

高通量筛选系统的双子代数建模

李丹菁[†]

(上海应用技术大学 电气与电子工程学院, 上海 201418)

摘要: 对一类新兴的离散事件系统——高通量筛选系统而言, max-plus算法是强有力的事件域建模与分析工具, 因此, 其常被用来进行该系统的建模及控制. 然而, 有时, 尤其是在执行控制策略的时候, 需要时间域的描述. 为了同时从时间域和事件域高效描述系统, 本文利用基于双变量的形式幂级数, 把max-plus算法模型扩展为双子代数模型. 对可能产生的非因果模型, 为便于进行系统分析、仿真和后续的控制, 提出了多个相应的基于双变量(时间变量和事件变量)的转换矩阵. 通过矩阵转换, 得到满足要求的因果模型. 最后用实例表明了该方法及其在提高该系统控制效率方面的有效性.

关键词: 离散事件系统; 高通量筛选系统; 建模; 双子代数; 因果模型; 转换矩阵

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Dioid-based modeling of high throughput screening systems

LI Dan-jing[†]

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China)

Abstract: For a new class of discrete event systems — high throughput screening systems (HTS), max-plus algebra is a powerful event domain modeling and analysis tool and therefore, is often used for its modeling and control. However, time domain description is sometimes also preferred, especially when it comes to the implementation of HTS control strategies. To efficiently describe the systems in both time domain and event domain, max-plus algebra models are extended to dioid models with the help of two-variable formal power series. For a possible resulted non-causal model, in order to facilitate the system analysis, simulation and the following control, the corresponding two-variable (time variable and event variable) transformation matrices are proposed. The desired causal model could be derived from matrix-transforming. An example is given to demonstrate the method and its effectiveness in enhancing the control efficiency of HTS.

Key words: discrete event systems; high throughput screening systems; modeling; dioid; causal model; transformation matrix

1 引言(Introduction)

离散事件系统(discrete event systems, DES)作为系统行为由一系列事件描述的动态系统, 在现在的数字化世界中非常常见, 也引起了广泛兴趣及研究(其中, 事件对应一些活动的开始或结束, 一个事件可能代表一批投料进入处理设备, 一件产品离开制造机器, 或者一个干扰的发生等). 自20世纪90年代初以来, 随着高速计算机技术以及高度自动化设备的发展, 出现了一类新兴的DES——高通量筛选系统(high throughput screening systems, HTS)^[1]. 借助高度自动化设备, 这种系统能每天自动筛选、分析几十万种甚至更多的化合物或生物物质, 可以广泛应用于生命科学、

制药、农业、化工等领域.

HTS需要进行包含液体操作、储存、微板操作、标注、读数、温孵培养等一系列活动, 因此通常将其作为离散事件系统DES来考虑建模控制. 在DES的其他一些领域, 例如自动制造生产线或者化工间歇过程或者交通系统等, 和HTS类似, 也会需要某些实体(例如一个批次)连续地以相同的时间方案来运行. 针对这些系统的建模、控制已经取得大量研究成果. 然而, HTS与这些离散事件系统的不同点^[2], 决定了需进一步进行HTS建模方法的研究从而为系统分析以及后续优化控制提供理论模型基础. 例如: 在HTS中, 往往涉及多个用户共享一个资源并且同一个用户多次

收稿日期: 2016-09-22; 录用日期: 2017-03-02.

[†]通信作者. E-mail: danjing.li@sit.edu.cn; Tel.: +86 21-60877253.

本文责任编辑: 王伟.

上海市浦江人才计划项目(14PJ1407900), 轻工过程先进控制教育部重点实验室开放课题(APCLI1402), 上海市科委项目(15ZR1440700)资助.

Supported by Shanghai Pujiang Program (14PJ1407900), Open Research Fund of Jiangnan University Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education) (APCLI1402) and Science and Technology Commission of Shanghai Municipality (15ZR1440700).

使用同一个资源的情况,再者,在资源之间并无缓冲区域,相反,用户在资源之间转移的时候会同时占用两个资源等.还需要关注的是,HTS的运行允许交错分配:即使在同一个资源上,后面批次的某些活动可能在前面批次其他活动之前发生.不进行处理,相应模型中就会存在这类非因果关系,给系统分析及控制带来困难,影响控制效率.因篇幅关系,本文着重于建模部分,对于控制部分的讨论,将另文展开.

对离散事件系统,建模以及控制策略的生成往往从事件域的角度来进行.HTS中,一个事件的发生不需要与其他事件去竞争,但可能受其他事件的影响,以其它事件的发生为前提.对这类满足同步关系的“事件图”系统,max-plus算法是有力的事件域建模工具.因此,近年来,对HTS系统,一些工作例如文[3-7]都是基于max-plus算法展开的.但是,模型依然比较复杂(例如:高阶系统需要降阶),导致系统分析及控制的效率相对较低.

另一方面,实际高通量筛选系统通常使用PLC控制器来进行控制的实施.由于PLC控制器按一定时间周期工作,需要根据时间点发控制命令(如:原料输入等).然而,单纯基于事件域模型,便于根据事件点发控制命令,对PLC控制的实施却带来不便,控制效率也就不高.选取合适的双子代数框架,可同时基于事件域和时间域进行建模及控制^[8-9],改善效率.当然,如果对HTS模型存在的非因果关系不进行处理,控制效率还是会受到影响.

因此,本文从提高HTS控制效率出发,结合双子代数蕴含信息量高的优势,考虑从事件域和时间域建立无需降阶的模型结构,并对可能产生的非因果模型进行转换,得到高效的双子代数因果模型.本文在第2节简单介绍了max-plus算法的基础及建模方法,为了从事件域和时间域上同时描述系统,以此拓展,第3节介绍双子代数的结构以及基于双子代数的建模方法,提出了 $[\gamma, \delta]$ -转换矩阵的概念.第4节以Mayer和Raisch^[2], Li^[3]及Li等^[4]文中的HTS系统为例,对系统及其建模进行了阐述.第5节对全文进行了小结并提出了对下一步工作的展望.

2 Max-plus 算法的基础 (Basics of max-plus algebra)

Max-plus算法^[8]是常用的、同时也是非常方便的对赋时事件图系统进行分析以及建模的工具.由于这类系统的时序安排经常涉及到求最大值以及加法的操作,描述系统行为的方程用传统算法来看往往是非线性的,然而,在max-plus算法中,这类系统就成为线性系统了.具体来说,max-plus结构(幂等半域)在集合 $\mathbb{R}_{\max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ 上赋予两个运算:加法 \oplus 和乘法 \otimes .其中:加法 \oplus 是传统算法中的求最大值运算,乘

法 \otimes 则是传统算法中的加法运算,即, $\forall a, b \in \mathbb{R}_{\max}$:

$$a \oplus b := \max(a, b), \quad (1)$$

$$a \otimes b := a + b. \quad (2)$$

与传统算法一样, $a \otimes b$ 中的乘法符号往往可以被省略,直接写作 ab .有时候,上述定义的最大-plus算法就直接用 \mathbb{R}_{\max} 来表示. \mathbb{R}_{\max} 的零元(也是加法中性元)是 $-\infty$,记作 ε ,单位元(也是乘法中性元)是0,记作 e :

$$\forall a \in \mathbb{R}_{\max}, a \oplus \varepsilon = \varepsilon \oplus a = a, \quad (3)$$

$$\forall a \in \mathbb{R}_{\max}, a \otimes e = e \otimes a = a. \quad (4)$$

在 \mathbb{R}_{\max} 中,加法具有幂等的性质,也即是说: $\forall a \in \mathbb{R}_{\max}, a \oplus a = a$.类似于传统算法,max-plus算法的矩阵加法、乘法运算分别定义为

$$C_{ij} = (A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}, A, B, C \in \mathbb{R}_{\max}^{p \times q}, \quad (5)$$

$$C_{ij} = (A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^m A_{ik} \otimes B_{kj} = \max_k (A_{ik} + B_{kj}), \quad (6)$$

其中: $A \in \mathbb{R}_{\max}^{l \times m}, B \in \mathbb{R}_{\max}^{m \times n}, C \in \mathbb{R}_{\max}^{l \times n}$.Max-plus算法中,单位矩阵记作 I ,当 $i = j$ 时, $I_{ij} = e$,否则, $I_{ij} = \varepsilon$.相应的,零矩阵记作 N ,即: $N_{ij} = -\infty$.

对于确定的离散事件系统,假设 X 为系统状态,其 x_i 表示事件 i 的最早可能发生时间,类似的, U 和 Y 分别代表系统输入和输出事件的最早可能发生时间,考虑最简单的单次运行,用max-plus算法可以写出如下系统模型:

$$X = A_0 \otimes X \oplus B \otimes u, \quad (7)$$

$$Y = C \otimes X, \quad (8)$$

其中:矩阵 A_0 的元素 $(A_0)_{ij}$ 代表从事件 j 发生到事件 i 发生所需要的最小时间.例如:对一个 3×3 的系统矩阵 A_0 ,若 $(A_0)_{11} = \varepsilon, (A_0)_{12} = 3, (A_0)_{13} = 1$,这意味着 x_1 至少受到3个因素影响(如图1所示):

$$x_1 = \max(\varepsilon + x_1, 3 + x_2, 1 + x_3) = (\varepsilon \otimes x_1) \oplus (3 \otimes x_2) \oplus (1 \otimes x_3).$$

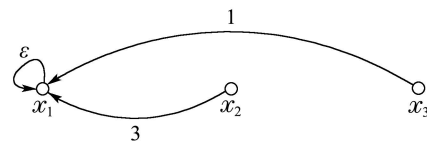


图1 简单示例

Fig. 1 A simple example

对物理可实现的系统, $(A_0)_{ii} = \varepsilon$,这是可以理解的,也就是说:不考虑“事件 i 要比事件 i 自身晚某一特定时间而发生”这样的情形.同样的原因, $(A_0)^n = N$,否则就意味着“通过其他各事件的一系列联系后,

事件*i*要比事件*i*自身晚某一特定时间而发生”。因此,通过对式(7)不断进行自身迭代,对于上述物理可执行的离散事件系统,隐式模型(7)和(8)可以进一步转化为显式模型:

$$X = A_0^* \otimes B \otimes u, \quad (9)$$

$$Y = C \otimes X. \quad (10)$$

一般而言,对*a*作“*运算”,则 $a^* = \bigoplus_{i \geq 0} a^i$,在这里,由于 $(A_0)^n = N$,

$$A_0^* = I \oplus A_0 \oplus A_0^2 \oplus \dots \oplus A_0^{n-1}. \quad (11)$$

上面的模型,不管是显式还是隐式,都是从事件域这个维度对系统的描述.事件域的模型对于系统的分析和控制策略的生成,都是比较有力的工具.

3 双子代数模型(Dioid model)

双子代数^[8](dioid) \mathcal{D} 是一个具有两种二元运算(分别记作加法 \oplus 和乘法 \otimes)的代数结构,其中,加法运算符合交换律、结合律以及幂等律,乘法运算满足结合律和对加法的分配律.双子代数的零元(也是加法中性元)记作 ε ,单位元(也是乘法中性元)记作 e ,同时,加法中性元, ε ,对乘法具有“吸收”的特性,也即: $\forall a \in \mathcal{D}, a \otimes \varepsilon = \varepsilon \otimes a = \varepsilon$.

在 \mathcal{D} 上,可以定义如下偏序关系 \preceq :

$$a \oplus b = b \Leftrightarrow a \preceq b. \quad (12)$$

如果 \mathcal{D} 对于无穷多个加法 \oplus 是封闭的,并且乘法 \otimes 对无穷多个 \oplus 依然满足分配律,那么 \mathcal{D} 就是一个完整的双子代数dioid.很明显, \mathbb{R}_{\max} 并不是一个完整的dioid.

但是,如果max-plus算法定义在集合 $\bar{\mathbb{R}}_{\max} := \mathbb{R}_{\max} \cup \{+\infty\}$ 上, $\bar{\mathbb{R}}_{\max}$ 就是个完整的dioid,其中 $T = +\infty$ 为 $\bar{\mathbb{R}}_{\max}$ 的顶元.

相比max-plus算法结构,这里所说的dioid是一个更一般化的幂等半环结构,前者是后者的一个特例.利用合适的dioid,可以同时从时间域和事件域来高效地描述系统.基于dioid中的余理论,可以简单直接获得对系统进行控制的控制律,也可以进一步进行控制策略的优化.尤其对于经常使用PLC作为控制器的高通量筛选系统来说,在合适的dioid框架下建模,除了可以更便于系统分析及控制策略的生成,还有利于控制策略的实施.

3.1 非因果模型(Non-causal model)

有时在实际的系统(例如HTS)建模时,只考虑事件的发生时间是离散的(而不需考虑连续时间的情况),因此,常用的max-plus算法还可以定义在集合 $\bar{\mathbb{Z}}_{\max}$ 上.对于确定的离散事件系统,考虑多批次循环运行,若 $X(k)$, $U(k)$ 和 $Y(k)$ 分别表示第*k*批次的系统状态,输入以及输出,系统可用以下模型表示:

$$X(k) = \bigoplus_{q \in \mathbb{Z}} A_q X(k - q) \oplus BU(k), \quad (13)$$

$$Y(k) = CX(k). \quad (14)$$

这里 $q \in \mathbb{Z}$,当 $q > 0$ 即为正整数时,代表 $X(k)$ 受到之前批次 $X(k - q)$ 的影响.需要注意的是,高通量筛选系统的运行允许交错分配.对使用同一个资源的多个不同活动而言,后面批次的某些活动可能在前面批次其他活动之前发生.从批次的维度看,这即形成了非因果的关系.在模型中,当 $q < 0$,为负整数时,即意味着 $X(k)$ 会受到其之后批次 $X(k - q)$ 的影响.在基于式(13)–(14)进行计算时,仅由系统输入及之前的批次状态就不能简单地得到当前的批次状态以及系统输出,尚需要未来批次的信息.这种情况下,该非因果模型给系统分析带来了不便,对基于该系统模型的控制来说,也就变得困难.近年来,已经有一些工作,例如:Geyer^[5], Li^[3], Brunsch and Raisch^[6], Li等^[4],从不同的方面对如何去除隐式模型(13)和(14)中的非因果关系展开了研究.然而,这些工作还没有涉及到较为复杂的同时描述事件域和时间域模型的情况.下面,在建立同时从两个域进行描述的双子代数模型之前,笔者先分别从事件域和从时间域两个角度,利用形式幂级数,对系统模型进行简单展开.对于下文涉及到的形式幂级数及商dioid等知识的详细讨论,可参考Baccelli等^[8].

3.2 分别基于事件域和基于时间域的形式幂级数模型(Event-based and time-based formal power series dioid models)

与单批次运行的模型(7)不同,多批次运行的模型(13)不是一个一阶系统,在分析、计算及控制时效率不高.为此,考虑形式幂级数模型.对一般所研究的系统, $X(k)$ 的序列是非降的.定义 $X(k)$ 的 γ -变换为如下形式幂级数:

$$X(\gamma) = \bigoplus_{k \in \mathbb{Z}} X(k)\gamma^k, \quad (15)$$

$X(\gamma)$ 就表示了 $X(k)$ 的所有进化轨迹, $X(k)$ 决定幅值, γ^k 决定批次.如上节所述,考虑实际系统,可设 $x_i(k) \in \bar{\mathbb{Z}}_{\max}$.类似于*z*变换中的 z^{-1} ,形式变量 γ 可以看作是事件域上的后向(滞后)平移算子, $X(\gamma)\gamma$ 把 $X(\gamma)$ 向右推迟一个单位批次,即

$$X1(\gamma) = X(\gamma)\gamma \leftrightarrow X1(k) = X(k - 1).$$

这样, $\bar{\mathbb{Z}}_{\max}[[\gamma]]$,即以 $\bar{\mathbb{Z}}_{\max}$ 中整数为系数, \mathbb{Z} 中整数为指数的 γ 形式幂级数的集合,并且以幂级数传统的求和及乘法分别作为运算 \oplus 和 \otimes ,形成一个完整的dioid.其零元为 ε (实质是系数为 ε 的零级数),单位元是 $e = \gamma^0$.

把式(13)代入式(15),并经过整理后,式(13)–(14)

可以将一阶系统的形式表示为

$$X(\gamma) = A(\gamma)X(\gamma) \oplus BU(\gamma), \quad (16)$$

$$Y(\gamma) = CX(\gamma), \quad (17)$$

其中: $A(\gamma) = \bigoplus_{q \in \mathbb{Z}} A_q \gamma^q$, $U(\gamma)$ 和 $Y(\gamma)$ 的定义与 $X(\gamma)$ 类似. 式(16)和(17)即为基于事件域的 γ 形式幂级数模型.

同一个系统, 不从事件域, 而从时间域上看, 可以有另一种描述. 例如在前后文清楚的情况下, 用 $X(t)$ 表示到 t 时刻时(t 前)相应事件发生的最大批次数. 此时, 矩阵 A_q 的含义也不同, 例如, $(A_q)_{ij}$ 代表在 t 时刻时(t 前)事件 i 的批次数与在 $(t-q)$ 时刻时(t 前)事件 j 批次数相比, 多发生的最大可能值. 因此, 这样形成的dioid就不是 $\bar{\mathbb{Z}}_{\max}$, 而是 $\bar{\mathbb{Z}}_{\min}$: 虽然此时乘法 \otimes 依然是求和运算, 但加法 \oplus 不是求最大值, 而是求最小值. 同样, 仅考虑 $X(t)$ 的序列是非降的, 定义 $X(t)$ 的 δ -变换为如下形式幂级数: $X(\delta) = \bigoplus_{t \in \mathbb{Z}} X(t)\delta^t$.

类似地, δ 可以看作是时间域上的后向(滞后)平移算子, 而 $\bar{\mathbb{Z}}_{\min}[\delta]$, 即以 $\bar{\mathbb{Z}}_{\min}$ 中整数为系数, \mathbb{Z} 中整数为指数的 δ 形式幂级数的集合, 并且以幂级数传统的求和及乘法分别作为运算 \oplus 和 \otimes , 形成一个完整的dioid. 相应的, 也有如下时间域的系统描述, 为基于时间域的 δ 形式幂级数模型:

$$X(\delta) = A(\delta)X(\delta) \oplus BU(\delta), \quad (18)$$

$$Y(\delta) = CX(\delta), \quad (19)$$

其中: $A(\delta) = \bigoplus_{q \in \mathbb{Z}} A_q \delta^q$, $U(\delta)$ 和 $Y(\delta)$ 的定义与 $X(\delta)$ 类似.

3.3 同时基于事件域和时间域的双子代数 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 模型 ($\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ dioid model based on event and time)

为了方便同时从时间域和事件域上来描述系统, 首先在具有两个变量 (γ, δ) 的形式幂级数的集合上定义一个dioid结构 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$, 其形式级数以 $\mathbf{B} = \{\varepsilon, e\}$ 中的布尔量为系数, 以 \mathbb{Z} 中整数为指数, 并且幂级数的传统求和与乘法分别作为两种二元运算 \oplus 和 \otimes 被赋予该集合. 在满足同步关系的离散事件系统中, 从物理意义上看, 单项式 $\gamma^k \delta^t$, 可以用来表示事件域角度的关系, 如“第 k 批次的事件最早在 t 时间发生”, 也可以表示时间域角度的关系, 例如“事件在第 t 时间最多已发生了 k 批”.

高通量筛选系统中, 事件的批次数随着时间的增长是非降的, 同样, 事件的发生时间随着批次数的增长也是非降的. 这种特性会导致以下情形: 如果要求一个事件满足 $\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^{k+i} \delta^{t-j}$ ($i, j \in \mathbb{N}_0$), 即同时满足 $\gamma^k \delta^t$ 以及 $\gamma^{k+i} \delta^{t-j}$, 从物理意义上说, 即要求这个事

件在第 t 时间最多已发生了 k 批, 并且, 要在第 $t-j$ 时间最多已发生了 $k+i$ 批, 这意味着这个事件在第 t 时间只能最多已发生了 k 批, 即要有下述等式成立: $\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^{k+i} \delta^{t-j} = \gamma^k \delta^t$. 显然, 单纯的 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$ 结构还达不到这个要求.

因此, 考虑到HTS的上述特性, $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$ 中满足这类特性的元素可以用下述对 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 的定义筛选出来. 在下述等价关系 $\mathcal{R}_{(\gamma, \delta)}$ 下, 可以得到 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$ 的商dioid $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta] \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{B}[\gamma, \delta] / \mathcal{R}_{(\gamma, \delta)}$:

$$\forall S_1, S_2 \in \mathcal{B}[\gamma, \delta], S_1 \equiv S_2 \Leftrightarrow S_1 \mathcal{R}_{(\gamma, \delta)} S_2 \Leftrightarrow (\gamma^*(\delta^{-1})^*) S_1 = (\gamma^*(\delta^{-1})^*) S_2. \quad (20)$$

除了对两种运算的定义外, $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中有下述规则:

$$\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^l \delta^t = \gamma^{\min(k, l)} \delta^t, \quad (21)$$

$$\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^k \delta^\tau = \gamma^k \delta^{\max(t, \tau)}. \quad (22)$$

$\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 的加法中性元和乘法中性元分别为 $\varepsilon = \gamma^{+\infty} \delta^{-\infty}$, $e = \gamma^0 \delta^0$. $\mathbf{T} = \gamma^{-\infty} \delta^{+\infty}$ 是这个完整dioid的顶元.

因此, 结合式(21)–(22), 在 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中,

$$\begin{aligned} & (\gamma^*(\delta^{-1})^*)(\gamma^k \delta^t) = \\ & (e \oplus \gamma^1 \oplus \gamma^2 \oplus \gamma^3 \oplus \dots) \otimes \\ & (e \oplus \delta^{-1} \oplus \delta^{-2} \oplus \delta^{-3} \oplus \dots)(\gamma^k \delta^t) = \\ & (e \oplus \delta^{-1} \oplus \delta^{-2} \oplus \delta^{-3} \oplus \dots \oplus \gamma^1 \oplus \gamma^1 \delta^{-1} \oplus \\ & \gamma^1 \delta^{-2} \oplus \gamma^1 \delta^{-3} \oplus \dots \oplus \gamma^2 \oplus \gamma^2 \delta^{-1} \oplus \dots)(\gamma^k \delta^t) = \\ & (\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^k \delta^{t-1} \oplus \gamma^k \delta^{t-2} \oplus \gamma^k \delta^{t-3} \oplus \dots \oplus \\ & \gamma^{k+1} \delta^t \oplus \gamma^{k+1} \delta^{t-1} \oplus \gamma^{k+1} \delta^{t-2} \oplus \dots \oplus \gamma^{k+2} \delta^t \oplus \\ & \gamma^{k+2} \delta^{t-1} \oplus \gamma^{k+2} \delta^{t-2} \oplus \gamma^{k+2} \delta^{t-3} \oplus \dots) = \\ & (\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^{k+1} \delta^t \oplus \gamma^{k+2} \delta^t \oplus \dots) = \gamma^k \delta^t. \end{aligned}$$

同理, 在 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中有

$$\begin{aligned} & (\gamma^*(\delta^{-1})^*) \otimes \left\{ \gamma^k \delta^t \oplus \left[\bigoplus_{i=0}^{\mathbb{N}} \left(\bigoplus_{j=0}^{\mathbb{N}} \gamma^{k+i} \delta^{t-j} \right) \right] \right\} = \\ & (\gamma^*(\delta^{-1})^*)(\gamma^k \delta^t) = \gamma^k \delta^t. \end{aligned}$$

$\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 是 $\mathcal{R}_{(\gamma, \delta)}$ 意义下的等价类dioid. 形象地看, 在事件-时间-域, 即 (γ, δ) 平面中, 对 $\mathcal{B}[\gamma, \delta]$ 来说, 单项式 $\gamma^k \delta^t$ 仅表示一个点 (k, t) , 而对 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[\gamma, \delta]$ 中的单项式 $\gamma^k \delta^t$ 来说, 考虑的是同属于点 (k, t) 的等价类点的集合. 例如: 这个集合不仅包含 $\gamma^k \delta^t$, 还包含 $\gamma^k \delta^t \oplus \gamma^{k+1} \delta^{t-1}$ 等, 其中 $(\gamma^*(\delta^{-1})^*)(\gamma^k \delta^t)$ 是点 (k, t) 等价类的最大表达式, 它对应了集合中的所有点, 在 (γ, δ) 平面中即是: 以 (k, t) 为顶点, 以该点分别水平向 γ 轴正方向(右方)、垂直向 δ 轴负方向(下方)作的两条射线为边界上的、以及边界内的所有点. 这个区域简称以 (k, t) 为顶点的“东南”锥. 该名称不仅仅适用于单项式, 例如, 对多项式 $S_1 = \gamma^1 \delta^3 \oplus \gamma^3 \delta^5$, 以及 $S_2 = \gamma^1 \delta^3$

$\oplus \gamma^2 \delta^2 \oplus \gamma^3 \delta^5$, 结合式(21)–(22), 可得

$$(\gamma^*(\delta^{-1})^*)S_2 = (\gamma^*(\delta^{-1})^*)S_1$$

成立, 即, S_1 和 S_2 属于 $\mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]$ 中同一等价类, 相应的最大表达式 $(\gamma^*(\delta^{-1})^*)S_1$ 对应了以(1, 3)和(3, 5)为顶点的两个“东南”锥的并集, 如图2中阴影部分所示。

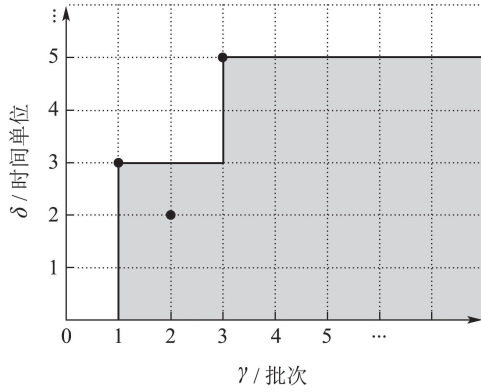


图 2 属等价类的 $S_1 = \gamma^1 \delta^3 \oplus \gamma^3 \delta^5$, $S_2 = \gamma^1 \delta^3 \oplus \gamma^2 \delta^2 \oplus \gamma^3 \delta^5$ 的图形表达

Fig. 2 Graphical representation of $S_1 = \gamma^1 \delta^3 \oplus \gamma^3 \delta^5$, $S_2 = \gamma^1 \delta^3 \oplus \gamma^2 \delta^2 \oplus \gamma^3 \delta^5$, which belong to the same equivalent class

一般来说, 可以用下面的 $\mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]$ 模型来同时从时间域和事件域上来描述系统:

$$X(\gamma\delta) = A(\gamma\delta)X(\gamma\delta) \oplus B(\gamma\delta)U(\gamma\delta), \quad (23)$$

$$Y(\gamma\delta) = C(\gamma\delta)X(\gamma\delta), \quad (24)$$

其中: 相应的系统矩阵、输入矩阵以及输出矩阵分别为: $A \in \mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]^{n \times n}$, $B \in \mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]^{n \times p}$, $C \in \mathcal{M}_{in}^{ax}[\gamma, \delta]^{l \times n}$, 如:

$$(A(\gamma\delta))_{ij} = \bigoplus_{k,t \in \mathbb{Z}} a_{ij}(k,t)\gamma^k \delta^t,$$

$a_{ij}(k,t) = \varepsilon$ 或 e . 同样, 对于物理可实现的系统, 矩阵 $A(\gamma\delta)$ 对角线上的元素是因果的, 除了 ε 外, 不会出现负的幂指数, 但矩阵 $A(\gamma\delta)$ 非对角线上的元素(甚至 $B(\gamma\delta)$, $C(\gamma\delta)$)有可能含有负幂指数, 模型(23)–(24)还是非因果模型, 有待处理、提高效率。

3.4 $[\gamma, \delta]$ -转换矩阵法处理非因果关系 (Eliminating non-causality with $[\gamma, \delta]$ -transformation matrices)

对于系统矩阵 $A(\gamma\delta)$ 、输入矩阵 $B(\gamma\delta)$ 的处理, 引入两个可逆对角转换矩阵 $\mathcal{T}(\gamma\delta)$, $\mathcal{T}_u(\gamma\delta)$:

$$\mathcal{T}(\gamma\delta) = \begin{bmatrix} \gamma^{\mu_1} \delta^{\theta_1} & \varepsilon & \cdots & \cdots & \varepsilon \\ \varepsilon & \gamma^{\mu_2} \delta^{\theta_2} & \varepsilon & \cdots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \varepsilon \\ \varepsilon & \cdots & \cdots & \varepsilon & \gamma^{\mu_n} \delta^{\theta_n} \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{T}_u(\gamma\delta) = \begin{bmatrix} \gamma^{\eta_1} \delta^{\theta_1} & \varepsilon & \cdots & \cdots & \varepsilon \\ \varepsilon & \gamma^{\eta_2} \delta^{\theta_2} & \varepsilon & \cdots & \varepsilon \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \varepsilon \\ \varepsilon & \cdots & \cdots & \varepsilon & \gamma^{\eta_p} \delta^{\theta_p} \end{bmatrix},$$

且 $\mu_i, \varphi_i \in \mathbb{N}_0$, $i = 1, \dots, n$; $\eta_i, \theta_i \in \mathbb{N}_0$, $i = 1, \dots, p$, 分别使 $\tilde{X}(\gamma\delta) = \mathcal{T}(\gamma\delta)X(\gamma\delta)$, $\tilde{U}(\gamma\delta) = \mathcal{T}_u(\gamma\delta)U(\gamma\delta)$, 即: $\mathcal{T}^{-1}\tilde{X} = X$, $\mathcal{T}_u^{-1}\tilde{U} = U$. 将之代入式(23), 得

$$\tilde{X} = \mathcal{T}A\mathcal{T}^{-1}\tilde{X} \oplus \mathcal{T}B\mathcal{T}_u^{-1}\tilde{U}. \quad (25)$$

令 $\tilde{A} = \mathcal{T}A\mathcal{T}^{-1}$, $\tilde{B} = \mathcal{T}B\mathcal{T}_u^{-1}$, 上式即为

$$\tilde{X}(\gamma\delta) = \tilde{A}(\gamma\delta)\tilde{X}(\gamma\delta) \oplus \tilde{B}(\gamma\delta)\tilde{U}(\gamma\delta). \quad (26)$$

要获得物理可实现的系统的因果模型, 考虑对变量重新编号, 即: 选择合适的 $[\gamma, \delta]$ -转换矩阵 $\mathcal{T}(\gamma\delta)$, $\mathcal{T}_u(\gamma\delta)$, 以使式(26)中 $\tilde{A}(\gamma\delta)$ 和 $\tilde{B}(\gamma\delta)$ 的元素(为 (γ, δ) 形式幂级数), 都不含有负的幂指数. 由于

$$(\mathcal{T}^{-1}(\gamma\delta))_{ij} = \begin{cases} \gamma^{-\mu_i} \delta^{-\varphi_i}, & j = i, \\ \varepsilon, & j \neq i, \end{cases}$$

$$(\mathcal{T}_u^{-1}(\gamma\delta))_{ij} = \begin{cases} \gamma^{-\eta_i} \delta^{-\theta_i}, & j = i, \\ \varepsilon, & j \neq i, \end{cases}$$

可得

$$(\tilde{A}(\gamma\delta))_{ij} = (\gamma^{\mu_i} \delta^{\varphi_i}) \left(\bigoplus_{k,t \in \mathbb{Z}} a_{ij}(k,t)\gamma^k \delta^t \right) (\gamma^{-\mu_j} \delta^{-\varphi_j}), \quad (27)$$

$$(\tilde{B}(\gamma\delta))_{ij} = (\gamma^{\mu_i} \delta^{\varphi_i}) \left(\bigoplus_{k,t \in \mathbb{Z}} b_{ij}(k,t)\gamma^k \delta^t \right) (\gamma^{-\eta_j} \delta^{-\theta_j}). \quad (28)$$

考虑到 a_{ij}, b_{ij} 的取值只有两个选项: ε 或 e , 前者为零元素, 不会有影响, 因此, 为得到因果模型(26), 需要满足 $\forall a_{ij}(k,t) = e, k, t \in \mathbb{Z}$:

$$\mu_i - \mu_j \geq -k, \quad (29)$$

$$\varphi_i - \varphi_j \geq -t, \quad (30)$$

并且, 类似地, 同时还需满足 $\forall b_{ij}(k,t) = e, k, t \in \mathbb{Z}$:

$$\mu_i - \eta_j \geq -k, \quad (31)$$

$$\varphi_i - \theta_j \geq -t, \quad (32)$$

对于 $C(\gamma\delta)$, 类似引入可逆对角转换矩阵 $\mathcal{T}_y(\gamma\delta)$:

$$(\mathcal{T}_y)_{ij} = \begin{cases} \gamma^{\alpha_i} \delta^{\beta_i}, & j = i, \\ \varepsilon, & j \neq i, \end{cases} \quad \alpha_i, \beta_i \in \mathbb{N}_0, i = 1, \dots, l,$$

$$(\mathcal{T}_y^{-1})_{ij} = \begin{cases} \gamma^{-\alpha_i} \delta^{-\beta_i}, & j = i, \\ \varepsilon, & j \neq i \end{cases}$$

使 $\tilde{Y}(\gamma\delta) = \mathcal{T}_y(\gamma\delta)Y(\gamma\delta)$, 同样, $\mathcal{T}_y(\gamma\delta)$ 满足 $\forall c_{ij}(k,t) = e, k, t \in \mathbb{Z}$:

$$\alpha_i - \mu_j \geq -k, \quad (33)$$

$$\beta_i - \varphi_j \geq -t, \quad (34)$$

得到的式(35)为因果模型:

$$\tilde{Y}(\gamma\delta) = \tilde{C}(\gamma\delta)\tilde{X}(\gamma\delta), \quad (35)$$

其中 $\tilde{C}(\gamma\delta) = T_y(\gamma\delta)C(\gamma\delta)T^{-1}(\gamma\delta)$.

如前所述,对于物理可实现的系统,能够找到满足式(29)–(34)的解,组成 $[\gamma \ \delta]$ -转换矩阵 $T(\gamma\delta)$, $T_u(\gamma\delta)$ 和 $T_y(\gamma\delta)$,使非因果模型(23)–(24)转换为因果模型(26)(35).一般来说,这样的解以及 $[\gamma, \delta]$ -转换矩阵不是唯一的,所以转换得到的因果模型也就可能不同,然而都是满足要求的结果.前面提到,矩阵 $A(\gamma\delta)$ 仅非对角线上的元素可能含负幂指数,同时,由于实际中, $\tilde{A}(\gamma\delta)$ 及 $A(\gamma\delta)$ 均为稀疏矩阵,求解处理时需要考虑满足的不等式数量也就相应较少.下节中,本文将以前Mayer and Raisch^[2], Li等^[4]中提到的HTS为例,具体说明结合应用上述方法进行建模的过程.

4 高通量筛选系统实例(An example of a high throughput screening system)

该高通量筛选系统具有3个资源,分别以R1, R2, R3表示.一个批次的高通量筛选过程要在这3个资源上按图3所示的顺序进行6个活动,分别以“Acti.i” ($i = 1, \dots, 6$)来表示,其中“Acti.i” ($i = 1, \dots, 4$),都为在R1上发生的活动.由于还存在预处理和后续处理,每个活动的开始时间(或结束时间)不一定是该

批次在相应资源上的进入时间 o_i (或离开时间 r_i).各活动所需的时间以及活动间转移所需的最小时间如图3所示.

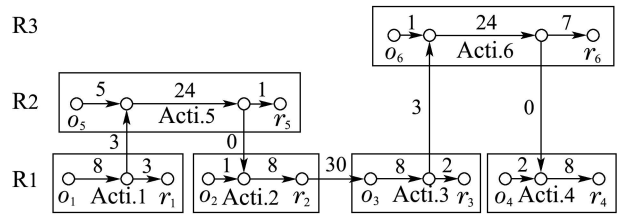


图3 单批次运行方案

Fig. 3 Time scheme for a single batch

在循环运行的时候,等待一个批次的所有活动完成之后再开始下一个批次往往并不能做到对资源的高利用率,系统通量也有提高的空间.为了提高系统通量, Mayer和Raisch^[2]得到的最优循环方案甘特图如图4所示:在资源R1上,不同批次的多个活动交替发生.其中即有非因果关系,例如批次 $k + 1$ 的活动Acti.1会先于批次 $k - 2$ 的活动Acti.4发生.

相应的前导图(见图5)则把各事件间的相互关系进一步显示出来. x_i 为相应活动开始事件(或结束事件)的最早发生时间.例如, x_1 (或 x_2)就对应资源R1上发生的活动Acti.1的开始事件(或结束事件).在前导图中,为了降低系统模型的复杂度,一些进入事件(或离开事件)没有显示,只要 x_i 被确定下来,相应的 o_i (或 r_i)也就定了.

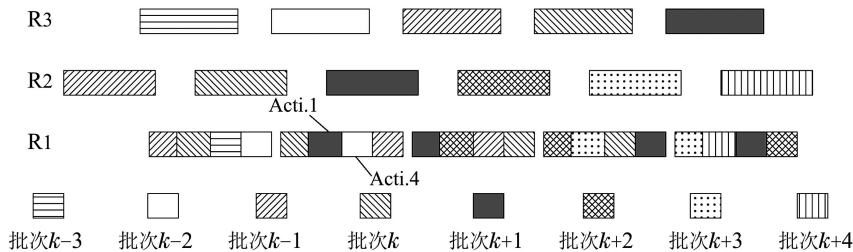


图4 最优循环方案甘特图

Fig. 4 Gantt chart of the optimal schedule for batches

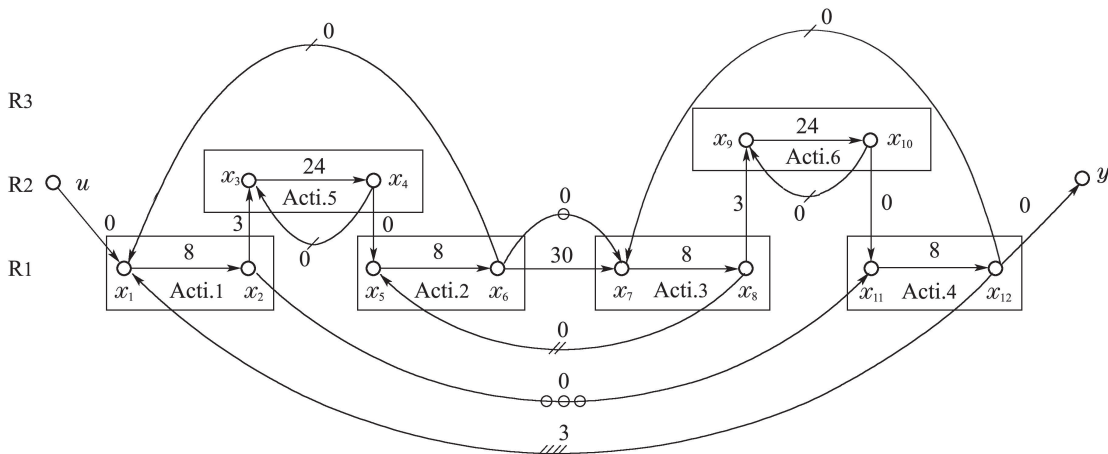


图5 最优循环方案前导图

Fig. 5 Precedence graph for the optimal schedule

前导图 5 包含了系统时间域事件域的信息. 节点代表相应的事件. 简单的有向边代表了同一批次两事件之间的时间关系, 带有斜杠 “/” 或者圆圈 “o” 的有向边代表了不同批次两事件之间的时间关系. “批次 $k + 1$ 的活动 Acti.1 会先于批次 $k - 2$ 的活动 Acti.4 发生”, 这个关系就是由从活动 Acti.1 的结束事件 x_2 指向活动 Acti.4 的开始事件 x_{11} 的带有 3 个 “o” 的有向边来表示. “o” 表示这类 “后面批次先于前面批次发生” 的非因果关系(这个非因果关系仅是指从批次的角度看如此), 相反, 斜杠 “/” 则表示 “前面批次先于后面批次发生”. 两事件间的批次差用 “/” 或者 “o” 的个数表示, 两事件间具体的时间差则由有向边的权值来表示.

简单起见, 假设系统单输入 u 作用于 Acti.1 开始事件所对应的 x_1 , 而 Acti.4 的结束事件对应的 x_{12} 作为系统单输出 y , 则对应系统模型(23)和(24)的输入、输出矩阵如下:

$$B(\gamma\delta) = [\gamma^0\delta^0 \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T,$$

$$C(\gamma\delta) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \gamma^0\delta^0].$$

而在系统矩阵 $A(\gamma\delta) \in \mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[[\gamma, \delta]]^{12 \times 12}$ 中, 除了下列这些元素外, 其余所有的元素均为 ε :

$$A_{(1,6)} = A_{(3,4)} = A_{(7,12)} = A_{(9,10)} = \gamma^1\delta^0,$$

$$A_{(2,1)} = A_{(6,5)} = A_{(8,7)} = A_{(12,11)} = \gamma^0\delta^8,$$

$$A_{(5,8)} = \gamma^2\delta^0, A_{(3,2)} = A_{(9,8)} = \gamma^0\delta^3,$$

$$A_{(1,12)} = \gamma^4\delta^3, A_{(4,3)} = A_{(10,9)} = \gamma^0\delta^{24},$$

$$A_{(5,4)} = A_{(11,10)} = \gamma^0\delta^0,$$

其中: $A_{(11,2)} = \gamma^{-3}\delta^0$, $A_{(7,6)} = \gamma^0\delta^{30} \oplus \gamma^{-1}\delta^0$, 含有负的幂指数. 事实上, 相应的输入输出传递函数 $H(\gamma\delta)$ 中也出现了非因果项:

$$H = C \otimes (A)^* \otimes B = (\gamma^{-3}\delta^{16})(\gamma^1\delta^{43})^*.$$

第 k 批的系统输出在系统第 $k + 3$ 批的输入后 16 个单位时间发生, 非因果项使系统分析较复杂. 考虑引入转换矩阵 $\mathcal{T}(\gamma\delta)$, $\mathcal{T}_u(\gamma\delta)$, $\mathcal{T}_y(\gamma\delta)$, 以将式(23)–(24)转换为式(26)(35). 为此,

$$\mu_1 - \mu_6 \geq -1, \varphi_1 - \varphi_6 \geq 0;$$

$$\mu_1 - \mu_{12} \geq -4, \varphi_1 - \varphi_{12} \geq -3;$$

$$\mu_2 - \mu_1 \geq 0, \varphi_2 - \varphi_1 \geq -8;$$

$$\mu_3 - \mu_2 \geq 0, \varphi_3 - \varphi_2 \geq -3;$$

$$\mu_3 - \mu_4 \geq -1, \varphi_3 - \varphi_4 \geq 0;$$

$$\mu_4 - \mu_3 \geq 0, \varphi_4 - \varphi_3 \geq -24;$$

$$\mu_5 - \mu_4 \geq 0, \varphi_5 - \varphi_4 \geq 0;$$

$$\mu_5 - \mu_8 \geq -2, \varphi_5 - \varphi_8 \geq 0;$$

$$\mu_6 - \mu_5 \geq 0, \varphi_6 - \varphi_5 \geq -8;$$

$$\mu_7 - \mu_6 \geq 0, \varphi_7 - \varphi_6 \geq -30;$$

$$\mu_7 - \mu_6 \geq 1, \varphi_7 - \varphi_6 \geq 0;$$

$$\mu_7 - \mu_{12} \geq -1, \varphi_7 - \varphi_{12} \geq 0;$$

$$\mu_8 - \mu_7 \geq 0, \varphi_8 - \varphi_7 \geq -8;$$

$$\mu_9 - \mu_8 \geq 0, \varphi_9 - \varphi_8 \geq -3;$$

$$\mu_9 - \mu_{10} \geq -1, \varphi_9 - \varphi_{10} \geq 0;$$

$$\mu_{10} - \mu_9 \geq 0, \varphi_{10} - \varphi_9 \geq -24;$$

$$\mu_{11} - \mu_2 \geq 3, \varphi_{11} - \varphi_2 \geq 0;$$

$$\mu_{11} - \mu_{10} \geq 0, \varphi_{11} - \varphi_{10} \geq 0;$$

$$\mu_{12} - \mu_{11} \geq 0, \varphi_{12} - \varphi_{11} \geq -8;$$

$$\mu_1 - \eta_1 \geq 0, \varphi_1 - \theta_1 \geq 0;$$

$$\alpha_1 - \mu_{12} \geq 0, \beta_1 - \varphi_{12} \geq 0.$$

满足要求的一组解为

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = -1, \mu_5 = \mu_6 = 0,$$

$$\mu_7 = \mu_8 = 1, \mu_9 = \mu_{10} = \mu_{11} = \mu_{12} = 2,$$

$$\varphi_1 = \dots = \varphi_{12} = 0, \eta_1 = -1, \theta_1 = 0,$$

$$\alpha_1 = 2, \beta_1 = 0.$$

相应的 \tilde{B}, \tilde{C} 为

$$\tilde{B}(\gamma\delta) = [\gamma^0\delta^0 \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon]^T,$$

$$\tilde{C}(\gamma\delta) = [\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon \ \gamma^0\delta^0].$$

系统矩阵 \tilde{A} 的非 ε 元素为

$$\tilde{A}_{(5,8)} = \tilde{A}_{(3,4)} = \tilde{A}_{(5,4)} = \tilde{A}_{(9,10)} = \gamma^1\delta^0,$$

$$\tilde{A}_{(3,2)} = \gamma^0\delta^3,$$

$$\tilde{A}_{(2,1)} = \tilde{A}_{(6,5)} = \tilde{A}_{(8,7)} = \tilde{A}_{(12,11)} = \gamma^0\delta^8,$$

$$\tilde{A}_{(9,8)} = \tilde{A}_{(1,12)} = \gamma^1\delta^3,$$

$$\tilde{A}_{(1,6)} = \tilde{A}_{(7,12)} = \tilde{A}_{(11,2)} = \tilde{A}_{(11,10)} = \gamma^0\delta^0,$$

$$\tilde{A}_{(10,9)} = \tilde{A}_{(4,3)} = \gamma^0\delta^{24},$$

原来含有负幂指数的

$$\tilde{A}_{(11,2)} = \gamma^0\delta^0, \tilde{A}_{(7,6)} = \gamma^1\delta^{30} \oplus \gamma^0\delta^0,$$

均不再含有负的幂指数. 转换后的输入输出传递函数亦不再含有非因果项, 为

$$\tilde{H} = \tilde{C} \otimes (\tilde{A})^* \otimes \tilde{B} = (\gamma^0\delta^{16})(\gamma^1\delta^{43})^*,$$

也就是说, 首先, 系统第 k 批的输出 \tilde{y} 将在系统的同批次输入 \tilde{u} 发生 16 个时间单位后产生, 其次, 每隔 43 个时间单位, 系统会以相同的模式新运行一个批次. 例如: $\tilde{u} = \gamma^0\delta^9 \oplus \gamma^1\delta^{52} \oplus \dots$, 代表第 0 批次(假设

时间和批次的计算初始点均以0开始)的输入发生在第9个时间单位处,第1批次的输入发生在第52个时间单位处,相应的 $\tilde{y} = \gamma^0 \delta^{25} \oplus \gamma^1 \delta^{68} \oplus \dots$. 对于新的因果模型,较之非因果模型,进行系统分析直观明了. 也可直接由系统输入及过去批次的状态得到所需的当前批次状态及系统输出. 同时,为后续的控制提供了便利:利用余理论,基于此因果模型及相应的控制指标,如对输出的期望轨迹 \tilde{y}_d 或对状态的期望轨迹 \tilde{x}_d 等,能较直接、方便地得到所需的控制策略.

关于控制结构另文探讨. 这里以该新模型为基础,举一个简单的容错控制情形. 假定系统在 $\tilde{u} = \gamma^0 \delta^9 \oplus \gamma^1 \delta^{52} \oplus \dots$ 的作用下正常运行了第0和第1这两个批次后受到故障或干扰的影响,需要系统调整运行,从第3批次开始以最优的输入,使得最优的输出 \tilde{y} 可按给定的轨迹 \tilde{y}_d 满足如下偏序关系: $\tilde{y} \preceq \tilde{y}_d$. 其中:

$$\tilde{y}_d = \gamma^0 \delta^{25} \oplus \gamma^1 \delta^{68} \oplus \gamma^3 \delta^{282} \oplus \gamma^6 \delta^{378} \oplus \gamma^7 \delta^{+\infty}.$$

这意味着,首先,要求系统在第282个时间单位之前或当时完成第3批次,在第378个时间单位之前或当时完成最后一个即第6批次的输出. 其次,“最优”还意味着以下要求:保持高通量性能同时考虑系统无缓冲,各批次的输入要尽可能晚地进入系统. 在双子代数模型下很容易得到满足要求的最优输入:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{\text{opt}} &= \tilde{H} \circlearrowleft \tilde{y}_d = \\ &\dots \oplus \gamma^3 \delta^{180} \oplus \gamma^4 \delta^{223} \oplus \gamma^5 \delta^{266} \oplus \gamma^6 \delta^{362}. \end{aligned}$$

上式中的相关计算,包括 \circlearrowleft 的余映射—运算“ \circlearrowleft ”的相关内容,有兴趣的读者可参阅文献,如Baccelli等^[8]. 在输入 \tilde{u}_{opt} 的作用下,系统的最优输出为

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{\text{opt}} &= \tilde{H} \otimes \tilde{u}_{\text{opt}} = \\ &\dots \oplus \gamma^3 \delta^{196} \oplus \gamma^4 \delta^{239} \oplus \gamma^5 \delta^{282} \oplus \gamma^6 \delta^{378} \oplus \gamma^7 \delta^{+\infty}. \end{aligned}$$

该输出即是满足以上各要求的最优输出. 虽然第4、第5批次的输出并未在期望轨迹表达式中指明,但第3至第5批的输入也均不能再晚于 \tilde{u}_{opt} 给出的时间了,否则,相应的输出将不再属于给定轨迹 \tilde{y}_d 的等价类. 由于得到的 \tilde{u}_{opt} 是双子代数表达的最优输入,可以方便的根据HTS系统实际所用的控制器,灵活选择实施控制的视角. 例如使用PLC控制器时,以时间域为视点,根据时间点发出相应的批次输入指令,控制效率得到提高. 反之,在以事件域为视点控制时,也可根据事件点发出时间指令.

5 结语(Conclusions)

本文在对高通量筛选系统利用max-plus算法建模的基础上,为了同时进行事件域与时间域的系统描述,将其拓展到双子代数 $\mathcal{M}_{\text{in}}^{\text{ax}}[[\gamma, \delta]]$ 模型. 因无需降阶处理,亦从模型结构上提高了效率. 对于物理可执行的高通量筛选系统可能出现的非因果模型,引入转换矩阵 $\mathcal{T}(\gamma\delta)$, $\mathcal{T}_u(\gamma\delta)$, $\mathcal{T}_y(\gamma\delta)$, 将其进一步转换改善为因果模型,使系统分析直观明了清楚,更便于根据已有的系统输入、状态来得到所需的系统状态及输出,且从控制策略的生成上提高效率:基于该模型,利用余理论,结合相应的控制指标,即可直接计算所需的控制策略. 所得双子代数表达的控制输入,从控制策略的展开实施上提供便利,提高控制效率. 未来的工作除了控制策略的优化外,如何在意外故障存在的同时,进一步提高系统可靠性及效率,也是一个有意义的研究方向.

参考文献(References):

- [1] MAYER E, HAUS U U, RAISCH J, et al. Throughput-optimal sequences for cyclically operated plants [J]. *Discrete Event Dynamic Systems*, 2008, 18(3): 355 – 383.
- [2] MAYER E, RAISCH J. Time-optimal scheduling for high throughput screening processes using cyclic discrete event models [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2004, 66(2/3): 181 – 191.
- [3] LI D. *A Hierarchical Control Structure for a Class of Timed Discrete Event Systems* [M]. Berlin: Fachgebiet Regelungssysteme, Technische Universität Berlin, 2008.
- [4] LI D, LI X, WAN H, et al. Modeling of high throughput screening systems [C] // *Mechatronics and Automatic Control Systems*. Netherlands: Springer-Verlag, 2014: 457 – 466.
- [5] GEYER F. *Analyse und Optimierung zyklischer ereignisdiskreter Systeme mit Reihenfolgealternativen* [D]. Magdeburg, Germany: Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2004.
- [6] BRUNSCH T, RAISCH J. Modeling and control of high-throughput screening systems in a max-plus algebraic setting [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2012, 25(4): 720 – 727.
- [7] BRUNSCH T, RAISCH J, HARDOUIN L. Modeling and control of high-throughput screening systems [J]. *Control Engineering Practice*, 2012, 20(1): 14 – 23.
- [8] BACCELLI F, COHEN G, OLSDER G J, et al. *Synchronization and Linearity, An Algebra for Discrete Event Systems* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1992.
- [9] BRUNSCH T, RAISCH J, HARDOUIN L, et al. Discrete-event systems in a dioid framework: modeling and analysis [M] // *Control of Discrete-Event Systems*. London: Springer, 2013.

作者简介:

李丹菁 (1973–), 女, 博士, 讲师, 硕士生导师, 目前研究方向为离散事件系统控制、混杂系统控制等, E-mail: danjing.li@sit.edu.cn.