

输入约束下多旋翼飞行机器人的大范围镇定控制

姜 军^{1,2}, 杨丽英¹, 何玉庆^{1†}, 韩建达¹, 徐卫良^{2,3}

(1. 中国科学院 沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;

2. 中国科学院大学, 北京 100080; 3. 奥克兰大学 机械工程学院, 奥克兰 1142)

摘要: 多旋翼飞行机器人具有良好的飞行稳定性, 受到了越来越多的关注. 而在某些特殊应用中, 如: 从较大飞行器上实施空投、瞬态失稳恢复等, 往往需要多旋翼飞行机器人从一个高度不稳定的非零初始状态安全、快速地切换到稳定飞行模态, 这就是所谓的大范围镇定控制问题. 解决该问题面临的主要困难是如何在调节过程中避免飞行器进入输入饱和区, 从而引起周期旋转运动, 导致系统完全失控. 本文针对该问题, 以四旋翼飞行机器人为例, 详细分析了控制输入约束形式, 并对 6 自由度模型进行了适当简化, 构建了二维平面下考虑控制输入约束的非线性动力学模型; 在此基础上, 基于控制 Lyapunov 函数概念, 提出了一种改进的广义逐点最小范数控制策略, 构建了输入约束下的四旋翼飞行机器人大范围镇定控制器. 该方法具有明确的解析控制结构, 所设计的控制器满足四旋翼飞行机器人的全部控制输入约束. 仿真结果表明, 对比常规的线性化控制策略, 该方法能在考虑控制约束的前提下避免控制器失效, 实现四旋翼飞行机器人的大范围渐进稳定.

关键词: 多旋翼; 控制输入约束; 大范围镇定控制; 控制 Lyapunov 函数

中图分类号: TP242

文献标识码: A

Large scale stabilization of multicopter flying robot with input constraint

JIANG Jun^{1,2}, YANG Li-ying¹, HE Yu-qing^{1†}, HAN Jian-da¹, XU Wei-liang^{2,3}

(1. Shenyang Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Liaoning 110016, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

3. Department of Mechanical Engineering, University of Auckland, Auckland 1142, New Zealand)

Abstract: The multicopter flying robot has been a hot topic due to its excellent stability, and is attracting ever-increasing attention. In some particular applications, such as: delivering a multicopter from a large aircraft, and recovery from transient instability, there is the necessity for the multicopter to switch from a highly unstable and non-zero initial status to a safe and stable flight status immediately, and this is so-called large scale stability control problem. The main difficulty in this control scenario is to avoid the actuator saturation in the adjustment process, which causes the periodic spin and out of control of the quadrotor. To cope with this problem, taking quadrotor flying robot as research object, the control constraint is first analyzed. A simplified model is obtained from a 6-degree-of-freedom (6-DOF) model, and a two dimension nonlinear dynamic model is extracted with considering the control input constraint. Based on the Lyapunov function, an improved generalized point-wise min-norm control strategy is designed, and the large scale stability of quadrotor with input constraint is achieved. The introduced method possesses analyze control structure, and successes in stabilizing the quadrotor with actuator constraint. The simulation results in contrast with the regular linear control strategy show that the designed controller with the control constraint manages to stabilize the quadrotor in large scale.

Key words: multicopter; control input constraint; large scale stability; control Lyapunov function

收稿日期: 2016-05-02; 录用日期: 2016-12-13.

†通信作者. E-mail: heyuqing@sia.cn; Tel.: +86 13889396361.

本文责任编辑: 方勇纯.

基于知识学习的多旋翼飞行机器人非零初始状态控制方法研究(61273025), 非结构环境下基于非精确信息描述的机器人自主规划方法研究(61503369)资助.

Supported by Knowledge Learning Based Control for Multi-Rotor Flying Robot with Initial Non-zero States (61273025) and Robots Autonomous Planning Method Based on the Accurate Information Modeling in the Unstructured Environment (61503369).

1 引言(Introduction)

随着四旋翼的潜能不断被挖掘,依托传统固定翼飞行器将四旋翼进行远程投递以实现快速,远距离近地操作成为一种极具吸引力的应用。而“大初始状态”下的四旋翼镇定控制问题正是面向这种应用场景的关键理论问题。所谓“大初始状态”,指的是四旋翼远离平衡点的状态,它具有大速度、大姿态角的主要特点。目前,尚无上述实际系统投入使用,但是与之相似的概念却很早就出现。其中最为典型的是依托大型运输机利用降落伞将物资远程投递到目标地点,这种方式被广泛应用于军事领域。这种运输机与降落伞结合构成的新系统充分利用了二者的优势。具体说来,大型固定翼运输机具有续航时间长、航程远、载重量大等优点,但是由于它必须保持一定速度以维持正常飞行,因此无法完成近地面的精细操作。降落伞可以从高空到地面持续工作,一定程度上弥补了运输机的不足,但是降落伞是一种被动的飞行器,其运动精度较低,只能通过降低高度获取水平运动,因此,降落伞只能进行低精度、短时间的工作。与降落伞相比,四旋翼飞行器具有更大的灵活性。它体积小,结构简单,易于携带,并且具有驱动装置且噪声较低,可以执行投递、低空侦查、跟踪等近地精细操作任务。对某些特殊任务,成本较低的四旋翼飞行器甚至可以作为一次性器材使用,而无须回收。在空投新系统的应用中,为了避免子母机相撞,被投放的子机四旋翼应该在被释放一定时间之后开始工作,因此,四旋翼从被投放到进入正常工作状态之间的阶段称为过渡阶段。投放时,作为母机的固定翼飞机具有一定的高度且水平速度较大,会导致四旋翼在启动的时刻具有较大的初始速度和不确定初始角度,作为驱动器输出受限的四旋翼系统,在上述情况下容易进入驱动饱和而失去稳定,所以如何在过渡阶段对四旋翼进行稳定控制是以四旋翼为子机的空投系统亟需解决的问题。

关于四旋翼“大初始状态”下的镇定控制问题,目前尚无相应的理论研究成果可以借鉴,只能从四旋翼已有的研究中获得一些经验。最早的四旋翼飞行器出现于1907年,限于当时的驱动技术和控制技术,这种飞行器早期发展缓慢且无重大突破。20世纪末,微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)技术和控制技术的快速发展,使得小型化的四旋翼自主飞行成为可能。早期的四旋翼飞行器研究多集中在四旋翼模型和近平衡点的控制^[1-4]。为了尽可能地发挥四旋翼的潜在能力,科研人员在诸多方面对四旋翼控制进行了更为深入的研究。其中,拓展四旋翼在高机动领域的飞行能力成为当前的研究热点之一。在此类应用场景中,四旋翼的非线性凸显,驱动器约束对系统稳定的影响和规划轨迹可行性的影响也变得重要。文章[5]将系统模型进行线性化,将非线性部分看做扰动,用鲁棒控制方法实现了近平衡点的姿态控制。文

章[6]将自动学习机方法引入四旋翼机动控制当中,相比其他学习方法有更快的收敛速度和较小的计算开支。文章[7]通过迭代学习的方法,不断优化状态期望值,最终得到高精度大机动飞行效果。文章[8]将翻滚动作参数化,通过迭代学习不断优化参数,实现时间最优的翻滚机动。学习方法虽然在线计算量较小,但限于固有的试错机制,难以应对非重复性的工作,在面对新的应用场景时适用性差。为了避免内外环耦合所带来的影响,一些学者将研究重点放在具有全驱动特点的内环达机动控制上^[9-10]。Wang等人^[11]采用了切换控制策略,成功的实现了四旋翼的翻滚动作。但控制策略中的切换状态点依然需要经验来设计,缺乏普适性。宾西法尼亚和苏黎世联邦理工学院在四旋翼大机动控制研究领域做了大量的工作。Kumar等人^[12]利用空间几何关系推导了四旋翼的驱动力与轨迹的关系,在驱动器约束下采用二次规划(quadratic programming, QP)方法进行轨迹优化,实现了四旋翼穿越狭窄的通道。Hehn等人^[13]着重研究了二维平面内的四旋翼动力学模型,采用Bang-Bang控制方法进行数值求解以获得四旋翼从任意状态到另一个状态的时间最优转换。以上方法可以有效求解最优控制问题,但无法解决具有大初始状态的更高维系统的稳定控制问题。特别是在有外界扰动的情况下,这种严重依赖模型精度的方法计算量大,难以在线实时求解。因此,针对四旋翼空投应用存在的问题,亟需提出一种有效的、实时性好的控制方法,在线求解面对大初始状态下的四旋翼镇定控制问题。

在空投应用中,四旋翼控制器主要有两个目标:第1,尽快对四旋翼进行减速控制,防止与地面相撞;第2,在过渡阶段保持四旋翼系统稳定。针对目标1,四旋翼要产生较大的垂向拉力以快速减小初始状态下的偏差;针对目标2,要求留有一定的驱动器余量以保证系统稳定。两个目标的同时满足会引起对驱动器有限资源的竞争。这里的有限资源可以理解为带有约束的驱动力。因此,在过渡过程中,控制器最主要的任务是在带有约束条件的驱动力范围内选取能够同时满足上述两个目标的控制量。对于非线性系统,约束往往会导致解析解难以获得,从而面临更大的计算量。理想的办法是离线处理非线性因数,在线选取理想的控制量。

针对上述的带有约束条件的非线性系统求解问题,何玉庆等人^[14]提出了一种新的鲁棒控制Lyapunov函数,并且提出了一种广义逐点最小范数控制方法来处理输入输出非线性约束问题。控制Lyapunov函数是一种非线性系统控制器设计方法。与传统的Lyapunov函数设计控制器方式不同,控制Lyapunov函数不采用试错的方法,它的设计过程更为直接,也被称为直接法,本文即采用控制Lyapunov函数方法,根据四旋翼驱动器约束的特点,离线处理控制输入约束。首先,对四旋

翼模型进行反馈线性化处理, 并设计反馈线性控制器; 其次, 在线计算反馈线性控制器的控制量, 并作为引导函数; 最后, 在实际控制中在线计算稳定区中与引导控制量范数最小的点作为实际控制量. 为充分发挥四旋翼驱动能力, 减小解析解带来的驱动可选区域缩小的问题, 利用控制器可选区域为凸集的特点, 设计控制量的选择方法, 在不显著增加计算量的前提下改善控制器的性能.

本文构成如下: 第2部分阐述了四旋翼的基本原理和驱动器耦合特点, 并将系统的全状态模型在二维空间进行简化; 第3部分采用广义逐点最小范数控制方法对大初始状态下的四旋翼系统进行控制器设计; 第4部分为仿真实验.

2 动力学模型(Dynamics model)

2.1 四旋翼飞行机器人动力学建模(Quadrotor dynamics model)

本文采用的北东地(north-east-down, NED)大地坐标系作为参考坐标系. 如图1所示: NED坐标系是以飞行器起始点 o_e 为坐标原点的右手坐标系, 其3个坐标轴由原点出发分别指向北方、东方和地心; 机体坐标系 $o_b x_b y_b z_b$ 是固定于机体的坐标系, 它以飞行器质心 o_b 为原点, $o_b x_b$ 由机体原点指向机头, $o_b y_b$ 由机体原点指向飞行器右方, $o_b z_b$ 由机体原点指向飞行器下方; x_p 表示四旋翼的位置, 它是从大地坐标系原点到机体原点的矢量. 四旋翼的4个驱动器沿顺时针方向依次编号为1, 2, 3, 4, 它们分别安装在机体的 $o_b x_b$ 轴正向、 $o_b y_b$ 轴正向、 $o_b x_b$ 轴反向、 $o_b y_b$ 轴反向上.

本文的四旋翼动力学模型基于如下假设:

- 四旋翼的结构部分完全刚性;
- 四旋翼结构及质量分布是完全对称的;
- 相对气流对螺旋桨拉力及力矩影响相对于驱动力及力矩本身是可以忽略的;
- 忽略驱动器哥氏力效应.

基于上述假设, 一个四旋翼飞行机器人的动力学模型可用如下方程来描述:

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x, \\ \dot{y} = v_y, \\ \dot{z} = v_z, \\ \dot{v}_x = (-\sin \psi \sin \phi - \cos \psi \sin \theta \cos \phi) F_{\text{total}}/m, \\ \dot{v}_y = (\cos \psi \sin \phi - \sin \psi \sin \theta \cos \phi) F_{\text{total}}/m, \\ \dot{v}_z = mg - (\cos \theta \cos \phi) F_{\text{total}}/m, \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta, \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi, \\ \dot{\psi} = q \sin \phi / \cos \theta - r \cos \phi / \cos \theta, \\ \dot{p} = (I_{yy} - I_{zz})qr/I_{xx} + \tau_p/I_{xx}, \\ \dot{q} = (I_{zz} - I_{xx})pr/I_{yy} + \tau_q/I_{yy}, \\ \dot{r} = (I_{xx} - I_{yy})pq/I_{zz} + \tau_r/I_{zz}, \end{cases} \quad (1)$$

式中: x, y, z 为导航坐标系下的三轴位置; v_x, v_y, v_z 为相应的线速度; ϕ, θ, ψ 为3个欧拉角, 即: 横滚角、俯仰角、航向角; p, q, r 为三轴角速度; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 为3个轴的转动惯量; m 为机器人总质量; F_{total} 为机器人的4个旋翼产生的总升力; τ_p, τ_q, τ_r 为3个力矩.

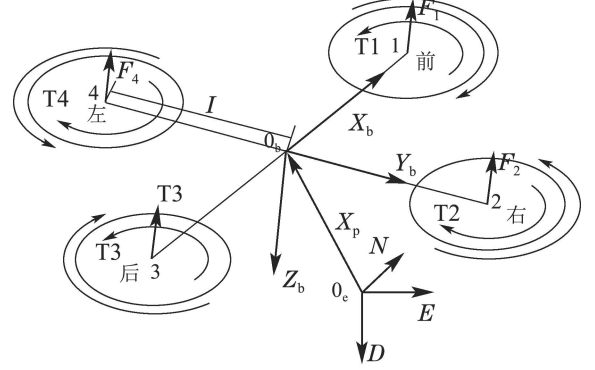


图1 四旋翼结构示意图

Fig. 1 Structure of the quadrotor

2.2 控制输入约束分析 (Control input constraints analysis)

在大初始状态下, 控制器往往会有较大的控制输出以镇定系统, 而在实际的物理系统中, 驱动器的输出是有约束的, 大初始状态条件下的镇定控制容易使得系统进入驱动饱和, 进而威胁系统的稳定性, 因此, 要分析四旋翼的控制约束. 令 l_{pc} 为质心到驱动器拉力线的距离. 在垂直平面的动力学上, 螺旋桨转速的平方到驱动力和力矩的关系式可以简化为式(2):

$$\begin{pmatrix} F_{\text{total}} \\ \tau_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\text{thr}} & c_{\text{thr}} \\ -l_{pc} c_{\text{thr}} & l_{pc} c_{\text{thr}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_3^2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

对于每个驱动器, $0 \leq \Omega_i^2 \leq \Omega_{\text{limt}}^2$, 其中 Ω_{limt}^2 为驱动器最大转速. 根据螺旋桨转速与拉力扭矩的映射关系, 得到螺旋桨拉力约束下的拉力扭矩约束关系在 $F - \tau_p$ 平面上的投影, 如图2所示. 从此图中可以直观的观察控制输入的约束: 当控制输入为最大值时, 每个驱动器的最大拉力为 $F_{\text{total}}/2$, 而其最小值为0; 控制输入达到最大的扭矩时, 一个驱动器产生最大拉力, 而相对的驱动器产生的拉力为0; 在两个驱动器均为最小值或者均为最大值时, 驱动器能产生的扭矩为零, 这是造成线性控制器在某些条件下失效的根本原因, 这一点将在下一节用仿真结果详细说明.

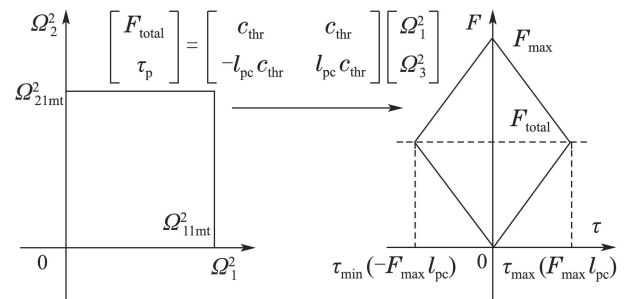


图2 菱形外轮廓表示驱动饱和形式

Fig. 2 Actuation constrain of a 2 dimension quadrotor model

2.3 动力学模型简化(Simplified dynamics model)

在大初始状态条件下,垂向的速度位置和姿态是关键的状态,这是由于前者关系到系统的安全,后者关系到系统能否进入后续的正常飞行状态.对于高度对称的四旋翼,二维平面内的动力学在大机动飞行状态下具有代表性.这里,假设抛投的全过程中滚转角和滚转角速度、航向角和航向角速度在初始状态下为零并且在整个抛投过程中均由控制器进行很好的镇定控制.即,将上式中的横滚角、航向角、 $o_b y_b$ 轴的速度、位置设定为零.由于 $o_b x_b$ 轴运动不影响系统镇定,在新的动力学中不考虑 $o_b x_b$ 自由度.则将动力学简化为如下形式:

$$\begin{pmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g - F \cos \theta \\ \tau / I_{yy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中: z 为垂向位置, θ 为俯仰角, g 为重力加速度.将系统中未建模因素和四旋翼在飞行过程中受到空气的非标称反作用力记为扰动: Δ_1 为垂直自由度受到的扰动, Δ_2 为俯仰自由度受到的扰动.

3 控制器设计(Controller design)

本节将首先介绍控制Lyapunov函数的概念,然后介绍基于控制Lyapunov函数的广义逐点最小控制策略,最后在此基础上,对四旋翼大范围镇定控制器进行设计.

3.1 控制李雅普诺夫函数简介(Introduction of control Lyapunov function)

控制Lyapunov函数是对常规非线性系统稳定性分析中常用的Lyapunov函数概念的推广,它可以直接用在非线性控制系统的稳定控制器设计,得到了诸多学者的高度关注^[15-16].

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (4)$$

其中: $x \in \mathbb{R}$ 代表系统状态量, $u \in \mathbb{R}$ 是系统控制输入;在系统状态的某个子区域 $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}$ 中利用反馈控制将系统状态镇定到 $x = 0$.

控制Lyapunov函数是一个连续可微的正定函数 $V: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$,并且 $\forall x \neq 0, \exists u$,

$$\dot{V}(x, u) = \nabla \cdot f(x, u) < 0.$$

如果该控制Lyapunov函数对于系统(4)满足

$$\begin{aligned} \inf_{u \in \mathcal{U}} \sup_{\omega \in \mathcal{W}(x)} & \left[\frac{\partial V}{\partial x} f(x, \omega) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x, \omega) u + \right. \\ & \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} q(x, \omega) q^T(x, \omega) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ & \left. \frac{1}{2} h(x, \omega) h^T(x, \omega) \right] < 0, \end{aligned} \quad (5)$$

则是鲁棒控制Lyapunov函数.

3.2 广义逐点最小范数控制^[14](Generalized point-wise min-norm control)

对于如下系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, \omega) + g(x, \omega) u + q(x, \omega) \Delta, \\ y = h(x, \omega), \\ u \in \mathcal{U}(x) \subset \mathbb{R}^m, \\ \omega \in \mathcal{W}(x) \subset \mathbb{R}^p, \end{cases} \quad (6)$$

其中: x 为系统状态量, $y \in \mathbb{R}^t$ 为控制输入量; $u \in \mathbb{R}^t$ 为系统的控制输入, $\omega \in \mathbb{R}^p$ 为系统的不确定参数, $\Delta \in \mathbb{R}^r$ 为外界扰动项, f, g, q, h 为拥有相应维数足够光滑的函数, $\mathcal{U}(x), \mathcal{W}(x)$ 为控制约束集合不确定参数约束集.

如果 $V(x)$ 为控制约束集合不确定参数约束集.是系统的一个局部鲁棒控制Lyapunov函数,并且 $\mathcal{U}(x), \mathcal{W}(x)$ 为控制约束集合不确定参数约束集.满足如下条件:

- 1) 不确定约束 $\mathcal{W}(x)$ 为一个连续的集值映射,并且对任意的 $x \in \mathcal{D}_{c1}/\mathcal{D}_{c2}$, ($\mathcal{D}_c \cong \{x | V(x) \leq c\}$)为非空紧集;
- 2) $\mathcal{U}(x)$ 为下半连续的闭凸值映射,闭映射;
- 3) $\xi(x)$ 是状态 x 的连续函数.

则下列结论成立:

存在一个整定连续的值函数 $a(x)$,使得下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \inf_{u \in \mathcal{U}} \sup_{\omega \in \mathcal{W}(x)} & \left[\frac{\partial V}{\partial x} f(x, \omega) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x, \omega) u + \right. \\ & \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} q(x, \omega) q^T(x, \omega) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ & \left. \frac{1}{2} h(x, \omega) h^T(x, \omega) \right] < -a(x). \end{aligned} \quad (7)$$

如下控制器(鲁棒广义逐点最小范数控制):

$$u(x) = \arg \min_{u \in \mathcal{K}_V(x)} \|u - \xi(x)\|, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } \sup_{\omega \in \mathcal{W}(x)} & \left[\frac{\partial V}{\partial x} f(x, \omega) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x, \omega) u + \right. \\ & \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} q(x, \omega) q^T(x, \omega) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ & \left. \frac{1}{2} h(x, \omega) h^T(x, \omega) \right] \leq -a(x), \end{aligned} \quad (9)$$

$$u \in \mathcal{K}_V(x),$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_V(x) &:= \mathcal{L}_V(x) \cap \mathcal{U}(x) = \\ & \{u \in \mathcal{U}(x) | h(x, u) \leq -a(x)\}, \end{aligned}$$

$\xi(x)$ 为 x 的连续函数.

$$\mathcal{L}_V(x) := \{u \in \mathbb{R}^t | h(x, u) \leq -a(x)\},$$

$$h(x, u) = h_1(x, \bar{\omega}) + h_2(x, \bar{\omega})u,$$

$$\begin{aligned} h_1(x, \bar{\omega}) &= \frac{\partial V}{\partial x} f(x, \bar{\omega}) + \\ &\quad \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial x} q(x, \bar{\omega}) q^T(x, \bar{\omega}) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ &\quad \frac{1}{2} h^T(x, \bar{\omega}) h(x, \bar{\omega}), \\ h_2(x, \bar{\omega}) &= \frac{\partial V}{\partial x} g(x, \bar{\omega}), \end{aligned}$$

在区域 $\mathcal{D}_{c1}/\mathcal{D}_{c2}$ 中连续, 并且能使系统(3)从扰动输入到输出有限增益 L_2 稳定且增益小于 γ .

广义逐点最小范数是一种针对有输入约束的非线性不确定系统的鲁棒控制方法. 它具有其他鲁棒控制器有效应对被控系统中不确定参数和外部干扰的一般特性. 并且由于引入“引导函数”, 能同时灵活考虑各种控制性能指标.

3.3 四旋翼飞行机器人的大范围镇定控制(Large scale stability control of the quadrotor)

针对简化的四旋翼系统(3)设计满足(8)的控制器:

1) 控制器可行域分析.

首先, 对控制器可行域进行分析, 即, 离线分析保证系统稳定性的可行控制区域 $\mathcal{K}_V(x)$: $\mathcal{K}_V(x) \cong \mathcal{L}_V(x) \cap \mathcal{U}(x)$, 其中 $\mathcal{U}(x)$ 为系统的控制量约束, 由第2.1小节分析得, 其为图3中菱形部分, 即反斜线所示部分. $\mathcal{L}_V(x)$ 为 $h_1 + a(x) + h_2 u \leq 0$ 所覆盖的区域, 在本系统中为 $h_1 + a(x) + h_2 u = 0$ 所标示的直线 l_5 及其以下的半个平面, 即斜线所示部分. 所以 $\mathcal{K}_V(x)$ 为二者交集, 即, 图中正反斜线相交部分. 文献[10]将控制器约束简化为圆形, 以找到控制器(8)的解析解. 这样简化的结果是减小了驱动器的驱动范围, 即缩小了驱动器约束. 在控制器设计中, 利用驱动器约束范围是凸多边形这一优势, 不对控制器约束进行简化使得系统的驱动器得到最大程度的发挥. 由于四旋翼的驱动器约束是个菱形, 是凸多边形, $\mathcal{K}_V(x)$ 是由直线与凸多边形的交集, 所以 $\mathcal{K}_V(x)$ 依然是多边形.

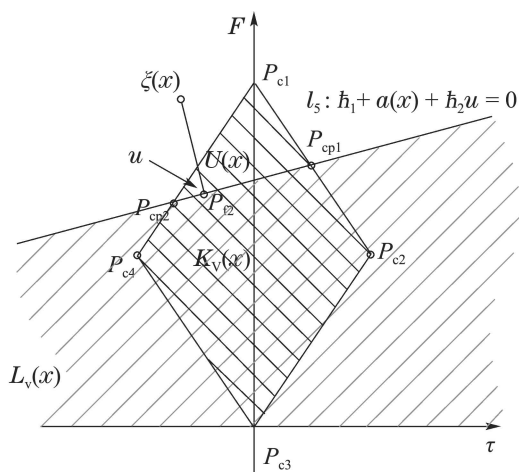


图3 控制量描述

Fig. 3 Discription of control input

2) 引导函数设计.

广义逐点最小控制的优点在于可以设计引导函数来按需求改善控制器性能. 这里 $\xi(x)$ 为利用反馈线性化方法设计的控制量. 为了着重说明大初始镇定控制问题, 本文忽略不确定干扰项 Δ .

非线性系统的Lyapunov函数难以直接获得, 这里, 我们将原系统反馈线性化, 得到原系统等价的如下线性系统(10):

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

其中:

$$v_1 = g - F_{\text{total}} \cos x_3 / m,$$

$v_2 = \tau_p$ 为虚拟控制量. 实际控制量为

$$\xi(x) = [F_{\text{total}} \quad \tau_p]^T.$$

针对线性化系统设计线性控制器, 记虚拟控制量为 u_v . $u_v = [v_1 \quad v_2]^T$,

$$\begin{cases} v_1 = -k_1 x_1 - k_2 x_2, \\ v_2 = -k_3 x_3 - k_4 x_4, \end{cases} \quad (11)$$

其中 k_1, k_2, k_3, k_4 分别为内外环的反馈系数. 由此得闭环系统:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_3 & -k_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

根据反馈线性化得的系统设计如下形式的Lyapunov函数:

$$V_{\text{Lyap}} = x^T P x, \quad (13)$$

其中 $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T$.

3) 求取实际控制量.

根据引导函数 $\xi(x)$ 与凸多边形构成的区域的关系可以分为两种情况进行讨论.

第1种情况: 对于 $\xi(x) \in \mathcal{K}_V(x)$, 根据式(8)可得 $u = \xi(x)$.

第2种情况: 对于 $\xi(x) \notin \mathcal{K}_V(x)$, 根据式(8)可知, 实际控制量 u 为凸多边形区域 $\mathcal{K}_V(x)$ 内距离引导函数 $\xi(x)$ 最近的一个点. 如果采用文献[10]中的方法, 在区域 $\mathcal{K}_V(x)$ 中求取一个内接触圆(命其为 $\mathcal{C}_V(x)$), 则由于 $\mathcal{C}_V(x) \subset \mathcal{K}_V(x)$, 控制量的可选范围大大缩小, 削弱驱动器的发挥. 这种情况在图4中 P_{c4} 点等各边端点附近最为明显.

为了避免削弱控制器潜在能力的情况发生, 这里利用 $\mathcal{K}_V(x)$ 是图集的特点, 分段求得解析解.

器, 仿真3采用仿真2的结果数据描述了载机投放多旋翼并撤离和多旋翼从大初始状态到最后镇定的完整过程. 仿真结果表明, 普通线性控制器无法镇定大初始条件下的四旋翼, 而本文提出的算法可以有效镇定大初始状态下的四旋翼. 为了便于读者理解, 本文最后给出了仿真场景的示意图(见图10), 图中数据为仿真数据.

本文采用的四旋翼模型参数如表1所示, 四旋翼参数为实际物理系统指标范围内的数值. 仿真程序采用MATLAB语言编写, MATLAB程序运行于内存为4 GB的笔记本电脑.

表1 四旋翼机体参数
Table 1 Quadrotor parameters

名称	m/kg	$I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$\Omega_{\text{lim}}/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$
数值	0.7	0.06	7100
名称	l_{pc}/m	c_{thr}	c_{torq}
数值	0.2	$1.356\text{e-}5$	$3.391\text{e-}7$

4.1 仿真1: 不考虑驱动器约束的反馈线性化控制器(Simulation 1: Feedback linearization control without considering control constraints)

采用线性控制器

$$v(x) = [v_1 \ v_2]^T = Ke,$$

其中:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & k_4 \end{bmatrix},$$

$e = x_d - x$ 为偏差量. $x_d = [x_{1d} \ x_{2d} \ x_{3d} \ x_{4d}]^T$, 为期望值. 对于本应用场合, 期望值均为零. 仿真实验中控制器参数 $k_1 = 1, k_2 = 2, k_3 = 1, k_4 = 2$. 实际控制量 $F_{\text{total}} = (g - v_1)m/\cos x_3$, $\tau_p = v_2$.

初始状态分别为 $z_0 = -0.5 \text{ m}$, $v_0 = 10.55 \text{ m/s}$, $\theta_0 = 31.5^\circ/\text{s}$, $q_0 = 11.46^\circ/\text{s}$.

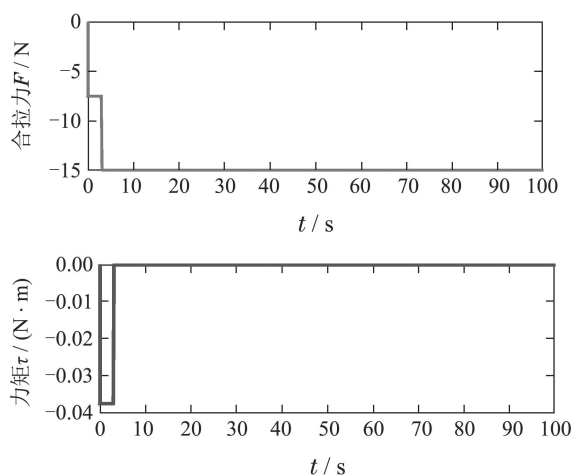


图5 普通线性控制器驱动力及力矩输出

Fig. 5 Control output of normal linear controller

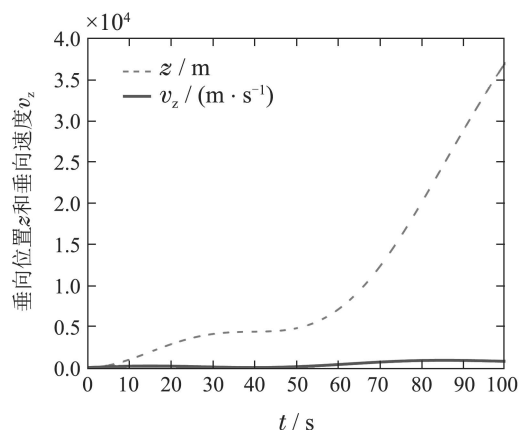


图6 普通线性控制器下系统垂直自由度状态变化

Fig. 6 States in z axis with normal linear controller

仿真1结果表明, 当系统的初始速度大于一定值时, 普通线性控制器会产生较大的垂向控制力. 根据控制力与驱动器驱动力之间的映射关系, 当该力大于 F_{max} 时, 驱动力矩为零(见图5), 导致姿态不可控. 随着姿态角 θ 的增大, 垂向合拉力 $(mg - F_{\text{total}} \cos \theta)$ 变大并持续增大垂向偏差进而加大控制力的期望, 从而使得驱动力矩持续为零, 进而垂向反馈的饱和问题将变成不可恢复的, 进入一种“互锁”的状态, 最终导致系统失控(见图6). 简单的解决策略是独立控制内外环, 正如目前多数开源控制器采用的方法. 在大姿态角的情况下独立控制内环, 待姿态角较小时再控制外环(位置, 速度环), 这种控制的缺点是控制器切换时机需要人为确定, 增加了系统设计的不确定性. 在恶劣初始条件下, 切换策略可能变得异常复杂而使得该方法丧失推广的价值.

4.2 仿真2: 广义逐点最小范数控制器(Simulation 2: Generalized point-wise min-norm control)

设计广义逐点最小范数控制器参数, 通过试凑方法, 求得满足 $AP + PA = -Q$ 的正定矩阵 P :

$$P = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}.$$

为显示两种控制器的控制效果的差别, 本仿真中系统的初始状态与对比仿真实验相同. 在本仿真实验中, 加入频率为 60 Hz, 幅值为 $7.5 \times 10^{-2} \text{ N}$ 的纵向正弦扰动力和同频率幅值为 $7.5 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$ 的正弦扰动扭矩.

图7显示了驱动输入在控制过程中的变化, 粉紫色“o”代表不考虑控制约束的线性控制器的控制输入, 即通过反馈线性化方法计算得的 $\xi(x) = [F_{\text{total}} \ \tau_p]^T$. 图中横向蓝色线为各个时间点 l_0 的部分线段. 该线与菱形相交点亦为备选点. 红色“*”为采用该方法最终计算所得. 可以直观看到, 实际控制量一直处于蓝线与其下的菱形部分的交集中. 特别当粉紫色

“o”, 即引导函数在菱形区域外时, 实际控制量在交集的边界上, 且在交集的所有点中, 该点与引导函数之间距离最近. 这也是广义逐点最小范数控制器的优点所在. 即, 在保证整体稳定性情况下极大地趋近了引导函数的控制效果. 尤其与前一仿真实验相比, 系统的整个运行过程中, 驱动力没有进入到前述对比实验中出现的“卡死”点, 系统没有进入“互锁”状态.

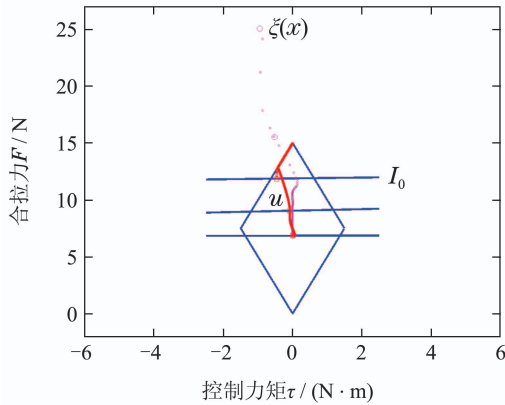


图7 引导函数和实际控制量变化

Fig. 7 Guiding function and actual control input

粉紫色“o”轨迹是引导函数在 $F-\tau$ 平面的轨迹, 红色“*”轨迹是实际输入量在 $F-\tau$ 平面的轨迹. 由于全部倾斜线段数量过多, 在原图中显示过于密集, 影响观察, 图中只选取3条倾斜线段作为示意. 相应的引导函数值用大号粉紫色“o”标示, 对应的实际控制量用大号方框标示.

与简单线性控制器陷入驱动饱和进而系统发散相比, 所设计的广义逐点最小范数控制器能有效镇定大初始状态下的四旋翼系统. 图8显示了四旋翼内外环的状态变化情况, 其中姿态环在大约第15 s被镇定, 位置环镇定过程较长, 在200 s前后镇定. 从上述结果可以看出, 为保证系统的稳定, 控制器会对不同状态量的镇定过程进行自动协调, 以部分状态的收敛时间为代价换取系统的稳定.

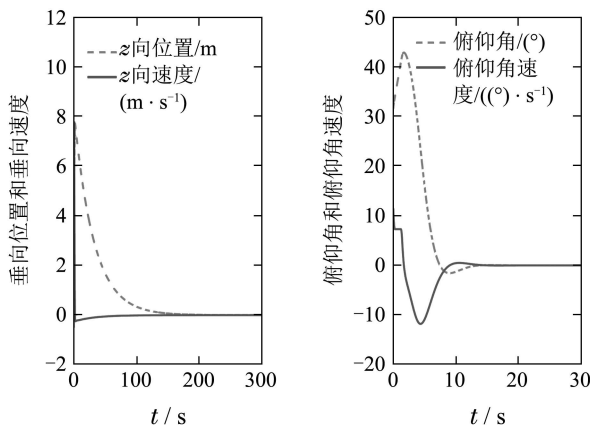


图8 垂向位置镇定

Fig. 8 Vertical position stabilization

图9显示了镇定过程中合拉力与扭矩的变化过程. 在第0.3 s前后合拉力达到最大值, 与此同时, 扭矩变为零. 与图6所示的仿真1情况不同, 系统的状态在第1.2 s前后退出驱动饱和的状态, 继续进行有效控制.

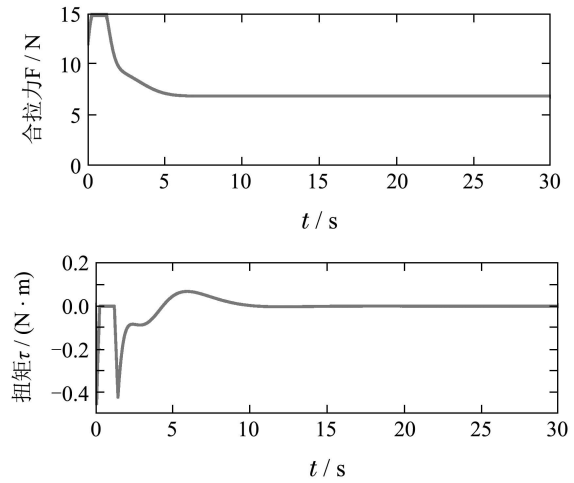


图9 控制器力输出

Fig. 9 Force output of controller

4.3 仿真3: “大初始状态”下多旋翼镇定过程 (Simulation 3: Stability process of multicopter with large initial states)

图10依据仿真2的结果数据描述了载机投放多旋翼并撤离和多旋翼从大初始状态到最后镇定的完整过程. 由于大型固定翼飞行器不适于在低空飞行, 投放点往往距离地面较高, 此例中设置投放高度约为205 m. 由于固定翼飞行器有最小速度限制, 且安全飞行高度较大, 投放之后多旋翼在投放之初处于大初始状态, 这使得多旋翼驱动器容易进入驱动饱和状态, 进而威胁系统的稳定性. 从图10中可以看到, 本文所采用的控制方法在多旋翼进入驱动饱和后能顺利退出饱和状态, 将多旋翼控制到常规的飞行状态.

5 结论(Conclusions)

针对大初始状态下的四旋翼镇定问题, 本文将四旋翼动力学模型简化为关键的二维平面下的动力学模型. 引用广义逐点最小范数控制方法同时对两个维度的目标控制器进行镇定设计. 通过仿真对比试验发现, 普通线性控制器在一定大初始条件下出现垂向自由度和俯仰角自由度“互锁”的现象. 进入“互锁”状态的两个自由度均无法进行控制器的有效控制. 仿真结果表明, 本文提出的方法能在带有控制约束条件下有效的稳定内外环, 从理论上保证了系统的稳定性. 并在系统垂向控制中引入了改进的控制策略. 在未来的工作中, 将着重分析全状态下驱动器动力学约束表达方法, 并基于此表达设计全状态控制器, 研究全状态稳定控制方法.

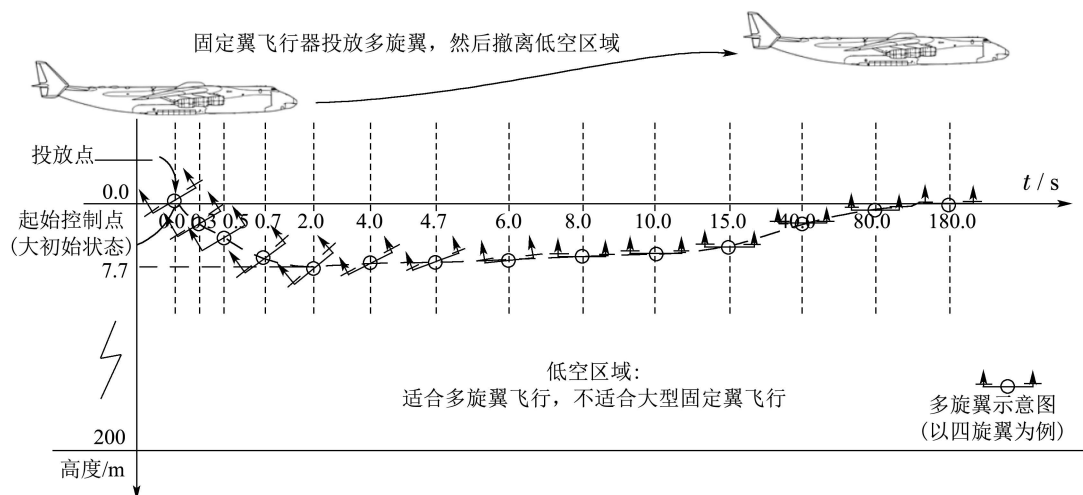


图10 载机投放及四旋翼镇定示意图

Fig. 10 Delivering and the stability of the quadrotor

参考文献(References):

- [1] HUANG H M, HOFFMANN G M, WASLANDER S L, et al. Aerodynamics and control of autonomous quadrotor helicopters in aggressive maneuvering [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Kobe: IEEE, 2009: 3277 – 3282.
- [2] POWERS C, MELLINGER D, KUSHLEYEV A, et al. Influence of aerodynamics and proximity effects in quadrotor flight [M] // DESAI J P, DUDEK G, KHATIB O, et al. *Experimental Robotics*. Switzerland: Springer International Publishing, 2013: 289 – 302.
- [3] WASLANDER S L, HOFFMANN G M, JUN S J, et al. Multi-agent quadrotor testbed control design: integral sliding mode vs. reinforcement learning [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. New York: IEEE, 2005: 3712 – 3717.
- [4] BASRI M A M, HUSAIN A R, DANAPALASINGAM K A. Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015, 79(2): 295 – 321.
- [5] LIU H, LI D J, XI J X, et al. Robust attitude controller design for miniature quadrotors [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 26(4): 681 – 696.
- [6] SANTOS S R B D, GIVIGI S N, NASCIMENTO C L. Nonlinear tracking and aggressive maneuver controllers for quad-rotor robots using learning automata [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Systems Conference*. Washington: IEEE, 2012: 1 – 8.
- [7] MELLINGER D, MICLEAL N, KUMAR V. Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2012, 31(5): 664 – 674.
- [8] LUPASHIN S, SCHOLLIG A, SHERBACK M, et al. A simple learning strategy for high-speed quadcopter multi-flips [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Piscataway. New York, USA: IEEE, 2010: 1642 – 1648.
- [9] FAESSLER M, FONTANA F, FORSTER C, et al. Automatic re-initialization and failure recovery for aggressive flight with a monocular vision-based quadrotor [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Seattle: IEEE, 2015: 1722 – 1729.
- [10] LIU H, WANG X F, ZHONG Y S. Quaternion-based robust attitude control for uncertain robotic quadrotors [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2015, 11(2): 406 – 415.
- [11] WANG L, SU J. Switching control of attitude tracking on a quadrotor uav for large-angle rotational maneuvers [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*. New York: IEEE, 2014: 2907 – 2912.
- [12] MELLINGER D, KUMAR V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors [C] // *The 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. New York: IEEE, 2011: 2520 – 2525.
- [13] HEHN M, RITZ R, D'ANDREA R. Performance benchmarking of quadrotor systems using time-optimal control [J]. *Autonomous Robots*, 2012, 33(1/2): 69 – 88.
- [14] HE Yuqing, HAN Jianda. Robust generalized pointwise min-norm controller for input constrained nonlinear system [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical*, 2010, 30(7): 895 – 910. (何玉庆, 韩建达. 输入受限非线性系统的鲁棒广义逐点最小范数控制 [J]. *系统科学与数学*, 2010, 30(7): 895 – 910.)
- [15] FREEMAN R A, KOKOTOVIC P V. Inverse optimality in robust stabilization [J]. *Siam Journal on Control & Optimization*, 1996, 34(4): 1365 – 1391.
- [16] BATTELOTTI S. Universal controllers for robust control problems [J]. *Mathematics of Control Signals & Systems*, 1997, 10(10): 188 – 202.

作者简介:

姜 军 (1982–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为非零初始状态条件下的多旋翼飞行器机器人规划及控制, E-mail: jiangjun@sia.cn;

杨丽英 (1979–), 女, 博士, 副研究员, 研究领域为无人机自主规划与控制, E-mail: yangliying@sia.cn;

何玉庆 (1980–), 男, 博士, 研究员, 研究领域为无人系统自主控制, E-mail: heyuqing@sia.cn;

韩建达 (1968–), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 研究领域为基于传感器的机器人鲁棒控制系统设计、多机器人系统、智能控制系统设计, E-mail: jdhan@sia.cn;

徐卫良 (1961–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究领域为高端机电一体化、医疗及食品领域的机器人系统, E-mail: p.xu@auckland.ac.nz.