

Buck型变换器输出跟踪的自适应动态规划算法

李 健, 沈艳军[†], 刘允刚

(三峡大学 电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 本文采用自适应动态规划算法研究了Buck型DC-DC变换器系统的输出跟踪问题. 首先构造一个误差系统, 并定义含跟踪误差和控制代价的性能指标; 然后, 利用自适应动态规划算法得到Buck型变换器系统的最优控制, 使得含有跟踪误差和控制代价的性能指标达到最优. 接着, 利用该算法研究了网络环境下的Buck型DC-DC变换器系统的输出跟踪问题. 该算法避免了代数求解Riccati方程, 求解简洁快速. 最后, 仿真实验验证了该算法的有效性.

关键词: DC-DC变换器; 输出跟踪; 自适应动态规划; 网络控制; 时滞

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Adaptive dynamic programming algorithms for the output tracking of Buck converter systems

LI Jian, SHEN Yan-jun[†], LIU Yun-gang

(College of Electrical Engineering & New Energy, China Three Gorges University, Yichang Hubei 443002, China)

Abstract: The problem of output tracking is considered for Buck DC-DC converter system based on adaptive dynamic programming (ADP) algorithms. Firstly, an error system is constructed. Then, a performance index is defined by taking the tracking error and control cost into consideration. Next, the optimal control is obtained by ADP for the Buck converter system, which can achieve the optimal tracking error and control cost. The problem of output tracking is also studied for networked Buck converter system based on ADP. The newly proposed algorithms avoid solving Riccati equation algebraically and have the characteristics such as simplicity and quickness. Finally, simulation results are given to illustrate the validity of the proposed methods.

Key words: DC-DC converters; output tracking; adaptive dynamic programming; network control; time delay

1 引言(Introduction)

DC-DC变换器是一种实现直流电路电压转换的电力电子装置, 克服了传统逆变器体积大、造价高、装置效率低等缺点, 被广泛应用在无轨电车、地铁、电动车等领域, 而且随着电力电子技术的发展, 应用越来越广泛.

目前, 已经有很多文献对DC-DC变换器的输出控制进行了研究. 文献[1]对DC-DC变换器提出了一种鲁棒稳定的输出反馈饱和控制器, 方法简单, 计算量小. 利用反步法, 文献[2]给出了DC-DC变换器的鲁棒性收敛准则和系统性能的调优步骤, 提高了闭环系统的性能. 针对于传统PI控制的低环路带宽和高畸变系数的缺点, 文献[3]设计了模糊控制, 使得DC-DC变换器响应更快, 输出更稳定. 结合自适应控制算法和有

限时间控制方法优点的自适应有限时间降压控制算法, 使Buck型DC-DC变换器在负载未知的情况下, 也能表现出快速的调节能力和较强的抗负载变化能力^[4]. 文献[5]将离散型的变结构控制应用到Buck型DC-DC变换器的控制, 所设计的控制器在系统内部参数变化时具有鲁棒性. 对于高频DC-DC变换器的输出要求, 滑模控制也是一种非常有效的方法^[6-7]. 文献[8-9]分别基于滑模控制和Chebyshev神经网络提出了自适应控制方法, 能无震颤地快速稳定输出, 对于外部扰动和内部参数变化有很好的鲁棒性. 在研究了经典的控制理论后, 文献[10]提出了自适应模型预测、松弛的动态规划等5种混合最优控制, 算法各有优劣, 但均表现出了很好的动态性能.

自适应动态规划(adaptive dynamic programming,

收稿日期: 2016-06-22; 录用日期: 2017-01-04.

[†]通信作者. E-mail: shenyj@ctgu.edu.cn; Tel.: +86 717-6392115.

本文责任编辑: 王龙.

国家自然科学基金项目(61374028, 61273183, 61603212, 61273084, 61325016), 三峡大学硕士学位论文培优基金项目(2016PY040)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61374028, 61273183, 61603212, 61273084, 61325016) and Excellent Master's Degree Thesis Foundation of China Three Gorges University (2016PY040).

ADP)作为求解非线性最优控制的一种新方法,包含了动态规划、强化学习等思想,能够获得复杂系统的近似最优控制.文献[11-12]基于ADP算法提出了有限时间的最优控制方法.对于非线性离散系统,文献[13]结合ADP算法和多模控制使得系统输出阶梯状跟踪期望值,算法快速稳定,且控制量有界.考虑到已有的大多数自适应动态规划方法都未能解决无约束非线性系统的镇定控制、带约束的非线性系统的最优镇定问题和最优跟踪控制问题,文献[14-15]对含不确定动态的系统的最优控制问题提出了鲁棒自适应动态规划方法,具有很好的鲁棒性.对于未知非仿射非线性离散系统,基于全局双启发式动态规划方法的ADP算法利用3个神经网络分别逼近代价函数、控制律和未知非线性离散系统,得到了系统的最优控制^[16].在系统的动态信息完全未知的情况下,文献[17]提出的ADP算法只利用系统的状态和输出的在线信息就可以得到线性系统的最优控制.

本文采用ADP算法研究Buck型变换器的输出跟踪问题.首先,基于Buck型DC-DC变换器的系统模型,构造相应的误差系统,并定义了含误差和控制代价的性能指标.然后,利用ADP算法迭代求解出指定的性能指标下的最优控制,从而使得系统输出能够快速跟踪参考电压.此外,由于网络控制越来越普及,而且网络以其快速、共享等优势,可以使得统一装置的元件分散开来,安装更灵活,维护更经济、方便.因此,利用ADP算法研究网络环境下的Buck型DC-DC变换器的输出跟踪问题,具有重要意义.最后,通过两个仿真实例来说明所提出的ADP算法使得系统输出电压能够快速跟踪参考电压.本文的创新性体现在:利用ADP算法研究了Buck型变换器的输出跟踪问题,方法简单高效,而且即使系统中部分参数未知,ADP算法也能求出相应的最优控制;另外,提出了网络环境下的Buck型变换器的输出跟踪问题,通过适当的变换,用ADP算法解决了这个问题;而且,在考虑上述两种输出跟踪问题时,不仅考虑了跟踪误差,还兼顾了控制代价.

为了下文表述的方便,定义以下符号:

对于任意向量 $V = (v_i)_{n \times 1}$, 记

$$\bar{V} = (v_1^2, v_1 v_2, \dots, v_1 v_n, v_2^2, v_2 v_3, \dots, v_n^2)^T,$$

其中 $v_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示向量 V 的第 i 个元素.

对于任意矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 记

$$\hat{A} = (a_{11}, 2a_{12}, \dots, 2a_{1n}, a_{22}, 2a_{23}, \dots, a_{nn})^T,$$

$$\text{vec}(A) = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1}, a_{12}, a_{22}, \dots, a_{nn})^T,$$

其中 $a_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 表示矩阵 A 的第 i 行第 j 列元素.

2 自适应动态规划算法回顾(Review on adaptive dynamic programming algorithms)

考虑如下连续线性系统:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态和输入控制, A, B 为系统矩阵.

对于系统(1), 定义以下性能指标:

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad (2)$$

其中: $Q = Q^T \geq 0$, $R = R^T > 0$ 均为常矩阵, t_0 为初始时刻, 且 $(A, Q^{\frac{1}{2}})$ 可测.

对于性能指标(2), 设计如下状态反馈控制器: $u = -Kx$, 使得性能指标(2)达到最小, 其中 K 是待定矩阵.

对于上述系统最优控制的求解, 文献[17]给出了如下自适应动态规划算法:

1) 选择时间段 $[t_0, t_1]$, 并将其划分成 l 个部分;

2) 寻找能镇定系统的反馈增益矩阵的初值 K_0 与合适的噪声 $e(t)$, 构造控制器 $u(t) = K_0 x(t) + e(t)$;

3) 得到系统在 $[t_0, t_1]$ 的 l 个时间段上的状态 x 和输入控制 u , 并根据它们计算以下矩阵:

$$\delta_{xx} = (\bar{x}(t_1) - \bar{x}(t_0), \bar{x}(t_2) - \bar{x}(t_1), \dots, \bar{x}(t_l) - \bar{x}(t_{l-1}))^T,$$

$$I_{xx} = \left(\int_{t_0}^{t_1} x(\tau) \otimes x(\tau) d\tau, \int_{t_1}^{t_2} x(\tau) \otimes x(\tau) d\tau, \dots, \int_{t_{l-1}}^{t_l} x(\tau) \otimes x(\tau) d\tau \right)^T,$$

$$I_{xu} = \left(\int_{t_0}^{t_1} x(\tau) \otimes u(\tau) d\tau, \int_{t_1}^{t_2} x(\tau) \otimes u(\tau) d\tau, \dots, \int_{t_{l-1}}^{t_l} x(\tau) \otimes u(\tau) d\tau \right)^T;$$

4) 求解如下方程:

$$\begin{pmatrix} \hat{P}_k \\ \text{vec}(K_{k+1}) \end{pmatrix} = (\Theta_k^T \Theta_k)^{-1} \Theta_k^T \Xi_k,$$

其中:

$$\Theta_k = (\delta_{xx}, -2I_{xx}(I_N \otimes K_k^T R) - 2I_{xu}(I_N \otimes R)),$$

$$\Xi_k = -I_{xx} \text{vec}(Q_k), \quad Q_k = Q + K_k^T R K_k,$$

K_k 是第 k 次迭代得到的反馈增益矩阵;

5) 重复步骤4), 直至满足下面的收敛条件:

$$\|P_k - P_{k-1}\| \leq \varepsilon,$$

其中 ε 是预先设定的误差范围.

当算法收敛时, 就可以得到最优控制器: $u = -K_k x$, 其中 K_k 为算法收敛时的反馈增益矩阵.

以下两个引理是自适应动态规划算法的基础.

引理 1^[17] 如果存在能使系统镇定的反馈初始增益矩阵 $K_0 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 且对称正定矩阵 P_k 是以下Riccati方程的对称正定解:

$$(A - BK_k)^T P_k + P_k (A - BK_k) +$$

$$Q + K_k^T R K_k = 0,$$

其中矩阵 K_k 定义为

$$K_k = R^{-1} B^T P_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots,$$

则有

- 1) $A - BK_k$ 是Hurwitz的;
- 2) $P^* \leq P_{k+1} \leq P_k$;
- 3) $\lim_{k \rightarrow \infty} K_k = K^*$, $\lim_{k \rightarrow \infty} P_k = P^*$, 其中 K^* , P^* 为某固定值.

引理 2^[17] 如果存在一个正整数 l_0 , 当 $l \geq l_0$ 时, 都有

$$\text{rank}([I_{xx}, I_{xu}]) = \frac{n(n+1)}{2} + mn;$$

那么, 对于任意的 $k \in \mathbb{Z}_+$, Θ_k 是列满秩的, 其中

$$\Theta_k = (\delta_{xx}, -2I_{xx}(I_N \otimes K_k^T R - 2I_{xu}(I_N \otimes R))).$$

注 1 反馈增益矩阵初值 K_0 的选取是算法顺利进行的关键. 当已知系统稳定, 可直接取 $K_0 = \mathbf{0}$, 但当系统未知时, 需要对系统矩阵进行估计来选取 K_0 .

注 2 输入控制 u 的选取, 可以在线得到; 在系统仿真时, 取 $u = -K_0 x + e$, 其中 e 为噪声. 引入噪声 e 可以使 Θ_k 列满秩(这是算法能顺利进行的关键). 噪声有很多种形式, 可参考文献[18-20].

3 自适应动态规划控制方法(Adaptive dynamic programming algorithms)

3.1 系统模型(System model)

Buck型DC-DC变换器又称为降压型变换器, 是DC-DC变换器中最基本的电路之一, 其典型的拓扑结构如图1所示.

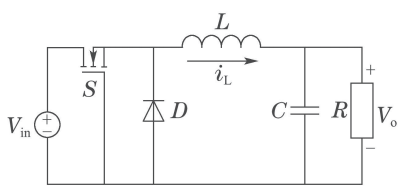


图1 Buck型DC-DC变换器电路图

Fig. 1 Circuit diagram of Buck DC-DC converter systems

图1中: V_{in} , V_o 分别是电路的输入电压和输出电压, i_L 是电感电流, S, D, L, C, R_1 分别是金属氧化物半导体(metal-oxide semiconductor, MOS)型开关、二极管、电感、电容和负载电阻.

Buck型DC-DC变换器在开关频率比较快的时候, 可以简化为以下的状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{i}_L = \frac{1}{L}(\mu V_{in} - V_o), \\ \dot{V}_o = \frac{1}{C}(i_L - \frac{V_o}{R_1}), \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\mu \in [0, 1]$ 为MOS型开关的占空比, 是系统(3)的输入控制.

为使输出电压跟踪到参考电压, 令 $y_1 = V_{ref} - V_o$, 其中 V_{ref} 是参考输出电压. 如此系统(3)可以转化为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = -\frac{1}{LC}y_1 - \frac{1}{R_1 C}y_2 - \frac{V_{in}}{LC}\mu + \frac{V_{ref}}{LC}, \end{cases} \quad (4)$$

再令

$$y = [y_1 \ y_2]^T, \quad f = -\frac{V_{in}}{LC}\mu + \frac{V_{ref}}{LC}.$$

则误差系统(4)可以整理成如下形式:

$$\dot{y} = A^0 y + B^0 f, \quad (5)$$

其中 y 和 f 分别是系统(5)的状态和输入控制, 且

$$A^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{1}{R_1 C} \end{bmatrix}, \quad B^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

对误差系统(5)定义如下性能指标:

$$J_y = \int_{t_0}^{\infty} (y^T Q^0 y + f^T R^0 f) dt, \quad (6)$$

其中 $Q^0 = (Q^0)^T \geq 0$ 和 $R^0 = (R^0)^T > 0$ 均为常矩阵.

注 3 性能指标(6)不仅考虑了系统的跟踪误差, 也考虑了控制器的控制代价. 在要求跟踪误差达到最小的同时, 也要求控制代价不能太大.

设计如下控制器: $f = -K^0 y$, 使得性能指标(6)最优, 其中 K^0 是待定矩阵.

于是, Buck型DC-DC变换器的输出跟踪问题就转化为以下的最优控制问题:

$$\begin{cases} \min J_y, \\ \text{s.t. } \dot{y} = A^0 y + B^0 f. \end{cases}$$

3.2 最优控制(Optimal control)

根据第2节介绍的ADP算法, 如下步骤可使性能指标(6)达到最小:

- 1) 将系统(3)转化为误差系统(5);
- 2) 利用ADP算法求解误差系统(5)在性能指标(6)下的最优反馈增益矩阵 K_k^0 ;
- 3) 当算法收敛时, 就可以得到误差系统(5)的最优控制器: $f = -K_k^0 y$, 其中 K_k^0 为算法收敛时的反馈增益矩阵;
- 4) 得到最优占空比 μ :

$$\mu = \frac{1}{V_{in}}(V_{ref} + LC K_k^0 y).$$

通过以上的步骤, 当算法收敛时, 就可以得到相应的最优控制.

注 4 ADP算法通过迭代求解代数Riccati方程, 过程简单, 而且算法收敛速度快.

根据上面的过程, 得到以下定理:

定理 1 如果 $Q^0 = (Q^0)^T \geq 0$, $R^0 = (R^0)^T > 0$, $(A^0, (Q^0)^{\frac{1}{2}})$ 可测, Θ_k^0 列满秩, 且存在能使系统镇定

的反馈初始增益矩阵 K_0^0 , 则有以下结论:

- 1) $A^0 - B^0 K_k^0$ 是Hurwitz的;
- 2) $P^{0*} \leq P_{k+1}^0 \leq P_k^0$;
- 3) $\lim_{k \rightarrow \infty} K_k^0 = K^{0*}$, $\lim_{k \rightarrow \infty} P_k^0 = P^{0*}$, 其中 K^{0*} , P^{0*} 为某固定值;

4) 使系统(3)的输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的最优控制形式如下:

$$\mu = \frac{1}{V_{in}}(V_{ref} + LCK_k^0 y).$$

证 令 $A' = A^0 - B^0 K_k^0$, 则系统(5)可以写成如下的形式: $\dot{y} = A'y + B^0(K_k^0 y + f)$, 则

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\delta t} (\dot{y}^T(\tau) P_k^0 y(\tau) + y^T(\tau) P_k^0 \dot{y}(\tau)) d\tau = \\ & \int_t^{t+\delta t} (A'y(\tau) + B^0(K_k^0 y(\tau) + f(\tau)))^T P_k^0 y(\tau) + \\ & y^T(\tau) P_k^0 (A'y(\tau) + B^0(K_k^0 y(\tau) + f(\tau)))^T d\tau = \\ & \int_t^{t+\delta t} [y(\tau)((A')^T P_k^0 + P_k^0 A')y(\tau) + \\ & 2(f(\tau) + K_k^0 y(\tau))^T B^T P_k^0 y(\tau)] d\tau. \end{aligned}$$

根据引理1, 在每个时间段 $[t_i, t_{i+1}]$, $i = 1, 2, \dots, l-1$ 将上述等式整理为Kronecker积的形式:

$$\begin{aligned} & [\bar{y}(t_{i+1}) - \bar{y}(t_i)] \hat{P}_k^0 = \\ & - \int_{t_i}^{t_{i+1}} y(\tau) \otimes y(\tau) d\tau \cdot \text{vec}(Q_k^0) + \\ & 2 \int_{t_i}^{t_{i+1}} [(y^T(\tau) \otimes y^T(\tau))(I_N \otimes K_k^0 R^0) + \\ & (y^T(\tau) \otimes f^T(\tau))(I_N \otimes R^0)] d\tau \cdot \text{vec}(K_{k+1}^0). \quad (7) \end{aligned}$$

进一步, 将等式(7)整理成如下形式:

$$\Theta_k^0 \begin{pmatrix} \hat{P}_k^0 \\ \text{vec}(K_{k+1}^0) \end{pmatrix} = \Xi_k^0, \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Theta_k^0 &= (\delta_{yy}, -2I_{yy}(I_N \otimes (K_k^0)^T R^0) - 2I_{yf}(I_N \otimes R^0)), \\ \Xi_k^0 &= -I_{yy} \text{vec}(Q_k^0). \end{aligned}$$

当引理2的条件满足, 矩阵 Θ_k^0 列满秩时, 由方程(8)可得最优控制.

由上述过程可以看到, 方程(8)与引理1的Riccati方程同解, 所以由引理1有结论1)-3), 即上述迭代的方法是收敛的, 而且使系统(5)稳定的最优控制为 $f = -K_k^0 y$. 于是, 使系统(3)的输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的最优控制形式为

$$\mu = \frac{1}{V_{in}}(V_{ref} + LCK_k^0 y).$$

注5 Riccati方程对求解形如本节中的最优控制具有重要作用. 代数法可以得到Riccati方程显示解的表达式, 然而将显示解求解出来, 往往需要加一些限制条件, 且计算复杂, 计算量也较大^[21-22]. 迭代法限制条件较少, 方法比较多,

算法的收敛速度都是二阶收敛的, 精度也比较高^[23], 计算复杂度为 $O(n^2)$, 但是大多数迭代法要求系统矩阵是已知的. ADP算法计算复杂度为 $O(n^2)$, 但是其仅利用系统状态信息和输入信息, 在系统部分参数未知的情况仍可进行.

4 网络自适应动态规划控制(Networked adaptive dynamic programming algorithms)

4.1 网络模型(Networked system model)

网络控制是现今比较普遍的一种控制手段, 使得得统一装置的元件分散开来, 安装更灵活, 维护更经济、方便, 但是网络控制势必会造成滞后. 假设控制回路总的网络时延为 d , 则Buck型DC-DC变换器模型可以写成以下的状态空间模型:

$$\begin{cases} \dot{i}_L = \frac{1}{L}(\mu_d V_{in} - V_o), \\ \dot{V}_o = \frac{1}{C}(i_L - \frac{V_o}{R_1}), \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\mu_d = \mu(t-d) \in [0, 1]$ 表示网络控制下的占空比.

令 $z_1 = V_{ref} - V_o$, 其中 V_{ref} 是参考输出电压, 则系统(9)可以写成如下误差系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -\frac{1}{LC}z_1 - \frac{1}{R_1 C}z_2 - \frac{V_{in}}{LC}\mu_d + \frac{V_{ref}}{LC}, \end{cases} \quad (10)$$

再令

$$z = [z_1 \ z_2]^T, \quad g_d = -\frac{V_{in}}{LC}\mu_d + \frac{V_{ref}}{LC},$$

则误差系统(10)可以整理为如下形式:

$$\dot{z} = A^d z + B^d g_d, \quad (11)$$

其中 z , g_d 分别是系统(11)的状态和输入控制, 且

$$A^d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{1}{R_1 C} \end{bmatrix}, \quad B^d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

对误差系统(11)定义如下性能指标:

$$J_z = \int_{t_0}^{\infty} (z^T Q^d z + g_d^T R^d g_d) dt, \quad (12)$$

其中 Q^d , R^d 均为常矩阵.

作如下变换:

$$w = z + \int_{-d}^0 e^{A^d(-d-s)} B^d g(t+s) ds, \quad (13)$$

其中 $g = -\frac{V_{in}}{LC}\mu + \frac{V_{ref}}{LC}$.

对式(13)两边求微分, 可得

$$\dot{w} = A^d w + \tilde{B} g, \quad (14)$$

其中 $\tilde{B} = e^{-A^d} B^d$.

对系统(14)定义如下性能指标:

$$J_w = \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + g^T R^d g) dt, \quad (15)$$

其中 Q^d , R^d 均为常矩阵.

为使得性能指标(15)最优, 设计如下控制器:

$$g = -K^d w, \quad (16)$$

其中 K^d 是待定矩阵.

这样就把输出跟踪问题转化为以下的最优控制问题:

$$\begin{cases} \min J_w, \\ \text{s.t. } \dot{w} = A^d w + \tilde{B}g. \end{cases}$$

4.2 网络最优控制(Networked optimal control)

要使网络环境下的Buck型DC-DC变换器系统(9)的输出 V_o 接近参考电压 V_{ref} , 可以通过以下算法得到相应的最优控制:

- 1) 将系统(9)转化为误差系统(11);
- 2) 将误差系统(11)转化为系统(14);
- 3) 利用ADP算法求解系统(14)在性能指标(15)下的最优反馈增益矩阵 K_k^d ;
- 4) 当算法收敛时, 就可以得到系统(14)的最优控制器: $g = -K_k^d w$, 其中 K_k^d 为算法收敛时的反馈增益矩阵;
- 5) 系统(9)在性能指标(12)下的最优占空比 μ :

$$\mu = \frac{1}{V_{in}}(V_{ref} + LCK_k^d w).$$

通过以上的步骤, 当算法收敛时, 就可以得到相应的最优控制.

根据上面的过程, 得到以下定理:

定理 2 如果 $Q^d = (Q^d)^T \geq 0$, $R^d = (R^d)^T > 0$, $(A^d, (Q^d)^{\frac{1}{2}})$ 可测, Θ_k^d 列满秩, 且存在能使系统镇定的反馈初始增益矩阵 K_0^d , 则有以下结论:

- 1) $A^d - B^d K_k^d$ 是Hurwitz的;
- 2) $P^{d*} \leq P_{k+1}^d \leq P_k^d$;
- 3) $J_z^* \leq \lambda J_w^*$, 其中:

$$\lambda = \max\{2, 1 + \frac{2\lambda_1\lambda_3}{\lambda_2} d^2\},$$

$$\lambda_1 = \max\{Q^d\}, \lambda_2 = \min\{R^d\},$$

$$\lambda_3 = \max\{(B^d)^T(e^{A^d(-d-s)})^T e^{A^d(-d-s)} B^d\},$$

$s \in [-d, 0]$. J_z^* 和 J_w^* 分别表示性能指标(12)和(15)的最优值;

- 4) $\lim_{k \rightarrow \infty} K_k^d = K^{d*}$, $\lim_{k \rightarrow \infty} P_k^d = P^{d*}$, 其中 K^{d*} , P^{d*} 为某固定值;

- 5) 使系统(9)的输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的最优控制形式为

$$\mu = \frac{1}{V_{in}}(V_{ref} + LCK_k^d w).$$

证 定理2的1)–3)的证明与定理1类似, 故这里仅证明4)–5).

令

$$E_s = e^{A^d(-d-s)} B^d g(t+s), \quad s \in [-d, 0],$$

由式(12)–(13)可知

$$\begin{aligned} J_z^* &= \int_{t_0}^{\infty} (z^T Q^d z + g_d^T R^d g_d) dt = \\ &= \int_{t_0}^{\infty} z^T Q^d z dt + \int_{t_0-d}^{\infty} g^T R^d g dt \leq \\ &= \int_{t_0}^{\infty} (z^T Q^d z + g^T R^d g) dt = \\ &= \int_{t_0}^{\infty} ((w - \int_{-d}^0 E_s ds)^T Q^d (w - \int_{-d}^0 E_s ds) + \\ &+ g^T R^d g) dt \leq \\ &= \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + g^T R^d g) dt + \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + \\ &2(\int_{-d}^0 E_s ds)^T Q^d (\int_{-d}^0 E_s ds)) dt \leq \\ &= \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + g^T R^d g) dt + \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + \\ &2d \int_{-d}^0 E_s^T Q^d E_s ds) dt. \end{aligned}$$

由于 $B^T(e^{A(-h_i-s)})^T e^{A(-h_i-s)} B \leq \lambda_3 I$, $R^d \geq \lambda_2 I$, $Q^d \leq \lambda_1 I$, 有

$$\begin{aligned} J_z^* &\leq \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + g^T R^d g) dt + \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + \\ &\frac{2\lambda_1\lambda_3}{\lambda_2} d \int_{-d}^0 g^T(t+s) R^d g(t+s) ds) dt \leq \\ &= \int_{t_0}^{\infty} (2w^T Q^d w + g^T R^d g) dt + \\ &\frac{2\lambda_1\lambda_3}{\lambda_2} d^2 \int_{t_0+\theta}^{\infty} g^T(\nu) R^d g(\nu) d\nu \leq \\ &= \lambda \int_{t_0}^{\infty} (w^T Q^d w + g^T R^d g) dt = \lambda J_w^*, \end{aligned}$$

其中: θ 为区间 $[-d, 0]$ 上的常数,

$$\lambda = \max\{2, 1 + \frac{2\lambda_1\lambda_3}{\lambda_2} d^2\}.$$

至此, 结论4)已证明完毕.

由于在自适应动态规划下, 性能指标 J_w^* 已达到最优, 说明 J_w^* 有限. 根据上面的推导, 说明 J_z^* 也达到了最优, 且由(16)知, 最优控制为

$$\mu = \frac{1}{V_{in}}(V_{ref} + LCK_k^d w).$$

至此, 结论5)证明完毕, 定理2全部证明完毕.

5 数值实验(Numerical experiments)

例 1 考虑形如(3)的Buck型DC-DC变换器系统, 其参数选择如下: 输入电压 $V_{in} = 12$ V, 电感值 $L = 5$ mH, 电容值 $C = 1000$ μ F, 负载电阻值未知, 输出参考电压初始值为 $V_{ref} = 8$ V, 假设在 $t = 1$ s时, 输出参考电压变为 $V_{ref} = 5$ V, 求最优的占空比.

在仿真中选取负载电阻

$$R_1 = 30 \Omega, Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, R = 1.$$

由于DC-DC变换器系统(3)转化成的系统(5)是稳定的,故可取 $K_0 = \mathbf{0}$.

将上述系统整理成形如系统(5)的形式,并选取初值[8, 1]. 在时间段[0, 1 s],每隔0.01 s进行获取系统状态 y 和输入控制 f 进行迭代. 在计算系统的输入时,选择以下噪声 $e(t) = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \sin(\omega_i t)$,其中 $\omega_i (i = 1, 2, \dots, 100)$ 是在[-500, 500]随机选取的. 图2给出 $e(t)$ 的图形.

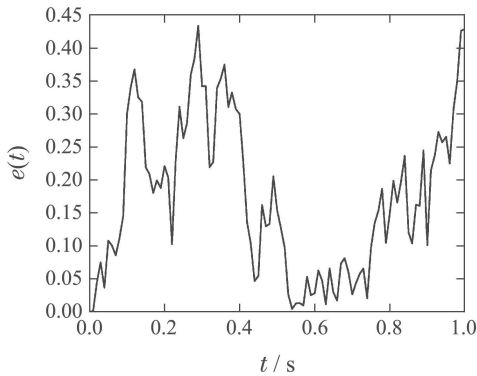
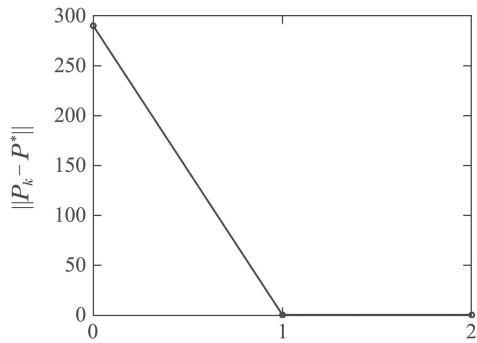


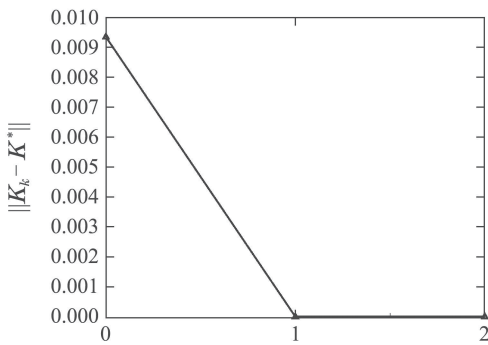
图2 $e(t)$ 的图形

Fig. 2 Trajectory of $e(t)$

由本文的算法,可得到 $\|P_k - P^*\|, \|K_k - K^*\|$ 的轨线图如图3所示.



迭代步数



迭代步数

图3 $\|P_k - P^*\|, \|K_k - K^*\|$ 的轨线图

Fig. 3 Trajectories of $\|P_k - P^*\|$ and $\|K_k - K^*\|$

由本文的算法,可得到 $\|P_k - P^*\|, \|K_k - K^*\|$ 的轨线图如图3所示. 由图3可以看出,算法在第2步就已经收敛,得到了最优值. 经过计算,反馈增益矩阵: $K_k = [0.0434 \ 0.0015]$,其相应的占空比变化如图4所示.

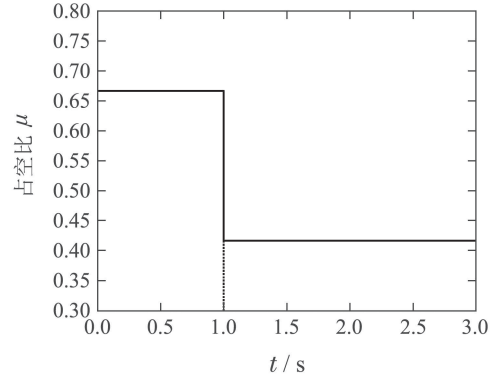


图4 最优占空比曲线图

Fig. 4 Trajectory of the optimal duty cycle

在所得控制下,系统输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的情况如图5所示. 由图5可以看出,在所得的最优占空比的控制下,输出 V_o 很快就能达到参考电压 V_{ref} 的值.

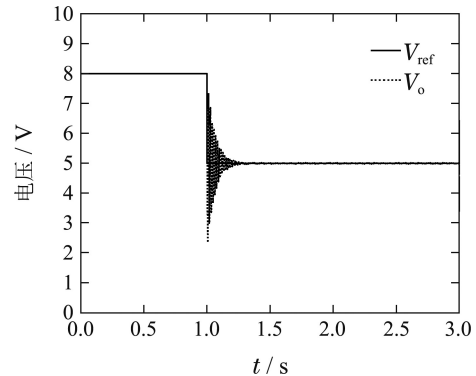


图5 系统输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的曲线图

Fig. 5 Trajectory of the system output V_o tracking the reference voltage V_{ref}

例2 考虑形如(9)的与例1参数设置相同的Buck变换器系统,负载电阻值 $R_1 = 30 \Omega$,且总的网络时延为 $d = 0.2 \text{ s}$. 求此时的最优占空比.

在仿真中选取

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}, R = 1, K_0 = \mathbf{0}.$$

将上述系统整理成形如系统(14)的形式,并选取初值[3, 1]. 在[0, 1 s]上每隔0.01 s获取系统的输出 w 和状态 g . 采用形如例1中的噪声,由给出的算法,可以得到 $\|P_k - P^*\|, \|K_k - K^*\|$ 的轨线图如图6所示.

由图6可以看出,算法在第3步就已经收敛,得到了最优值. 经过计算,反馈增益矩阵为

$$K_k = [-18.2811 \ 0.0080]^T,$$

其相应的占空比变化如图7所示.

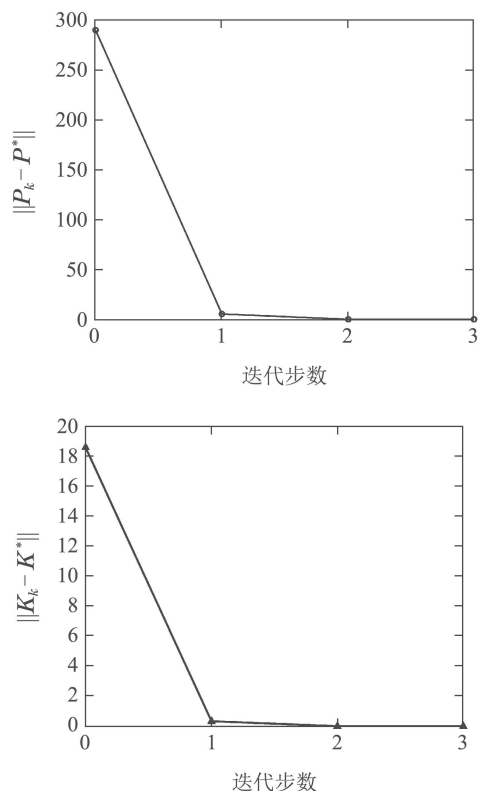


图 6 $\|P_k - P^*\|$, $\|K_k - K^*\|$ 的轨线图
Fig. 6 Trajectories of $\|P_k - P^*\|$ and $\|K_k - K^*\|$

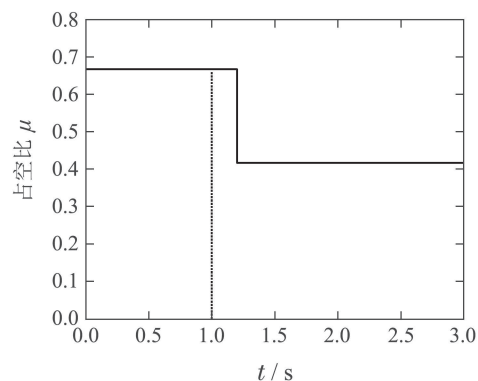


图 7 最优占空比曲线图
Fig. 7 Trajectory of the optimal duty cycle

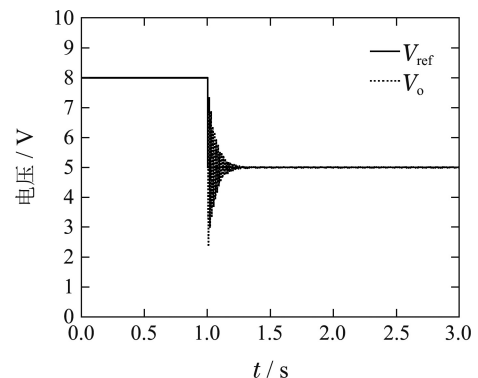


图 8 系统输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的曲线图
Fig. 8 Trajectory of the system output V_o tracking the reference voltage V_{ref}

在所得的最优占空比的控制下, 输出 V_o 跟踪参考电压 V_{ref} 的情况如图 8 所示. 由图 8 可以看出, 输出 V_o 在所求得的控制下很快就跟踪上参考电压 V_{ref} .

6 总结(Summary)

本文利用自适应动态规划算法讨论了 Buck 型 DC-DC 变换器系统的两类输出跟踪问题. 对于 Buck 型变换器系统的输出跟踪问题, 首先构造了误差系统, 并定义考虑跟踪误差和控制代价的性能指标; 然后利用 ADP 算法得到使得 Buck 型 DC-DC 变换器系统输出电压快速跟踪到参考电压的最优占空比. 由于网络控制的普及和便利, 本文随后利用 ADP 算法还研究了网络控制下的 Buck 型变换器系统的输出跟踪问题. 这种方法解决 Buck 型 DC-DC 变换器系统的两类输出跟踪问题时, 除了能使输出电压快速跟踪到参考电压, 而且还考虑了控制的代价. 下一步, 作者将进一步利用 ADP 算法研究网络控制下存在变时滞、丢包等情况下的 Buck 型变换器系统的输出跟踪问题.

参考文献(References):

- [1] RODRIGUEZ H, ORTEGA R, ESCOBAR G, et al. A robustly stable output feedback saturated controller for the boost DC-to-DC converter [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 40(1): 1 - 8.
- [2] ALVAREZ-RAMIREZ J, ESPINOSA PÉREZ G, NORIEGA-PINEDA D. Current-mode control of DC-DC power converters: a backstepping approach [J]. *International Journal of Robust and Non-linear Control*, 2003, 13(5): 421 - 442.
- [3] SARAVANAN A G, RAJARAM M. Fuzzy controller for dynamic performance improvement of a half-bridge isolated DC-DC converter [J]. *Neurocomputing*, 2014, 140(18): 283 - 290.
- [4] YANG Chen, CHENG Yingying, DU Haibo. An adaptive finite-time control algorithm for Buck converter systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(2): 315 - 320.
(杨晨, 程盈盈, 都海波, 等. Buck 型变换器自适应有限时间降压控制算法研究 [J]. *自动化学报*, 2016, 42(2): 315 - 320.)
- [5] MENG Guangwei, QU Shaocheng, CAI Hanqiang, et al. Design of DC-DC converter based on discrete variable structure control theory [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(1): 63 - 65.
(孟光伟, 瞿少成, 蔡汉强, 等. 基于离散变结构控制的 DC-DC 变换器 [J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(1): 63 - 65.)
- [6] PARRERIRA A, LIMA F, SANTOS M. Digital modular control of high frequency DC-DC converters [J]. *Microelectronics Journal*, 2014, 45(10): 1254 - 1260.
- [7] DRAKUNOV S V, REYHANOGLU M, SINGH B. Sliding mode control of DC-DC power converters [J]. *Intelligent Control Systems and Signal Processing*, 2009, 2(1): 237 - 242.
- [8] FAN L P, YU Y Z. Dynamic adaptive terminal sliding mode control for DC-DC converter [M] // *Electronics and Signal Processing*. Berlin: Springer, 2011.
- [9] NIZAMI T K, MAHANTA C. An intelligent adaptive control of DC-DC Buck converters [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(12): 2588 - 2613.
- [10] MARIÉTHOZ S, ALMÉR S, BÉJA M, et al. Comparison of hybrid control techniques for buck and boost DC-DC converters [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(5): 1126 - 1145.

- [11] WANG F Y, JIN N, LIU D R, et al. Adaptive dynamic programming for finite-horizon optimal control of discrete-time nonlinear systems with-error bound [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(1): 24 – 36.
- [12] LIN Xiaofeng, DING Qiang. Adaptive dynamic programming optimal control based on approximation error of critic network [J]. *Control and Decision*, 2015, 30(3): 495 – 498.
(林小峰, 丁强. 基于评价网络近似误差的自适应动态规划优化控制 [J]. 控制与决策, 2015, 30(3): 495 – 498.)
- [13] LI Xiaoli, LIU Dexin, JIA Chao, et al. Multiple set-points tracking control method based on adaptive dynamic programming [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(6): 709 – 716.
(李晓理, 刘德馨, 贾超, 等. 基于自适应动态规划的多设定值跟踪控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(6): 709 – 716.)
- [14] JIANG Z P, JIANG Y. Robust adaptive dynamic programming for linear and nonlinear systems: An overview [J]. *European Journal of Control*, 2013, 19(5): 417 – 425.
- [15] JIANG Y, JIANG Z P. Robust adaptive dynamic programming and feedback stabilization of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(5): 882 – 893.
- [16] WANG D, LIU D R, WEI Q, et al. Optimal control of unknown nonaffine nonlinear discrete-time systems based on adaptive dynamic programming [J]. *Automatica*, 2012, 48(8): 1825 – 1832.
- [17] JIANG Y, JIANG Z P. Computational adaptive optimal control for continuous-time linear systems with completely unknown dynamics [J]. *Automatica*, 2012, 48(10): 2699 – 2704.
- [18] ZHAO H, ZHANG C. Non-Gaussian noise quadratic estimation for linear discrete-time time-varying systems [J]. *Neurocomputing*, 2016, 174(4): 921 – 927.
- [19] BREVE F A, ZHAO L, QUILES M G. Particle competition and co-operation for semi-supervised learning with label noise [J]. *Neurocomputing*, 2015, 160(14): 63 – 72.
- [20] POULIQUEN M, PIGEON E, GEHAN O. Identification scheme for Hammerstein output error models with bounded noise [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(2): 550 – 555.
- [21] JONES E. A reformulation of the algebraic Riccati equation problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, 21(1): 113 – 114.
- [22] SHUBERT H. An analytic solution for an algebraic matrix Riccati equation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(3): 255 – 256.
- [23] LIU Xinguo, LI Zhankuan. Reviews on some numerical methods for the solution of the algebraic Riccati equation [J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2000, 30(4): 713 – 717.
(刘新国, 李湛宽. 求解代数Riccati方程的一些数值方法评述 [J]. 中国海洋大学学报: 自然科学版, 2000, 30(4): 713 – 717.)

作者简介:

李健 (1990–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为最优控制等, E-mail: 13135829479@163.com;

沈艳军 (1970–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性系统、采样控制等, E-mail: shenyj@ctgu.edu.cn;

刘允刚 (1970–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性系统控制设计、随机系统优化与控制、非线性观测器和自适应技术等, E-mail: lygfr@sdu.edu.cn.