

可逆冷带轧机速度张力系统的模糊自适应动态面反步控制

刘 乐¹, 韩 宇¹, 方一鸣^{1,2†}, 张纯江¹

(1. 燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 研究了基于动态面反步控制和模糊自适应逼近的可逆冷带轧机速度张力系统直接反馈线性化(direct feedback linearization, DFL)动态解耦控制问题. 首先, 通过构造非线性干扰观测器 (nonlinear disturbance observer, NDO) 削弱了模型中非匹配不确定项对系统性能的影响, 进而应用DFL理论实现了速度张力非线性耦合系统的动态解耦和线性化; 其次, 将反步控制与动态面控制相结合完成了解耦后速度张力各线性子系统控制器的设计, 且有效避免了反步控制中的“微分爆炸”现象; 再次, 采用模糊自适应方法对所设计控制器中的匹配不确定项进行了逼近估计, 有效地提高了速度张力系统的跟踪控制精度; 稳定性分析结果表明, 可逆冷带轧机速度张力系统是一致最终有界的. 最后, 基于工业现场的实际数据进行仿真对比研究, 仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

关键词: 可逆冷带轧机; 非线性干扰观测器; 直接反馈线性化; 动态面反步控制; 模糊自适应

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Fuzzy adaptive dynamic surface backstepping control for the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill

LIU Le¹, HAN Yu¹, FANG Yi-ming^{1,2†}, ZHANG Chun-jiang¹

(1. College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: Direct feedback linearization (DFL) dynamic decoupling control problem for the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill is researched by using the dynamic surface backstepping control and fuzzy adaptive approximation. Firstly, nonlinear disturbance observers (NDOs) are developed to counteract the mismatched uncertainties in the speed and tension system, and then dynamic decoupling and linearization are realized by utilizing the DFL theory. Secondly, controller for each linear subsystem is presented by combining backstepping with dynamic surface control, which avoid the “differential explosion” phenomena during using the backstepping control effectively. Thirdly, fuzzy adaptive method is used to approximate the matched uncertainty in the designed controller, so as to improve the control precision of the speed and tension system. Stability analysis shows that the speed and tension system is uniformly ultimately bounded. Finally, comparative research of simulation is conducted by using the actual data in industrial field, and simulation results verify the effectiveness of the presented method.

Key words: reversing cold strip rolling mill; nonlinear disturbance observer; direct feedback linearization; dynamic surface backstepping control; fuzzy adaptive

1 引言(Introduction)

板厚质量和板形精度是两个衡量冷轧板(带)材产品质量的重要指标, 而保持冷带轧机张力的恒定是解决这两个问题的有效方法^[1]. 然而在可逆冷带轧机的实际轧制生产过程中, 其速度和张力之间相互耦合, 并且其左卷取机张力子系统、主轧机速度子系统和右卷取机张力子系统构成了一个具有不确定性和时变

性的多变量非线性耦合系统. 常规的控制策略通常忽略冷带轧机速度和张力间的耦合, 而分别完成速度跟踪控制器和张力的跟踪控制器的设计^[2], 但这在某种程度上制约着系统的控制精度和板(带)材产品质量的进一步提高.

为了实现冷带轧机速度张力非线性耦合系统的解耦和协调跟踪控制, 文献[3]将系统的耦合项看成了外

收稿日期: 2016-05-12; 录用日期: 2016-12-20.

†通信作者. E-mail: fyiming@ysu.edu.cn.; Tel.: +86 335-8057041.

本文责任编辑: 侯增广.

河北省自然科学基金项目(F2016203263), 河北省博士后科研项目择优资助项目(B2016003017), 河北省高等学校科学技术研究基金项目(QN2016122), 燕山大学博士基金项目(B960)资助.

Supported by Natural Science Foundation of Hebei Province (F2016203263), Selected Postdoctoral Scientific Research Foundation Project of Hebei Province (B2016003017), Science and Technology Research Foundation Project in Colleges and Universities of Hebei Province (QN2016122) and Doctor Foundation of Yanshan University (B960).

扰,并通过设计 H_∞ 鲁棒控制器有效地增强了系统的抗干扰能力,然而该控制器设计方法的保守性较大;文献[4]采用自抗扰控制方法对系统状态和总的不确定项进行观测估计,实现了速度张力系统的动态解耦和近似线性化,然而该控制器设计方法的控制参数较难整定;文献[5]基于极点配置方法设计的解耦控制器弱化了系统速度和张力间的相互耦合影响,改善了系统的稳态性能,然而该控制器设计方法对系统模型的精度要求较高;文献[6]应用线性二次型最优控制和顺序设计方法对系统张力波动产生的影响进行了有效抑制,并增强了系统的动态性能,然而该控制器设计方法的计算过程较复杂;文献[7]提出了一种基于不变性原理的复合控制方法,然而该控制器设计方法在推导过程中需要对虚拟控制量重复微分,使得控制器的复杂性随着系统相对阶次的增加呈爆炸式增长,即出现“微分爆炸”现象。

而动态面控制方法^[8]通过设计一阶低通滤波器对反步控制中每一步的虚拟控制量进行估计,可有效避免反步控制中的“微分爆炸”现象,并简化控制器的设计过程.进一步,对于系统中的未知干扰和未建模动态等不确定性因素,可通过设计非线性干扰观测器(nonlinear disturbance observer, NDO)^[9]对其进行动态观测,并进行相应补偿,具有良好的控制效果.此外,直接反馈线性化(direct feedback linearization, DFL)^[10]方法基于系统的输入-输出描述,具有数学工具简单、物理概念清晰、便于掌握理解等优点,常用于解决非线性系统的控制问题。

基于上述分析,本文提出一种基于动态面反步控制和模糊自适应逼近的可逆冷带轧机速度张力系统直接反馈线性化动态解耦控制方法.首先,通过构造NDO对系统模型中的非匹配不确定项进行观测,并应用DFL理论实现可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统的动态解耦和线性化;其次,将反步控制与动态面控制相结合完成速度张力系统控制器的设计,以提高系统的鲁棒稳定性,同时避免反步控制中的“微分爆炸”现象;再次,采用模糊自适应方法对所设计控制器中的匹配不确定项进行逼近估计,以此来提高速度张力系统的跟踪控制精度;最后,基于工业现场的实际数据进行仿真对比研究,以验证本文所提方法能够实现速度张力系统的动态解耦和协调跟踪控制,并具有良好的动、静态性能和抗干扰能力。

2 系统描述与控制问题提出(System description and control problems posing)

2.1 系统描述(System description)

可逆冷带轧机可生产出普通碳钢、低合金钢等多种带钢产品,其示意图如图1所示。

结合可逆冷带轧机的实际轧制生产工艺,并根据冷轧带钢的相关轧制理论可推导出可逆冷带轧机速

度张力系统的数学模型^[11]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sys}_1: \begin{cases} \dot{F}_1 = \frac{EA_1}{L} [V_2(1-\chi_0(1+K_\chi F_1)) - V_1], \\ \dot{V}_1 = \frac{K_1 R_1}{J_1 \eta_1} I_1 + \frac{R_1^2}{J_1 \eta_1^2} F_1 - \left(\frac{B_{u1}}{J_1} - \frac{\dot{R}_1}{R_1}\right) V_1, \\ \dot{I}_1 = \frac{K_{s1}}{l_1} u_1 - \frac{K_1 \eta_1}{l_1 R_1} V_1 - \frac{r_1}{l_1} I_1, \\ \dot{J}_1(t) = \frac{2\pi\rho B}{\eta_1^2} R_1^3 \dot{R}_1, \quad \dot{R}_1(t) = -\frac{H}{2\pi R_1} V_1, \end{cases} \\ \text{sys}_2: \begin{cases} \dot{V}_2 = \frac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} I_2 + \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (F_3 - F_1) - \\ \frac{B_{u2}}{J_2} V_2 - \frac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2}, \\ \dot{I}_2 = \frac{K_{s2}}{l_2} u_2 - \frac{K_2 \eta_2}{l_2 R_2} V_2 - \frac{r_2}{l_2} I_2, \end{cases} \\ \text{sys}_3: \begin{cases} \dot{F}_3 = \frac{EA_2}{L} [V_3 - V_2(1+\delta_0(1+K_\delta F_3))], \\ \dot{V}_3 = \frac{K_3 R_3}{J_3 \eta_3} I_3 - \frac{R_3^2}{J_3 \eta_3^2} F_3 - \left(\frac{B_{u3}}{J_3} - \frac{\dot{R}_3}{R_3}\right) V_3, \\ \dot{I}_3 = \frac{K_{s3}}{l_3} u_3 - \frac{K_3 \eta_3}{l_3 R_3} V_3 - \frac{r_3}{l_3} I_3, \\ \dot{J}_3(t) = \frac{2\pi\rho B}{\eta_3^2} R_3^3 \dot{R}_3, \quad \dot{R}_3(t) = \frac{h}{2\pi R_3} V_3, \end{cases} \end{array} \right. \quad (1)$$

式中: $\text{sys}_1, \text{sys}_3$ 分别为左、右卷取机张力子系统, sys_2 为主轧机速度子系统; E 为杨氏弹性模量; A_1, A_2 分别为主轧机两侧的带钢截面积; V_i 为线速度; δ_0, χ_0 分别为无张力时的前、后滑系数; K_i 为电机的转矩系数; R_1, R_3 分别为左、右卷取机钢卷的半径, R_2 为主轧机工作辊的半径; J_i 为转动惯量; L 为主轧机与左、右卷取机间的距离; F_1, F_3 分别为主轧机两侧的带钢张力; M_z 为主轧机的轧制力矩; B, ρ 分别为带钢的宽度和密度; H, h 分别为主轧机两侧的带钢厚度; u_i, K_{s_i} 分别为可控硅整流装置的控制电压和放大倍数; K_δ, K_χ 分别为张力对前、后滑的影响系数; B_{u_i} 为摩擦系数; η_i 为减速比; I_i, r_i 和 l_i 分别为电枢回路的电流、电阻和电感。

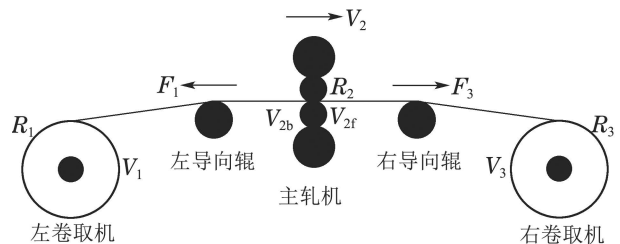


图1 可逆冷带轧机示意图

Fig. 1 Schematic diagram of reversible cold strip rolling mill

注1 为方便起见,文中下脚标 $i = 1, 2, 3$ 分别表示 $\text{sys}_1, \text{sys}_2$ 和 sys_3 的相关参数。

考虑到左、右卷取机的钢卷半径(R_1, R_3)和转动惯量(J_1, J_3)为慢时变参数, 为了便于研究可将其取为中间值($\bar{R}_1, \bar{R}_3, \bar{J}_1, \bar{J}_3$)的形式; 此外, 考虑系统中摩擦系数 B_{u_i} 和电枢电阻 r_i 的摄动性, 以及主轧机负载 M_z 的扰动性, 则可逆冷带轧机速度张力系统模型 (1)可等价转换为

$$\text{sys}'_1 : \begin{cases} \dot{F}_1 = \frac{EA_1}{L} [V_2(1 - \chi_0(1 + K_\chi F_1)) - V_1], \\ \dot{V}_1 = \frac{K_1 \bar{R}_1}{\bar{J}_1 \eta_1} I_1 + \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{J}_1 \eta_1^2} F_1 - \frac{B_{u1}}{\bar{J}_1} V_1 + \Delta_1, \\ \dot{I}_1 = \frac{K s_1}{l_1} u_1 - \frac{K_1 \eta_1}{l_1 \bar{R}_1} V_1 - \frac{r_1}{l_1} I_1 + w_1, \end{cases} \quad (2a)$$

$$\text{sys}'_2 : \begin{cases} \dot{V}_2 = \frac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} I_2 + \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (F_3 - F_1) - \frac{B_{u2}}{J_2} V_2 - \frac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2} + \Delta_2, \\ \dot{I}_2 = \frac{K s_2}{l_2} u_2 - \frac{K_2 \eta_2}{l_2 R_2} V_2 - \frac{r_2}{l_2} I_2 + w_2, \end{cases} \quad (2b)$$

$$\text{sys}'_3 : \begin{cases} \dot{F}_3 = \frac{EA_2}{L} [V_3 - V_2(1 + \delta_0(1 + K_\delta F_3))], \\ \dot{V}_3 = \frac{K_3 \bar{R}_3}{\bar{J}_3 \eta_3} I_3 - \frac{\bar{R}_3^2}{\bar{J}_3 \eta_3^2} F_3 - \frac{B_{u3}}{\bar{J}_3} V_3 + \Delta_3, \\ \dot{I}_3 = \frac{K s_3}{l_3} u_3 - \frac{K_3 \eta_3}{l_3 \bar{R}_3} V_3 - \frac{r_3}{l_3} I_3 + w_3, \end{cases} \quad (2c)$$

式中 Δ_i, w_i 分别为各子系统的非匹配不确定项和匹配不确定项。

2.2 控制问题提出(Control problems posing)

本文的控制目标是实现可逆冷带轧机速度张力系统对系统给定值 F_1^*, V_2^* 和 F_3^* 进行有效的协调跟踪控制, 即: $F_1 \rightarrow F_1^*, V_2 \rightarrow V_2^*$ 和 $F_3 \rightarrow F_3^*$. 然而可逆冷带轧机的速度和张力之间相互耦合, 同时存在着非匹配不确定项 Δ_i 和匹配不确定项 w_i 的影响. 为此, 可逆冷带轧机速度张力系统(2)的控制问题可归纳为

- 1) 设计干扰观测器, 实现对系统模型中非匹配不确定项 Δ_i 的动态观测.
- 2) 设计系统控制器 u , 实现可逆冷带轧机速度张力系统的动态解耦, 以及对系统给定值 F_1^*, V_2^* 和 F_3^* 的协调跟踪控制.
- 3) 对系统的匹配不确定项进行估计, 并将输出的估计值引入到设计的控制器 u 中进行补偿控制.

3 非匹配不确定项的 NDO 设计 (Design of NDOs for the mismatched uncertainties)

考虑到式 (2)中的非匹配不确定项 Δ_i 及其变化率

$\dot{\Delta}_i$ 相对较小, 并且 NDO 方法构造简单、计算量较小、控制参数易于整定, 因此, 为了削弱 Δ_i 对系统性能的影响, 本节采用 NDO 方法对其进行动态观测. 假设 Δ_i 是 Lipschitz 连续有界的, 且其变化率满足 $|\dot{\Delta}_i| \leq \vartheta_i$, 其中 ϑ_i 为未知正数. NDO $_i$ 的具体构造形式如下:

$$\text{NDO}_1 : \begin{cases} \hat{\Delta}_1 = Z_1 + p_1 V_1, \\ \dot{Z}_1 = p_1 (-p_1 V_1 - \frac{K_1 \bar{R}_1}{\bar{J}_1 \eta_1} I_1 - \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{J}_1 \eta_1^2} F_1 + \frac{B_{u1}}{\bar{J}_1} V_1) - p_1 Z_1, \end{cases} \quad (3a)$$

$$\text{NDO}_2 : \begin{cases} \hat{\Delta}_2 = Z_2 + p_2 V_2, \\ \dot{Z}_2 = p_2 (-p_2 V_2 - \frac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} I_2 + \frac{B_{u2}}{J_2} V_2 - \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (F_3 - F_1) + \frac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2}) - p_2 Z_2, \end{cases} \quad (3b)$$

$$\text{NDO}_3 : \begin{cases} \hat{\Delta}_3 = Z_3 + p_3 V_3, \\ \dot{Z}_3 = p_3 (-p_3 V_3 - \frac{K_3 \bar{R}_3}{\bar{J}_3 \eta_3} I_3 + \frac{\bar{R}_3^2}{\bar{J}_3 \eta_3^2} F_3 + \frac{B_{u3}}{\bar{J}_3} V_3) - p_3 Z_3, \end{cases} \quad (3c)$$

式中: $\hat{\Delta}_i$ 为 Δ_i 的观测值, Z_i 为中间状态, $p_i \in \mathbb{R}^+$ 为 NDO $_i$ 的增益.

定义所构造 NDO $_i$ 的观测误差

$$\tilde{\Delta}_i = \Delta_i - \hat{\Delta}_i,$$

且有

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\Delta}}_1 &= (\dot{Z}_1 + p_1 \dot{V}_1) = \\ & p_1 (\dot{V}_1 - \frac{K_1 \bar{R}_1}{\bar{J}_1 \eta_1} I_1 - \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{J}_1 \eta_1^2} F_1 + \frac{B_{u1}}{\bar{J}_1} V_1) - \\ & p_1 (Z_1 + p_1 V_1) = \\ & -p_1 \hat{\Delta}_1 + p_1 \Delta_1 = p_1 \tilde{\Delta}_1. \end{aligned} \quad (4)$$

同理可得

$$\begin{cases} \dot{\hat{\Delta}}_2 = p_2 \tilde{\Delta}_2, \\ \dot{\hat{\Delta}}_3 = p_3 \tilde{\Delta}_3. \end{cases} \quad (5)$$

基于式(4)-(5), 求所构造 NDO $_i$ 观测误差 $\tilde{\Delta}_i$ 的时间导数

$$\dot{\tilde{\Delta}}_i = \dot{\Delta}_i - \dot{\hat{\Delta}}_i = \dot{\Delta}_i - p_i \tilde{\Delta}_i. \quad (6)$$

进而由上式可求得 $\tilde{\Delta}_i$ 的解析表达式

$$\tilde{\Delta}_i = \tilde{\Delta}_i(0)e^{-p_i t} + e^{-p_i t} \int_0^t \dot{\Delta}_i e^{p_i t} dt. \quad (7)$$

为此, 当 $0 < \dot{\Delta}_i \leq \vartheta_i$ 时, 式(7)可写为

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_i &\leq \tilde{\Delta}_i(0)e^{-p_i t} + e^{-p_i t} \vartheta_i \int_0^t e^{p_i t} dt = \\ &(\tilde{\Delta}_i(0) - \frac{\vartheta_i}{p_i})e^{-p_i t} + \frac{\vartheta_i}{p_i}. \end{aligned} \quad (8)$$

同理, 当 $-\vartheta_i \leq \dot{\Delta}_i < 0$ 时, 式(7)可写为

$$\tilde{\Delta}_i \geq (\tilde{\Delta}_i(0) + \frac{\vartheta_i}{p_i})e^{-p_i t} - \frac{\vartheta_i}{p_i}. \quad (9)$$

综合式(8)和(9)可知, 当 $|\dot{\Delta}_i| \leq \vartheta_i$ 时, 有

$$|\tilde{\Delta}_i|_{t \rightarrow \infty} \leq \frac{\vartheta_i}{p_i}. \quad (10)$$

即: 所构造NDO_i的观测误差指数收敛到一个有限半径的闭球内($\varsigma_i \leq \max \frac{\vartheta_i}{p_i}$ 为闭球半径), 并且可通过调节增益 p_i 使观测误差任意小.

注 2 在构造NDO_i时, 现有的文献通常假设不确定项 Δ_i 变化缓慢, 即令 $\dot{\Delta}_i \approx 0$, 但这在很多条件下并不成立; 而本节假设不确定项 Δ_i 的变化率满足 $|\dot{\Delta}_i| \leq \vartheta_i$ 具有更广阔的使用范围.

4 速度张力系统的解耦控制器设计 (Design of decoupling controllers for the speed and tension system)

4.1 基于DFL理论的动态解耦设计(Dynamic decoupling design based on DFL theory)

为便于研究, 暂不考虑式(2)中匹配不确定项 w_i 对系统性能的影响, 而其对系统性能的影响将在后面设计的控制器中予以补偿. 将速度张力系统(2)的状态向量、输入向量和输出向量分别定义为

$$\begin{cases} \mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T = \\ \quad [F_1 \ V_1 \ I_1 \ V_2 \ I_2 \ F_3 \ V_3 \ I_3]^T, \\ \mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T, \\ \mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [F_1 \ V_2 \ F_3]^T, \end{cases} \quad (11)$$

则速度张力系统(2)的状态方程可重新写为

$$\text{sys}'_1 : \begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{EA_1}{L}[x_4(1 - \chi_0(1 + K_\chi x_1)) - x_2], \\ \dot{x}_2 = \frac{K_1 \bar{R}_1}{\bar{J}_1 \eta_1} x_3 + \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{J}_1 \eta_1^2} x_1 - \frac{B_{u1}}{\bar{J}_1} x_2 + \Delta_1, \\ \dot{x}_3 = \frac{K_{s1}}{l_1} u_1 - \frac{K_1 \eta_1}{l_1 \bar{R}_1} x_2 - \frac{r_1}{l_1} x_3, \end{cases} \quad (12a)$$

$$\text{sys}'_2 : \begin{cases} \dot{x}_4 = \frac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} x_5 + \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (x_6 - x_1) - \\ \quad \frac{B_{u2}}{J_2} x_4 - \frac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2} + \Delta_2, \\ \dot{x}_5 = \frac{K_{s2}}{l_2} u_2 - \frac{K_2 \eta_2}{l_2 R_2} x_4 - \frac{r_2}{l_2} x_5, \end{cases} \quad (12b)$$

$$\text{sys}'_3 : \begin{cases} \dot{x}_6 = \frac{EA_2}{L}[x_7 - x_4(1 + \delta_0(1 + K_\delta x_6))], \\ \dot{x}_7 = \frac{K_3 \bar{R}_3}{\bar{J}_3 \eta_3} x_8 - \frac{\bar{R}_3^2}{\bar{J}_3 \eta_3^2} x_6 - \frac{B_{u3}}{\bar{J}_3} x_7 + \Delta_3, \\ \dot{x}_8 = \frac{K_{s3}}{l_3} u_3 - \frac{K_3 \eta_3}{l_3 \bar{R}_3} x_7 - \frac{r_3}{l_3} x_8. \end{cases} \quad (12c)$$

基于DFL理论, 不断求系统输出向量 \mathbf{y} 的时间导数, 直到 $[y_1^{(\alpha_1)} \ y_2^{(\alpha_2)} \ y_3^{(\alpha_3)}]^T$ 中的各分量均显含输入变量 \mathbf{u} 为止, 可有

$$\text{sys}'_1 : \begin{cases} \dot{y}_1 = \frac{EA_1}{L}[x_4(1 - \chi_0(1 + K_\chi x_1)) - x_2], \\ \ddot{y}_1 = \frac{EA_1}{L}[(1 - \chi_0)\dot{x}_4 - \chi_0 K_\chi (\dot{x}_1 x_4 + x_1 \dot{x}_4) - \dot{x}_2], \\ \ddot{\ddot{y}}_1 = \frac{EA_1}{L}[-\frac{K_1 \bar{R}_1}{\bar{J}_1 \eta_1} (\frac{K_{s1}}{l_1} u_1 - \frac{K_1 \eta_1}{l_1 \bar{R}_1} x_2 - \frac{r_1}{l_1} x_3) - \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{J}_1 \eta_1^2} \dot{x}_1 + \frac{B_{u1}}{\bar{J}_1} \dot{x}_2 - \dot{\Delta}_1 + (1 - \chi_0)\ddot{x}_4 - \chi_0 K_\chi (\ddot{x}_1 x_4 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_4 + x_1 \ddot{x}_4)], \end{cases} \quad (13a)$$

$$\text{sys}'_2 : \begin{cases} \dot{y}_2 = \frac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} x_5 + \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (x_6 - x_1) - \frac{B_{u2}}{J_2} x_4 - \frac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2} + \Delta_2, \\ \ddot{y}_2 = \frac{K_2 R_2}{J_2 \eta_2} (\frac{K_{s2}}{l_2} u_2 - \frac{K_2 \eta_2}{l_2 R_2} x_4 - \frac{r_2}{l_2} x_5) + \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (\dot{x}_6 - \dot{x}_1) - \frac{B_{u2}}{J_2} \dot{x}_4 + \dot{\Delta}_2, \end{cases} \quad (13b)$$

$$\text{sys}'_3 : \begin{cases} \dot{y}_3 = \frac{EA_2}{L}[x_7 - x_4(1 + \delta_0(1 + K_\delta x_6))], \\ \ddot{y}_3 = \frac{EA_2}{L}[\dot{x}_7 - (1 + \delta_0)\dot{x}_4 - \delta_0 K_\delta (\dot{x}_4 x_6 + x_4 \dot{x}_6)], \\ \ddot{\ddot{y}}_3 = \frac{EA_2}{L}[-\frac{K_3 \bar{R}_3}{\bar{J}_3 \eta_3} (\frac{K_{s3}}{l_3} u_3 - \frac{K_3 \eta_3}{l_3 \bar{R}_3} x_7 - \frac{r_3}{l_3} x_8) - \frac{\bar{R}_3^2}{\bar{J}_3 \eta_3^2} \dot{x}_6 - \frac{B_{u3}}{\bar{J}_3} \dot{x}_7 + \dot{\Delta}_3 - (1 + \delta_0)\ddot{x}_4 - \delta_0 K_\delta (\ddot{x}_6 x_4 + 2\dot{x}_6 \dot{x}_4 + x_6 \ddot{x}_4)]. \end{cases} \quad (13c)$$

由式(13)可知, 可逆冷带轧机速度张力系统(2)的相对阶 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3] = [3 \ 2 \ 3]$, 并且满足 $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 8 = n$ (n 为系统阶次), 则可逆冷带轧机速度张力系统(2)能够实现反馈线性化^[10].

进一步, 选取坐标变换

$$\begin{cases} z_{11} = y_1, z_{12} = \dot{y}_1, z_{13} = \ddot{y}_1, \\ z_{21} = y_2, z_{22} = \dot{y}_2, \\ z_{31} = y_3, z_{32} = \dot{y}_3, z_{33} = \ddot{y}_3. \end{cases} \quad (14)$$

定义 $[v_1 \ v_2 \ v_3]^T = [\ddot{y}_1 \ \ddot{y}_2 \ \ddot{y}_3]^T$ 为新的控制输入向量, 并结合式(3)(13), 则速度张力系统(12)的非线性状态反馈控制器可设计为

$$\begin{cases} u_1 = \frac{\bar{J}_1 \eta_1 l_1}{K_1 \bar{R}_1 K_{s1}} \left[-\frac{L}{EA_1} v_1 + \frac{K_1^2}{\bar{J}_1 l_1} x_2 + \frac{K_1 \bar{R}_1 r_1}{\bar{J}_1 \eta_1 l_1} x_3 - \frac{\bar{R}_1^2}{\bar{J}_1 \eta_1^2} \dot{x}_1 + \frac{B_{u1}}{\bar{J}_1} \dot{x}_2 - \dot{\Delta}_1 + (1 - \chi_0) \ddot{x}_4 - \chi_0 K_\chi (\ddot{x}_1 x_4 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_4 + x_1 \ddot{x}_4) \right], \\ u_2 = \frac{J_2 \eta_2 l_2}{K_2 R_2 K_{s2}} \left[v_2 + \frac{K_2^2}{J_2 l_2} x_4 + \frac{K_2 R_2 r_2}{J_2 \eta_2 l_2} x_5 + \frac{B_{u2}}{J_2} \dot{x}_4 - \dot{\Delta}_2 - \frac{R_2^2}{J_2 \eta_2^2} (\dot{x}_6 - \dot{x}_1) \right], \\ u_3 = \frac{\bar{J}_3 \eta_3 l_3}{K_3 \bar{R}_3 K_{s3}} \left[\frac{L}{EA_2} v_3 + \frac{K_3^2}{\bar{J}_3 l_3} x_7 + \frac{K_3 \bar{R}_3 r_3}{\bar{J}_3 \eta_3 l_3} x_8 + \frac{\bar{R}_3^2}{\bar{J}_3 \eta_3^2} \dot{x}_6 + \frac{B_{u3}}{\bar{J}_3} \dot{x}_7 - \dot{\Delta}_3 + (1 + \delta_0) \ddot{x}_4 + \delta_0 K_\delta (\ddot{x}_6 x_4 + 2\dot{x}_6 \dot{x}_4 + x_6 \ddot{x}_4) \right]. \end{cases} \quad (15)$$

将式(15)中 \dot{x}_2, \dot{x}_4 和 \dot{x}_7 中包含的非匹配不确定项 Δ_i 替换为所构造NDO输出的观测值 $\hat{\Delta}_i$, 并考虑式(2)中匹配不确定项 w_i 对系统性能的影响, 则可逆冷带轧机速度张力系统(12)在所设计坐标变换(14)和非线性状态反馈控制器(15)的作用下可近似解耦成如下3个独立的线性子系统:

$$\begin{cases} \text{sys}_1'' : \begin{cases} \dot{z}_{11} = z_{12}, \\ \dot{z}_{12} = z_{13}, \\ \dot{z}_{13} = v_1 + D_1, \\ y_1 = z_{11} = F_1, \end{cases} \\ \text{sys}_2'' : \begin{cases} \dot{z}_{21} = z_{22}, \\ \dot{z}_{22} = v_2 + D_2, \\ y_2 = z_{21} = V_2, \end{cases} \\ \text{sys}_3'' : \begin{cases} \dot{z}_{31} = z_{32}, \\ \dot{z}_{32} = z_{33}, \\ \dot{z}_{33} = v_3 + D_3, \\ y_3 = z_{31} = F_3, \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

式中 D_i 表示各线性子系统 sys_i'' 总的不确定项.

4.2 动态面反步控制器设计 (Design of dynamic surface backstepping controllers)

反步法是一种针对不确定性系统的结构化、系统

化的控制器综合设计方法. 考虑到可逆冷带轧机速度张力线性系统(16)的阶次相对较高且含有不确定项, 故本节将反步控制与动态面控制相结合完成解耦后各线性子系统控制器的设计, 并在下一节采用模糊自适应方法对所设计控制器中的不确定项进行逼近估计, 从而在提高速度张力系统跟踪控制精度和抗干扰能力的同时, 避免反步控制中的“微分爆炸”现象, 简化控制器的计算过程^[12].

首先, 对于式(16)中的左卷取机张力子系统 sys_1'' :

第1步 定义第1个误差面

$$e_{11} = z_{11} - F_1^*, \quad (17)$$

式中 F_1^* 为左卷取机张力子系统的给定值.

求式(17)的时间导数

$$\dot{e}_{11} = z_{12} - \dot{F}_1^*. \quad (18)$$

基于式(18)选取虚拟控制量

$$\bar{z}_{12} = -k_{11} e_{11} + \dot{F}_1^*, \quad (19)$$

式中 $k_{11} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的虚拟控制量参数.

让 \bar{z}_{12} 通过如下时间常数为 τ_{12} 的低通滤波器(滤波器1), 进而得到新的状态 z_{12d} :

$$\tau_{12} \dot{z}_{12d} + z_{12d} = \bar{z}_{12}, \quad z_{12d}(0) = \bar{z}_{12}(0). \quad (20)$$

第2步 定义第2个误差面

$$e_{12} = z_{12} - z_{12d}. \quad (21)$$

求式(21)的时间导数

$$\dot{e}_{12} = z_{13} - \dot{z}_{12d}. \quad (22)$$

基于式(22)选取虚拟控制量

$$\bar{z}_{13} = -k_{12} e_{12} + \dot{z}_{12d}, \quad (23)$$

式中 $k_{12} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的虚拟控制量参数.

让 \bar{z}_{13} 通过如下时间常数为 τ_{13} 的低通滤波器(滤波器2), 进而得到新的状态 z_{13d} :

$$\tau_{13} \dot{z}_{13d} + z_{13d} = \bar{z}_{13}, \quad z_{13d}(0) = \bar{z}_{13}(0). \quad (24)$$

第3步 定义第3个误差面

$$e_{13} = z_{13} - z_{13d}. \quad (25)$$

求式(25)的时间导数

$$\dot{e}_{13} = v_1 + D_1 - \dot{z}_{13d}, \quad (26)$$

进而可将左卷取机张力线性子系统 sys_1'' 的动态面反步控制器设计为

$$v_1 = -k_{13} e_{13} + \dot{z}_{13d} - D_1 = \tilde{v}_1 - D_1, \quad (27)$$

式中: $k_{13} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的控制器参数, \tilde{v}_1 为所设计控制器的确定已知部分.

其次, 对于式(16)中的主轧机速度子系统 sys_2'' :

第1步 定义第1个误差面

$$e_{21} = z_{21} - V_2^*, \quad (28)$$

式中 V_2^* 为主轧机速度子系统的给定值。

求式(28)的时间导数

$$\dot{e}_{21} = z_{22} - \dot{V}_2^*. \quad (29)$$

基于式(29)选取虚拟控制量

$$\bar{z}_{22} = -k_{21}e_{21} + \dot{V}_2^*, \quad (30)$$

式中 $k_{21} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的虚拟控制量参数。

让 \bar{z}_{22} 通过如下时间常数为 τ_{22} 的低通滤波器(滤波器3),进而得到新的状态 z_{22d} :

$$\tau_{22}\dot{z}_{22d} + z_{22d} = \bar{z}_{22}, \quad z_{22d}(0) = \bar{z}_{22}(0). \quad (31)$$

第2步 定义第2个误差面

$$e_{22} = z_{22} - z_{22d}. \quad (32)$$

求式(32)的时间导数

$$\dot{e}_{22} = v_2 + D_2 - \dot{z}_{22d}, \quad (33)$$

进而可将主轧机速度线性子系统 sys_2'' 的动态面反步控制器设计为

$$v_2 = -k_{22}e_{22} + \dot{z}_{22d} - D_2 = \tilde{v}_2 - D_2, \quad (34)$$

式中: $k_{22} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的控制器参数, \tilde{v}_2 为所设计控制器的确定已知部分。

再次,对于式(16)中的右卷取机张力子系统 sys_3'' ,考虑到其分析过程与左卷取机张力子系统 sys_1'' 类似,故右卷取机张力子系统 sys_3'' 的虚拟控制量、低通滤波器(滤波器4和5)和动态面反步控制器可分别设计为

$$\bar{z}_{32} = -k_{31}e_{31} + \dot{F}_3^*, \quad \bar{z}_{33} = -k_{32}e_{32} + \dot{z}_{32d}, \quad (35)$$

$$\tau_{32}\dot{z}_{32d} + z_{32d} = \bar{z}_{32}, \quad z_{32d}(0) = \bar{z}_{32}(0), \quad (36)$$

$$\tau_{33}\dot{z}_{33d} + z_{33d} = \bar{z}_{33}, \quad z_{33d}(0) = \bar{z}_{33}(0), \quad (37)$$

$$v_3 = -k_{33}e_{33} + \dot{z}_{33d} - D_3 = \tilde{v}_3 - D_3, \quad (38)$$

式中: $e_{31} = z_{31} - F_3^*$, $e_{32} = z_{32} - z_{32d}$ 和 $e_{33} = z_{33} - z_{33d}$ 为定义的3个误差面; F_3^* 为右卷取机张力子系统的给定值; z_{32d} 和 z_{33d} 为低通滤波器的输出, τ_{32} 和 τ_{33} 为低通滤波器的时间常数; $k_{31}, k_{32}, k_{33} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的控制参数; \tilde{v}_3 为所设计控制器的确定已知部分。

进一步,由式(27)(34)和(38)可以看出: \tilde{v}_i 易求取,而 D_i 复杂且未知。考虑到模糊自适应方法可在线逼近任意的连续函数,并且系统的匹配不确定项 D_i 及其变化率 \dot{D}_i 相对较大。因此,为了提高系统的跟踪控制精度,保证系统的稳定性能,可通过模糊自适应方法对系统的匹配不确定项 D_i 进行逼近估计。

4.3 匹配不确定项的模糊自适应逼近(Fuzzy adaptive approximation for the matched uncertainties)

根据万能逼近定理,模糊系统可表示为^[13]

$$y(\mathbf{x}) = \beta^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}), \quad (39)$$

式中: $\beta = (y^1, y^2, \dots, y^m)^T$ 为可调参数向量; $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) = (\boldsymbol{\xi}_1(\mathbf{x}), \boldsymbol{\xi}_2(\mathbf{x}), \dots, \boldsymbol{\xi}_m(\mathbf{x}))^T$ 为模糊基函数向量,

且其第 j 项 $\boldsymbol{\xi}_j(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{k=1}^n \mu_{A_k^j}(x_k)}{\sum_{j=1}^m (\prod_{k=1}^n \mu_{A_k^j}(x_k))}$,其中 $\mu_{A_k^j}(x_k)$

为高斯隶属度函数,且 $j=1, 2, \dots, m, k=1, 2, \dots, n$ 。

而对于式(27)(34)和(38)中总的不确定项 D_i ,根据模糊系统的万能逼近理论,存在最优模糊系统 $\beta_i^{*T} \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i)$,使得

$$D_i = \beta_i^{*T} \boldsymbol{\xi}_i(\mathbf{x}_i) + \varepsilon_i, \quad (40)$$

式中: β_i^* 为最优逼近参数,由于其一般难以直接确定,对此可通过 $\hat{\beta}_i$ 对其进行自适应估计; ε_i 为逼近误差,且满足 $|\varepsilon_i| \leq \rho_i$,其中 ρ_i 为逼近误差的未知上界。

至此,基于式(27)(34)和(38),并结合式(39)–(40),则可逆冷带轧机速度张力线性系统(16)的模糊自适应动态面反步控制器可设计为

$$\begin{cases} v_1 = \tilde{v}_1 - \hat{\beta}_1^T \boldsymbol{\xi}_1 - \hat{\rho}_1 \text{sgn } e_{13}, \\ v_2 = \tilde{v}_2 - \hat{\beta}_2^T \boldsymbol{\xi}_2 - \hat{\rho}_2 \text{sgn } e_{22}, \\ v_3 = \tilde{v}_3 - \hat{\beta}_3^T \boldsymbol{\xi}_3 - \hat{\rho}_3 \text{sgn } e_{33}, \end{cases} \quad (41)$$

式中 $\hat{\beta}_i, \hat{\rho}_i$ 分别为 β_i^*, ρ_i 的估计值,且其自适应律可设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\beta}}_1 = \gamma_{11}(\boldsymbol{\xi}_1 e_{13} - \sigma_{11} \hat{\beta}_1), \\ \dot{\hat{\rho}}_1 = \gamma_{12}(|e_{13}| - \sigma_{12} \hat{\rho}_1), \\ \dot{\hat{\beta}}_2 = \gamma_{21}(\boldsymbol{\xi}_2 e_{22} - \sigma_{21} \hat{\beta}_2), \\ \dot{\hat{\rho}}_2 = \gamma_{22}(|e_{22}| - \sigma_{22} \hat{\rho}_2), \\ \dot{\hat{\beta}}_3 = \gamma_{31}(\boldsymbol{\xi}_3 e_{33} - \sigma_{31} \hat{\beta}_3), \\ \dot{\hat{\rho}}_3 = \gamma_{32}(|e_{33}| - \sigma_{32} \hat{\rho}_3), \end{cases} \quad (42)$$

式中 $\gamma_{11}, \gamma_{12}, \sigma_{11}, \sigma_{12} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的自适应律参数。

注3 式(42)采用 σ -修正法来抑制自适应参数的漂移,并解决了逼近误差的上界随时间增加而持续增大的问题。

5 稳定性分析(Stability analysis)

定理1 针对经直接反馈线性化(DFL)理论解耦后得到的可逆冷带轧机速度张力线性系统(16),构造低通滤波器(20)(24)(31)(36)和(37),设计模糊自适应动态面反步控制器和自适应律(41)和(42),则可逆冷带轧机速度张力闭环系统的所有信号均一致最终有界,且其跟踪误差能够任意小。

证 为便于研究,本节以左卷取机张力子系统 sys_1'' 为例。首先,定义式(20)和(24)中低通滤波器的滤波误差

$$\begin{cases} S_{12} = z_{12d} - \bar{z}_{12}, \\ S_{13} = z_{13d} - \bar{z}_{13}, \end{cases} \quad (43)$$

并基于式 (18)–(19)(21)–(23)(25)–(26)(40)–(41) 和式 (43) 求出所定义误差面 e_{11} , e_{12} 和 e_{13} 的时间导数:

$$\begin{cases} \dot{e}_{11} = e_{12} + z_{12d} - \dot{F}_1^* = \\ \quad e_{12} + S_{12} + \bar{z}_{12} - \dot{F}_1^* = e_{12} + S_{12} - k_{11}e_{11}, \\ \dot{e}_{12} = e_{13} + z_{13d} - \dot{z}_{12d} = \\ \quad e_{13} + S_{13} + \bar{z}_{13} - \dot{z}_{12d} = e_{13} + S_{13} - k_{12}e_{12}, \\ \dot{e}_{13} = v_1 + D_1 - \dot{z}_{13d} = \\ \quad -k_{13}e_{13} - \tilde{\beta}_1^T \xi_1 - \hat{\rho}_1 \operatorname{sgn} e_{13} + \beta_1^{*T} \xi_1 + \varepsilon_1 = \\ \quad -k_{13}e_{13} - \hat{\rho}_1 \operatorname{sgn} e_{13} + \varepsilon_1 + \tilde{\beta}_1^T \xi_1. \end{cases} \quad (44)$$

其次, 将式(43)与式(20)(24)联立, 可有

$$\begin{cases} \dot{z}_{12d} = -\frac{S_{12}}{\tau_{12}}, \\ \dot{z}_{13d} = -\frac{S_{13}}{\tau_{13}}. \end{cases} \quad (45)$$

基于式(19)(23)和(45), 求式(43)的时间导数

$$\begin{cases} \dot{S}_{12} = -\frac{S_{12}}{\tau_{12}} - (\ddot{F}_1^* - k_{11}\dot{e}_{11}), \\ \dot{S}_{13} = -\frac{S_{13}}{\tau_{13}} - (\ddot{z}_{12d} - k_{12}\dot{e}_{12}). \end{cases} \quad (46)$$

再次, 由式 (44)和(46) 可知, 存在非负连续函数 B_{12} 和 B_{13} , 使得

$$\begin{cases} \dot{S}_{12} \leq -\frac{S_{12}}{\tau_{12}} + B_{12}(e_{11}, e_{12}, S_{12}, F_1^*, \dot{F}_1^*, \ddot{F}_1^*), \\ \dot{S}_{13} \leq -\frac{S_{13}}{\tau_{13}} + B_{13}(e_{11}, e_{12}, e_{13}, S_{12}, S_{13}, F_1^*, \\ \quad \dot{F}_1^*, \ddot{F}_1^*), \end{cases} \quad (47)$$

并考虑如下紧集:

$$\begin{cases} \Omega_{11} = \{(F_1^*, \dot{F}_1^*, \ddot{F}_1^*) : F_1^{*2} + \dot{F}_1^{*2} + \ddot{F}_1^{*2} \leq g_1\}, \\ \Omega_{12} = \left\{ \sum_{i=1}^3 e_{1i}^2 + \sum_{i=2}^3 S_{1i}^2 + \frac{\tilde{\beta}_1^T \tilde{\beta}_1}{\gamma_{11}} + \frac{\tilde{\rho}_1^2}{\gamma_{12}} \leq 2N_1 \right\}. \end{cases} \quad (48)$$

注 4 由于 $\Omega_{11} \times \Omega_{12}$ 仍然是一个紧集, 所以连续函数 B_{12} 和 B_{13} 在其上有最大值 M_{12} 和 M_{13} .

最后, 选取Lyapunov函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 e_{1i}^2 + \sum_{i=2}^3 S_{1i}^2 + \frac{\tilde{\beta}_1^T \tilde{\beta}_1}{\gamma_{11}} + \frac{\tilde{\rho}_1^2}{\gamma_{12}} \right), \quad (49)$$

并求上式的时间导数:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & e_{11}(e_{12} + S_{12} - k_{11}e_{11}) + e_{12}(e_{13} + S_{13} - k_{12}e_{12}) + \end{aligned}$$

$$e_{13}(-k_{13}e_{13} - \hat{\rho}_1 \operatorname{sgn} e_{13} + \varepsilon_1 + \tilde{\beta}_1^T \xi_1) + \sum_{i=2}^3 \left(-\frac{S_{1i}^2}{\tau_{1i}} + |B_{1i}| |S_{1i}| \right) - \frac{\tilde{\beta}_1^T \dot{\tilde{\beta}}_1}{\gamma_{11}} - \frac{\tilde{\rho}_1 \dot{\tilde{\rho}}_1}{\gamma_{12}}. \quad (50)$$

根据Young不等式 $2xy \leq x^2 + y^2$, 可有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \frac{1}{2}e_{11}^2 + \frac{1}{2}e_{12}^2 + \frac{1}{2}e_{11}^2 + \frac{1}{2}S_{12}^2 - k_{11}e_{11}^2 + \\ & \frac{1}{2}e_{12}^2 + \frac{1}{2}e_{13}^2 + \frac{1}{2}e_{12}^2 + \frac{1}{2}S_{13}^2 - k_{12}e_{12}^2 - \\ & k_{13}e_{13}^2 + \tilde{\beta}_1^T \xi_1 e_{13} + \tilde{\rho}_1 |e_{13}| + \\ & \sum_{i=2}^3 \left(-\frac{S_{1i}^2}{\tau_{1i}} + \frac{B_{1i}^2 S_{1i}^2}{2} \right) + \\ & 1 - \frac{\tilde{\beta}_1^T \dot{\tilde{\beta}}_1}{\gamma_{11}} - \frac{\tilde{\rho}_1 \dot{\tilde{\rho}}_1}{\gamma_{12}} = \\ & (1 - k_{11})e_{11}^2 + \left(\frac{3}{2} - k_{12} \right) e_{12}^2 + \\ & \left(\frac{1}{2} - k_{13} \right) e_{13}^2 + \sum_{i=2}^3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau_{1i}} + \frac{B_{1i}^2}{2} \right) S_{1i}^2 + \\ & 1 + \sigma_{11} \tilde{\beta}_1^T \hat{\beta}_1 + \sigma_{12} \tilde{\rho}_1 \hat{\rho}_1. \end{aligned} \quad (51)$$

根据 $2\tilde{\beta}_1^T \hat{\beta}_1 \leq -\tilde{\beta}_1^T \tilde{\beta}_1 + \hat{\beta}_1^T \hat{\beta}_1$ 和 $2\tilde{\rho}_1 \hat{\rho}_1 \leq -\tilde{\rho}_1^2 + \hat{\rho}_1^2$, 可进一步整理出

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & (1 - k_{11})e_{11}^2 + \left(\frac{3}{2} - k_{12} \right) e_{12}^2 + \\ & \left(\frac{1}{2} - k_{13} \right) e_{13}^2 + \sum_{i=2}^3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\tau_{1i}} + \frac{B_{1i}^2}{2} \right) S_{1i}^2 - \\ & \frac{1}{2} \sigma_{11} \tilde{\beta}_1^T \tilde{\beta}_1 - \frac{1}{2} \sigma_{12} \tilde{\rho}_1^2 + \frac{1}{2} \sigma_{11} \hat{\beta}_1^T \hat{\beta}_1 + \\ & \frac{1}{2} \sigma_{12} \hat{\rho}_1^2 + 1. \end{aligned} \quad (52)$$

若选取的控制参数满足

$$\begin{aligned} k_{11} \geq 1 + \lambda_1, \quad k_{12} \geq \frac{3}{2} + \lambda_1, \quad k_{13} \geq \frac{1}{2} + \lambda_1, \\ \frac{1}{\tau_{12}} \geq \frac{1}{2} + \frac{M_{12}^2}{2} + \lambda_1, \quad \frac{1}{\tau_{13}} \geq \frac{1}{2} + \frac{M_{13}^2}{2} + \lambda_1, \\ \frac{\sigma_{11} \gamma_{11}}{2} \geq \lambda_1, \quad \frac{\sigma_{12} \gamma_{12}}{2} \geq \lambda_1, \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \sigma_{11} \hat{\beta}_1^T \hat{\beta}_1 + \frac{1}{2} \sigma_{12} \hat{\rho}_1^2 + 1 = C_1,$$

其中 $\lambda_1 \in \mathbb{R}^+$ 为待设计的正常数, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\lambda_1 \left(\sum_{i=1}^3 e_{1i}^2 + \sum_{i=2}^3 S_{1i}^2 + \frac{\tilde{\beta}_1^T \tilde{\beta}_1}{\gamma_{11}} + \frac{\tilde{\rho}_1^2}{\gamma_{12}} \right) + \\ & \sum_{i=2}^3 \left(\frac{B_{1i}^2}{2M_{1i}^2} - \frac{1}{2} \right) S_{1i}^2 M_{1i}^2 + C_1 = \\ & -2\lambda_1 V_1 + \sum_{i=2}^3 \left(\frac{B_{1i}^2}{2M_{1i}^2} - \frac{1}{2} \right) S_{1i}^2 M_{1i}^2 + C_1. \end{aligned} \quad (53)$$

取 $\lambda_1 \geq \frac{C_1}{2N_1}$, 则当 $V_1 = N_1$ 时, 由 $B_{12} \leq M_{12}$ 和 $B_{13} \leq M_{13}$ 可得

$$\dot{V}_1 \leq -2\lambda_1 N_1 + C_1 \leq 0. \quad (54)$$

上式说明 $V_1 \leq N_1$ 是一个不变集, 即如果 $V_1(0) \leq N_1$, 则 $V_1(t) \leq N_1$, 因此在 $V_1(0) \leq N_1$ 条件下可进一步得出

$$\dot{V}_1 \leq -2\lambda_1 V_1 + C_1. \quad (55)$$

对上式进行求解, 可有

$$V_1 \leq \frac{C_1}{2\lambda_1} + (V_1(0) - \frac{C_1}{2\lambda_1})e^{-2\lambda_1 t}, \quad (56)$$

即: 左卷取机张力子系统 sys'_1 是一致最终有界稳定的, 并且可通过调节 $k_{11}, k_{12}, k_{13}, \tau_{12}$ 和 τ_{13} 等参数使其跟踪误差任意小.

同理, 主轧机速度子系统 sys'_2 和右卷取机张力子系统 sys'_3 的稳定性分析过程与上述过程类似.

证毕.

6 仿真研究(Simulation research)

在本节, 选用可逆冷带轧机速度张力系统的工业现场数据, 将本文所提出的解耦协调控制方法与基于DFL理论的IMC方法和文献[6]方法进行仿真对比研究.

可逆冷带轧机左、右卷取机和主轧机的额定功率、额定电压和额定电流分别为

$$P_{N1} = P_{N3} = 1125 \text{ kW}, P_{N2} = 1800 \text{ kW},$$

$$U_{N1} = U_{N3} = 800 \text{ V}, U_{N2} = 1000 \text{ V},$$

$$I_{N1} = I_{N3} = 1502 \text{ A}, I_{N2} = 1902 \text{ A};$$

左、右卷取机和主轧机电枢回路的电阻和电感分别为 $r_1 = r_3 = 0.021 \Omega, r_2 = 0.0159 \Omega, l_1 = l_3 = 1.38 \times 10^{-3} \text{ H}, l_2 = 1.28 \times 10^{-3} \text{ H}$; 电机的转矩系数分别为 $K_1 = K_3 = 23.6749 \text{ N} \cdot \text{m/A}, K_2 = 32.6089 \text{ N} \cdot \text{m/A}$; 减速比分别为 $\eta_1 = \eta_3 = 1.807, \eta_2 = 1$; 主轧机工作辊的半径 $R_2 = 0.20635 \text{ m}$; 主轧机与左、右卷取机间的距离 $L = 3 \text{ m}$; 可控硅整流装置的比例放大系数 $K_{s1} = K_{s3} = 108, K_{s2} = 135$.

选用某一轧制规程的实际轧制参数: 左、右卷取机钢卷半径的初始值和中间值 $R_1 = 0.89 \text{ m}, R_3 = 0.255 \text{ m}, \bar{R}_1 = \bar{R}_3 = 0.5 \text{ m}$; 折算到卷取机电机轴上总的转动惯量的初始值和中间值 $J_1 = 3347 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_3 = 406.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \bar{J}_1 = \bar{J}_3 = 1800 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 折算到主轧机电机轴上总的转动惯量 $J_2 = 1274.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 自由轧制时前滑、后滑系数的标称值 $\delta_0 = 0.065, \chi_0 = 0.182$; 带钢厚度 $H = 2.06 \times 10^{-3} \text{ m}, h = 1.582 \times 10^{-3} \text{ m}$; 摩擦系数的标称值 $B_{u1} = B_{u3} = 0.3014$

$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}, B_{u2} = 0.5699 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$; 张力对前滑、后滑影响系数的标称值 $K_\delta = 5 \times 10^{-8}, K_\chi = 6.511 \times 10^{-8}$. 其他相关参数: $E = 2.508 \times 10^9 \text{ N/m}^2, B = 1.25 \text{ m}, M_z = 25 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

为便于仿真研究, 假定在可逆冷带轧机的实际轧制生产过程中存在着参数摄动和负载扰动, 即: 速度张力系统模型(1)中的 B_{ui} 发生摄动变成 $1.1B_{ui}$, r_i 发生摄动变成 $1.1r_i$, 主轧机的负载扰动 $\Delta M_z = 2500 \cdot \sin(10t) \text{ N} \cdot \text{m}$.

在本文所提出的控制方法中, 选择 e_{11}, e_{12} 和 e_{13}, e_{21} 和 e_{22} , 以及 e_{31}, e_{32} 和 e_{33} 作为模糊系统的输入; 且隶属度函数选取为

$$\mu_{A_k^j}(x_k) = \exp[-((x_k + c_j)/(\pi/24))^2],$$

式中: x_k 为模糊逻辑系统的输入; $j = 1, 2, \dots, 7$, 并且

$$[c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7] = [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{24}, 0, -\frac{\pi}{24}, -\frac{\pi}{12}, -\frac{\pi}{6}].$$

本文所提方法的主要参数取为

$$p_1 = p_2 = p_3 = 200;$$

$$k_{11} = k_{31} = 6, k_{21} = 500,$$

$$k_{12} = 7000, k_{32} = 6000,$$

$$k_{22} = 10000, k_{13} = k_{33} = 1000;$$

$$\gamma_{11} = \gamma_{31} = 50, \gamma_{21} = 30, \gamma_{12} = 200,$$

$$\gamma_{22} = 150, \gamma_{32} = 300;$$

$$\tau_{12} = \tau_{32} = 0.05, \tau_{22} = 0.0001,$$

$$\tau_{13} = 0.0005, \tau_{33} = 0.001.$$

而对于基于DFL理论的IMC方法, 可逆冷带轧机速度张力线性系统的控制器可设计为

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}(s)\mathbf{G}_m^{-1}(s),$$

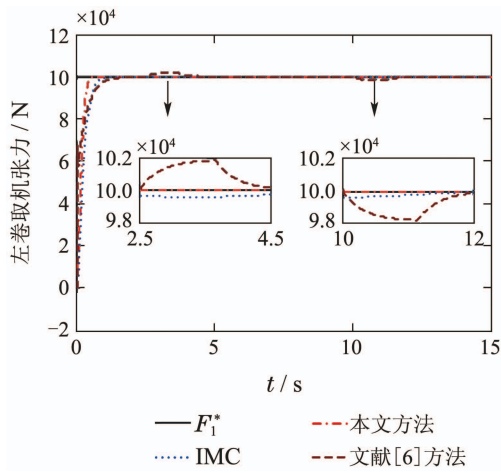
式中: $\mathbf{G}_m(s) = \text{diag}\{\frac{1}{s^3}, \frac{1}{s^2}, \frac{1}{s^3}\}$ 为内模向量; $\mathbf{F}(s)$ 为滤波器向量, 并选取为

$$\mathbf{F}(s) = \text{diag}\left\{\frac{1}{(0.13s+1)^3}, \frac{1}{(0.018s+1)^2}, \frac{1}{(0.13s+1)^3}\right\}.$$

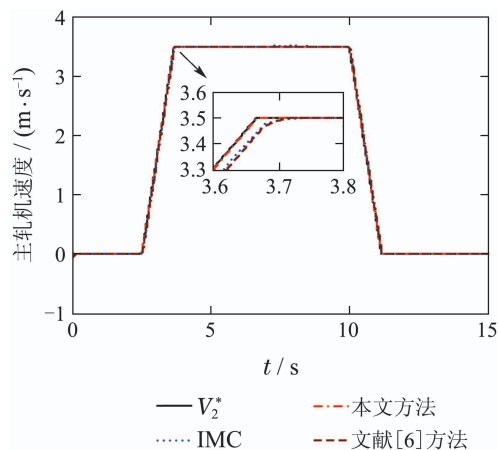
模拟可逆冷带轧机某道次的轧制工艺: 第1步, 将左卷取机张力和右卷取机张力在 $0 \sim 2.5 \text{ s}$ 内分别升至 100 kN 和 120 kN , 以完成主轧机两侧带钢张力的建立; 第2步, 将主轧机的轧制速度在 $2.5 \sim 5 \text{ s}$ 内升至 3.5 m/s 后开始进行正常的轧制生产; 第3步, 当 $t = 10 \text{ s}$, 将主轧机的轧制速度降至 0 m/s , 而左、右卷取机张力保持不变, 该道次轧制完成.

注 5 本文对主轧机轧制速度的上升斜率进行了限制, 即: $a_{\max, \min} = \pm 3 \text{ m/s}^2$, 以避免主轧机速度变化过快对轧机设备造成冲击。

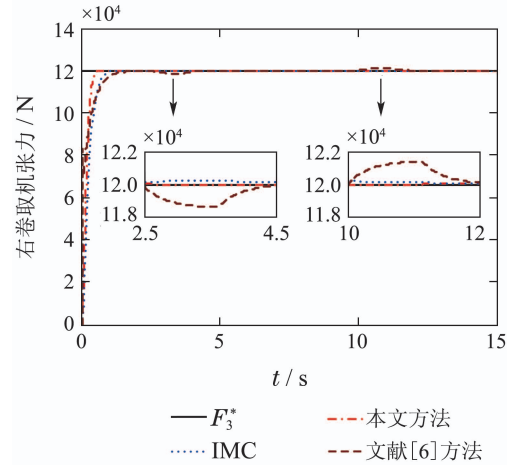
图2为本文所提方法与IMC方法和文献[6]方法的比较曲线。从图2(a)–2(c)可以看出: 1) 在基于DFL理论的IMC方法的作用下, 尽管 F_1 、 V_2 和 F_3 3个输出变量之间实现了解耦, 但速度张力系统的动态响应较慢, 跟踪精度较差, 抗干扰能力较弱; 2) 输出变量 F_1 、 V_2 和 F_3 在文献[6]方法的作用下能够对系统给定值 F_1^* 、 V_2^* 和 F_3^* 进行有效的协调跟踪控制, 但当 F_1^* 、 V_2^* 和 F_3^* 发生变化时, F_1 、 V_2 和 F_3 3个输出变量之间仍存在一定的相互耦合影响, 这不利于可逆冷带轧机速度张力系统的控制精度和带钢产品的质量进一步提高; 3) 而在本文所提控制方法的作用下, 由于采用模糊自适应方法对所设计控制器中的不确定项进行了有效的逼近估计, 因而 F_1 、 V_2 和 F_3 3个输出变量之间不但实现了有效的动态解耦, 而且速度张力系统的动态响应较快, 稳态精度较高, 抗干扰能力较强。从图2(d)–2(e)可以看出: 在本文所提控制方法的作用下, 左卷取机和右卷取机响应迅速, 运行平稳。



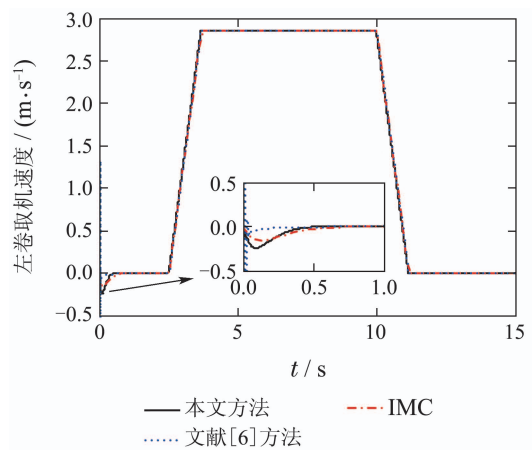
(a) 左卷取机张力曲线



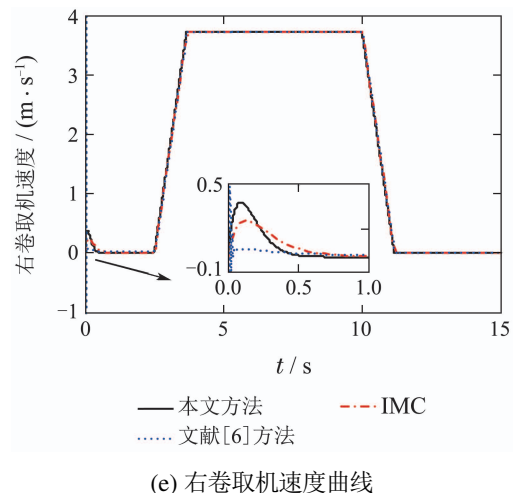
(b) 主轧机速度曲线



(c) 右卷取机张力曲线



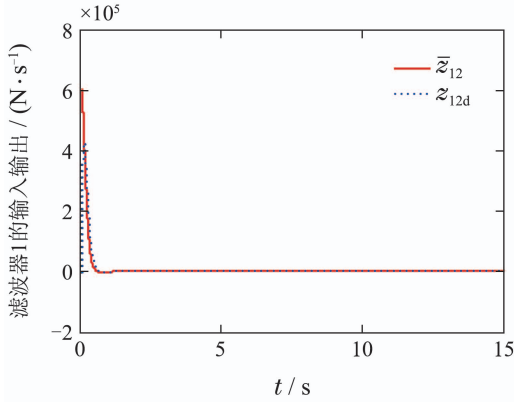
(d) 左卷取机速度曲线



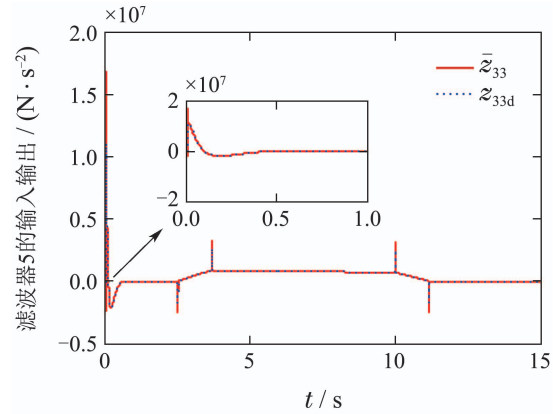
(e) 右卷取机速度曲线

图 2 本文所提方法与IMC方法和文献[6]方法的比较曲线
Fig. 2 Comparison curves among the proposed method, IMC method and the method in literature [6]

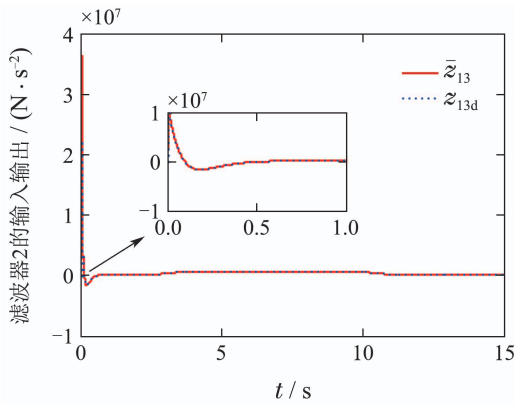
图3为低通滤波器的输入输出曲线, 可以看出: 所设计低通滤波器的输出对反步控制中每一步的虚拟控制量 (\bar{z}_{12} , \bar{z}_{13} , \bar{z}_{22} , \bar{z}_{32} , \bar{z}_{33})进行了有效地估计, 从而避免了反步控制中的“微分爆炸”现象, 简化了控制器的设计过程。



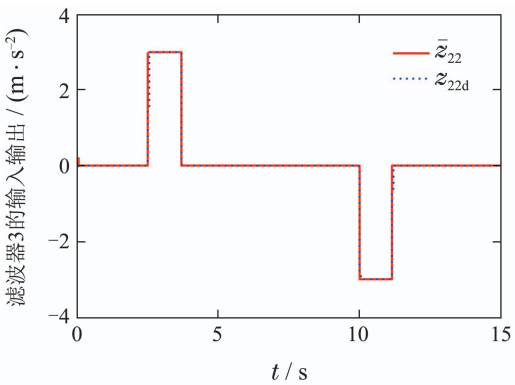
(a) 滤波器1的输入输出曲线



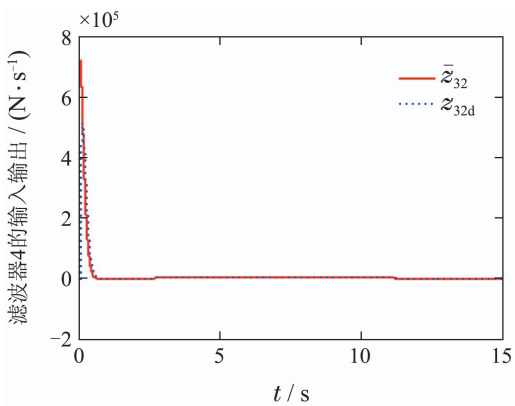
(e) 滤波器5的输入输出曲线



(b) 滤波器2的输入输出曲线



(c) 滤波器3的输入输出曲线

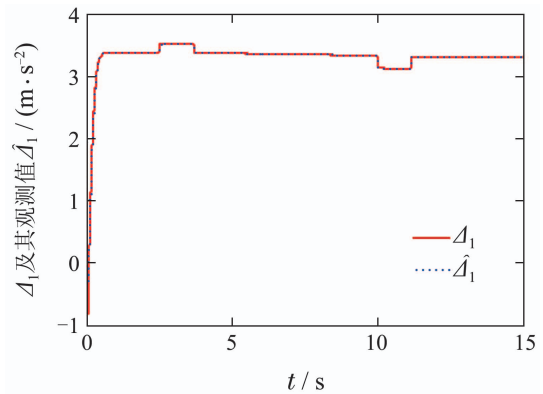


(d) 滤波器4的输入输出曲线

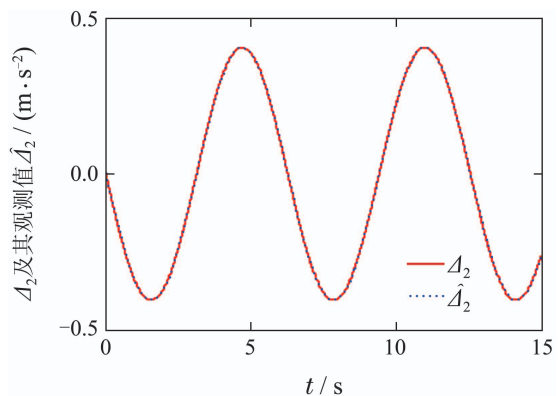
图3 低通滤波器的输入输出曲线

Fig. 3 Input-output curves of lowpass filters

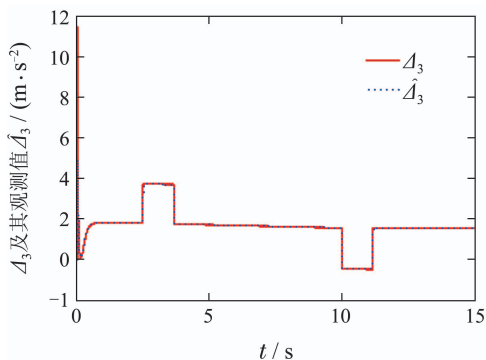
图4和图5分别为NDO观测值曲线和模糊自适应逼近值曲线,可以看出:所构造的NDO对系统的非匹配不确定项($\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$)进行了有效的动态观测;所设计的模糊自适应对系统的匹配不确定项(D_1, D_2, D_3)进行了有效的逼近估计,进而将估计值引入到设计的控制器中进行补偿,提高了系统的协调跟踪控制精度。



(a) 非匹配不确定项 Δ_1 的观测值曲线



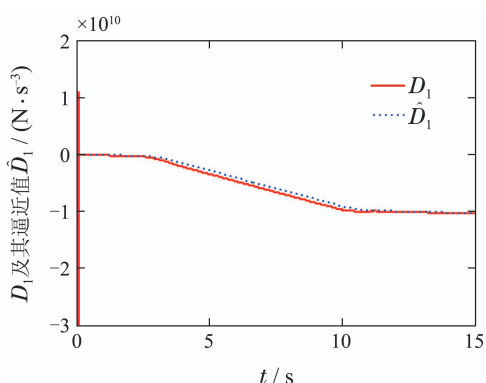
(b) 非匹配不确定项 Δ_2 的观测值曲线



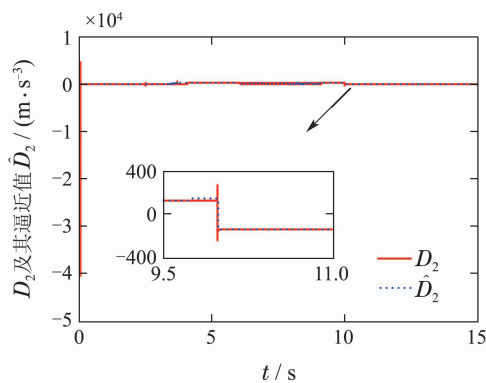
(c) 非匹配不确定项 Δ_3 的观测值曲线

图 4 NDO观测值曲线

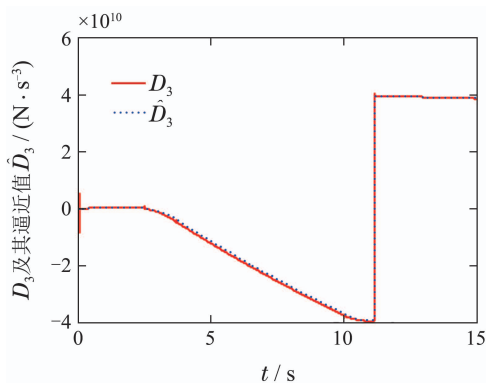
Fig. 4 Observation curves of NDO



(a) 匹配不确定项 D_1 的逼近值曲线



(b) 匹配不确定项 D_2 的逼近值曲线



(c) 匹配不确定项 D_3 的逼近值曲线

图 5 模糊自适应逼近值曲线

Fig. 5 Approximation curves of fuzzy self-adaption

7 结论(Conclusions)

本文研究了基于动态面反步控制和模糊自适应逼近的可逆冷带轧机速度张力系统的直接反馈线性化(direct feedback linearization, DFL)动态解耦和协调跟踪控制问题. 首先, 通过构造的NDO对系统模型中的非匹配不确定项进行了有效的动态观测, 并应用DFL理论实现了可逆冷带轧机速度和张力间有效的动态解耦; 其次, 考虑模型中匹配不确定项对DFL理论与原系统作用时产生的建模误差影响, 将反步控制与动态面控制相结合完成了解耦后各线性子系统控制器的设计, 该控制器鲁棒性较好, 保守性较小, 控制参数易于整定, 且有效地避免了反步控制中的“微分爆炸”现象, 简化了控制器的计算过程; 再次, 采用模糊自适应方法对所设计控制器中的匹配不确定项进行逼近估计和补偿, 有效地提高了速度张力系统的协调跟踪控制精度, 并解决了逼近误差的上界随时间增加而持续增大的问题; 通过理论分析证明了本文所提方法能够保证闭环系统的所有信号均一致最终有界. 最后, 基于工业现场的实际数据进行了仿真对比研究, 仿真结果验证了本文所提控制方法具有较好的动、静态性能和抗干扰能力, 可逆冷带轧机速度张力系统实现了有效的解耦和协调跟踪控制.

参考文献(References):

- [1] LIU G M, DI H S, ZHOU C L, et al. Tension and thickness control strategy analysis of two stands reversible cold rolling mill [J]. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 2012, 19(10): 20 – 25.
- [2] HE J B, HE Y Y, GUO S, et al. Tension robust control strategy based on self-optimizing algorithm [J]. *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 2009, 4(3): 151 – 161.
- [3] KOC H, KNITTEL D, DE MATHELIN M, et al. Modeling and robust control of winding systems for elastic webs [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(2): 197 – 208.
- [4] LIU Xingqiao, HU Jianqun, ZHOU Li. Active disturbance rejection control of three-motor synchronous control system [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2010, 30(12): 80 – 85.
(刘星桥, 胡建群, 周丽. 自抗扰控制器在三电机同步系统中的应用 [J]. *中国电机工程学报*, 2010, 30(12): 80 – 85.)
- [5] BAI Rui, TONG Shaocheng, CHAI Tianyou. Modeling and decoupling control for the strip tension of bridling roll in the continuous annealing line [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 392 – 397.
(白锐, 佟绍成, 柴天佑. 连续退火机组张紧辊带钢张力的建模及解耦控制 [J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(3): 392 – 397.)
- [6] LIU Lixin, FANG Yiming, LI Jianxiang, et al. Decentralized overlapping control for speed and tension in reversing cold-strip mill [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(5): 675 – 680.
(刘礼新, 方一鸣, 李建雄, 等. 可逆冷带轧机速度张力系统的分散重叠控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(5): 675 – 680.)
- [7] FANG Y M, LIU L, LI J X, et al. Compound control for speed and tension multivariable coupling system of reversible cold strip mill [J]. *Journal of Central South University*, 2015, 22(2): 529 – 538.

- [8] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [9] CHEN W H, BALLANCE D J, GAWTHROP P J, et al. Nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932 – 938.
- [10] KENNE G, GOMA R, NKWAWO H, et al. An improved direct feedback linearization technique for transient stability enhancement and voltage regulation of power generators [J]. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2010, 32(7): 809 – 816.
- [11] LIU Le, FANG Yiming, LI Jianxiong, et al. Modeling and decentralized control for speed and tension multivariable coupling system of reversible cold strip mill [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 42 – 48.
(刘乐, 方一鸣, 李建雄, 等. 可逆冷带轧机速度张力多变量耦合系统的建模及分散控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(1): 42 – 48.)
- [12] WANG D, HUANG J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 195 – 202.
- [13] HE Xianglei, TONG Shaocheng. Direct adaptive fuzzy backstepping control of nonlinear systems with dynamic uncertainties [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1081 – 1086.
(贺向雷, 佟绍成. 动态不确定非线性系统直接自适应模糊 backstepping 控制 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(10): 1081 – 1086.)

作者简介:

刘乐 (1985–), 男, 讲师, 目前研究方向为冷带轧机速度张力系统的解耦和协调跟踪控制, E-mail: leliu@ysu.edu.cn;

韩宇 (1992–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为冷带轧机速度张力系统的解耦控制, E-mail: hanyuysu@163.com;

方一鸣 (1965–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂系统的建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化等, E-mail: fyming@ysu.edu.cn;

张纯江 (1958–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为电力传动、轧机自动化等, E-mail: zhangcj@ysu.edu.cn.