第 33 卷第 12 期
2016 年 12 月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 33 No. 12
Dec. 2016

DOI: 10.7641/CTA.2016.60472

基于一型模糊规则自主构建二型TSK神经模糊系统方法设计

高俊龙[1,2], 袁如意[1†], 易建强[1,2], 应　浩[3], 李成栋[4]

(1. 中国科学院 自动化研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;

3. 美国韦恩州立大学 电气与计算机工程学院, 美国 底特律 48101; 4. 山东建筑大学 信息与电气工程学院, 山东 济南 250101)

摘要: 本文提出了一种使用一型模糊规则生成区间二型TSK(Takagi-Sugeno-Kang)神经模糊系统的新方法. 该方法以训练数据集与使用自组织方法由该训练集训练生成的一型模糊系统为驱动, 通过新型模糊系统前件类型转换算法与规则参数自适应学习算法的训练, 在不高于原一型系统模糊集合总数前提下, 自主构建区间二型TSK神经模糊系统. 此外, 针对两种典型的多输入单输出和多输入多输出系统, 在3种不同强度的系统扰动场景下进行了对比仿真实验. 实验结果表明, 在含有不同扰动状态系统的建模与辨识中本方法较于对比方法具有更加优异的性能.

关键词: 二型模糊系统; 神经模糊系统; 类型转换; 数据驱动; 融合

中图分类号: TP183　　　**文献标识码**: A

Automatically constructing type–2 TSK neural fuzzy system based on type–1 fuzzy rules

GAO Jun-long[1,2], YUAN Ru-yi[1†], YI Jian-qiang[1,2], YING Hao[3], LI Cheng-dong[4]

(1. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. Department of Electrical & Computer Engineering, Wayne State University, Detroit 48101, USA;
4. School of Information & Electrical Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan Shandong 250101, China)

Abstract: This paper presents a novel approach to generating an interval type–2 TSK (Takagi-Sugeno-Kang) neural fuzzy system (IT2–TSK–NFS) by using type-1 TSK fuzzy (T1–TSK) rules. This method makes full use of training data sets and those T1 fuzzy rules generated from existing well-behaved self-organizing T1 methods to automatically generate a better performing IT2–TSK–NFS through novel antecedent type transformation and adaptive parameter training algorithms. Meanwhile, the rule number of the IT2–TSK–NFS stays the same as the original T1's whereas the total number of IT2–FSs in the antecedent is no more than that of the original ones. Two benchmark examples with three different disturbance scenarios are given in experiments. The comparison results show and validate the proposed IT2–TSK–NFS can perform better than original T1–TSK system, and in some cases better than other IT2 self-organizing methods in literature in dealing with system modelling and identification issues under different disturbances.

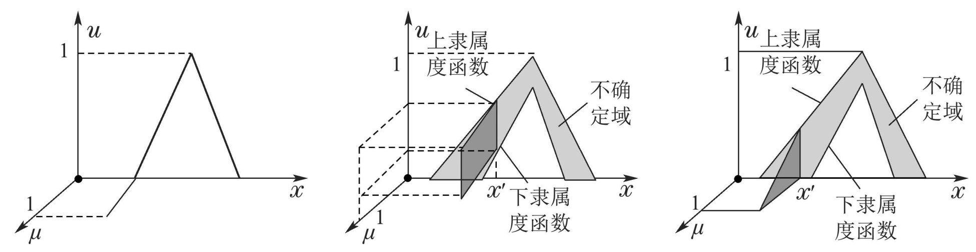
Key words: type–2 fuzzy logic system; neural fuzzy system; type transformation; data driven; mergence

1　引言(Introduction)

基于数据驱动的模糊逻辑系统(fuzzy logic system, FLS, 简称模糊系统)对未知系统进行建模或者预测的工作是模糊系统万能逼近性的重要应用分支之一. 模糊集合(fuzzy set, FS)是组成模糊系统的基础, 根据模糊集合类型可将其分为一型模糊集合(type-1 fuzzy set, T1–FS)与二型模糊集合(type–2 fuzzy set, T2–FS). 其中, 二型模糊集合的典型特征为其在主隶属度函数值与输入论域张成的平面空间内, 集合由上隶属度函数、下隶属度函数及两个隶属度之间的不确定域组成. 从T2–FS次隶属度特征进行分类, 又分为具有非单值次隶属度函数的广义二型模糊集合(general T2–FS, GT2–FS)及具有单值(值为1)次隶属度函的区间二型模糊集合(IT2–FS), 如图1所示. 模糊系统由3部分组成: 模糊化、模糊推理及解模糊化. 根据模糊化及模糊推理模块中规则原因部分(前件)所使用的模糊集合类型可将模糊系统分为两大类: 以T1–FS为基础的一型模糊系统(T1–FLS), 以T2–FS为

收稿日期: 2016−06−30; 录用日期: 2016−12−30.
†通信作者. E-mail: ruyi.yuan@ia.ac.cn; Tel.: +86 10-82544639.
本文责任编委: 孙长银.
国家自然科学基金项目(61421004, 61403381, 61473176), 山东省属高校优秀青年人才联合基金项目(ZR2015JL021)资助.
Supported by National Natural Science Foundation of China (61421004, 61403381, 61473176) and Natural Science Foundation of Shandong Province for Outstanding Young Talents in Provincial Universities (ZR2015JL021).

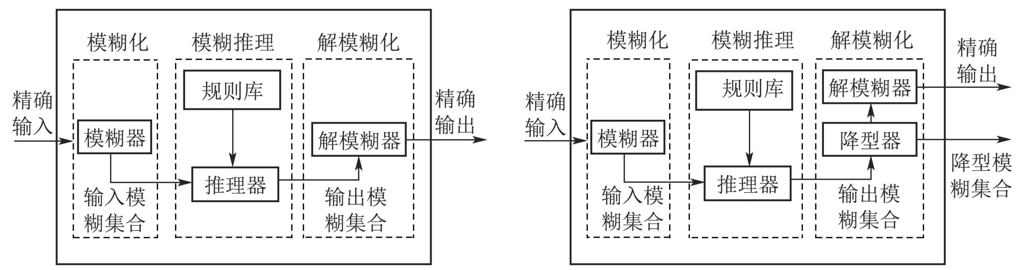
基础的二型模糊系统(T2–FLS), 如图1和2(a)–(b)所示. 类似于上述二型模糊集合的分类, 由GT2–FS组成的T2–FLS为广义二型模糊系统(GT2–FLS), 由IT2–FS组成的T2–FLS为区间二型模糊系统(IT2–FLS). 更具体地来讲, 模糊系统根据规则结论部分(后件)所使用的结论类型又可将其分为两种类型, 即后件使用模糊集合来表达的Mamdani型模糊系统及后件由含输入变量不同阶数信息的线性方程来表达的TSK (Takagi-Sugeno-Kang)或TS(Takagi-Sugeno)型模糊系统. T2–FS为模糊系统提供了额外的设计自由度, 因此理论上使用二型模糊集合设计的T2–FLS具有相较于T1–FLS有更加优秀的对不确定性处理能力并可以有效减少在相同性能表现下的系统模糊规则总数[1]. 自T2–FLS被实际应用以来, 该分支吸引了众多模糊学界的专家学者的研究兴趣并迅速成为模糊学界的研究热点. 其中, 因IT2–FLS 相较于GT2–FLS在计算复杂度与难度上更易实现, 目前已经广泛地应用在信号处理、模式识别、系统辨识与控制、股票预测等领域的研究中[2]. T2–Mamdani型因后件更容易形象化表述与理解, 在根据专家经验构建规则的T2–FLS中有广泛的应用, 在自适应函数逼近方面亦有广泛的研究与应用[3–4]. 然而, T2–Mamdani的优势也成为其在某些方面应用上的掣肘, 当在某些场景无法以语言逻辑构建意义明确的模糊系统规则时, T2–TSK因其后件具有明确的数学表达形式在此场景下较T2–Mamdani更易应用. 正是因为T2–TSK的上述优点, 近几年模糊学界对于T2–TSK的研究的深度与数量均有超过T2–Mamdani的趋势.



(a) (b) (c)

图 1 一型与二型模糊集合示意图

Fig. 1 Schematic diagram of type-1 & type–2 fuzzy sets



(a) 一型模糊系统 (b) 二型模糊系统

图 2 模糊系统示意图

Fig. 2 Schematic diagram of fuzzy logic systems

神经模糊系统(neural fuzzy system, NFS)与模糊神经网络(fuzzy neural networks, FNN)均结合了模糊系统与神经网络的优点, 即模糊系统的设计便捷性与神经网络的分布式运算结构. 神经模糊系统每层所代表的功能均与模糊系统对应的模块相对应, 运算节点以神经元结构形式呈现, 便于计算与嵌入式硬件开发. 迄今为止, 一型神经模糊系统的研究成果主要集中在离线或在线自组织建模[5–6]、控制[6]、分类预测[7]等方面; 区间二型神经模糊系统的研究成果主要集中在自组织建模[8–9]、系统辨识[10]、控制[11–12]等. 通常来讲, 构建一个二型模糊系统主要由两种方式进行: 1) 通过专家经验; 2) 通过数据驱动方法利用训练数据离线或在线的方式自主获得. 当前, 绝大多数的针对系统建模或时间序列预测问题的IT2–TSK自主学习(自组织)算法均是直接由训练数据集通过区间二型模糊神经网络或神经模糊系统的学习直接构建而成[13–16]. 通过数据驱动方法直接构建二型模糊系统并没有充分利用那些成熟的一型模糊自组织方法生成的一型模糊系统规则. 本文对已有的成熟一型模糊自组织算法加以利用, 首先生成性能较好的T1–FLS, 并通过类型转换算法将对应的T1–FLS规则前件构建为相应的IT2–FLS系统前件, 再利用优化算法(如梯度法、最速下降法、遗传算法、粒子群算法等)[17–19]优化新生成的系统结构与参数使其达到更优的性能指标. Nguyen等[20]使用T1–TSK系统将前件模糊集转化

为区间二型模糊集, 再使用遗传算法优化前件及后件的参数. 该研究假设使用IM–ENFS算法生成的T–1FLS的系统已经是最优系统, 在类型转换过程中并未考虑对前件模糊集相似度进行判断与融合操作, 且在优化参数步骤其前件需优化的参数限定了模糊集合的中心和上、下隶属度的关系, 无法独立调整对应的参数, 因此该研究在两步操作后生成的T–2FLS无法得到最优的T2–FLS结构. Juang等[18]所发表的二型神经模糊系统T2NFS–T1研究成果先将T1–TSK系统中的前件模糊集合进行相似度判断与融合, 再对融合后的前件模糊集进行类型转换操作, 之后使用一阶梯度算法优化其前、后件的参数, 因其类型转换的顺序问题, 该研究在前件模糊集的类型转换操作并不能完全体现IT2–FS之间的关系, 有可能漏掉某些需要合并的IT2–FS.

为了解决上述工作存在的问题, 充分利用现有一型模糊自组织方法生成的T1–TSK规则以帮助研究人员更加快速有效地自主构建IT2–TSK–NFS, 本工作提出了一种从一型TSK模糊系统构建区间二型神经模糊系统的新方法. 该方法含有两个步骤, 分别是神经模糊系统规则前件结构构建及规则前后件参数优化. 第1步含有3个子过程, 分别是前件类型转换初始化、前件IT2–FS相似度判断及分组, 相似组内IT2–FS融合. 第2步使用线性最小二乘法和本文提出的自适应步长最速下降算法对系统后件参数和前件参数分别进行学习训练使系统达到较优的性能。

本文其他章节行文如下: 第2节对一型TSK模糊系统规则结构及用来生成该类规则结构的备选自组织一型模糊方法给出对应的说明与分析, 本节同时对本文提出的区间二型TSK神经模糊系统结构给出具体说明. 第3节给出两个自主学习的步骤, 分别对各自包含的子步骤及对应算法给出详细的阐述与分析; 第4节给出针对两种典型模型使用本文方法在3种不同系统扰动情况下的对比仿真实验. 实验结果与原一型模糊系统、文献中出现的一型模糊系统及自组织二型模糊系统进行交叉对比; 第5节给出结论.

2 模糊TSK规则结构与区间二型神经模糊系统的结构(Fuzzy TSK rule structure and interval type–2 FLS's structure)

2.1 一型模糊TSK规则结构及备选自组织神经模糊系统方法(Type-1 fuzzy TSK rule structure and the candidate self-organizing FLS)

1) 一型模糊TSK规则结构.

本文采用的一型模糊TSK规则结构为: 前件是一型模糊集合、后件系数为常数的一型TSK模糊规则结构, 该种规则结构有较好的可解读性且该型模糊系统已被严格证明为万能逼近器.

T1–TSK系统的规则以多输入多输出的形式给出, 其中第r条规则为如下形式:

$$\begin{aligned}&\text{规则}r:\ \text{若}I_1\text{是}X_1^r, I_2\text{是}X_2^r,\cdots,I_k\text{是}X_k^r,\\&\text{则}O_r^P=C_{0,r}^P+\sum_{i=1}^{k}C_{i,r}^P I_i,\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $r=1,\cdots,g,\ i=1,\cdots,k,\ P=1,\cdots,q$, X_i^r代表第i个输入变量I_i所对应的一型模糊集合, O^P代表第P个输出, $C_{0,r}^P$代表后件线性方程中零阶输入变量项的系数, $C_{i,r}^P$代表与第i个输入变量所对应的精确值系数. g是模糊规则的总数, k是输入的总数, q是输出的总数.

2) 备选自组织神经模糊系统方法.

在本研究中, 从众多已有的一型模糊自组织方法中[5,21–28]选取一种备选自组织模糊方法来生成T1–TSK模糊规则. 广义动态模糊神经网路(generalized dynamic fuzzy neural network, GD–FNN)[24]为基于椭圆基神经网络结构且具有规则修剪能力的自组织模糊神经网络方法, 该方法的规则修剪特性使训练生成的FNN可在规则总数不满足模糊系统完备性条件下对训练集具有较好的逼近性能. GD–FNN得到了较为广泛的应用, 如系统辨识[29]、时间序列预测[30]、系统建模[31–32]等. 使用GD–FNN生成的T1–FLS在规则前件集合数相同的情况下较生成具有完备规则总数的一型模糊自组织方法(如: ANFIS[28]), 其规则总数较少, 生成的T1–FLS更加节省建模后的模糊系统在运算时的计算资源, 能有效提高计算效率.

2.2 区间二型神经模糊系统结构(Interval type–2 neural fuzzy system structure)

1) 区间二型模糊TSK规则结构.

本文采用的区间二型模糊TSK规则结构为: 前件为区间二型模糊集合、后件系数为常数的规则结构, 该种规则结构有较好的可解读性且该型模糊系统已被严格证明为万能逼近器[33]. 不失一般性, 本文同样给出多输入多输出形式的规则, 其中, 第r条规则为如下形式:

$$\begin{aligned}&\text{规则}r:\ \text{若}I_1\text{是}\tilde{X}_1^r, I_2\text{是}\tilde{X}_2^r,\cdots,I_k\text{是}\tilde{X}_k^r,\\&\text{则}O_r^P=\tilde{C}_{0,r}^P+\sum_{i=1}^{k}\tilde{C}_{i,r}^P I_i,\end{aligned}\tag{2}$$

其中$\tilde{X}_1^r$代表第i个输入变量I_i所对应的高斯区间二型模糊集合(IT2–FS), 其他关于后件系数的定义与前述一型模糊规则相同.

2) 区间二型神经模糊系统结构.

基于前述IT2–TSK系统, 本文在图2(b)基础上将区间二型神经模糊系统设计为具有6层神经模糊系统的结构, 如图3所示. 结构中第3层为新加入的以规则顺序进行排列的模糊化拓扑关系层, 该层以一种更清晰的数学表达形式帮助研究人员设计基于梯度法、最速下降法等以串联偏导数为基础的优化算法进行系统参数的优化工作.

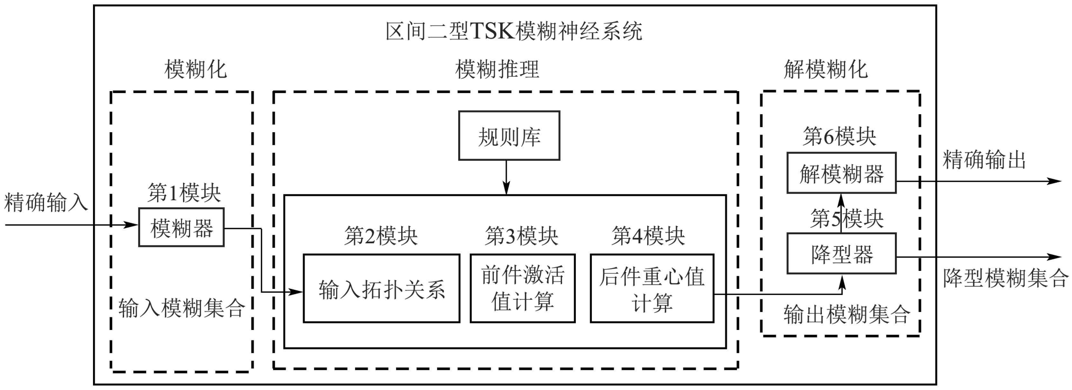


图 3 区间二型TSK神经模糊系统结构示意图

Fig. 3 Schematic diagram of IT2–FNS

a) 第1层(论域集合顺序模糊化模块).

本层代表在每个输入论域中具有不确定中心的高斯区间二型模糊函数, 使用输入I_i生成区间模糊化值:

$$[\underline{\mu}_i^{o\_\mathrm{in}}(I_i),\ \bar{\mu}_i^{o\_\mathrm{in}}(I_i)]_{o\_\mathrm{in}=1,2,\cdots,O_i},\tag{3}$$

其中: $\underline{\mu}_i^{o_\mathrm{in}}(I_i)$与$\bar{\mu}_i^{o_\mathrm{in}}(I_i)$分别为上隶属函数(upper membership function, UMF)与下隶属度函数(lower membership function, LMF), o_in代表输入变量I_i对应的第o_in个IT2–FS. 式(3) 的具体表达形式可如式(4)–(5)所示:

$$\bar{\mu}_i^{o\_\mathrm{in}}(I_i)=\begin{cases}G(c_{\mathrm{L}i}^{o\_\mathrm{in}},\sigma_i^{o\_\mathrm{in}};I_i),\ I_i<c_{\mathrm{L}i}^{o\_\mathrm{in}},\\ 1, \qquad c_{\mathrm{L}i}^{o\_\mathrm{in}}\leqslant I_i\leqslant c_{\mathrm{R}i}^{o\_\mathrm{in}},\\ G(c_{\mathrm{R}i}^{o\_\mathrm{in}},\sigma_i^{o\_\mathrm{in}};I_i),\ I_i>c_{\mathrm{R}i}^{o\_\mathrm{in}},\end{cases}\tag{4}$$

$$\underline{\mu}_i^{o\_\mathrm{in}}(I_i)=\begin{cases}G(c_{\mathrm{R}i}^{o\_\mathrm{in}},\sigma_i^{o\_\mathrm{in}};I_i),\ I_i\leqslant\dfrac{(c_{\mathrm{L}i}^{o\_\mathrm{in}}+c_{\mathrm{R}i}^{o\_\mathrm{in}})}{2},\\ G(c_{\mathrm{L}i}^{o\_\mathrm{in}},\sigma_i^{o\_\mathrm{in}};I_i),\ I_i>\dfrac{(c_{\mathrm{L}i}^{o\_\mathrm{in}}+c_{\mathrm{R}i}^{o\_\mathrm{in}})}{2},\end{cases}\tag{5}$$

其中: 隶属度函数$G(c,\sigma;I)$代表具有中心值c、宽度σ和输入I的高斯函数方程, L与R分别代表左、右.

b) 第2层(规则顺序拓扑逻辑关系模块).

本层将建立论域顺序与规则顺序模糊集合之间的拓扑关系以明确第1层与第3层的连接关系, 第1层所得到的UMF与LMF的模糊值将按照这种拓扑关系排列为规则顺序的UMF值$\bar{\mu}_i^r(I_i)$与LMF值$\underline{\mu}_i^r(I_i)$, 其分别对应于简化表达的$\bar{\mu}_i^{o_\mathrm{in}}(I_i)$与$\underline{\mu}_i^{o_\mathrm{in}}(I_i)$. 拓扑关系将以偏微分的形式记于式(6):

$$\frac{\partial\boldsymbol{\mu}_i^r}{\partial\boldsymbol{\mu}_i^{o\_\mathrm{in}}}=\begin{cases}1,\ \text{在第}r\text{条规则被激活的第1层的}\\ \quad\text{第}o\_\mathrm{in}\text{个模糊集合},\\ 0,\ \text{其他},\end{cases}\tag{6}$$

其中$\boldsymbol{\mu}$代表$\bar{\mu}$与$\underline{\mu}$.

c) 第3层(激活值计算模块).

在本层, 使用T范数对输入隶属度函数值$\bar{\mu}_k^r(x_k)$与$\underline{\mu}_k^r(x_k)$进行计算以得到第r条规则的上激活值与下激活值, 如式(7). 然后, 上、下激活值将被传递到第5层:

$$\bar{f}_r=\prod_{i=1}^k\bar{\mu}_i^r(I_i),\ \underline{f}_r=\prod_{i=1}^k\underline{\mu}_i^r(I_i).\tag{7}$$

d) 第4层(后件计算模块).

本层将使用输入变量与后件系数来计算对应的后件输出O_r^P, 为便于与神经模糊系统的输出作出区别, O_r^P值使用新符号$\hat{C}_r^P$, 并传递至第5层如式(8):

$$\hat{C}_r^P=O_r^P=\tilde{C}_{0,r}^P+\sum_{i=1}^k\tilde{C}_{i,r}^PI_i.\tag{8}$$

e) 第5层(降型模块).

传统的COS降型优化算法(如KM, EKM算法等)并不能在算法计算过程中将UMF与LMF分别放到两部分进行计算. 因此, 本层使用Begian-Melek-Mendel(BMM)[34]降型优化算法对第4层和第5层输入进来的数值计算第k个输出变量所对应的输出子值$\underline{O}_{\mathrm{TSK}}^P$和$\bar{O}_{\mathrm{TSK}}^P$:

$$
\begin{cases}
\underline{O}^P_{\text{TSK}} = \dfrac{0.5\sum\limits_{r=1}^{g}\underline{f}^r\hat{C}^P_r}{\sum\limits_{r=1}^{g}\underline{f}^r},\\
\bar{O}^P_{\text{TSK}} = \dfrac{0.5\sum\limits_{r=1}^{g}\bar{f}^r\hat{C}^P_r}{\sum\limits_{r=1}^{g}\bar{f}^r}.
\end{cases} \tag{9}
$$

f) 第6层(输出模块).

区间二型神经模糊系统第P个输出所对应的输出为第5层两个子值相加, 如式(10)所示:

$$
O^P_{\text{TSK}} = \underline{O}^P_{\text{TSK}} + \bar{O}^P_{\text{TSK}}. \tag{10}
$$

3 区间二型神经模糊系统的自主生成过程(Automatically generating algorithm of IT2–NFS)

本节将给出具体的自主模糊系统规则前件集合类型转换及构建步骤与对应的算法. 前件结构构建过程包含区间二型模糊集合建立、相似度判断与融合操作3部分: 在第1步中, 输入变量在进入系统前经过归一化操作使其限定在[−1, 1]区间内, 这样可使一型模糊集合向不确定中心类型的区间二型模糊集合的初始化过程更合理; 第2步以论域集合顺序为依据, 对每个输入变量论域的相邻区间二型模糊集合进行相似度计算与分组操作; 第3步将第2步中划归的不同的分组分别使用改进的融合算法进行融合操作. 最后, 在参数学习阶段分别采用本文提出的一种新型具有自适应步长的最速下降法及线性最小二乘法先后调整前、后件参数, 并以对应的系统性能指标为算法结束标识. 具体算法流程如图4所示.

注 1 为保证所提出系统结构的简洁性与有效性, 本文涉及在前件规则融合后在参数学习过程中再次进行模糊集合的相似度判断并对可能出现的超过相似度阈值的规则再次进行融合操作.

3.1 IT2–TSK前件类型转换(Type transformation algorithms for IT2–TSK antecedent part)

1) 区间二型模糊集合初始化.

假设T1–TSK系统前件在每个输入论域均由高斯T1–FSs组成, 这些一型模糊集合可以由高斯参数矩阵来表示. 具体来讲, 一型模糊集合高斯参数矩阵含有两个矩阵, 分别为宽度矩阵$\Theta_{k\times O_i}$与中心矩阵$c_{k\times O_i}$, 输入变量进行归一化处理. 因在IT2–TSK–NFS中使用的是具有不确定中心的区间二型模糊集合, 因此宽度矩阵直接沿用一型宽度矩阵如式(11), 一型中心矩阵被赋予初始扩展值扩展为左中心矩阵与右中心矩阵如式(12):

$$
\boldsymbol{\sigma}_{k\times O_i} = \Theta_{k\times O_i}, \tag{11}
$$

$$
\begin{cases}
c_{\text{L}} = [c^{o\_\text{in}}_{\text{L}i}]_{k\times O_i} = [c^{o\_\text{in}}_i - 0.1]_{k\times O_i},\\
c_{\text{R}} = [c^{o\_\text{in}}_{\text{R}i}]_{k\times O_i} = [c^{o\_\text{in}}_i + 0.1]_{k\times O_i}.
\end{cases} \tag{12}
$$

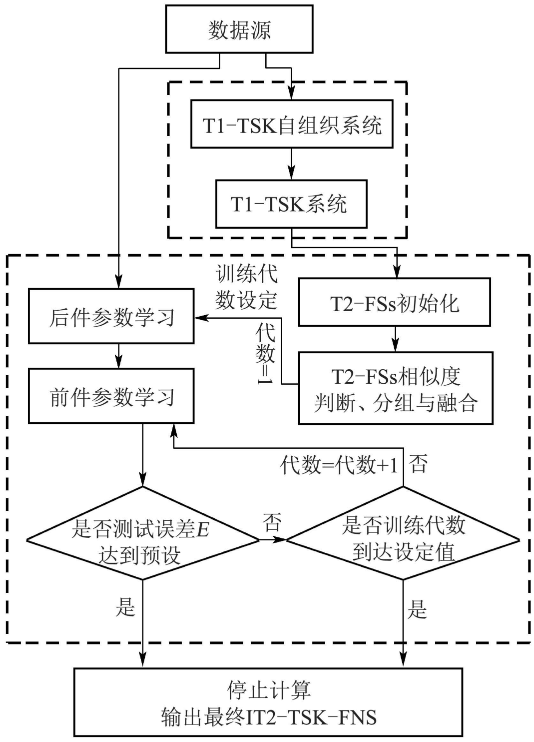


图 4 区间二型神经模糊神经系统自主生成算法流程图

Fig. 4 Automatically generating IT2–TSK–FNS algorithm

2) 区间二型模糊集合相似度分组.

注意到使用一型模糊自组织方法生成的模糊系统因要保证模糊完备性或逼近精度, 往往某些输入变量论域会生成很多在几何关系上中心靠近或重合、宽度大致相同的模糊集. 在经过上一步操作后, 这些集合的相似度会进一步提升, 造成系统结构冗余与计算资源的浪费. 因此, 这些存在着较高相似度的集合需要进行融合操作以提升系统的表现能力. Juang 在类似工作[18]的研究中采用的是一型模糊集合的相似度判断与融合操作, 再进行初始化. 但这样的操作如上所说, 很有可能漏掉初始化后的区间二型模糊集合中仍然相似的集合, 本文将在下面给出对应的例子来阐述这个观点; 其融合算法仅考虑了集合之间的几何关系, 并没有考虑融合的集合在论域均匀分布的问题. 本文采用Wu[35]给出的基于扩展Jaccard一型模糊集合相似度计算的区间二型模糊集合相似度计算算法, 该方法已被指出具有较好的相似度计算能力. 两个相邻的初始化区间二型模糊集合$\tilde{X}_a$, $\tilde{X}_{a+1}$相似度S_N计算如下:

$$
S_N(\tilde{X}_a,\ \tilde{X}_{a+1}) \equiv \frac{P(\tilde{X}_a \bigcap \tilde{X}_{a+1})}{P(\tilde{X}_a \bigcup \tilde{X}_{a+1})} =
$$

$$\frac{\int_I \min(\boldsymbol{\mu}_{\tilde{X}_a}(I), \boldsymbol{\mu}_{\tilde{X}_{a+1}}(I))\mathrm{d}I}{\int_I \max(\boldsymbol{\mu}_{\tilde{X}_a}(I), \boldsymbol{\mu}_{\tilde{X}_{a+1}}(I))\mathrm{d}I}, \tag{13}$$

若相似度$S_N(\tilde{X}_a,\ \tilde{X}_{a+1})\geqslant S_{\rm sim}$, 其中$S_{\rm sim}$是相似度衡量阈值, 则区间二型模糊集合$\tilde{X}_a, \tilde{x}_{a+1}$为高度重合的, 并需要被融合为一个IT2–FS. 更广地讲, 若连续多个集合其相邻两个集合的相似度均超过相似度阈值, 如$\tilde{X}_a, \cdots, \tilde{X}_{a+h}$, 则这些集合将被划归为一个融合组$n$.

3) 区间二型模糊集合融合.

本节提出一种新型的融合算法, 相较于其他融合算法, 该方法更综合的考虑被融合的集合组n的几何信息. 融合算法在式(14)–(16)中给出, 用来计算融合组n的融合后的二型模糊集合$\tilde{X}_n$左、右中心$c_{n\rm L}, c_{n\rm R}$与宽度σ_n.

$$\begin{cases} c_{n\rm L} = s_l \min(c_{a\rm L}, \cdots, c_{(a+h)\rm L}) + \\ \qquad s_r \max(c_{a\rm R}, \cdots, c_{(a+h)\rm R}), \\ c_{n\rm R} = s_r \min(c_{a\rm L}, \cdots, c_{(a+h)\rm L}) + \\ \qquad s_l \max(c_{a\rm R}, \cdots, c_{(a+h)\rm R}), \\ \sigma_n = \max(\sigma_{n\rm L},\ \sigma_{n\rm R}), \end{cases} \tag{14}$$

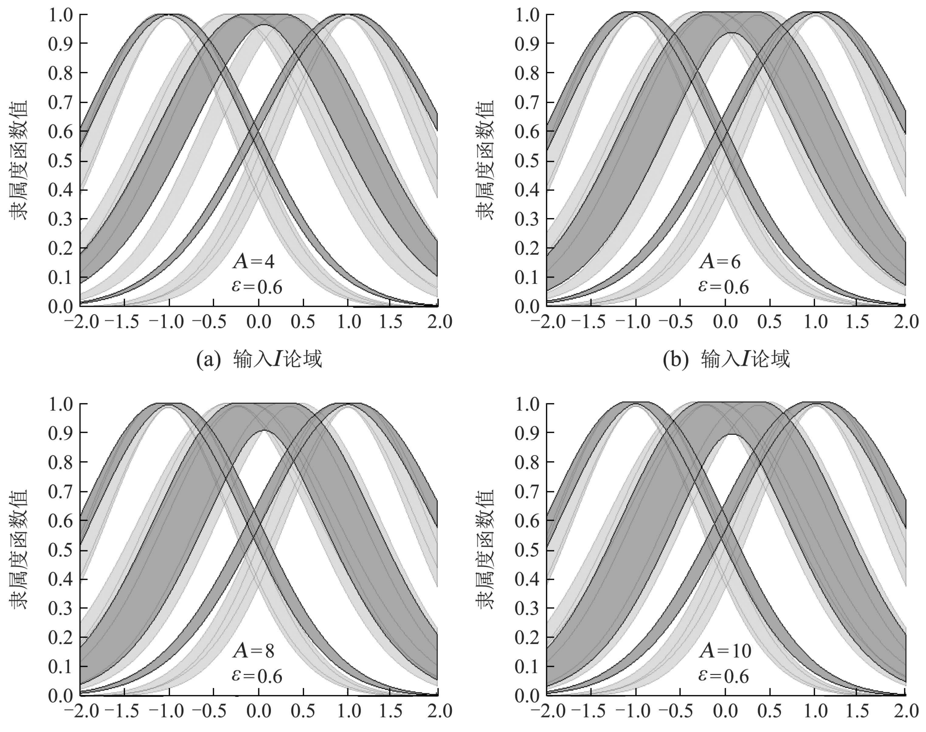
$$\sigma_{n\rm L} = \frac{1}{\sqrt{-\ln\varepsilon}} |s_r(c_{a\rm L} - c_{(a+h)\rm R}) - \sigma_a\sqrt{-\ln\varepsilon}|, \tag{15}$$

$$\sigma_{n\rm R} = \frac{1}{\sqrt{-\ln\varepsilon}} |s_r(c_{(a+h)\rm R} - c_{a\rm L}) + \sigma_{(a+h)}\sqrt{-\ln\varepsilon}|, \tag{16}$$

其中: s_l, s_r是融合几何选择因子, 它们的取值范围为(0, 1), 数学关系为$s_j = \dfrac{1}{A}$, $s_l + s_r = 1$; A为定义集合选择因子的分母值; $c_{a\rm LR}, c_{(a+h)\rm LR}$分别为融合组中的左、右两端待融合IT2集合$\tilde{X}_a$和$\tilde{X}_{(a+h)}$的左、右中心值, σ_a与$\sigma_{(a+h)}$分别为其宽度值. $\sigma_{n\rm L}$与$\sigma_{n\rm R}$分别为融合算法计算出的初始IT2集合的左端中宽度与右端宽度值. ε是融合扩展指数, 范围为(0, 1), 用来决定相较于融合组n的扩展程度. 式(14)的前两个公式决定了融合后的区间二型模糊集合的两个不确定中心的位置, 其中

$$\min(c_{a\rm L}, \cdots, c_{(a+h)\rm L}),\ \max(c_{a\rm R}, \cdots, c_{(a+h)\rm R})$$

分别代表了被融合的同组内的所有初始区间二型模糊集合的最左侧不确定中心位置和最右侧不确定中心集合位置. 其中决定融合集合选择因子最重要的人为设定参数为因子s_i的分母值A. 式(15)–(16)是对融合后的区间二型模糊集合的宽度参数的计算过程, 结合式(14)中第3个公式的整合, 将选择出能够将本组待融合集合宽度最大程度包围住的最终宽度参数. 这部分中最重要的参数为扩展指数ε. 为进一步讨论这两个参数对融合后的区间二型集合的影响程度并给出适用于融合算法的参数选择, 本文在图5、图6中分别给出固定扩展指数ε及分母值A情况下的集合融合示例. 例中给出了两种较为典型的分组结果, 即同组内的IT2–FS具有相同的不确定中心值但宽度不同及具有不同的宽度与不确定中心.



(a) 输入I论域　(b) 输入I论域　(c) 输入I论域　(d) 输入I论域

图 5 在相同融合扩展指数和不同融合几何选择因子分母值条件下的区间二型模糊集合融合示例

Fig. 5 Mergence examples of IT2-FSs under same expansion and different geometrical index

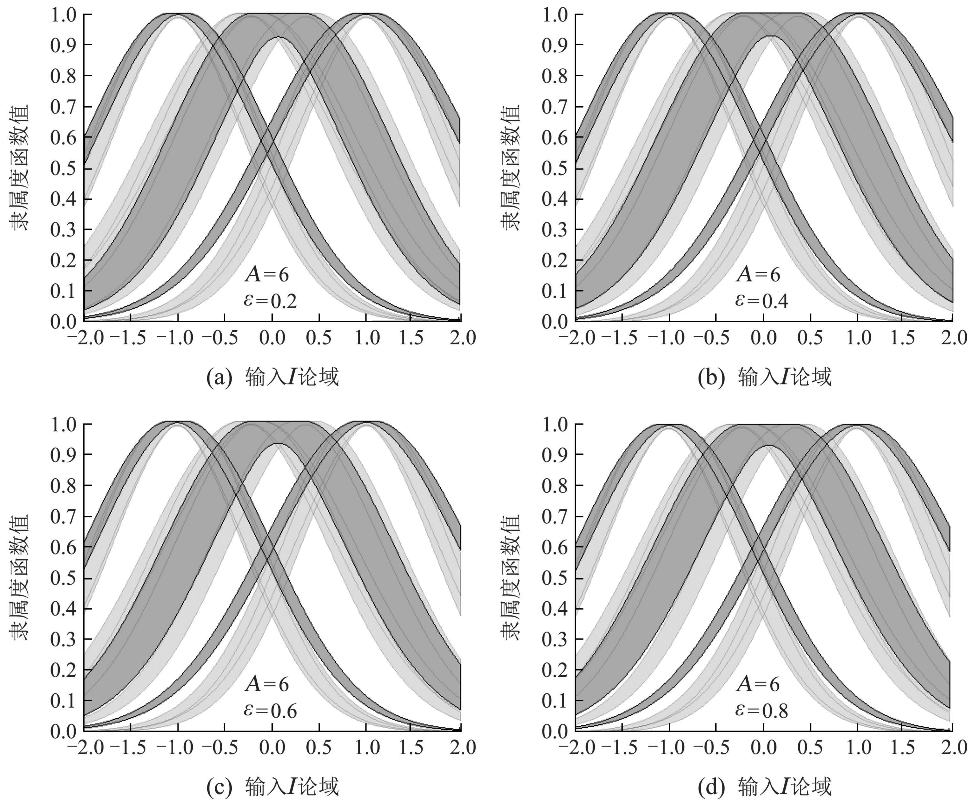


图 6 在相同融合几何选择因子分母值和不同融合扩展指数条件下的区间二型模糊集合融合示例

Fig. 6 Mergence examples of IT2–FSs under different expansion and same geometrical index

图5中每个子图中浅色的区间二型模糊集合为由一型模糊集合根据式(11)–(12)生成的初始化区间二型模糊集合, 由式(13)依次对相邻IT2–FS 进行相似度计算并分组, 共分为三组, 每一个深色的IT2–FS为对应分组内的单个集合或多个集合通过式(14)–(16)融合后的IT2–FS. 图例中的左、右两个融合后IT2–FSs属于融合组内集合, 具有相同的不确定中心, 但宽度各不相同; 中心的融合后IT2–FS属于融合组内集合具有不同的不确定中心与宽度. 对于第1类相似分组, 融合后的IT2–FS计算出的宽度大于组内最大的集合的宽度, 以涵盖组内所有集合的特征; 对于第 2 类相似分组, 融合后的IT2–FS 的不确定域(阴影部分)均匀覆盖住能够体现被融合的集合的平均特征的区域, 同时, 该集合的宽度大于组内最大的集合的宽度. 可以发现, 图4所示的固定扩展指数ε, A在由小增大的过程中, 每个融合后集合的两个不确定中心距离同时增大, 造成每个集合不确定域面积的增大. 然而, 对于一个变量论域上的融合后的IT2–FS, 因为此时前件IT2–FS宽泛地代表了每个相似分组内的所有集合的特征, 原系统(一型模糊系统)的规则后件与前件的对应关系也随之改变. 新生成的IT2–TSK–NFS还无法表现出如原系统一样的对所建模模型的逼近性能, 前、后件参数还需要进一步通过优化算法调整以匹配所对应的系统. 此时, 前件IT2–FS过大的不确定域会给提高优化算法寻优的难度. 因此, 选择一个合适的A 可以使融合操作后的 IT2–FS 既可以代表所融合的相似组内的IT2–FS大部分特征又不会出现过大的不确定域. 以此为基础, 进行了如图6所示的固定A 值对扩展指数ε从0.2至0.8依次递增的探究实验, 实验结果表明增大会令融合后IT2–FS的宽度随之加宽.

3.2 IT2–TSK规则参数学习 (Parameter learning algorithms for IT2–TSK rules)

在完成上述二型模糊系统规则前件的构建后, 由于该过程使得相较于T1–TSK的规则结构, IT2–TSK–NFS规则前件在模糊集个数与规则对应关系上均有所改变, 因此原T1–TSK规则后件无法匹配新的 IT2–TSK–NFS, 其后件参数需要重新确立. IT2–TSK–NFS的前件结构系数与后件参数系数将通过混合学习算法优化调整以提升系统性能.

假设数据由 M 对输入输出训练数据 $(I^{\mathrm{T}}(m), O^{\mathrm{T}}(m))$组成, 其中:

$$m=1,\cdots,M,\ \boldsymbol{I}(m)=(I_1(m),\cdots,I_k(m))^{\mathrm{T}},$$

且$\boldsymbol{O}(m)=(O_d^1(m),\cdots,O_d^q(m))^{\mathrm{T}}$. 系统性能评价

指标选取平方差指标如下所示:

$$E=\frac{1}{2}\sum_{P=1}^{q}\sum_{m=1}^{M}(|O_{\mathrm{TSK}}^{P}(m)-O_{\mathrm{d}}^{P}(m)|)^{2}.\quad(17)$$

1) 后件参数学习.

为了简化IT2–TSK–NFS在式(9)–(10)的表示, 将其记作矩阵形式, 则式(10)可写为

$$O_{\mathrm{TSK}}^{P}=\boldsymbol{\Phi}\cdot\hat{\boldsymbol{C}}^{P}=[\bar{\Phi}/2\ \ \underline{\Phi}/2]\cdot\hat{\boldsymbol{C}}^{P},\quad(18)$$

其中: $\hat{\boldsymbol{C}}^{P}=[\hat{C}^{P}\ \ \hat{C}^{P}]^{\mathrm{T}}$,

$$\hat{C}^{P}=$$
$$[\tilde{C}_{0,1}^{P}\ \tilde{C}_{0,2}^{P}\cdots\tilde{C}_{0,g}^{P}\cdots\tilde{C}_{k,1}^{P}\cdots\tilde{C}_{k,g}^{P}]_{1\times[(k+1)\times g]},$$
$$\bar{\Phi}=$$
$$[\overbrace{\bar{f}_{1}\cdots\bar{f}_{g}\ \bar{f}_{1}I_{1}\cdots\bar{f}_{g}I_{1}\cdots\bar{f}_{1}I_{k}\cdots\bar{f}_{g}I_{k}}^{(k+1)\times g}]/\sum_{r=1}^{g}\bar{f}_{r},$$
$$\underline{\Phi}=$$
$$[\overbrace{\underline{f}_{1}\cdots\underline{f}_{g}\ \underline{f}_{1}I_{1}\cdots\underline{f}_{g}I_{1}\cdots\underline{f}_{1}I_{k}\cdots\underline{f}_{g}I_{k}}^{(k+1)\times g}]/\sum_{r=1}^{g}\underline{f}_{r}.$$

将式(18)代入式(17), 可得

$$\begin{aligned}E=&\frac{1}{2}\sum_{P=1}^{q}\sum_{m=1}^{M}(|O_{\mathrm{TSK}}^{P}(m)-O_{\mathrm{d}}^{P}(m)|)^{2}=\\&\frac{1}{2}\sum_{P=1}^{q}(|\boldsymbol{\Phi}\cdot\hat{\boldsymbol{C}}^{P}-O_{\mathrm{d}}^{P}|)^{\mathrm{T}}(|\boldsymbol{\Phi}\cdot\hat{\boldsymbol{C}}^{P}-O_{\mathrm{d}}^{P}|)=\\&\frac{1}{2}\sum_{P=1}^{q}\|\boldsymbol{\Phi}\cdot\hat{\boldsymbol{C}}^{P}-O_{\mathrm{d}}^{P}\|_{2}^{2}.\end{aligned}\quad(19)$$

整理式(19), 可将其改写为应用于线性最小二乘法(linear least squares)求解的优化问题:

$$\min_{\hat{C}}\|\boldsymbol{\Phi}\cdot\hat{\boldsymbol{C}}-O_{\mathrm{d}}^{P}\|_{2}^{2}.\quad(20)$$

更具体地, 假设最优的后件参数$\hat{\boldsymbol{C}}^{\boldsymbol{P}*}$可以被描述为最小化线性问题(20)的最优解, 则可通过广义逆方式求解$\hat{\boldsymbol{C}}^{\boldsymbol{P}*}$:

$$\hat{\boldsymbol{C}}^{P*}=\boldsymbol{\Phi}^{+}O_{\mathrm{d}}^{P},\quad(21)$$

其中$\boldsymbol{\Phi}^{+}$是$\boldsymbol{\Phi}$的广义逆矩阵.

2) 前件参数学习.

经过后件参数学习阶段后, 笔者提出一种新的具有自适应运算步长的最速下降算法来分别调整IT2–TSK–NFS第2层中的区间二型模糊集合的前件的宽度及左、右中心.

a) 具有自适应下降步长的最速下降算法.

IT2–TSK–NFS的前件参数, 即第2层中的前件模糊集合宽度$\sigma_{i}^{o\text{-in}}$、左侧中心$c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}$和右侧中心$c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}$由改进的最速下降算法进行调整. 最速下降算法如式(22)–(24)所示:

$$\begin{aligned}&\sigma_{i}^{o\text{-in}}(m+1)=\\&\sigma_{i}^{o\text{-in}}(m)-\eta_{\sigma}d_{\sigma_{i}^{o\text{-in}}(m)}\frac{\partial E}{\partial\sigma_{i}^{o\text{-in}}(m)},\end{aligned}\quad(22)$$

$$\begin{aligned}&c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}(m+1)=\\&c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}(m)-\eta_{C_{\mathrm{L}}}d_{c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}(m)}\frac{\partial E}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}(m)},\end{aligned}\quad(23)$$

$$\begin{aligned}&c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}(m+1)=\\&c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}(m)-\eta_{C_{\mathrm{R}}}d_{c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}(m)}\frac{\partial E}{\partial c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}(m)},\end{aligned}\quad(24)$$

其中$\eta_{\sigma},\eta_{C_{\mathrm{L}}}$和$\eta_{C_{\mathrm{R}}}$分别为宽度、左侧中心和右侧中心的步长比例系数, 式(22)–(24)中的偏微分方程的具体表达形式见式(25)–(27):

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial\sigma_{i}^{o\text{-in}}}=&\sum_{P}\sum_{r}\frac{\partial E}{\partial O^{P}}(\frac{\partial O^{P}}{\partial\underline{f}_{r}}\frac{\partial\underline{f}_{r}}{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}\frac{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{r}}\frac{\partial\sigma_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{o\text{-in}}}+\\&\frac{\partial O^{P}}{\partial\bar{f}_{r}}\frac{\partial\bar{f}_{r}}{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}\frac{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{r}}\frac{\partial\sigma_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{o\text{-in}}}),\end{aligned}\quad(25)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}}=&\sum_{P}\sum_{r}\frac{\partial E}{\partial O^{P}}(\frac{\partial O^{P}}{\partial\underline{f}_{r}}\frac{\partial\underline{f}_{r}}{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}\frac{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{r}}\frac{\partial c_{\mathrm{L}i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}}+\\&\frac{\partial O^{P}}{\partial\bar{f}_{r}}\frac{\partial\bar{f}_{r}}{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}\frac{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{r}}\frac{\partial c_{\mathrm{L}i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}}),\end{aligned}\quad(26)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial c_{\mathrm{R}in}^{o\text{-in}}}=&\sum_{P}\sum_{r}\frac{\partial E}{\partial O^{P}}(\frac{\partial O^{P}}{\partial\underline{f}_{r}}\frac{\partial\underline{f}_{r}}{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}\frac{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{R}i}^{r}}\frac{\partial c_{\mathrm{R}i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}}+\\&\frac{\partial O^{P}}{\partial\bar{f}_{r}}\frac{\partial\bar{f}_{r}}{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}\frac{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{R}i}^{r}}\frac{\partial c_{\mathrm{R}i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}}),\end{aligned}\quad(27)$$

其中$\dfrac{\partial\sigma_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{o\text{-in}}},\dfrac{\partial c_{\mathrm{L}i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}}$和$\dfrac{\partial c_{\mathrm{R}i}^{r}}{\partial c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}}$分别为宽度、左侧中心和右侧中心在式(6)中所示的第2层与第3层之间的拓扑逻辑关系. 为下文便于书写, 规定$\mathscr{L}_{i}^{o\text{-in}}=\sigma_{i}^{o\text{-in}}/c_{\mathrm{L}i}^{o\text{-in}}/c_{\mathrm{R}i}^{o\text{-in}}$.

$$\frac{\partial E}{\partial O^{P}}=|O_{\mathrm{TSK}}^{P}(m)-O_{\mathrm{d}}^{P}(m)|,\quad(28)$$

$$\frac{\partial\underline{f}_{r}}{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}=\frac{\underline{f}_{r}}{\underline{\mu}_{i}^{r}},\ \frac{\partial\bar{f}_{r}}{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}=\frac{\bar{f}_{r}}{\bar{\mu}_{i}^{r}},\quad(29)$$

$$\frac{\partial\underline{f}_{r}}{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}=\frac{\underline{f}_{r}}{\underline{\mu}_{i}^{r}},\ \frac{\partial\bar{f}_{r}}{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}=\frac{\bar{f}_{r}}{\bar{\mu}_{i}^{r}},\quad(30)$$

$$\frac{\partial\underline{\mu}_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{r}}=\begin{cases}\dfrac{G(c_{\mathrm{R}i}^{r},\sigma_{i}^{r},x_{i})(x_{i}-c_{\mathrm{R}i}^{r})^{2}}{(\sigma_{i}^{r})^{3}},\ x_{i}\leqslant\dfrac{c_{\mathrm{L}i}^{r}+c_{\mathrm{R}i}^{r}}{2},\\\dfrac{G(c_{\mathrm{L}i}^{r},\sigma_{i}^{r},x_{i})(x_{i}-c_{\mathrm{L}i}^{r})^{2}}{(\sigma_{i}^{r})^{3}},\ x_{i}>\dfrac{c_{\mathrm{L}i}^{r}+c_{\mathrm{R}i}^{r}}{2},\end{cases}\quad(31)$$

$$\frac{\partial\bar{\mu}_{i}^{r}}{\partial\sigma_{i}^{r}}=$$

$$\begin{cases} \dfrac{G(c^r_{\mathrm{L}i},\sigma^r_i,x_i)(x_i-c^r_{\mathrm{L}i})^2}{(\sigma^r_i)^3}, & x_i\leqslant c^r_{\mathrm{L}i},\\ 0, & c^r_{\mathrm{L}i}<x_i<c^r_{\mathrm{R}i},\\ \dfrac{G(c^r_{\mathrm{R}i},\sigma^r_i,x_i)(x_i-c^r_{\mathrm{R}i})^2}{(\sigma^r_i)^3}, & x_i\geqslant c^r_{\mathrm{R}i}, \end{cases} \tag{32}$$

$$\frac{\partial\underline{\mu}^r_i}{\partial c^r_{\mathrm{L}i}}= \begin{cases} 0, & \text{其他},\\ \dfrac{G(c^r_{\mathrm{L}i},\sigma^r_i,x_i)(x_i-c^r_{\mathrm{L}i})}{(\sigma^r_i)^2}, & x_i>\dfrac{c^r_{\mathrm{L}i}+c^r_{\mathrm{R}i}}{2}, \end{cases} \tag{33}$$

$$\frac{\partial\underline{\mu}^r_i}{\partial c^r_{\mathrm{R}i}}= \begin{cases} \dfrac{G(c^r_{\mathrm{R}i},\sigma^r_i,x_i)(x_i-c^r_{\mathrm{R}i})}{(\sigma^r_i)^2}, & x_i\leqslant\dfrac{c^r_{\mathrm{L}i}+c^r_{\mathrm{R}i}}{2},\\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \tag{34}$$

$$\frac{\partial\bar{\mu}^r_i}{\partial c^r_{\mathrm{L}i}}= \begin{cases} \dfrac{G(c^r_{\mathrm{L}i},\sigma^r_i,x_i)(x_i-c^r_{\mathrm{L}i})}{(\sigma^r_i)^2}, & x_i\leqslant c^r_{\mathrm{L}i},\\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \tag{35}$$

$$\frac{\partial\bar{\mu}^r_i}{\partial c^r_{\mathrm{R}i}}= \begin{cases} 0, & \text{其他},\\ \dfrac{G(c^r_{\mathrm{R}i},\sigma^r_i,x_i)(x_i-c^r_{\mathrm{R}i})}{(\sigma^r_i)^2}, & x_i\geqslant c^r_{\mathrm{R}i}. \end{cases} \tag{36}$$

b) 自适应下降步长.

最速下降算法是一种经典的线性与非线性系统参数学习的优化方法, 有着广泛的应用, 但是, 目前为止使用在IT2–TSK–NFS或IT2–FNN研究中的最速下降算法均采用固定步长, 使得算法在计算最优解时缺少自适应性. 因此, 本文提出一种新的具有自适应步长的算法并给出对应推导与证明过程.

定理 1 自适应步长矩阵$d^*(m)$由下式进行计算:

$$d^*_{\mathscr{X}^{o\_\mathrm{in}}_i(m)}=\frac{\left|\dfrac{\partial E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})}{\partial\mathscr{X}^{o\_\mathrm{in}}_i(m)}\right|^{q-1}}{(\|\nabla E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})\|_q)^{\frac{q}{p}}}. \tag{37}$$

证 首先, 假设$d^*(m)\in\mathbb{R}^{o_\mathrm{in}}$是自适应步长矩阵, 则可将$d^*(m)$看做如下问题的最优解:

$$\max\{|\nabla E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})^{\mathrm{T}}d(m)|,\ \text{s.t. }\|d(m)\|_p\leqslant 1\}. \tag{38}$$

其次, 为了获得$d^*(m)$, 根据Holder不等式, 对任意$\|d(m)\|_p\leqslant 1$,

$$|\nabla E^{\mathrm{T}}d(m)|\leqslant\|\nabla E\|_q\|d(m)\|_p\leqslant\|\nabla E\|_q, \tag{39}$$

其中$q=\dfrac{p}{p-1}$ $(p>1)$, 将Holder不等式结论代入式(40), 可以得到含有$d^*(m)$的表达式如式(40):

$$|\nabla E^{\mathrm{T}}(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})d^*(m)|=\|\nabla E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})\|_q. \tag{40}$$

最后, 将式(40)代入式(37)左侧, 有

$$\frac{\left|\dfrac{\partial E^{\mathrm{T}}(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})}{\partial\mathscr{X}^{o\_\mathrm{in}}_i(m)}\right|\cdot\left|\dfrac{\partial E^{\mathrm{T}}(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})}{\partial\mathscr{X}^{o\_\mathrm{in}}_i(m)}\right|^{q-1}}{(\|\nabla E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})\|_q)^{\frac{q}{p}}}=\frac{\left|\dfrac{\partial E^{\mathrm{T}}(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})}{\partial\mathscr{X}^{o\_\mathrm{in}}_i(m)}\right|^{q}}{(\|\nabla E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})\|_q)^{\frac{q}{p}}}=(|\nabla E^{\mathrm{T}}(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})|^q)^{1-\frac{1}{p}}=\|\nabla E(\sigma,c_{\mathrm{L}},c_{\mathrm{R}})\|_q. \tag{41}$$

4 仿真实验(Simulation)

在实际应用中, 所有的动态系统均包含一定程度扰动, 主要体现为结构、参数的不确定性或及测量装置中存在的噪声等问题. 其中, 系统外部扰动主要体现为系统输出存在测量噪声干扰等情况, 而系统内部扰动主要体现为系统未建模动态与不确定性干扰等情况. 在本实验中, 通过对一个多输入单输出、一个多输入多输出的典型模型人为地添加3种不同标准差的噪声模拟系统外部或内部扰动, 用来测试本文提出的区间二型TSK神经模糊系统(IT2–TSK–NFS)对含有不同类型扰动的典型模型的建模或辨识准确程度. 每种系统采用两种不同前件学习方法的IT2–TSK–NFS做对比研究, 即: 1) 采用自适应步长最速下降算法; 2) 采用BP算法的IT2–TSK–NFS. 笔者预设的参数为IT2–FS相似度阈值$S_{\mathrm{sim}}=0.7$; 融合扩展指标$\varepsilon=0.6$; 融合几何选择因子s_i分母值$A=6$. 例中所使用的最速下降法步长增益并不相同, 具体数值将在例中给出. 同时, 因在试验中使用过大步长增益将会导致最速下降算法中间变量增长超出预期而使得学习算法无法达到预定效果, 所有步长增益取值较小. 每一例的前两种情况均与现有研究方法进行横向对比, 表1中对实验中使用的系统类型进行定义说明.

表 1 区间二型神经模糊系统类型说明

Table 1 Description of the interval type–2 neural fuzzy system

区间二型神经模糊系统名称	规则前件训练方式
IT2–TSK–NFS–G1	自适应最速下降法
IT2–TSK–NFS–G2	BP算法

此外, 用来生成IT2–TSK–NFS的原一型模糊系统的系统表现也参与到对比中. 因为没有现有文献针对基准样例进行内部扰动的研究, 因此第3种情况只进行原一型模糊系统、两种使用不同前件学习算法的IT2–TSK–NFS的对比研究. 在训练及测试过程的系统表现使用均方根误差(RMSE)进行衡量. 同时, 实验给出原一型模糊系统在IT2–TSK前件初始化及参数学习后的IT2–TSK–NFS–G1输入变量论域二型模糊集合的前后对比结果以衡量前件初始化算法的合理性及参数学习算法的有效性. 其中, 例1两个环节均使用20组蒙特卡洛仿真进行并对所得到的均方根误差取平均值操作, 例2两个环节均使用30组蒙特卡洛仿真进行并对所得到的均方根误差取平均值操作.

4.1 例 1: 多输入单输出系统建模 (Example1: MISO system modelling)

在本例中, 使用IT2–TSK–NFS进行建模的非线性系统[36–37]

$$y(m+1)=\frac{y(m)y(m-1)[y(m)-0.5]}{1+y^2(m)+y^2(m-1)}+vc(m),\quad(42)$$

其中: $y(m-1), y(m)$为系统在m及$m-1$时刻的输出, $vc(m)$为系统m时刻的控制量. 在本例的仿真实验中, 使用系统(42)生成400组初始数据对, 每组数据对包含输入$I_1(m)=y(m-1)$, $I_2(m)=y(m)$, $I_3(m)=vc(m)$和一个输出$O(m)=y(m+1)$, 其中: $vc(m)=\sin(2\pi m)/25$, $m=1,2,\cdots,400$, $y(0)=y(1)=0$. 接下来, 所有的原始输入数据将被归一化至−1到1的范围, 但并不改变输出的大小. 经过输入归一化处理后的输入输出数据对中取200对均匀随机分布的数据对作为初始训练数据, 另外200组作为测试数据. 在本例中, 测试数据始终不变, 训练数据根据不同情况在输出训练数据基础上进行一定的处理.

1) 情况1: 无系统扰动.

在无系统扰动情况下, 训练数据为初始训练数据. 使用自适应下降作为前件优化算法的IT2–TSK–NFS–G1及使用固定步长BP算法优化前件参数的IT2–TSK–NFS–G2作为主要的对比项与文献中的方法进行了训练与测试RMSE的对比, 本情况下最速下降算法步长增益为$\eta_\sigma=0.5\times10^{-3}$, $\eta_{C_{\rm L}}=0.75\times10^{-3}$, $\eta_{C_{\rm R}}=0.75\times10^{-3}$. 实验结果如表2所示, 输入变量$I_1,I_2,I_3$论域二型模糊集合在训练前后的结果如图7(a)所示.

表 2 无系统扰动时各系统性能对比

Table 2 Comparison result without system disturbance

系统类型	SANFIS[38]	MRAN[38]	FWSIRM–FIS[37]	GD–FNN	IT2–TSK–NFS–G1	IT2–TSK–NFS–G2
规则数	17	22	9	4	4	4
模糊集合数	NA	NA	9	8	7	7
训练RMSE	0.0539	0.0371	0.0443	0.0466	0.0135	0.0138
测试RMSE	0.0221	0.0271	0.0494	0.0142	0.0105	0.0113

2) 情况2: 系统外部扰动.

在系统外部扰动的情况下, 即系统输出O被噪声污染情况下, 本节分别使用0.1, 0.5两种最大幅值的白噪声对如本例第1节所述的3种IT2–TSK–NFS系统进行测试. 其中, 初始训练数据中的输入不变、输出分别添加两种白噪声作为系统外部扰动训练数据. 本情况下最速下降算法步长增益和情况1相同. 对比实验结果如表3所示, 输入变量I_1,I_2,I_3论域二型模糊集合在训练前后的结果如图7(b)(c)所示.

3) 情况3: 系统内部扰动.

在系统内部扰动的情况下, 即系统输入I_1,I_2,I_3被噪声污染情况下, 本节使用如本例第2节噪声水平、第1节所述的3种IT2–TSK–NFS系统进行测试. 其中, 初始训练数据中的输出不变、输入分别添加两种白噪声作为系统内部扰动训练数据. 目前文献中尚无关于系统内部扰动的实验案例作对比. 因此, 本情况中原一型系统GD–FNN及IT2–TSK–NFS–G1, IT2–TSK–NFS–G2作为主要的对比项进行训练与测试RMSE的对比, 本情况下噪声水平为0.1时最速下降算法步长增益与情况1相同, 噪声水平为0.5时最速下降算法步长增益为$\eta_\sigma=0.15\times10^{-5}$, $\eta_{C_{\rm L}}=0.225\times10^{-5}$, $\eta_{C_{\rm R}}=0.225\times10^{-5}$. 对比实验结果如表4所示, 输入变量$I_1,I_2,I_3$论域二型模糊集合在训练前后的结果如图7(d)(e)所示.

4) 实验结果分析.

由表2–4的实验结果表明, 原一型系统GD–FNN的规则总数决定了类型转换优化后的IT2–TSK–NFS系统的规则总数, 通过类型转换优化后, 前件区间二型模糊集合总数相较于原系统一型模糊集合总数有明显减少, 验证了在前件模糊集合未在输入论

域均匀分布的情况下融合算法的有效性. 由图6所示实验结果表明, 采用自适应最速下降法优化系统前件结构参数后的IT2–TSK–NFS–G1, 在5种扰动情况下, 均在前件初始化的二型模糊集合的基础上自动进行了参数的调整. 不同的输入变量前件二型模糊集合在不同扰动情况下调整程度并不相同, 如图7(a)中I_3、(b)中I_2、(d)中I_1, I_2及(e)中I_3变量的调整较为显著, 而其他对应情况中的变量仅进行了轻微调整. 值得注意的是, 这些仅进行轻微调整的情况, 尤其是图6(c)情况下3个输入变量调整程度在图中均不显著, 这些情况下的IT2–TSK–NFS–G1系统性能在实验结果中并未降低, 从而说明了本文提出利用原一型系统模糊规则结构进行的IT2–TSK前件初始化算法的有效性, 并可在一定程度上降低系统参数学习过程的负担. 同时, IT2–TSK–NFS–G1无论在训练还是测试RMSE的表现均优于采用固定步长的BP算法的IT2–TSK–NFS–G2系统, IT2–TSK–NFS整体性能在集合总数减少的情况下优于GD–FNN. 表2中原一型系统在规则明显少于对比一型系统的情况下性能相近于两种一型方法. 表3–4中对比结果显示IT2–TSK–NFS在高噪声水平条件下, 虽然规则总数、集合总数相近或相等, 存在内部扰动的系统性能明显劣于存在外部扰动的情况.

表 3 存在系统外部扰动时各系统性能对比

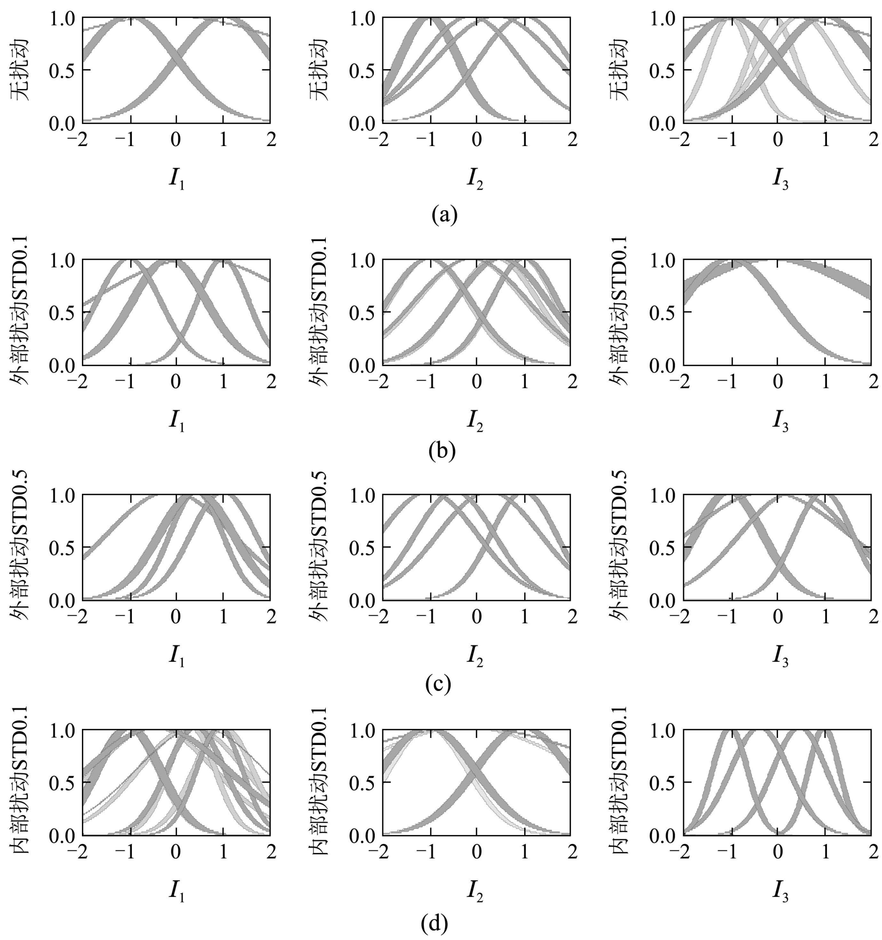
Table 3 Comparison results with external disturbances

系统类型	STD	GD–FNN	IT2–TSK–NFS–G1	IT2–TSK–NFS–G2
规则总数	0.1	10	10	10
	0.5	14	14	14
模糊集合数	0.1	16	12	12
	0.5	18	12	12
训练RMSE	0.1	0.0601	0.0552	0.057
	0.5	0.1362	0.0867	0.1102
测试RMSE	0.1	0.0634	0.0686	0.0692
	0.5	0.1303	0.1253	0.1301

表 4 存在系统内部扰动时各系统性能对比

Table 4 Comparison results with internal disturbances

系统类型	STD	GD–FNN	IT2–TSK–NFS–G1	IT2–TSK–NFS–G2
规则总数	0.1	8	8	8
	0.5	14	14	14
模糊集合数	0.1	15	12	12
	0.5	18	13	13
训练RMSE	0.1	0.0625	0.0325	0.0326
	0.5	0.2656	0.2356	0.2656
测试RMSE	0.1	0.0578	0.0603	0.0623
	0.5	0.273	0.2469	0.27



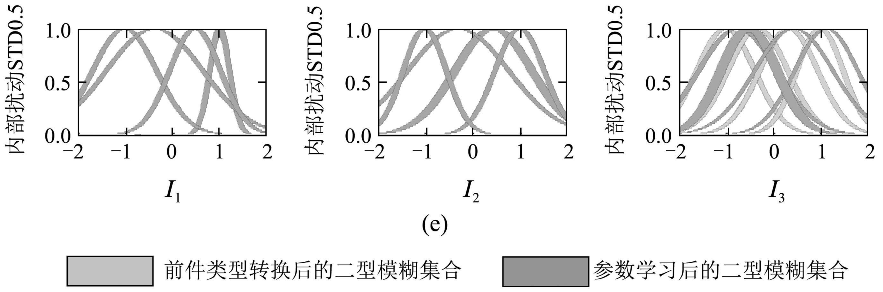


图 7 输入变量I_1, I_2, I_3在不同扰动情况下各自论域二型模糊集合

Fig. 7 IT2–FSs of each input variable with different disturbances

4.2 例 2: 多输入多输出系统辨识 (Example 2: MIMO system identification)

本例中, 使用所述方法对下述多输入多输出系统做辨识[14–15, 37, 39]:

$$\begin{cases} y_1(m+1) = \dfrac{1}{2}[\dfrac{y_1(m)}{1+y_2^2(m)} + vc_1(m-1)], \\ y_2(m+1) = \dfrac{1}{2}[\dfrac{y_1(m)y_2(m)}{1+y_2^2(m)} + vc_2(m-1)], \end{cases} \tag{43}$$

其中: $y_1(m), y_2(m)$为系统在m时刻的输出, $vc_1(m-1), vc_2(m-1)$为系统$m-1$时刻的控制量. 在本系统中, 输入变量选择为$I_1(m) = y_1(m), I_2(m) = y_2(m)$, $I_3(m) = vc_1(m-1)$及$I_4(m) = vc_2(m-1)$用以辨识$O_1(m) = y_1(m+1)$和$O_2(m) = y_2(m+1)$. 训练与测试数据依照参考文献生成. 在训练阶段, 使用式(43)生成11000组数据对, 其中两个输入变量$I_3(m), I_4(m)$的前4000组为$[-1.4, 1.4]$间均匀分布的随机值, 后面的值被选为正弦信号$\sin(\pi m/45)$. 测试数据中输入变量vc_1, vc_2 按照式(44)规则生成1000组测试数据:

$$vc_{i=1,2}(m) = \begin{cases} \sin(\dfrac{\pi m}{25}), & 1 \leqslant m \leqslant 250, \\ 1, & 251 \leqslant m \leqslant 500, \\ -1, & 501 \leqslant m \leqslant 750, \\ 0.3\sin(\dfrac{\pi m}{25}) + 0.1\sin(\dfrac{\pi m}{32}) + \\ 0.6\sin(\dfrac{\pi m}{10}), & 751 \leqslant m \leqslant 1000. \end{cases} \tag{44}$$

接下来, 如同例1, 所有的原始输入数据将被归一化至-1到1的范围, 但并不改变输出大小. 经过输入归一化处理后的输入输出数据对随机打乱顺序作为初始训练数据, 测试数据随机打乱顺序作为真实测试数据. 如上例, 测试数据除顺序外不作其他改变, 训练数据根据不同情况在输出训练数据基础上进行一定的处理. 在本例中, 最速下降算法步长增益为$\eta_\sigma = 0.5 \times 10^{-4}$, $\eta_{C_{\rm L}} = 0.75 \times 10^{-4}$, $\eta_{C_{\rm R}} = 0.75 \times 10^{-4}$.

1) 情况1: 无系统扰动.

在无系统扰动情况下, 训练数据为初始训练数据. 原一型系统GD–FNN及类型转换优化后的IT2–TSK–NFS–G1, IT2–TSK–NFS–G2系统作为主要的对比项与文献中的方法进行了训练与测试RMSE的对比. 实验结果如表5所示, 输入变量I_1, I_2, I_3, I_4论域二型模糊集合在训练前后的结果如图8(a)所示.

2) 情况2: 系统外部扰动.

在系统外部扰动的情况下, 简述即系统输出O被噪声污染情况下, 本节分别使用0.3、0.5两种最大幅值的白噪声对如本例第 1 节所述的两种 IT2–TSK–NFS系统进行测试. 其中, 初始训练数据中的输入不变、输出分别添加两种白噪声作为系统外部扰动训练数据. 原一型系统GD–FNN及IT2–TSK–NFS–G1, IT2–TSK–NFS–G2作为主要的对比项与文献中的方法进行了训练与测试RMSE的对比, 对比实验结果如表6所示, 输入变量论域二型模糊集合在训练前后的结果如图8(b)(c)所示.

3) 情况3: 系统内部扰动.

在系统内部扰动的情况下, 即I_1, I_2, I_3, I_4被噪声污染情况下, 本节使用如本例第2节噪声水平、第1节所述的3种IT2–TSK–NFS系统进行测试, 其中, 初始训练数据中的输出不变、输入分别添加两种白噪声作为系统内部扰动训练数据. 目前文献中尚无关于系统内部扰动的实验案例作对比, 因此, 本情况中原一型系统GD–FNN及IT2–TSK–NFS–G1, IT2–TSK–NFS–G2作为主要的对比项进行训练与测试RMSE的对比, 对比实验结果如表7所示, 输入变量论域二型模糊集合在训练前后的结果如图8(d)(e)所示.

表 5 无系统扰动时各系统性能对比

Table 5 Comparison result without system disturbance

系统类型		WRFNN[39]	TRFN-S[40]	FWSIRM–FIS[37]	RSEIT2 FNN–UM[14]	GD–FNN	IT2–TSK–NFS–G1	IT2–TSK–NFS–G2
规则总数		7	7	8	3	9	9	9
模糊集合总数		NA	NA	8	NA	18	12	12
训练RMSE		0.0687	0.0382	0.0025	0.0036	0.0131	0.015	0.017
测试RMSE	O_1	0.0824	0.0396	0.0013	0.0081	0.0144	0.015	0.018
	O_2	0.0801	0.0383	0.0009	0.0113	0.0103	0.012	0.02

表 6 存在系统外部扰动时各系统性能对比

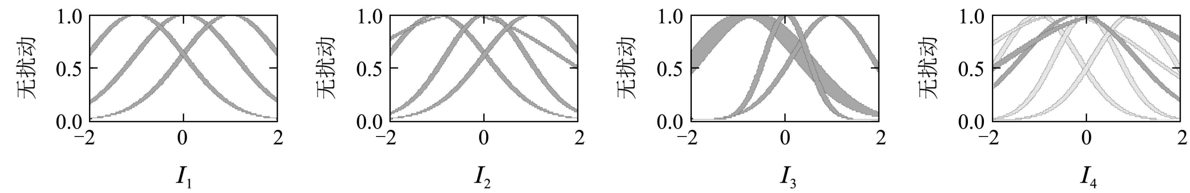
Table 6 Comparison results with external disturbances

系统类型	规则总数		模糊集合总数		训练RMSE		测试RMSE			
							O_1	O_1	O_2	O_2
STD	0.3	0.5	0.3	0.5	0.3	0.5	0.3	0.5	0.3	0.5
TRFN–S[40]	7	7	NA	NA	NA	NA	0.188	0.316	0.143	0.226
RSEIT2FNN–UM[14]	3	3	NA	NA	NA	NA	0.16	0.316	0.09	0.155
MRIT2NFS[15]	3	3	NA	NA	NA	NA	0.165	0.258	0.078	0.122
GD–FNN	22	22	18	17	0.149	0.286	0.198	0.344	0.114	0.255
IT2–TSK–NFS–G1	22	22	12	13	0.104	0.202	0.146	0.275	0.084	0.187
IT2–TSK–NFS–G2	22	22	12	13	0.115	0.228	0.151	0.281	0.108	0.191

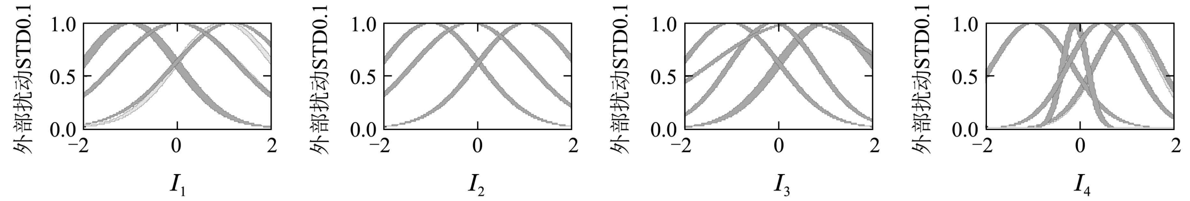
表 7 存在系统内部扰动时各系统性能对比

Table 7 Comparison results with internal disturbances

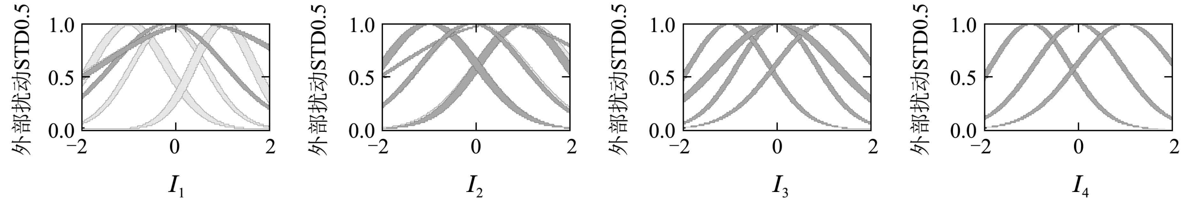
系统类型	规则总数		模糊集合总数		训练RMSE		测试RMSE			
							O_1	O_1	O_2	O_2
STD	0.1	0.5	0.1	0.5	0.1	0.5	0.1	0.5	0.1	0.5
GD–FNN	13	21	21	27	0.095	0.329	0.115	0.334	0.076	0.326
IT2–TSK–NFS–G1	13	21	14	16	0.049	0.247	0.047	0.217	0.045	0.305
IT2–TSK–NFS–G2	13	21	14	16	0.05	0.269	0.058	0.222	0.048	0.313



(a)



(b)



(c)

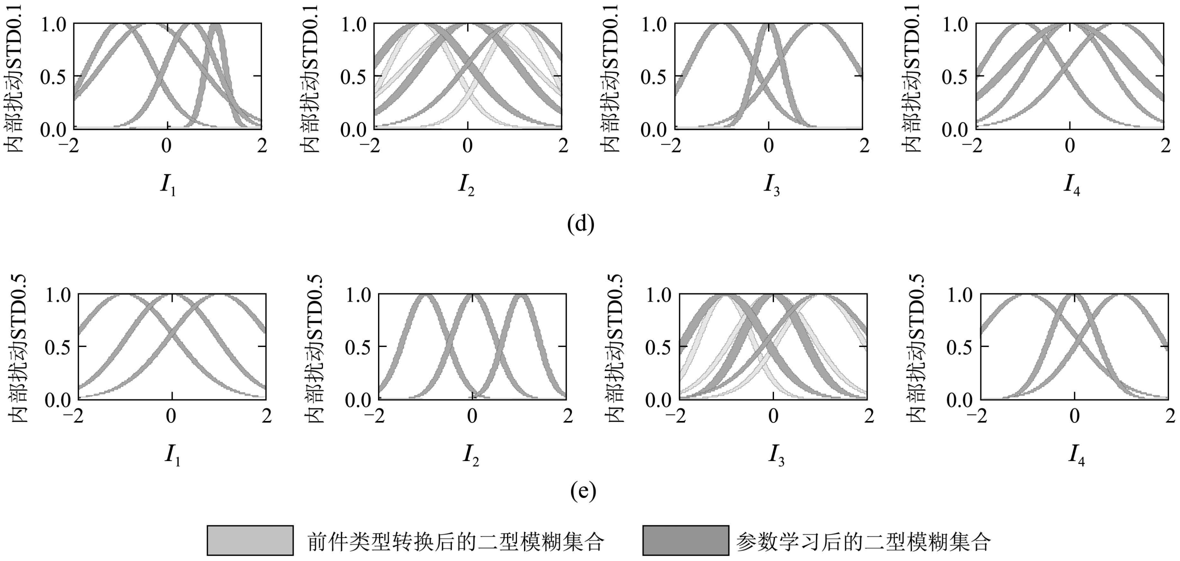


图 8 输入变量I_1, I_2, I_3, I_4 在不同扰动情况下各自论域二型模糊集合

Fig. 8 IT2–FSs of each input variable with different disturbances

4) 实验结果分析.

由表5–7的实验结果表明, 原一型系统GD–FNN的规则总数决定了类型转换优化后的 IT2–TSK–NFS系统的规则总数, 通过类型转换优化后, 前件区间二型模糊集合总数相较于原系统一型模糊集合总数有明显减少, 验证了在前件模糊集合未在输入论域均匀分布的情况下融合算法的有效性. 由图4所示实验结果表明, 采用自适应最速下降法优化系统前件结构参数后的IT2–TSK–NFS–G1, 在5种扰动情况下, 均在前件初始化的二型模糊集合的基础上自动进行了参数的调整. 不同的输入变量前件二型模糊集合在不同扰动情况下调整程度并不相同, 如图8(a)中I_4、(b)中I_1、(c)中I_1、I_2(d)中的I_2及(e)中I_3变量的调整较为显著, 而其他对应情况中的变量仅进行了轻微调整. 值得注意的是, 这些仅进行轻微调整的情况下的IT2–TSK–NFS–G1的系统性能在实验结果中表现良好, 说明了本文提出利用原一型系统模糊规则结构进行的IT2–TSK前件初始化算法的有效性, 并可在一定程度上降低系统参数学习过程中的负担. 同时, IT2–TSK–NFS–G1在训练及测试过程中的RMSE表现均优于采用固定步长的BP算法的 IT2–TSK–NFS–G2 系统, IT2–TSK–NFS 整体性能在集合总数减少的情况下优于GD–FNN. 表5中原一型系统在规则相近的情况下性能优于两种一型方法WRFNN与TRFN–S, 但劣于推理机形式特殊的 FWSIRM–FIS. 本情况下 IT2–TSK–NFS 系统在规则总数多于直接由数据自组织生成的RSEIT2- FNN–UM的前提下系统测试性能相近于该方法. 表6中原一型系统在规则数倍于文献中的方法的前提下, 在系统外部扰动情况下系统测试结果优于文献中的一型模糊算法. 本情况下IT2–TSK–NFS系统在规则数占优的情况下系统在不同噪声环境下的测试数据均优于对比的二型模糊方法. 值得注意的是, 表7表明IT2–TSK–NFS系统性能在存在系统内部扰动情况下相比于存在系统外部扰动环境下有明显的下降.

5 结论(Conclusions)

本文提出了一种生成区间二型神经模糊系统(IT2–TSK–NFS)的新方法. 该方法可充分利用已有自组织一型模糊方法产生的T1–TSK系统的模糊规则与数据集, 通过两个自主学习阶段生成IT2–TSK–NFS. 第1阶段使用T1–TSK系统的前件结构依次自动进行模糊集合类型转换初始化、相似度计算与分组及模糊集合融合操作; 第2阶段使用一种交叉学习算法来得到系统所有参数的最优值, 其中含有自适应步长的最速下降算法及线性最小二乘法被分别采用来优化前件及后件参数. 本方法的创新性为: 便于链式法则形象表达的含有规则顺序拓扑逻辑关系层的6层神经模糊系统结构, 改进的模糊集合融合算法, 具有自适应步长的前件结构参数最速下降学习算法. 通过两个典型系统的对比实验结果验证了本文所提出的IT2–TSK–NFS相较于原一型系统, 尤其在强不确定性情况下, 在系统建模与辨识方面有更优异的性能. 此外, 其相较于其他一型方法, 对比结果的优势也较为显著. 在规则总数相近的情况下, IT2–TSK–NFS系统性能与对比的直接由数据集

使用自组织方法生成的二型模糊系统来说性能相近; 在规则总数较多于对比的二型模糊系统的情况下可获得更优异的系统性能. 同时, 实验结果表明具有系统系统内部扰动的模型相较于系统外部扰动的系统, 其在建模与辨识的过程中更加复杂, 在IT2–TSK–NFS系统结构相近的情况下需要借助其他方法来进一步提升对具有系统内部扰动的模型的系统性能. 因此本文所提出的方法可以给出一种更简单有效的方式, 利用已有的具有较好系统性能的T1–TSK系统来构建IT2–TSK–NFS, 其性能相较于原T1–TSK更优且性能相近或略优于通过数据集直接使用自组织方法生成的二型模糊系统.

参考文献(References):

[1] MENDEL J M. *Uncertain Rule-based Fuzzy Logic System: Introduction and New Directions* [M]. New Jersy: Prentice Hall, 2001.

[2] MENDEL J M, HAGRAS H, TAN W W, et al. *Introduction to Type–2 Fuzzy Logic Control: Theory and Applications* [M]. New Jersy: John Wiley & Sons, 2014.

[3] LIN T C, LIU H L, KUO M J. Direct adaptive interval type–2 fuzzy control of multivariable nonlinear systems [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2009, 22(3): 420 – 430.

[4] GAO J, YUAN R, YI J, et al. Adaptive interval type–2 fuzzy sliding mode controller design for flexible air-breathing hypersonic vehicles [C] //*Proceedings of 2015 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*. Istanbul: IEEE, 2015: 1 – 6.

[5] QIAO Junfei, WANG Huidong. Structure self-organizing algorithm for fuzzy neural networks and its applications [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(4): 703 – 707.
(乔俊飞, 王会东. 模糊神经网络的结构自组织算法及应用 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25(4): 703 – 707.)

[6] HAN Gaitang, QIAO Junfei, HAN Honggui. Wastewater treatment control method based on adaptive recurrent fuzzy neural network [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(9): 1252 – 1258.
(韩改堂, 乔俊飞, 韩红桂. 基于自适应递归模糊神经网络的污水处理控制 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(9): 1252 – 1258.)

[7] SHANG Yunlong, ZHANG Chenghui, CUI Naxin, et al. State of charge estimation for lithium-ion batteries based on extended Kalman filter optimized by fuzzy neural network [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(2): 212 – 220.
(商云龙, 张承慧, 崔纳新, 等. 基于模糊神经网络优化扩展卡尔曼滤波的锂离子电池荷电状态估计 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(2): 212 – 220.)

[8] YAO Lan, XIAO Jian, WANG Song, et al. Interval type–2 fuzzy neural networks with self-organizing structure and adaptive learning algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(6): 785 – 791.
(姚兰, 肖建, 王嵩, 等. 自组织区间二型模糊神经网络及其自适应学习算法 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(6): 785 – 791.)

[9] JUANG C F, CHEN C Y. Data-driven interval type–2 neural fuzzy system with high learning accuracy and improved model interpretability [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, 43(6): 1781 – 1795.

[10] LIN C T, PAL N R, WU S L, et al. An interval type–2 neural fuzzy system for online system identification and feature elimination [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(7): 1442 – 1455.

[11] CHEN C S. Supervisory interval type–2 TSK neural fuzzy network control for linear microstepping motor drives with uncertainty observer [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2011, 26(7): 2049 – 2064.

[12] YANG F, YUAN R, YI J, et al. Direct adaptive type–2 fuzzy neural network control for a generic hypersonic flight vehicle [J]. *Soft Computing*, 2013, 17(11): 2053 – 2064.

[13] JUANG C F, TSAO Y W. A self-evolving interval type–2 fuzzy neural network with online structure and parameter learning [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, 16(6): 1411 – 1424.

[14] JUANG C F, HUANG R B, LIN Y Y. A recurrent self-evolving interval type–2 fuzzy neural network for dynamic system processing [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(5): 1092 – 1105.

[15] LIN Y Y, CHANG J Y, PAL N R, et al. A mutually recurrent interval type–2 neural fuzzy system (MRIT2NFS) with self-evolving structure and parameters [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(3): 492 – 509.

[16] LIAN R J. Adaptive self-organizing fuzzy sliding-mode radial basis-function neural-network controller for robotic systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(3): 1493 – 1503.

[17] CHAKRAVARTY S, DASH P K. A PSO based integrated functional link net and interval type–2 fuzzy logic system for predicting stock market indices [J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(2): 931 – 941.

[18] JUANG C F, JANG W S. A type–2 neural fuzzy system learned through type-1 fuzzy rules and its FPGA-based hardware implementation [J]. *Applied Soft Computing*, 2014, 18: 302 – 313.

[19] CASTILLO O, MELIN P. A review on the design and optimization of interval type–2 fuzzy controllers [J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(4): 1267 – 1278.

[20] NGUYEN S D, CHOI S B, NGUYEN Q H. An optimal design of interval type–2 fuzzy logic system with various experiments including magnetorheological fluid damper [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, 228(17): 3090 – 3106.

[21] NOZAKI K, ISHIBUCHI H, TANAKA H. A simple but powerful heuristic method for generating fuzzy rules from numerical data [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, 86(3): 251 – 270.

[22] WANG L X, MENDEL J M. Generating fuzzy rules by learning from examples [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1992, 22(6): 1414 – 1427.

[23] WU S, ER M J. Dynamic fuzzy neural networks-a novel approach to function approximation [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2000, 30(2): 358 – 364.

[24] WU S, ER M J, GAO Y. A fast approach for automatic generation of fuzzy rules by generalized dynamic fuzzy neural networks [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2001, 9(4): 578 – 594.

[25] HAN H, QIAO J. A self-organizing fuzzy neural network based on a growing-and-pruning algorithm [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, 18(6): 1129 – 1143.

[26] CHEN C S. TSK-type self-organizing recurrent-neural-fuzzy control of linear microstepping motor drives [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2010, 25(9): 2253 – 2265.

[27] CHEN C, WANG F Y. A self-organizing neuro-fuzzy network based on first order effect sensitivity analysis [J]. *Neurocomputing*, 2013, 118(11): 21 – 32.

[28] JANG J S R. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1993, 23(3): 665 – 685.

[29] LI Yan, WANG Dongfeng, HAN Pu. Generalized dynamic fuzzy neural network and its application in thermal system identification [J]. *Electric Power Science and Engineering*, 2009, (7): 38 – 41.
(李岩, 王东风, 韩璞. 广义动态模糊神经网络及其在热工辨识中的应用 [J]. 电力科学与工程, 2009, (7): 38 – 41.)

[30] SUN Bin, LI Tieke, ZHANG Wenxue. Prediction model of financial stock index based on GD–FNN [J]. *Application Research of Computer*, 2010, 27(9): 3272 – 3275, 3278.
(孙彬, 李铁克, 张文学. 基于GD–FNN的金融股指预测模型 [J]. 计算机应用研究, 2010, 27(9): 3272 – 3275, 3278.)

[31] ZHAO Min, YAN Wenjun, ZHENG Jun. Combustion optimization modelling for utility boilers based on generalized dynamic neural networks [J].*Thermal Power Generation*, 2010, 39(3): 19 – 22, 29.
(赵敏, 颜文俊, 郑军. 基于广义动态模糊神经网络的电厂锅炉燃烧优化建模 [J]. 热力发电, 2010, 39(3): 19 – 22, 29.)

[32] HUANG Yonghong, SUN Lina, SUN Yukun, et al. Soft sensing modeling based on generalized dynamic fuzzy neural network for microbial fermentation process [J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2013, (12): 173 – 177.
(黄永红, 孙丽娜, 孙玉坤, 等. 基于GD–FNN的微生物发酵过程软测量建模 [J]. 仪表技术与传感器, 2013, (12): 173 – 177.)

[33] YING H. Interval type–2 Takagi-Sugeno fuzzy systems with linear rule consequent are universal approximators [C] //*Fuzzy Information Processing Society, 2009. NAFIPS 2009. Annual Meeting of the North American*. Cincinnati: IEEE, 2009: 1 – 5.

[34] MENDEL J M. On KM algorithms for solving type–2 fuzzy set problems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(3): 426 – 446.

[35] WU D, MENDEL J M. A comparative study of ranking methods, similarity measures and uncertainty measures for interval type–2 fuzzy sets [J]. *Information Sciences*, 2009, 179(8): 1169 – 1192.

[36] ANGELOV P, FILEV D. Simpl_eTS: a simplified method for learning evolving Takagi-Sugeno fuzzy models [C] //*Proceedings of the 14th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. Reno: IEEE, 2005: 1068 – 1073.

[37] LI C, GAO J, YI J, et al. Analysis and design of functionally weighted single-input-rule-modules connected fuzzy inference systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, online first, DOI: 10.1109/TFUZZ.2016.26373692016.

[38] RONG H J, SUNDARARAJAN N, HUANG G B, et al. Sequential adaptive fuzzy inference system (SAFIS) for nonlinear system identification and prediction [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(9): 1260 – 1275.

[39] LIN C J, CHIN C C. Prediction and identification using wavelet-based recurrent fuzzy neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(5): 2144 – 2154.

[40] JUANG C F. A TSK-type recurrent fuzzy network for dynamic systems processing by neural network and genetic algorithms [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, 10(2): 155 – 170.

作者简介:

高俊龙 (1990–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为计算智能、二型模糊系统与控制、飞行器控制, E-mail: junlong.gao@ia.ac.cn;

袁如意 (1983–), 男, 副研究员, 目前研究方向为自适应控制、智能控制、飞行器控制, E-mail: ruyi.yuan@ia.ac.cn;

易建强 (1963–), 男, 研究员, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制、自适应控制、飞行器控制, E-mail: jianqiang.yi@ia.ac.cn;

应　浩 (1958–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为模糊系统与模糊控制、专家系统等, E-mail: hying@wayne.edu;

李成栋 (1981–), 男, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为计算智能、机器学习等, E-mail: lichengdong@sdjzu.edu.cn.