -B$, 那么干扰观测器(2)能够渐近跟踪系统干扰, 而且跟踪误差动态系统是相容的.

证 定义干扰观测误差:

$$e(t) = d(t) - \hat{d}(t). \quad (5)$$

由干扰观测器(2)可以得到

$$\dot{e}(t) = \dot{d}(t) - \dot{\hat{d}}(t) = -\dot{p}(t) - l\dot{x}(t).$$

根据干扰观测误差的定义(5), 可以得到

$$Be(t) = Bd(t) - B\hat{d}(t). \quad (6)$$

把系统(1)和干扰观测器(2)代入到式(6), 得到

$$\begin{aligned} Be(t) &= E\dot{x} - Ax - Bu - Bp - lBx - G\omega = \\ &E\dot{x} - [Ax + Bu + lBx + G\omega] + \\ &E\dot{p}/l + [lBx + Ax + Bu + G\omega] = \\ &E\dot{x} + E\dot{p}/l = \\ &E\dot{x} + E[-\dot{e}/l - \dot{x}]. \end{aligned}$$

最后得到 $Be(t) = -E\dot{e}(t)/l$, 即 $E\dot{e} = -lBe(t)$. 当矩阵对 (E, \tilde{B}) 容许时, 即式(3)–(4)同时成立, 由奇异系统相容原理可知, 干扰观测误差渐近趋于零.

注2 在本文中, 矩阵 B 是与矩阵 E 同阶的矩阵, 在有些系统中, 输入矩阵是向量形式 b , 假设 $b = [b_1 \ b_2]^T$, 则可以通过如下形式变换为本文形式:

$$bu(t) = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}.$$

4 基于干扰观测器的鲁棒 H_∞ 控制(Robust H_∞ control based on disturbance observer)

基于干扰观测器的奇异系统鲁棒控制可以描述为: 针对奇异系统(1), 设计干扰观测器(2)和控制器使得当 $\omega(t) = 0$ 时闭环系统渐近稳定; 当 $\omega(t)$ 存在时闭环系统满足引理3中的条件, 同时在零初始条件下以下的不等式成立:

$$\|z(t)\|_2 < \gamma \|\omega(t)\|_2,$$

其中: $\omega(t)$ 是系统中已知的小幅值干扰, $\gamma > 0$ 是指定的常数. 引理3给出了干扰观测器观测误差系统相容的充分条件, 即式(3)–(4)同时成立, 当该条件满足时, 干扰观测器系统是稳定无脉冲的. 基于干扰观测器的系统控制器设计为

$$u(t) = -\hat{d}(t) + Kx(t). \quad (7)$$

把控制律(7)代入系统(1), 闭环系统可以描述为

$$E\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + Be(t) + G\omega(t). \quad (8)$$

名义系统为

$$E\dot{x}(t) = (A + BK)x(t). \quad (9)$$

注3 在这种基于干扰观测器的控制设计下, 干扰 $d(t)$ 通过 $\hat{d}(t)$ 被补偿, 而状态反馈 $Kx(t)$ 保证动态系统相容, 同时使系统满足期望的性能指标; 鲁棒控制通过抑制系统中的小幅值干扰 $\omega(t)$ 使系统获得干扰衰减性能.

首先给出在不考虑干扰 $\omega(t)$ 的影响时, 闭环系统渐近稳定的条件.

定理1 对于系统(1)和相容干扰观测器(2), 如果存在正定矩阵 P 和函数 $U(x)$ 使得:

1) 观测器跟踪误差满足

$$\|e(t_1) - e(t_2)\| \leq \|U(x(t_1) - x(t_2))\|. \quad (10)$$

2) 下面的矩阵不等式成立:

$$E^T P = P^T E \geq 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma & P^T B \\ B^T P & -\lambda^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

其中: $\lambda \in \mathbb{R}$, 控制器增益 $K = B^T P$, $\Gamma = (A + BK)^T P + P^T (A + BK) + \lambda^2 U^T U$, 则系统(1)在控制律(7)的作用下渐近稳定.

证 根据引理1由式(12)可以得到 $\Gamma < 0$, 则

$$(A + BK)^T P + P^T (A + BK) < 0. \quad (13)$$

结合式(11), 根据引理1可知名义系统(9)相容, 即闭环系统在误差 $e(t) = 0$ 和干扰 $\omega(t) = 0$ 时满足正则、稳定和零脉冲.

构造如下的李雅普诺夫函数:

$$\begin{aligned} V(t) &= x^T(t)E^T P x(t) + \\ &\lambda^2 \int_0^t [\|Ux(\tau)\|^2 - \|e(\tau)\|^2] dt. \end{aligned} \quad (14)$$

对式(14)求导得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(x, t) &= \\ &\dot{x}^T E^T P x + x^T E^T P \dot{x} + \lambda^2 [\|Ux\|^2 - \|e\|^2] = \\ &x^T [(A + BK)^T P + P^T (A + BK)] x + \\ &e^T B^T P x + x^T P^T B e + \lambda^2 x^T U^T U x - \lambda^2 e^T e = \\ &\bar{x}^T Q_1 \bar{x}, \end{aligned}$$

其中: $\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$, $Q_1 = \begin{bmatrix} \Gamma & P^T B \\ B^T P & -\lambda^2 I \end{bmatrix}$.

由李雅普诺夫稳定性理论可知, 当 $Q_1 < 0$ 时, 可以得到 $\dot{V}(x, t) < 0$, 闭环系统在不考虑干扰 $\omega(t)$ 的影响时渐近稳定. 证毕.

下一步给出系统在干扰 $\omega(t)$ 的影响下, 闭环系统干扰衰减的条件.

定理 2 对于系统(1)和干扰观测器(2), 以及鲁棒控制器(7), 如果存在正定矩阵 P 满足如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Pi & P^T B & P^T G & \sqrt{2}P^T B \\ * & -\lambda^2 I & 0 & 0 \\ * & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ * & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

其中: $\Pi = A^T P + P^T A + \lambda^2 U^T U + C^T C$, 控制器增益 $K = B^T P$, 则系统输出 $z(t)$ 满足 $\|z(t)\|_2 < \gamma \|\omega(t)\|_2$.

证 定义指标函数

$$J(t) = V(t) + \int_0^t (\|z\|^2 - \gamma^2 \|\omega\|^2) dt, \quad (16)$$

其中 γ 为大于零的常数.

定义辅助函数 $W(t)$, 在零初始条件下满足

$$J(x(t)) = \int_0^t W(t) d\tau. \quad (17)$$

由式(16)–(17)可以得到

$$\begin{aligned} W(x, t) = & \dot{V}(x, t) + \|z(t)\|^2 - \gamma^2 \|\omega(t)\|^2 = \\ & x^T [(A + BK)^T P + P^T (A + BK)] x + \\ & e^T B^T P x + \omega^T G^T P x + x^T P^T B e + x^T P^T G \omega + \\ & \lambda^2 x^T U^T U x - \lambda^2 e^T e + x^T C^T C x - \gamma^2 \omega^T \omega = \\ & x^T (A^T P + P^T A + 2P^T B B^T P) x + \\ & e^T B^T P x + \omega^T G^T P x + x^T P^T B e + x^T P^T G \omega + \\ & \lambda^2 x^T U^T U x - \lambda^2 e^T e + x^T C^T C x - \gamma^2 \omega^T \omega = \\ & \tilde{x}^T Q_2 \tilde{x}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ e \\ \omega \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} A & P^T B & P^T G \\ B^T P & -\lambda^2 I & 0 \\ G^T P & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$$\Lambda = x^T (A^T P + P^T A + 2P^T B B^T P) x + \lambda^2 U^T U + C^T C.$$

由式(18)可知, 当矩阵 $Q_2 < 0$ 时, $W(x, t) < 0$, 进而得到 $J(t) < 0$, 由式(16)中 $V(t) \geq 0$ 可知 $\|z(t)\|^2 - \gamma^2 \|d(t)\|^2 < 0$, 即 $\|z(t)\|_2 < \gamma \|d(t)\|_2$.

根据引理1可知, $Q_2 < 0$ 等价于式(15)成立. 同时 $Q_2 < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} \Gamma & P^T B & 0 & C^T \\ B^T P & -\lambda^2 I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ C & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

由式(19)可以得到式(12)成立. 证毕.

注 4 求解矩阵 P 时, 需要满足的不等式包括式(3)–(4)和式(15). 为了能够利用LMI求解矩阵 P , 需要对它作如下变换:

$$\bar{P} = U^{-T} P H = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix},$$

其中 U 和 H 是两个可逆矩阵满足

$$\bar{E} = U E H = \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}.$$

由式(3)可以得到

$$\bar{E}^T \bar{P} = H^T E^T U^T U^{-T} P H = H^T P^T U^{-1} U E H = \bar{P}^T \bar{E}.$$

由 H 是可逆矩阵可以得到

$$\begin{aligned} \bar{E}^T \bar{P} = \bar{P}^T \bar{E} \geq 0 & \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \bar{P}_{11} = \bar{P}_{11}^T \geq 0, \bar{P}_{12} = 0 & \Rightarrow \bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & 0 \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

进一步, 可以得到

$$\begin{aligned} P = U^T \bar{P} H^{-1} = U^T \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & 0 \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} H^{-1} = \\ U^T \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} \\ 0 \end{bmatrix} U U^{-1} \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix} H^{-1} + \\ U^T \begin{bmatrix} 0 \\ I_{n-r} \end{bmatrix} N^{-1} N \begin{bmatrix} \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} H^{-1} = \\ Z E + L Y, \end{aligned}$$

其中: $Z = U^T \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} \\ 0 \end{bmatrix} U$, $Y = N \begin{bmatrix} \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} H^{-1}$, L 满足 $E^T L = 0$, 而且 $L = U^T \begin{bmatrix} 0 \\ I_r \end{bmatrix} N^{-1}$. 即在满足式(3)的基础上只需求解矩阵 Z 和 Y 就可以得到矩阵 P .

5 仿真算例(Simulation example)

为了验证本文方法的有效性, 下面对本文中的奇异系统进行仿真实验.

设文中各系数矩阵取值如下:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$U = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \gamma = 0.1,$$

$$l = \lambda = 1, P = \begin{bmatrix} 0.4513 & 0.0698 & 0 \\ 0.0698 & 0.3198 & 0 \\ 0.0758 & 0.0362 & 0.5124 \end{bmatrix}.$$

假设 $\omega(t) = [0.1 \sin(0.1t) \ 0.1 \cos(0.1t)]^T$. 干扰观测值为 $\hat{d} = [d_{s1} \ d_{s2}]^T$, 奇异系统状态初始值为 $x(0) = [0.5 \ -0.5 \ 0]^T$.

系统干扰 d_1, d_2 及其干扰观测量 d_{s1}, d_{s2} 的变化曲线如图2所示, 在初始时刻以及 $t = 10$ s干扰发生突变时, 干扰观测器完全能够快速跟踪干扰的变化. 系统状态响应曲线如图3-5所示, 图中 x_1, x_2, x_3 是在本文设计方法下的系统状态变化曲线, 可以看出系统状态渐近趋近于零; rx_1, rx_2, rx_3 是在同等系统参数条件下不使用干扰观测器时的系统状态变化曲线, 很明显在干扰影响下, 系统状态量存在偏移.

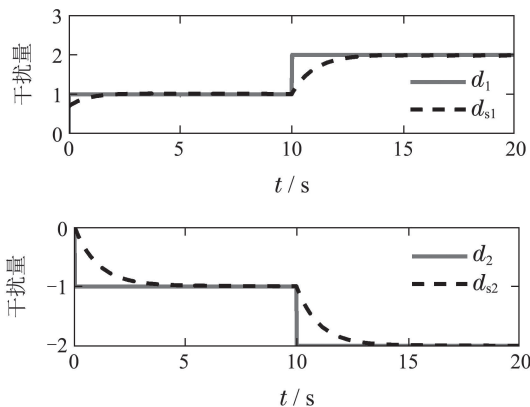


图2 系统干扰及其估计

Fig. 2 Disturbance and its estimation

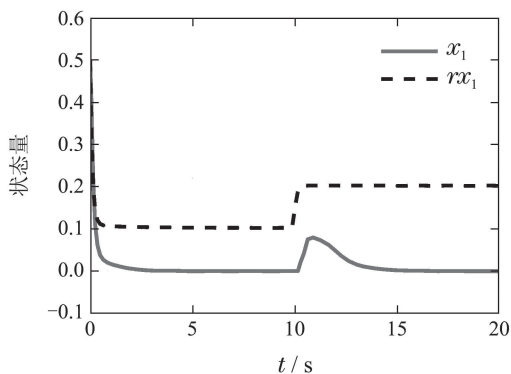


图3 系统状态变化曲线

Fig. 3 System state curve

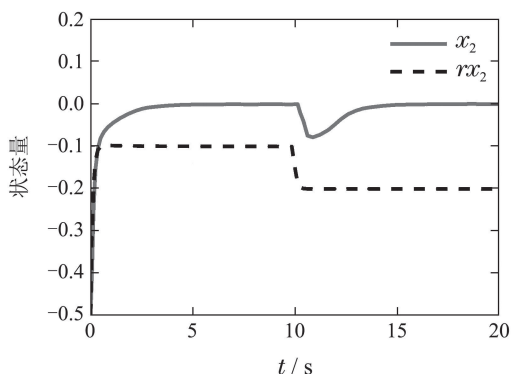


图4 系统状态变化曲线

Fig. 4 System state curve

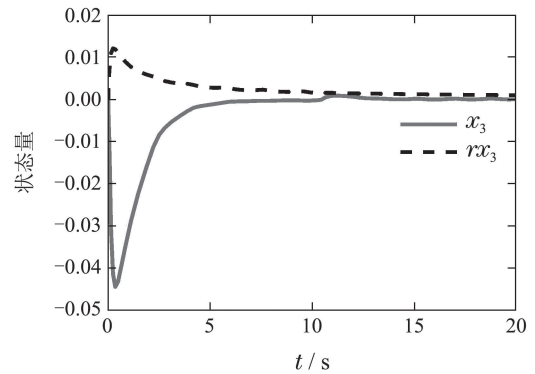


图5 系统状态变化曲线

Fig. 5 System state curve

另外, 传统的奇异系统鲁棒控制方法把慢变干扰归入系统的“最坏情况”, 增大了系统干扰上界, 相对于本文方法明显具有保守性.

6 结论(Conclusions)

本文针对一类具有干扰的线性奇异系统, 创新性地提出了一种基于干扰观测器的鲁棒控制设计方法, 这种方法与文献[23]基于干扰观测器的系统设计方法不同, 把干扰观测器的设计独立出来, 增加了系统设计的灵活性. 然后基于李雅普诺夫稳定性理论证明了闭环系统的渐近稳定性, 同时推导出使系统具有鲁棒性能的LMI条件. 最后通过仿真实验证明了本文方法的正确性和有效性. 本文的方法丰富了奇异系统鲁棒控制的内容, 具有一定的借鉴意义.

参考文献(References):

- [1] DAI L. *Singular Control Systems* [M]. Berlin, Germany: Springer, 1989.
- [2] LUENBERGER D G. Dynamics equation in descriptor form [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(3): 312 – 321.
- [3] VERGHESE G C, LEVY B, KAILATH T. A generalized state-space for singular systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(4): 811 – 831.
- [4] DUAN Guangren, WU Aiguo. Design of disturbance decoupling observer for linear descriptor systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(1): 123 – 126. (段广仁, 吴爱国. 广义线性系统的干扰解耦观测器设计 [J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(1): 123 – 126.)
- [5] LU Renquan, SU Hongye, XUE Anke, et al. *Robust Control Theory of Singular Systems* [M]. Beijing: Science Press, 2008. (鲁仁全, 苏宏业, 薛安克, 等. 奇异系统的鲁棒控制理论 [M]. 北京: 科学出版社, 2008.)
- [6] DUAN Guangren, YU Haihua, WU Aiguo, et al. *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems* [M]. Beijing: Science Press, 2012. (段广仁, 于海华, 吴爱国, 等. 广义线性系统分析与设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.)
- [7] WANG H S, YUNG C F, CHANG F R. H_∞ control for nonlinear descriptor systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1919 – 1925.
- [8] XU J X, JIA Q W, LEE T H. Adaptive robust control schemes for a class of nonlinear uncertain descriptor systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2000, 47(6): 957 – 962.

- [9] ZHOU J, ZHANG Q, LI J, et al. Dissipative control for a class of nonlinear descriptor systems [J]. *International Journal of Systems Science*, 2014, 46(1): 1 – 12.
- [10] YANG C, SUN J, ZHANG Q, et al. Lyapunov stability and strong passivity analysis for nonlinear descriptor systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, I: Regular Papers*, 2013, 60(4): 1003 – 1012.
- [11] ZIMMER G, MEIER J. On observing nonlinear descriptor systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1997, 32(1): 43 – 48.
- [12] ALIYU M D S, BOUKAS E. H_∞ filtering for nonlinear singular systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, I: Regular Papers*, 2012, 59(10): 2395 – 2403.
- [13] HUANG J, FENG J. Impulse-free output regulation of singular nonlinear systems [J]. *International Journal of Control*, 1998, 71(5): 789 – 806.
- [14] PANG S, HUANG J, BAI Y. Robust output regulation of singular nonlinear systems via a nonlinear internal model [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(2): 222 – 228.
- [15] GUO L, MALABRE M. Robust H_∞ control for descriptor systems with nonlinear uncertainties [J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(12): 1254 – 1262.
- [16] CHEN W H. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2003, 26(1): 161 – 166.
- [17] GINOYA D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(4): 1983 – 1992.
- [18] YANG J, LI S, YU X. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(1): 160 – 169.
- [19] CHEN W H. Disturbance observer based control for nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 2004, 9(4): 706 – 710.
- [20] YANG J, CHEN W H, LI S. Nonlinear disturbance observer-based robust control for systems with mismatched disturbances/uncertainties [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2011, 5(18): 2053 – 2062.
- [21] BARA G I. Robust analysis and control of parameter-dependent uncertain descriptor systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(1): 356 – 364.
- [22] XU Shengyuan, NIU Yugang, YANG Chengwu. Robust control for singular systems with parameter uncertainty [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2001, 27(3): 397 – 400.
(徐胜元, 牛玉刚, 杨成梧. 参数不确定性奇异系统的鲁棒 H_∞ 控制 [J]. *自动化学报*, 2001, 27(3): 397 – 400.)
- [23] YAO X, ZHU L, GUO L. Disturbance-observer-based control & H_∞ control for non-linear Markovian jump singular systems with multiple disturbances [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(16): 1689 – 1697.
- [24] YU Li. *Robust Control — LMI Method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
(俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.)
- [25] MASUBUCHI I, KAMITANE Y, OHARA A, et al. H_∞ control for descriptor systems: a matrix inequalities approach [J]. *Automatica*, 1997, 33(4): 669 – 673.

作者简介:

蔡 壮 (1989–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为奇异系统的分析与设计, E-mail: caiz_summer@163.com;

张国良 (1970–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为先进控制理论与应用、机器人技术, E-mail: zhgl@sohu.com;

宋海涛 (1983–), 男, 讲师, 主要研究方向为非线性控制系统设计、飞行器控制系统设计, E-mail: songht1018@163.com;

田 琦 (1979–), 男, 副教授, 主要研究方向为控制理论与控制工程、空间机械臂控制, E-mail: qdtianqi@163.com.