

带有时变计算时延的倒立摆视觉实时控制研究

杜大军[†], 李汪佩, 詹 斌, 费敏锐

(上海大学 机电工程与自动化学院; 上海市电站自动化技术重点实验室, 上海 200072)

摘要: 针对倒立摆视觉实时控制系统中, 通过每帧图像处理检测小车位移和摆杆偏角带来的时变图像处理计算时间, 直接影响控制系统采样周期和系统性能的问题, 不同于目前不考虑图像处理计算时间或将其视为定时滞进行倒立摆视觉实时控制的研究方法, 本文首先构建了倒立摆视觉伺服控制实验平台, 考虑倒立摆的小车与摆杆特征, 提出了小车位移和摆杆偏角的实时计算方法; 然后统计分析图像处理计算时间的特性并设计了视觉传感事件触发采样策略, 进一步刻画了时变时延与计算时间的直接关系, 进而建立了带有时变计算时延的倒立摆视觉控制系统闭环模型, 证明了系统稳定性并建立了反映图像处理计算时间与系统稳定性之间的关系. 最后, 仿真和实时控制实验验证了所提方法的可行性和有效性.

关键词: 倒立摆; 视觉伺服; 图像处理; 计算时间; 时变时延

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Research of visual real-time control for an inverted pendulum with time-varying computational delay

DU Da-jun[†], LI Wang-pei, ZHAN Bin, FEI Min-rui

(Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology;
School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: In inverted pendulum visual real-time control system, the sampling period and performance of control system are directly affected by the time-varying image processing computational time from measuring cart position and pendulum angular from each image. Unlike the existing methods on inverted pendulum visual servoing control system without considering image processing computational time or with constant image processing computational time, an experimental inverted pendulum visual servoing control platform is constructed firstly. Considering the characters of the pendulum and the cart, a real-time calculation method for cart position and pendulum angular are then proposed, and the event-triggered sampling mechanism of visual sensor is designed according to the statistical character of image processing computational time. Furthermore, image processing computational time is converted to time-varying delay, and a closed loop control system model of inverted pendulum system with time-varying delay is established. The system stability is proved, while the system stability condition reflects the relationship between time-varying computational delay and system performance. Finally, simulation and experimental results confirm the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: inverted pendulum; visual servoing; image processing; computational time; time-varying delay

1 引言(Introduction)

由于倒立摆控制系统具有多变量、非线性、不稳定等特性, 能够反映控制理论与工程中很多核心问题, 如鲁棒性、随动、镇定、跟踪等, 并且作为一个支点在下方、重心在上的绝对不稳定被控对象, 其与许多实际对象具有相似性, 故倒立摆控制系统一直以来都是控制领域研究中的开放性课题. 通过研究倒立摆控制系

统所取得的稳定性分析和控制器设计等理论方法, 可应用到机器人直立行走的平衡控制、火箭发射中的垂直控制、海上钻井平台的稳定控制等^[1-4].

传统的倒立摆稳定控制基本都是基于编码器进行状态信息测量然后进行控制器设计和稳定性分析^[5-8]. 然而, 随着视觉传感技术的快速发展, 并且视觉传感信息更加丰富全面、更加直观, 甚至视觉传感能够应

收稿日期: 2016-08-09; 录用日期: 2017-03-20.

[†]通信作者. E-mail: ddj@shu.edu.cn; Tel.: +86 21-56331934.

本文责任编辑: 胡跃明.

国家自然科学基金项目(61473182, 61633016, 61533010), 国家重大科学仪器设备开发专项课题项目(2012YQ1500870302), 上海市科委项目(14JC1402200, 15JC1401900)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61473182, 61633016, 61533010), National Key Scientific Instrument and Equipment Development Project (2012YQ150087) and Science and Technology Commission of Shanghai Municipality (14JC1402200, 15JC1401900).

用到复杂危险的工业控制现场, 故其大量的被应用到工业自动化控制系统中^[9-10], 例如通过视觉传感采集图像以进行木材瑕疵、损伤检测^[11]以及药品灌装质量实时自动检测^[12]等。然而与非视觉传感测量相比, 为了获得状态检测信息, 在对视觉传感测量的图像进行处理时, 将不可避免地带来图像处理计算时间, 从而影响控制系统性能甚至造成控制系统失稳^[13-14]。因此, 国内外学者开始构建基于视觉传感的倒立摆视觉实时控制实验平台, 为工业视觉伺服实时控制提供理论基础和技术支撑。

目前在已经构建的倒立摆视觉伺服控制系统实验平台中, 从图像采集、处理到计算小车位移和摆杆偏角所耗费时间称为图像处理计算时间, 根据是否考虑图像处理计算时间将目前研究分为两类:

1) 不考虑图像处理计算时间的倒立摆视觉伺服控制。文献[15]针对直线一级倒立摆, 用视觉传感仅测量摆杆偏角, 小车位移仍用编码器进行测量, 然后设计了模糊逻辑控制器实现倒立摆的稳定控制。文献[14]针对旋转式倒立摆, 考虑相机光心与摆杆之间垂直距离短, 并且仅测量摆杆偏角, 故选取了高帧率(580 fps)低像素的工业相机进行摆杆运动图像实时采集, 并基于现场可编程门阵列(field-programmable gate array, FPGA)进行图像处理和数字信号处理(digital signal processing, DSP)实现倒立摆的稳定控制。以上研究主要采用视觉传感测量倒立摆的部分状态信息, 并不考虑计算时间进行倒立摆稳定控制研究, 然而采用视觉传感测量全部状态信息产生的计算时间将影响控制系统性能甚至造成系统失稳, 为了实现高品质控制, 需考虑图像处理计算时间开展倒立摆视觉伺服实时控制研究。

2) 考虑图像处理计算时间的倒立摆视觉伺服控制。图像处理计算时间是影响倒立摆系统稳定性能的一个重要因素, 目前国内外已经开展初步探索性的研究。如文献[16]采用视觉传感检测直线一级倒立摆的全部状态信息, 在计算小车位移和摆杆偏角时计算时间将会高达60 ms, 然后采用Smith预估算法进行时延补偿, 从而实现了倒立摆的稳定控制。文献[17]采用视觉传感检测直线一级倒立摆的全部状态信息, 针对带来的图像处理计算时间, 采用时滞系统理论初步研究了倒立摆的稳定控制。以上研究工作主要采用预测或时滞系统理论初步研究了图像计算时间对倒立摆稳定控制的影响。然而, 图像处理计算时间不能简单地看作普通的时延, 因为它直接影响控制系统采样策略与控制系统性能, 因此需要深入开展采样策略、计算时间统计分析与控制设计研究和稳定性研究。

近些年, 文献[18-20]指出计算、通信与控制系统融合日益深入, 通过深度协作以实现实时感知、动态控制和信息服务, 这表明计算与控制系统性能紧密相

关。然而, 目前研究往往忽略计算对控制系统性能的影响, 但是当计算时间较长如图像处理花费的计算时间就不能忽略, 其直接影响控制系统的稳定性。因此, 本文考虑图像处理带来的时变计算时延研究倒立摆视觉实时控制问题, 首先构建了具有自主知识产权的倒立摆视觉伺服控制系统实验平台, 然后考虑倒立摆的摆杆与小车特征, 提出了摆杆偏角和小车位移的实时计算方法, 统计分析图像处理计算时间的特性并设计了视觉传感事件触发采样策略, 接着采用时变时延策略刻画了时变延时时与图像处理计算时间的直接关系, 进而建立了融合视觉检测信息的倒立摆时变时延闭环控制系统模型, 并采用李雅普诺夫函数法证明了系统稳定性, 建立了反映图像处理计算时间与系统稳定性之间的关系。最后, 仿真和实时控制实验验证了本文方法的可行性和有效性。

2 实验平台介绍 (Description of experiment platform)

为了分析研究图像处理计算时间与系统控制性能之间关系, 构建了倒立摆视觉伺服控制系统实验平台, 如图1所示。

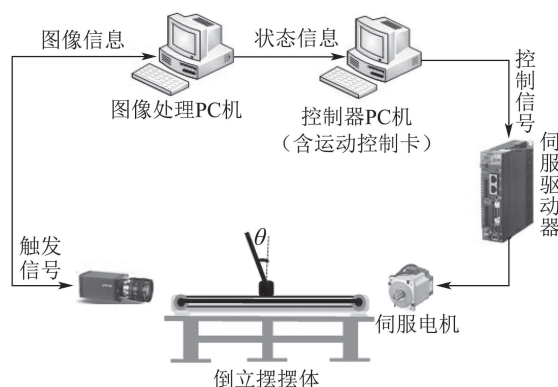


图1 倒立摆视觉伺服控制系统实验平台结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of the inverted pendulum visual servoing control system experimental platform

倒立摆视觉伺服控制系统实验平台主要包括以下几个部分:

1) 摆体: 选用直线一级倒立摆摆体, 其滑轨长度为0.6 m, 小车由皮带带动在滑轨上来回滑动, 一根长0.5 m的铁杆通过联轴器铰链在小车上, 随着小车的移动自由旋转。

2) 视觉传感检测装置: 主要包括工业相机和光源, 工业相机采用Aca640-120gm型单色相机, 其帧率可以自由调节, 最大帧率为120 fps, 图像采集最大分辨率为659 × 492; 采用5根纵向排列的日照灯管作为光源, 光照强度可以调整。

3) 图像处理和单元: 采用一台带有操作系统Windows Xp的PC机作为图像处理和单元, 运用Microsoft Visual Studio 2010结合OpenCV2.4.11机器视觉库研发了一套倒立摆图像处理软件, 实时处理

摆体图像并计算摆杆偏角和小车位移,然后根据控制算法计算控制信号,并发送到GT-400-SV-PCI型运动控制卡,输出相应的控制脉冲量。

4) 执行器: 执行器主要包括伺服驱动器和伺服电机。伺服驱动器型号为MSDA023A1A, 功率200 W, 用于接受运动控制卡发送的控制信号从而驱动伺服电机, 通过皮带带动小车在轨道上来回运动。

注1 以上构建了倒立摆视觉伺服控制系统实验平台, 首先工业相机采集倒立摆实时运动图像, 然后传送到图像处理和控制单元, 经过图像处理计算得到摆杆偏角和小车位移, 接着在控制器算出控制信号并发送到运动控制卡, 实现控制信号到控制脉冲量的转换, 最后经由伺服驱动器来带动伺服电机转动以控制小车运动, 从而实现倒立摆实时运动控制。

注2 在实验平台中, 要实时计算小车位移和摆杆偏角, 工业相机视觉视野就必须包含小车和摆杆运动整个区域, 其离摆体的距离要远大于文献[14]中对应的距离, 故要求相机像素不能太小, 帧率也不能太大, 导致相机曝光时间增加。另外, 本实验平台是在Windows系统中运用Microsoft Visual Studio 2010结合OpenCV2.4.11机器视觉库研发了一套图像处理软件, 相较于文献[14]中基于FPGA进行图像处理, 其图像处理计算时间将大大增加, 因此在研究中不能忽略图像处理计算时间对系统性能的影响。

注3 在实验平台中, 工业相机采集摆体实时运动图像, 进一步如何通过图像处理进行摆杆角度和小车位移的状态信息实时计算是接下来的一个非常重要工作。

3 视觉传感测量(Visual sensor measurements)

在建立的倒立摆视觉伺服控制系统实验平台中, 相机架设在摆体正前方, 并且尽量保证相机所在平面水平及光轴垂直于摆杆自由旋转的垂直面; 相机帧率设为100 fps, 即每帧图像曝光时间为0.010 s; 为了实时连续采集摆体运动图像并降低图像处理计算时间, 相机采用事件触发机制采集摆体运动图像, 即在每帧通过图像处理计算完小车位移和摆杆偏角后, 立即向工业相机发送采集下一帧图像的指令, 如图2所示。

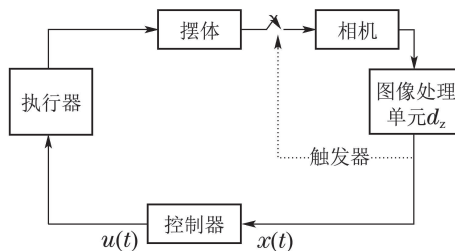


图2 倒立摆视觉伺服控制系统实验平台结构示意图

Fig. 2 Control block diagram of the inverted pendulum visual servoing control system

注4 为了使图像具有一定的曝光度以保证图像质量, 同时曝光时间不能太长而导致状态时延过长, 在实际实验中设置相机帧率为100 fps。然而, 这并不意味着每秒采集100帧图像就处理100帧图像, 而是采用软件程序实现相机连续采集

图像的控制, 即当前一帧图像处理完获取小车位移和摆杆偏角的后触发相机采集下一帧图像。因此, 文中每秒处理图像30~50帧, 而每一帧图像的曝光时间均为10 ms。

在工业相机设置好后, 根据工业相机采集的摆体图像, 需要实时计算小车位移和摆杆偏角。由工业相机采集的具有统一灰白墙体背景的一帧原始图像如图3(a)所示。首先, 图像传感能够提供目标和周围环境之间丰富的信息, 但此数据信息冗余度较大, 为了降低数据量进而减小图像处理的计算时间, 需将小车和摆杆的运动区域从原图像中分别定位出来。因为相机和倒立摆均是相对固定, 故运动摆体通过相机透视投影后的图像具有相对固定的分辨率, 且小车和摆杆会在相对固定的两行区域内运动, 因此根据先验的间隔行知识很容易行扫描提取出小车和摆杆的运动区域图像, 分别如图3(b)和3(c)所示。然后, 运用canny边缘检测算法^[21]分别检测小车和摆杆的边缘信息, 进而分别基于边缘信息检测出小车位移和摆杆偏角。



(a) 原图 (b) 小车局部定位 (c) 摆杆局部定位

图3 倒立摆视觉伺服控制系统实验平台结构示意图

Fig. 3 Local location of the cart and pendulum

小车位移检测: 通过图像处理过程获得的小车位移是以像素为单位的, 而实际实验平台控制参数是以物理位移为单位的, 因此需要进行单位之间的转换。单位转换是基于相机的透视投影模型实现^[14,22], 如图4所示。

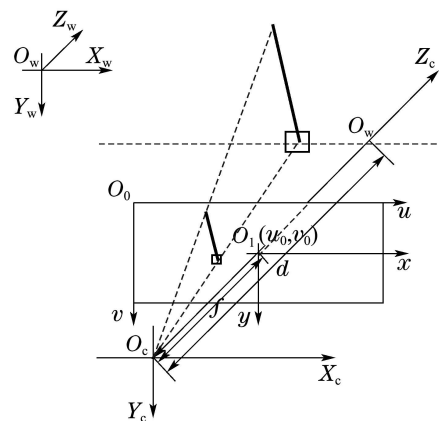


图4 相机透视投影模型

Fig. 4 Perspective projection camera model

图4包含4个坐标系, 即世界坐标系($O_w-X_w-Y_w-Z_w$), 相机坐标系($O_c-X_c-Y_c-Z_c$), 像素坐标系(O_0-uv)和成像平面坐标系(O_1-xy), 其中 O_c 表示相机光心, 轴 Z_c 表示相机光轴, 并且光轴 Z_c 是垂直像素坐标系于主点 $O_1(u_0, v_0)$, O_cO_1 表示相机焦距, 即 $f = O_cO_1$, O_cO_w

表示相机光心到摆杆自由旋转的垂直面之间的距离, 即 $d = O_c O_w$.

为了得到目标特征点的物理量, 需要知道世界坐标系和像素坐标系之间的转换关系, 如式(1)所示

$$\lambda P = K[R \ T]P_w, \quad (1)$$

其中: $P = [u \ v \ 1]^T$ 表示像素坐标系中目标特征点的二维齐次坐标, $P_w = [X_w \ Y_w \ Z_w \ 1]^T$ 表示世界坐标系中目标特征点的三维齐次坐标, λ 是一个标量因子, 单位正交矩阵 $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和向量 $T \in \mathbb{R}^3$ 分别表示世界坐标系和像素坐标系之间的旋转量和平移量, 是相机的外部参数. 由于工业相机和倒立摆均固定不动, 所以世界坐标系和相机坐标系始终重合一致, 因此相机外部参数为

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

矩阵 $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 是相机的内部参数, 其值可以通过相机标定^[23]确定, 具体参数为

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_u & s & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

其中: $\alpha_u = f/d_x$, $\alpha_v = f/d_y$, 而 d_x, d_y 分别表示每个像素在成像平面坐标系的 x 轴和 y 轴方向上的物理距离, s 表示因成像平面坐标系的坐标轴不互相正交所引起的倾斜因子, 不失一般性, 设 $s = 0$.

本文中世界坐标系和相机坐标系之间没有发生旋转和平移, 因此标量 λ 的大小就是目标特征点在世界坐标系中的坐标 Z_w , 也就是相机光心到摆杆自由旋转的垂直面之间的距离 d , 即 $\lambda = d$. 通过标定可得相机内部参数如表1所示.

表 1 相机内部参数

Table 1 Intrinsic parameters of camera

参数	取值/单位
f	909.5 pixels
d	0.9263 m
α_u	1.6241×10^6 pixels/m
α_v	1.6241×10^6 pixels/m
s	0
u_0	334.85 pixels
v_0	267.46 pixels

通过式(1)易推导出

$$du = \alpha_u X_w + du_0. \quad (2)$$

通过式(2)可知, 通过一系列的图像处理算法获得目标特征点在像素坐标系中的水平坐标值 u , 便可以计算出目标特征点在世界坐标系中的水平坐标值 X_w ,

即计算出了小车位移. 为了检测小车在像素坐标系中的位移, 在小车边缘图像中采用行扫描算法^[15, 17]即可快速高效地找出小车的垂直边缘(列坐标). 首先, 根据先验知识定义 n 行不同的像素行 $v_i (i = 1, \dots, n)$, 如图5所示. 然后, 对逐行扫描, 便可以找出对应小车边缘的像素列索引 $u_i (i = 1, \dots, n)$. 最后, 将这些列索引的平均值作为小车的实际像素位移, 即

$$u = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i. \quad (3)$$



图 5 行扫描检测小车位移

Fig. 5 Cart position is determined using line scan algorithm

注 5 一般 n 值的取值要大于1, 目的在于尽量降低检测误差, 但是 n 值取值也不能过大, 这将会大大增加图像处理花费的计算时间而导致实时性差. 根据实际实验经验, 文中取 $n = 3$.

摆杆偏角检测: 由于在映射过程中, 角度的大小始终保持不变, 因此计算摆杆在世界坐标系中的偏角即是计算摆杆在像素坐标系中的偏角. 霍夫变换(Hough Transform)^[24-25]通常用来检测二值图像中的直线, 同时给出该直线的倾斜弧度, 因此采用Hough变换从摆杆边缘图像中检测摆杆的偏角, 检测结果范例如图6所示. 在实际实验中, 一般情况下霍夫变换检测出来满足条件的直线不止一条, 故计算所满足条件直线的倾斜弧度的平均值作为摆杆的偏角.

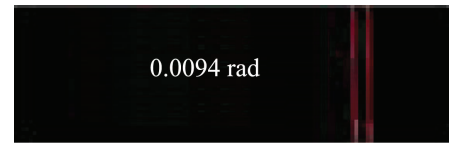


图 6 霍夫变换检测摆杆偏角

Fig. 6 Pendulum angular is determined using hough transform

在图像采集、小车和摆杆图像处理定位及状态信息计算需要耗费计算时间, 导致小车位移和摆杆偏角状态信息滞后. 此外, 由于光照变化、背景变化等会影响图像质量, 这将使得在处理每一帧图像时, 计算时间不近相同. 为了进一步分析图像处理计算时间特性, 采集了2000帧倒立摆实时运动图像, 然后通过上述的图像处理算法计算小车位移和摆杆偏角, 同时记录每帧图像处理耗费的计算时间, 统计结果如图7所示, 从图中可以发现计算时间变化范围为 $[0.019, 0.029]$ s, 用 $\underline{d}, \bar{d}$ 分别表示图像处理时延的上、下界, 则

$$\underline{d} = 0.019, \quad \bar{d} = 0.029. \quad (4)$$

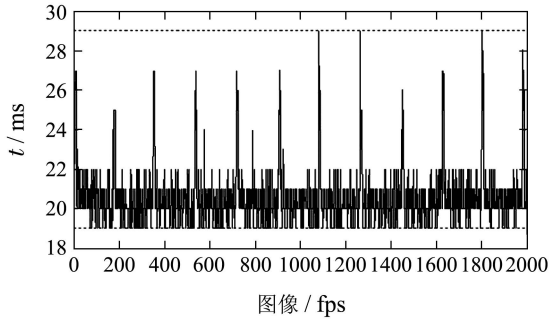


图7 图像处理计算时间统计

Fig. 7 Statistics of the image processing computational time

注6 工业相机帧率高且每帧曝光时间为10 ms, 根据统计分析表明运用视觉传感采集摆体运动图像, 然后通过图像处理计算摆杆偏角和小车位移所耗费的计算时间具有时变特性并具有上、下界, 同时因为倒立摆稳定控制实时性要求高, 因此, 接下来考虑时变图像处理计算时间, 进行控制器设计和稳定性分析。

4 带有时变计算时延的视觉倒立摆系统模型 (Model of visual inverted pendulum system with time-varying computational delay)

根据牛顿运动学定理并在一定的稳定范围内进行线性化可建立单级倒立摆摆体线性状态空间方程如下:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^4, \quad u(t) \in \mathbb{R}, \quad (5)$$

式中: $x_1 = \alpha$, $x_3 = \dot{\alpha}$ 分别表示小车的位移(单位为m)和速度, $x_2 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$ 分别表示摆杆偏离垂直方向的角度(单位为rad)和角速度, u 为小车的加速度信号表示控制系统的输入信号, 并且

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{lmg}{J} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{ml}{J} \end{bmatrix}.$$

式中: l 为摆杆转动点到质心的长度, m 为摆杆质量, J 为摆杆基于转动点的转动惯量, g 为重力加速度, α 为小车位移, θ 为摆杆与垂直方向的偏转角度。

在以上通过图像处理算法计算获得小车位移和摆杆偏角后, 将其微分处理后得到小车速度信号和摆杆角速度信号, 即可得到四维的状态向量。控制器得到状态量后, 通过控制算法计算出控制信号, 然后发送给执行器, 从而实现倒立摆的视觉伺服闭环控制。

本文的控制目标是实现倒立摆的稳定控制, 即控制摆杆始终保持垂直向上姿态($\theta = 0$), 因此在其稳定范围内($[-10^\circ, +10^\circ]$)可根据其线性状态空间模型实现线性化控制。由于线性二次型最优调节器(linear quadratic regulator, LQR)的良好控制特性, 其常常被用来实现倒立摆的稳定控制设计^[2, 16-17, 26]。根据LQR

控制器原理进行控制器设计, 首先选取合适的权矩阵 Q 和 R , 然后求解Riccati方程可得控制增益 K , 进而得到

$$u(t) = -Kx(t). \quad (6)$$

由于图像处理计算时间会导致状态信息产生时延, 如图8所示。设第 k 幅图像处理花费的计算时间用 d_k 表示, 其满足

$$0 < \underline{d} \leq d_k \leq \bar{d}, \quad (7)$$

式中 $\bar{d}$, $\underline{d}$ 大小如式(4)所示。

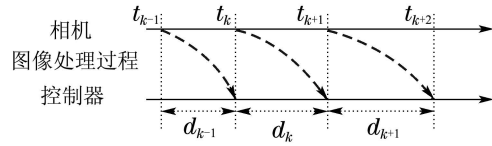


图8 倒立摆视觉伺服控制系统控制信号时序图

Fig. 8 Signal timing diagram of the inverted pendulum visual servoing control system

由图8所示的控制信号时序图可知

$$u(t) = -Kx(t_k), \quad t \in [t_k + d_k, t_{k+1} + d_{k+1}). \quad (8)$$

构造时变时延 $d(t)$, 令

$$t_k = t - d(t), \quad t \in [t_k + d_k, t_{k+1} + d_{k+1}), \quad (9)$$

其中 $d(t)$ 是有上、下界的时变时延, 满足

$$\begin{cases} \min_{k \in N}(d_k) = d_1 \leq d(t) \leq d_2 = \\ \max_{k \in N}(d_k + d_{k+1}), \\ \dot{d}(t) = 1. \end{cases} \quad (10)$$

将式(8)–(9)代入式(5)可得

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0x(t) + A_1x(t - d(t)), \\ t &\in [t_k + d_k, t_{k+1} + d_{k+1}), \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $A_0 = A$, $A_1 = -BK$ 。

若采用光电编码器采集状态信息, 不会产生状态时延, 同样采用LQR控制器, 可推导出其闭环模型为

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t), \quad (12)$$

其中: $A_0 = A$, $A_1 = -BK$ 。

注7 闭环系统(11)和闭环系统(12)是两个完全不同的系统, 而闭环系统(11)是一个带有时变时延的连续系统, 不同于目前的研究工作, 模型中的时延 $d(t)$ 是与时变图像处理计算时间直接相关的时变时延, 直接影响控制系统的稳定性。

5 稳定性分析(Stability analysis)

为了分析图像处理计算时间对控制系统稳定性的影响, 运用时滞系统理论和李雅普诺夫函数, 证明了闭环系统(11)的稳定性。在证明稳定性之前, 首先给出如下引理, 它们将在稳定性证明过程中起到重要作用。

引理 1^[27] 对于给定的实对称矩阵 $R > 0$, $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 存在标量 $\gamma > 0$ 以及向量函数 $\dot{x} : [-\gamma, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$, 则下面不等式成立:

$$-\gamma \int_{t-\gamma}^t \dot{x}^T(\omega) R \dot{x}(\omega) d\omega \leq \begin{pmatrix} x(t) \\ x(t-\gamma) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -R & R \\ * & -R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ x(t-\gamma) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

引理 2^[28] 对于给定的实对称矩阵 $R > 0$, $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 存在标量 $0 < d_1 \leq d(t) \leq d_2$ 及向量函数 $\dot{x} : [-\gamma, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$, 则下面的不等式成立:

$$-(d_2 - d_1) \int_{t-d_2}^{t-d_1} \dot{x}^T(\omega) R \dot{x}(\omega) d\omega \leq H^T(t) \Omega H(t), \quad (14)$$

其中:

$$H(t) = \begin{bmatrix} x(t-d_1) \\ x(t-d(t)) \\ x(t-d_2) \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} -R & R & 0 \\ * & -2R & R \\ * & * & -R \end{bmatrix}.$$

定理 1 对于给定常数 $0 < d_1 < d_2$, 存在适当维数的实对称矩阵 $P, Q_1, Q_2, Z_1, Z_2 > 0$, 使得下列线性矩阵不等式成立,

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ * & \Pi_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

其中:

$$\Pi_{11} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & PA_1 & Z_1 & 0 \\ * & \Phi_{22} & Z_2 & Z_2 \\ * & * & \Phi_{33} & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{12} = \begin{bmatrix} d_1 A_0^T Z_1 & d_{12} A_0^T Z_2 \\ d_1 A_1^T Z_1 & d_{12} A_1^T Z_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{22} = \begin{bmatrix} -Z_1 & 0 \\ 0 & -Z_2 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{11} = PA + A^T P + Q_1 + Q_2 - Z_1,$$

$$\Phi_{22} = -2Z_2, \quad \Phi_{33} = -Q_1 - Z_1 - Z_2,$$

$$\Phi_{44} = -Q_2 - Z_2, \quad d_{12} = d_2 - d_1,$$

则带有式(10)所示时变时滞的闭环系统(11)是渐近稳定的.

证 构造如下Lyapunov泛函:

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) + \int_{t-d_1}^t x^T(s) Q_1 x(s) ds + \int_{t-d_2}^t x^T(s) Q_2 x(s) ds +$$

$$\int_{-d_1}^0 \int_{t+\theta}^t d_1 \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds d\theta + \int_{-d_2}^{-d_1} \int_{t+\theta}^t d_{12} \dot{x}^T(s) Z_2 \dot{x}(s) ds d\theta. \quad (16)$$

对 $V(x(t))$ 关于时间 t 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) = & x^T(t)(PA_0 + A_0^T P + Q_1 + Q_2)x(t) + \\ & x^T(t)PA_1x(t-d(t)) + \\ & x^T(t-d(t))A_1^T Px(t) + \\ & x^T(t-d_1)(-Q_1)x(t-d_1) + \\ & x^T(t-d_2)(-Q_2)x(t-d_2) + \\ & \dot{x}^T(t)(d_1^2 Z_1 + d_{12}^2 Z_2)\dot{x}(t) - \\ & d_1 \int_{t-d_1}^t \dot{x}^T(\theta) Z_1 \dot{x}(\theta) d\theta - \\ & d_{12} \int_{t-d_2}^{t-d_1} \dot{x}^T(\theta) Z_2 \dot{x}(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (17)$$

应用引理1和2可得

$$-d_1 \int_{t-d_1}^t \dot{x}^T(s) Z_1 \dot{x}(s) ds \leq \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Z_1 & Z_1 \\ Z_1 & -Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-d_1) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$-d_{12} \int_{t-d_2}^{t-d_1} \dot{x}^T(\theta) Z_2 \dot{x}(\theta) d\theta \leq \begin{bmatrix} x(t-d_1) \\ x(t-d(t)) \\ x(t-d_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -Z_2 & Z_2 & 0 \\ Z_2 & -2Z_2 & Z_2 \\ 0 & Z_2 & -Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t-d_1) \\ x(t-d(t)) \\ x(t-d_2) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

同时又有

$$\begin{aligned} & \dot{x}^T(t)(d_1^2 Z_1 + d_{12}^2 Z_2)\dot{x}(t) = \\ & x^T(t)(d_1^2 A_0^T Z_1 A_0 + d_{12}^2 A_0^T Z_2 A_0)x(t) + \\ & x^T(t)(d_1^2 A_0^T Z_1 A_1 + d_{12}^2 A_0^T Z_2 A_1)x(t-d(t)) + \\ & x^T(t-d(t))(d_1^2 A_1^T Z_1 A_0 + d_{12}^2 A_1^T Z_2 A_0)x(t) + \\ & x^T(t-d(t))(d_1^2 A_1^T Z_1 A_1 + d_{12}^2 A_1^T Z_2 A_1)x(t-d(t)). \end{aligned} \quad (20)$$

将式(18)–(20)代入式(17)可得Lyapunov泛函的导数为

$$\dot{V}(x(t)) \leq \zeta^T(t)(\Pi_{11} - \Pi_{12}\Pi_{22}^{-1}\Pi_{12}^T)\zeta(t), \quad (21)$$

其中:

$$\zeta^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t-d(t)) \quad x^T(t-d_1) \quad x^T(t-d_2)],$$

$$\Pi_{11} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & PA_1 & Z_1 & 0 \\ * & \Phi_{22} & Z_2 & Z_2 \\ * & * & \Phi_{33} & 0 \\ * & * & * & \Phi_{44} \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{12} = \begin{bmatrix} d_1 A_0^T Z_1 & d_{12} A_0^T Z_2 \\ d_1 A_1^T Z_1 & d_{12} A_1^T Z_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{22} = \begin{bmatrix} -Z_1 & 0 \\ 0 & -Z_2 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{11} = PA + A^T P + Q_1 + Q_2 - Z_1,$$

$$\Phi_{22} = -2Z_2, \Phi_{33} = -Q_1 - Z_1 - Z_2,$$

$$\Phi_{44} = -Q_2 - Z_2, d_{12} = d_2 - d_1.$$

若使

$$\dot{V}(x(t)) \leq \zeta^T(t)(\Pi_{11} - \Pi_{12}\Pi_{22}^{-1}\Pi_{12}^T)\zeta(t) < 0$$

成立, 则需满足

$$\Pi_{11} - \Pi_{12}\Pi_{22}^{-1}\Pi_{12}^T < 0.$$

根据Schur补定理, 由不等式(15)可推知

$$\Pi_{11} - \Pi_{12}\Pi_{22}^{-1}\Pi_{12}^T < 0$$

成立. 证毕.

注8 定理1证明了受时变时延影响的控制系统稳定性, 给出了系统稳定性条件与时变时延之间的关系, 建立了反映图像处理计算时间与系统稳定性之间的关系.

6 仿真和实时控制实验(Simulation and real-time control experiments)

为了验证本文所提方法的可行性, 从MATLAB仿真和实时控制实验两个方面, 验证所提方法的可行性和有效性. 在本文中, 倒立摆摆体线性状态空间方程(5)中A和B中的参数为

$$l = 0.25 \text{ m}, m = 0.109 \text{ kg},$$

$$J = 0.009086 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

6.1 控制器设计(Design of controller)

首先运用LQR理论计算闭环系统(11)的仿真和实时控制实验所用的控制率 K_1 . 系统初始状态设为 $x_0 = [0 \ 0.1000 \ 0 \ 0]^T$, LQR的权矩阵设为

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 230 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R_1 = 10.$$

通过求解Riccati方程可得控制率 K_1 为

$$K_1 = [-2.2361 \ 29.6114 \ -3.0068 \ 5.3891].$$

由式(1)(4)和(7)可得, 时变时延 $d(t)$ 的上、下界为

$$d_1 = \min_{k \in N}(d_k) = \underline{d} = 0.019 \text{ s},$$

$$d_2 = \max_{k \in N}(d_k + d_{k+1}) = 2\bar{d} = 0.058 \text{ s}.$$

进而通过求解线性矩阵不等式(15)可得

$$P = \begin{bmatrix} 9.4631 & -15.7202 & 3.3608 & -1.9054 \\ * & 96.3795 & -12.7572 & 10.0526 \\ * & * & 6.6240 & -3.5578 \\ * & * & * & 3.2798 \end{bmatrix},$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 19.4760 & -13.5051 & -3.1952 & 2.6604 \\ * & 81.3043 & 13.5861 & -16.4105 \\ * & * & 16.7179 & -12.3246 \\ * & * & * & 21.3106 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 11.1050 & -11.4431 & -1.9093 & 1.7684 \\ * & 63.7303 & 8.9837 & -11.7907 \\ * & * & 8.3473 & -6.0101 \\ * & * & * & 12.5423 \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0.6489 & -0.1440 & 0.0087 & -0.0259 \\ * & 2.4572 & -0.2258 & 0.3837 \\ * & * & 0.5242 & -0.2113 \\ * & * & * & 0.2607 \end{bmatrix} \times 10^3,$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0.4363 & -0.1513 & 0.0057 & -0.0201 \\ * & 1.9514 & -0.1629 & 0.2826 \\ * & * & 0.3342 & -0.0537 \\ * & * & * & 0.1670 \end{bmatrix} \times 10^3.$$

可以看出 P, Q_1, Q_2, Z_1, Z_2 均为正定对称矩阵, 根据定理1可知, 以上所求控制率 K_1 能够使带有时变时延的闭环控制系统(11)渐近稳定.

注意: 进一步将以上计算的控制率 K_1 代入定理1计算得到 d_2 的上界为0.106 s, 而以上求得的 d_2 小于这个上界, 故能够保证闭环系统渐近稳定. 否则, 当 $d_2 \geq 0.106 \text{ s}$, 对应的图像处理计算时间上界 $\bar{d} \geq 0.053 \text{ s}$, 则闭环系统(11)将不可控, 发散.

对闭环系统(12)依然采用LQR理论设计控制率 K_2 , 系统初始状态设为 $x_0 = [0 \ 0.1000 \ 0 \ 0]^T$. 经过尝试选择, LQR权矩阵设为

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 950 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 230 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R_2 = 1.$$

通过求解Riccati方程可得控制率 K_2 为

$$K_2 = [-30.8221 \ 72.3263 \ -19.8319 \ 13.0424].$$

6.2 仿真和实验结果(Results of simulation and experiments)

本文搭建实验平台如图9所示, 运用设计的控制率 K_1 对闭环系统(11)进行仿真及实时控制实验, 其结果分别如图10–11所示.

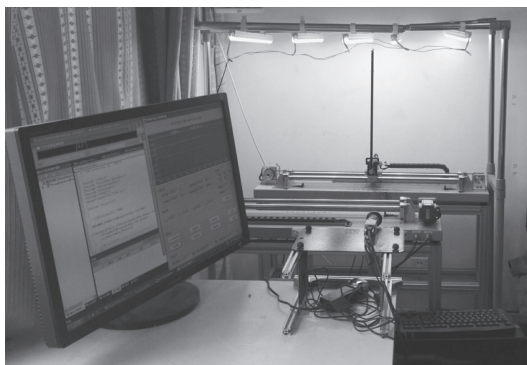


图9 实验平台

Fig. 9 Experimental platform

图10仿真实验结果显示, 倒立摆5 s后进入稳定状态, 且稳定效果比较理想. 图11实时控制实验结果显示, 倒立摆5 s后也可以进入稳定状态, 但小车和摆杆偏角均在一定范围内波动稳定, 这是由于实际实验条件复杂多变, 不可避免地影响图像质量而导致视觉传感检测信息不精确, 从而影响倒立摆稳定性能. 由定理1推知, 若图像处理算法复杂等导致图像处理计算时间超过0.053 s后, 运用控制率对闭环系统(11)进行实时控制实验, 其无法稳定控制、发散, 如图12所示, 实时控制实验表明图像处理计算时间是影响倒立摆控制性能的一个重要因素, 因此如何设计快速有效的图像处理算法是视觉伺服系统研究的一个重点.

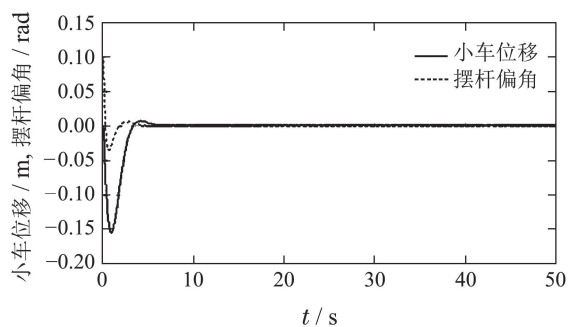


图10 小车位移和摆杆偏角(视觉仿真)

Fig. 10 Cart position and pendulum angular (camera simulation)

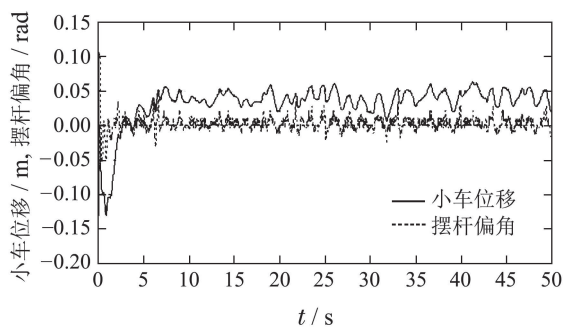
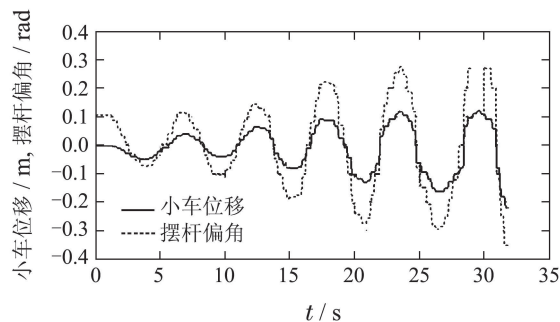


图11 小车位置和摆杆偏角(视觉实时控制)

Fig. 11 Cart position and pendulum angular (camera real-time control)

图12 小车位置和摆杆偏角(视觉实时控制 $\bar{d} > 53$ ms)Fig. 12 Cart position and pendulum angular (camera real-time control $\bar{d} > 53$ ms)

另外, 运用设计的控制率 K_2 对闭环系统(12)进行实时控制实验, 控制周期 $T = 20$ ms, 其结果如图13所示. 对比图11和图13可以发现, 在倒立摆视觉伺服控制系统存在状态时延和误差的情况下, 所设计的控制率仍然有良好的控制效果, 这表明了本文所提方法的有效性.

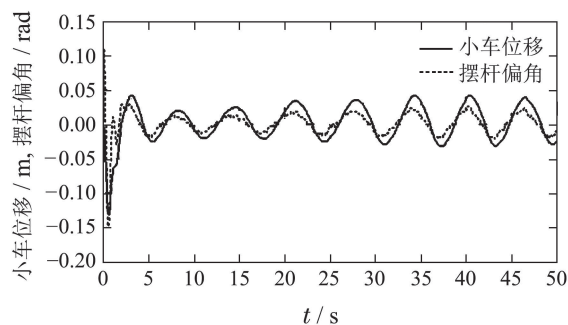


图13 小车位置和摆杆偏角(编码器实时控制)

Fig. 13 Cart position and pendulum angular (encoder real-time control)

6.3 实时控制实验误差分析(Analysis of real-time control experiments error)

以上的实时控制实验显示, 图像传感测量会导致状态信息产生误差, 分析其误差来源主要有两点: 1) 实际系统本身是一个非线性不确定系统, 而建立的数学模型是经过线性化处理后的模型; 2) 受外界环境如光照等影响, 视觉传感采集的图像存在噪声干扰, 将会导致通过图像处理计算的摆杆偏角和小车位移状态信息存在一定的计算误差.

为了分析图像处理计算误差特性, 本文采用数学统计法, 将光电编码器采集的状态信息视为基准值, 并用视觉传感检测的状态信息与其进行对比继而统计分析误差的变化规律. 为了能够实现视觉传感检测的状态信息与光电编码器采集的状态信息对比分析, 首先, 需要保证视觉信息和光电编码器信息时刻对齐, 在采用光电编码器信息实现倒立摆实时稳定控制, 用同一个定时器同时启动光电编码器和工业相机, 定时器的周期 $T = 10$ ms, 相机帧率设置为100 fps. 在实

时控制过程中, 不进行图像处理过程, 即只采集图像, 同时记录光电编码器信息, 由此可以保证光电编码器采集的信息和每帧图像信息一一对应. 接着, 离线对每一帧图像进行处理以获取小车位移和摆杆偏角, 从而实现与光电编码器信息一一对比, 进而能够进行图像处理误差特性统计分析. 此外, 本实验平台的光电编码器信息传输是通过62 pin电缆, 其传输时间相对于控制周期 $T = 10 \text{ ms}$ 而言可以忽略, 因此在实际研究中电缆传输时间均不考虑, 如文献[2, 16–17, 26]. 本文的视觉信息传输是通过千兆网线, 其传输时间相对于曝光时间而言可以忽略. 由此, 在实时控制和信息采集过程中, 不进行图像处理, 可以保证视觉信息和光电编码器信息时刻对齐.

为此, 实时采集2000帧倒立摆运动图像, 并通过图像处理算法计算小车位移和摆杆偏角. 在实时采集图像的同时, 记录编码器对应测量的小车位移和摆杆偏角, 并将其作为基准值, 然后将通过图像处理计算的小车位移和摆杆偏角值与基准值进行对比, 统计结果如图14和图15所示. 从图14和图15可以发现通过图像处理计算的小车位移和摆杆偏角误差分别在

$[-0.0015, +0.0015] \text{ m}$ 和 $[-0.007, +0.007] \text{ rad}$

范围内. 若采样周期按上述设置为 $T = 10 \text{ ms}$, 则小车位移误差变化率和摆杆偏角误差变化率进一步分别计算为

$[-0.15, +0.15] (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ 和 $[-0.7, +0.7] (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$.

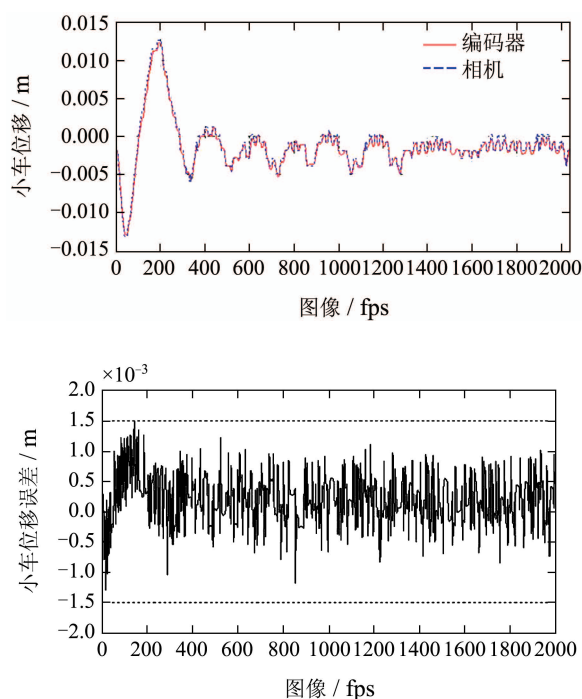


图14 小车位移对比及图像处理误差统计

Fig. 14 Contrast of cart position and statistics of image processing error

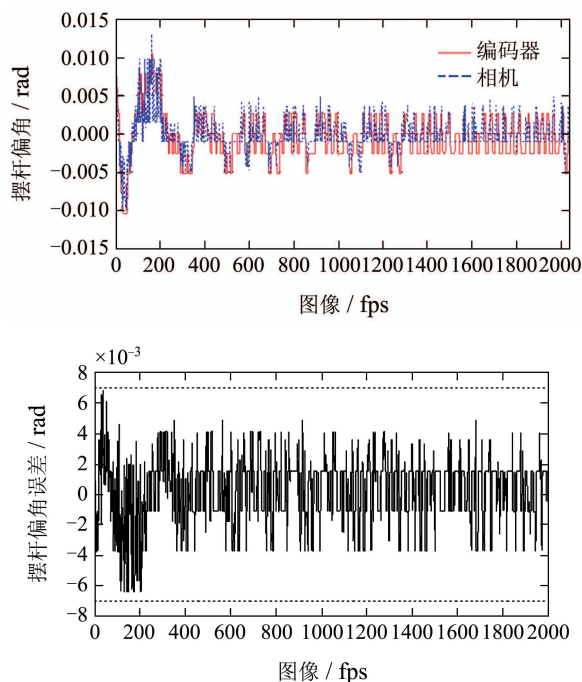


图15 摆杆偏角对比及图像处理误差统计

Fig. 15 Contrast of pendulum angular and statistics of image processing error

7 结论(Conclusions)

本文主要研究带有时变图像处理计算时间的倒立摆视觉实时控制问题. 首先构建了具有自主知识产权的倒立摆视觉伺服控制系统实验平台, 然后提出了摆杆偏角和小车位移的实时计算方法, 统计分析了计算时间的特性并设计了视觉传感事件触发采样策略, 接着建立了融合视觉检测信息的倒立摆时变时延闭环控制系统模型, 证明了系统稳定性并建立了反映图像处理计算时间与系统稳定性之间的关系, 最后进行了仿真和实时控制实验验证. 同时, 实时控制实验也反映了图像处理计算误差对控制系统性能也有一定的影响, 这也是后续一项十分有价值的研究工作.

参考文献(References):

- [1] RONQUILLO-LOMELI G, RIOS-MORENO G J, GOMEZ-ESPINOSA A, et al. Nonlinear identification of inverted pendulum system using Volterra polynomials [J]. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2016, 44(1/2): 5 – 15.
- [2] WANG L, NI H Q, ZHOU W F, et al. MBPOA-based LQR controller and its application to the double-parallel inverted pendulum system [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2014, 36(C): 262 – 268.
- [3] LI Z J, ZHANG Y N. Robust adaptive motion/force control for wheeled inverted pendulums [J]. *Automatica*, 2010, 46(8): 1346 – 1353.
- [4] PRASAD L B, TYAGI B, GUPTA H O. Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2014, 11(6): 661 – 670.

- [5] ZHANG Yongli, CHENG Huifeng, LI Hongxing. The swing-up and stabilization of the triple inverted pendulum [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 37 – 45.
(张永立, 程会峰, 李洪兴. 三级倒立摆的自动摆起与稳定控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(1): 37 – 45.)
- [6] LI Xuebing, MA Li, DING Shihong. A new second-order sliding mode control and its application to inverted pendulum [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(1): 193 – 202.
(李雪冰, 马莉, 丁世宏. 一类新的二阶滑模控制方法及其在倒立摆控制中的应用 [J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 193 – 202.)
- [7] WU Yuqiang, ZHU Chenglong. Energy control parallel double inverted pendulum with restricted cart rail length [J]. *Control Theory & Applications*, 2015 32(9): 1254 – 1260.
(武玉强, 朱成龙. 车轨长度受限的并行双摆能量控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(9): 1254 – 1260.)
- [8] MURALIDHARAN V, MAHINDRAKAR A D. Position stabilization and waypoint tracking control of mobile inverted pendulum robot [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(6): 2360 – 2367.
- [9] HUANG S H, PAN Y C. Automated visual inspection in the semiconductor industry: A survey [J]. *Computers in Industry*, 2015, 66: 1 – 10.
- [10] WANG Yaonan, CHEN Tiejian, HE Zhendong, et al. Review on the machine vision measurement and control technology for intelligent manufacturing equipment [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(3): 273 – 286.
(王耀南, 陈铁健, 贺振东, 等. 智能制造装备视觉检测控制方法综述 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(3): 273 – 286.)
- [11] RIGGIO M, SANDAK J, FRANKE S. Application of imaging techniques for detection of defects, damage and decay in timber structures on-site [J]. *Construction and Building Materials*, 2015, 101: 1241 – 1252.
- [12] ZHANG Hui, WANG Yaonan, WU Chengzhong, et al. Visual detection and recognition for medical infusion automatic production lines [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(10): 1404 – 1413.
(张辉, 王耀南, 吴成中, 等. 高速医药自动化生产线大输液视觉检测与识别技术 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(10): 1404 – 1413.)
- [13] WANG H P, VASSEUR C, KONCAR V, et al. Modeling and trajectory tracking control of a 2-DOF vision based inverted pendulum [J]. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, 2010, 12(3): 59 – 66.
- [14] TU Y W, HO M T. Design and implementation of robust visual servoing control of an inverted pendulum with an FPGA-based image co-processor [J]. *Mechatronics*, 2011, 21(7): 1170 – 1182.
- [15] MARIO E, MAGANA, FRANK H. Fuzzy-logic control of an inverted pendulum with vision feedback [J]. *IEEE Transactions on Education*, 1998, 41(2): 165 – 170.
- [16] KIZIR S, OCAK H, BINGUL Z, et al. Time Delay compensated vision based stabilization control of an inverted pendulum [J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2012, 8(12): 8138 – 8145.
- [17] BENITEZ-MORALES A, SANTOS O, ROMERO H, et al. Suboptimal robust linear visual servoing for a delayed underactuated system [J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2013, 34(6): 696 – 711.
- [18] WANG Zhongjie, XIE Lulu. Cyber-physical systems: A survey [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(10): 1157 – 1166.
(王忠杰, 谢璐璐. 信息物理融合系统研究综述 [J]. 自动化学报, 2011, 37(10): 1157 – 1166.)
- [19] BRADLEY J M, ATKINS E M. Toward continuous state-space regulation of coupled cyber-physical systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2012, 100(1): 60 – 74.
- [20] GE X H, YAND F W, HAN Q L. Distributed networked control systems: a brief overview [J]. *Information Sciences*, 2017, 380: 117 – 131.
- [21] CANNY J. A computational approach to edge detection [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1986, 8(6): 679 – 698.
- [22] HAMME D V, GOEMAN W, VEELAERT P, et al. Robust monocular visual odometry for road vehicles using uncertain perspective projection [J]. *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, 2015, 2015(1): 1 – 21.
- [23] LIU M Q, ZHANG X G, ZHANG Y L, et al. Calibration algorithm of mobile robot vision camera [J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(1): 51 – 57.
- [24] TRAN A, MANZANERA A. A versatile object tracking algorithm combining particle filter and generalised hough transform [C] // 2015 International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA). New York: IEEE, 2015: 105 – 110.
- [25] XU Z, SHIN B S, KLETTE R. Accurate and robust line segment extraction using minimum entropy with Hough transform [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(3): 813 – 822.
- [26] PRASAD L B, TYAGI B, GUPTA H O. Optimal control of nonlinear inverted pendulum system Using PID controller and LQR: performance analysis without and with disturbance input [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2014, 11(6): 661 – 670.
- [27] HAN Q L. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity [J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2171 – 2176.
- [28] PENG C, TIAN Y C. Delay-dependent robust stability criteria for uncertain systems with interval time-varying delay [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2008, 214(2): 480 – 494.

作者简介:

杜大军 (1978–), 男, 副研究员, 博士生导师, 目前研究方向为网络化先进控制及其应用等, E-mail: ddj@shu.edu.cn;

李汪佩 (1989–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为网络化先进控制和机器视觉, E-mail: lwp.shu@163.com;

詹斌 (1988–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为网络化先进控制和机器视觉, E-mail: rubin_zhan@163.com;

费敏锐 (1961–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为网络化先进控制及其应用等, E-mail: mrfei@staff.shu.edu.cn.