

倾转式三旋翼无人机非线性鲁棒控制设计与实验验证

金鑫, 鲜斌[†]

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 针对倾转式三旋翼无人机的建模及控制设计问题, 本文通过对此类无人机动力学特性的分析, 构造了以电机转速和尾舵倾角作为控制输入的动力学模型. 为补偿动力学模型中未知的外部扰动及参数不确定性, 设计了一种非线性自适应鲁棒控制策略. 在此基础上, 基于Lyapunov分析方法及Barbalat引理证明了所设计控制器的闭环系统稳定性, 以及误差渐近收敛性. 最后通过半实物仿真平台进行了实验验证. 实验结果表明, 本文中提出的控制策略对倾转式三旋翼无人机外部扰动及参数不确定性具有较好的鲁棒性.

关键词: 倾转式三旋翼; 动力学模型; 鲁棒控制; 自适应

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Nonlinear robust control of a tilt tripple-rotor unmanned aerial vehicle with experimental verification

JIN Xin, XIAN Bin[†]

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: For the modeling and control design of the tilt trirotor unmanned aerial vehicle(UAV), the dynamic characteristics of this UAV are analyzed. The dynamic model uses the motor speed and the tilt angle as the control inputs. Then a nonlinear adaptive robust controller is designed to compensate for the unknown external disturbance and parametric uncertainties. On this basis the asymptotic convergence of the track error is proved based on the Lyapunov methodology and Barbalat's lemma. Finally, the real-time experiments are performed on the hardware in loop testbed. The experimental results show that the proposed control strategy has achieved good control performance.

Key words: tilt trirotor; dynamic model; robust control; adaptive

1 引言(Introduction)

近年来, 多旋翼无人机在军事侦查、航拍测绘、防灾减灾等诸多领域发挥着巨大的作用, 相关研究也引起了科研人员的高度关注^[1]. 关于多旋翼无人机控制策略的研究, 主要集中在四旋翼无人机领域. 这类无人机通过控制各电机转速形成不同的升力组合, 达到控制总升力及各转动力矩的目的, 进而实现无人机姿态及位置的控制^[2]. 目前关于四旋翼无人机动力学模型、姿态及位置控制的研究已经取得较大的进展^[3].

相比于四旋翼无人机, 倾转式三旋翼无人机(tilt trirotor, UAV)具备结构更为紧凑, 机动性能更强, 耗能较少, 续航时间更长等特点^[4]. 与四旋翼无人机结构不同, 该类无人机共有3个直流无刷电机与螺旋桨组成的旋翼, 其中尾旋翼安装在可独立旋转的尾舵转动

轴上, 其倾角 $\alpha(t)$ 可独立控制, 通过改变各旋翼对应直流无刷电机的转速及尾舵倾角可实现对倾转式三旋翼无人机姿态及高度的控制.

由于倾转式三旋翼无人机与四旋翼无人机的结构有着较大的不同, 这类无人机的力矩解算, 动力学模型, 姿态与位置的控制策略等都需进行研究. 目前, 国内外关于倾转式三旋翼飞行器数学模型与控制方案的研究仍处于起步阶段.

法国贡比涅技术大学(Université de Technologie de Compi  gne)的研究人员在2005年左右便已开始涉足倾转式三旋翼无人机控制策略的相关研究. 文献[5]中, 研究人员建立了倾转式三旋翼无人机姿态与位置的动力学模型, 并结合饱和函数和比例微分控制法, 构造了姿态和位置控制器, 在半实物仿真平台上进行

收稿日期: 2016-11-02; 录用日期: 2017-05-09.

[†]通信作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn; Tel.: +86 22-27400897.

本文责任编辑: 谭民.

天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(14JCZDJC31900), 天津市科技支撑计划重点项目(15ZCZDZX00810), 天津市科技计划项目(14RCHZGX00862), 国家自然科学基金项目(60804004, 90916004)资助.

Supported by Natural Science Foundation of Tianjin (14JCZDJC31900), Tianjin Science and Technology Support Program (15ZCZDZX00810), Tianjin Science and Technology Program (14RCHZGX00862) and National Natural Science Foundation of China (60804004, 90916004).

了实验验证. 其位置控制精度在0.1 m以内, 滚转角和俯仰角控制精度在 2° 以内, 偏航角控制精度在 5° 以内. 文献[6]考虑了直流无刷电机的质量, 改进了倾转式三旋翼无人机的动力学模型, 在控制策略设计方面, 结合反馈线性化与饱和函数的方法, 设计了姿态与位置控制器, 并在与文献[5]相同的实验平台上完成了实验验证. 对比文献[5]中的实验结果, 文献[6]中的位置和姿态控制精度都有所提高. 文献[7]将倾转式三旋翼无人机在正常飞行过程中受到的动力矩, 反扭矩, 空气阻力矩等影响因素均考虑在内, 建立了更为精确的动力学模型, 并针对倾转式三旋翼无人机所设计的控制策略进行了三维空间中的姿态镇定飞行实验, 取得了较好的实验结果.

文献[8]中, 法国国立巴黎高等矿业学校(École nationale supérieure des mines de Paris)的研究人员在倾转式三旋翼无人机各旋翼的直流无刷电机下方均安装了可独立转动的舵机, 使该无人机具备了较强的机动能力. 研究人员推导出此类三旋翼无人机的动力学模型, 并针对这类三旋翼无人机轨迹跟踪和吊挂控制问题设计了一种基于平面(flatness based control)的控制方案. 为了验证控制效果, 在运动捕捉系统(motion capture system)下完成了圆形轨迹飞行实验, 参考轨迹的直径约为2 m, 控制精度在0.2 m以内, 控制效果较为理想.

文献[9]中, 印度理工大学(Indian Institute of Technology, Madras)的研究人员针对倾转式三旋翼无人机的受力和运动学方程都做了较为深入的分析, 在此基础上建立了较为完善的动力学模型, 针对倾转式三旋翼无人机的位置和姿态控制问题设计了基于反步法的非线性比例微分控制器, 并进行了相应的稳定性分析和数值仿真验证.

国防科技大学的研究者将倾转式三旋翼无人机结构与固定翼飞行器相结合, 保持尾舵电机固定, 在前侧的电机下方安装舵机, 并在无人机机身两侧加装机翼, 得到了一种较为灵活的翼型结构. 这类翼型能有效提高无人机续航时间, 增强无人机的机动性能, 但也使无人机动力学模型的分析及其控制变得较为复杂. 文献[10]主要研究这类无人机的动力学模型, 并搭建了悬挂式的实验平台进行验证. 文献[11]在已有的基础上设计了一类比例积分-比例微分的双环控制器, 实现了速度控制与姿态镇定, 并进行了数值仿真验证.

综合已有的相关文献, 近年来有关倾转式三旋翼无人机建模及控制的研究成果较为显著, 但仍然有一些问题和不足, 主要包括: 1) 三旋翼无人机属于非线性、强耦合系统. 目前针对其的控制方案以线性控制为主, 大部分未考虑无人机飞行过程中所受到的外界扰动, 因而控制效果仍有待提高; 2) 关于倾转式三旋

翼无人机的控制方案, 文献[5–8]均有涉足, 虽然进行了数值仿真或实验验证, 仍缺乏相关稳定性分析; 3) 有关三旋翼无人机动力学模型的建立, 大部分研究成果未考虑其模型参数不确定性, 因此在控制方案的设计中, 缺少相应的参数不确定性补偿. 针对上述研究的不足, 本文的主要工作包括: 1) 针对倾转式三旋翼无人机, 建立电机转速与尾舵倾角为输入的动力学模型, 并设计了相应的自适应律弥补模型参数不确定性. 2) 针对在飞行过程中受到的外界未知扰动, 设计了关于倾转式三旋翼无人机的非线性鲁棒控制器, 实现该类三旋翼无人机姿态与高度的渐近稳定跟踪控制, 并进行稳定性分析. 3) 为了验证所设计的自适应律与控制器, 在课题组自主搭建的半实物仿真实验平台上完成了姿态高度飞行控制实验, 取得了较好的实验结果, 确保文中相关算法的可靠性与可实现性.

2 倾转式三旋翼无人机的姿态及高度动力学模型(Attitude and altitude dynamic model of the tilt trirotor UAV)

2.1 坐标系的建立(Coordinate system definition)

如图1所示, 为了描述倾转式三旋翼无人机的运动学的关系, 此处定义两个坐标系, 分别为惯性坐标系 $\{I\}$ 和体坐标系 $\{B\}$. 惯性坐标系 $\{I\}$ 原点位于地面, 体坐标系 $\{B\}$ 原点位于三旋翼无人机的质心, 二者均满足右手定则. 如图1所示, $\{E_x, E_y, E_z\}$ 和 $\{B_x, B_y, B_z\}$ 分别表示惯性坐标系 $\{I\}$ 和体坐标系 $\{B\}$ 对应的3个主轴.

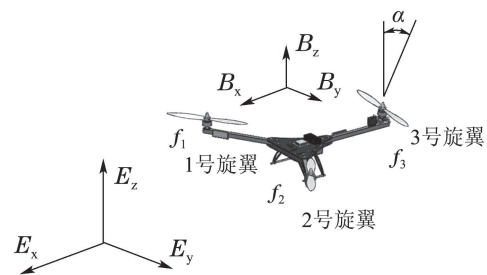


图1 倾转式三旋翼无人机及相关坐标系示意图

Fig. 1 The tilt trirotor UAV and the coordinate system

为方便后文叙述与分析, 此处做出如下定义:

定义1 在惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 倾转式三旋翼无人机的姿态角表示为 $\eta_1(t) = [\phi(t) \ \theta(t) \ \psi(t)]^T$, 其中 $\phi(t)$, $\theta(t)$, $\psi(t)$ 分别表示滚转角、偏航角和俯仰角.

定义2 在惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 倾转式三旋翼无人机的状态变量向量表示为

$$\eta_2(t) = [\phi(t) \ \theta(t) \ \psi(t) \ h(t)]^T,$$

其中, 除定义1中所定义的姿态角 $\phi(t)$, $\theta(t)$, $\psi(t)$ 以外, $h(t)$ 表示该无人机的飞行高度.

定义3 在惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 倾转式三旋翼无

人机目标轨迹定义为

$$\eta_d(t) = [\phi_d(t) \ \theta_d(t) \ \psi_d(t) \ h_d(t)]^T,$$

其中: $\phi_d(t)$, $\theta_d(t)$, $\psi_d(t)$, $h_d(t)$ 分别表示目标滚转角、俯仰角、偏航角和高度, 且该目标轨迹及其关于时间的导数有界, 满足条件 $\eta_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$, $\dot{\eta}_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$ 及 $\ddot{\eta}_d(t) \in \mathcal{L}_\infty$.

定义 4 在惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 倾转式三旋翼无人机各姿态通道的角速度表示为 $\dot{\eta}_1(t)$, 在体坐标系 $\{B\}$ 下, 该无人机各姿态通道的角速度表示为 $\Omega(t)$.

并根据实际飞行状况, 可做出如下合理假设:

假设 1 本文所研究的倾转式三旋翼无人机为一刚体, 机体质心位置不受其他因素的影响, 保持不变, 并忽略其在飞行过程中发生的弹性形变.

假设 2 在惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 正常飞行的倾转式三旋翼无人机滚转角与俯仰角满足 $\phi \neq \pm 90^\circ$, $\theta \neq \pm 90^\circ$.

2.2 倾转式三旋翼无人机姿态角的动力学模型 (Attitude dynamic model of tilt trirotor UAV)

倾转式三旋翼无人机姿态角的动力矩可用式(1)描述^[12]:

$$\tau = J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega, \quad (1)$$

其中: $\tau = [\tau_\phi(t) \ \tau_\theta(t) \ \tau_\psi(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为倾转式三旋翼无人机各姿态通道的动力矩向量, 其中 $\tau_\phi(t)$, $\tau_\theta(t)$, $\tau_\psi(t)$ 分别为滚转、俯仰和偏航通道的动力矩; J 表示该三旋翼无人机的转动惯量矩阵, 为一常对角矩阵, 如式(2)所示:

$$J = \text{diag}\{j_1 \ j_2 \ j_3\}^T, \quad (2)$$

其中 j_1 , j_2 , j_3 分别为无人机在滚转、俯仰和偏航通道的转动惯量, 均为已知常量. 在体坐标系 $\{B\}$ 下各姿态通道的角速度 Ω 与惯性坐标系 $\{I\}$ 下的角速度 $\dot{\eta}_1$ 满足关系: $\Omega = \Psi(\eta_1)\dot{\eta}_1(t)$. $\Psi(\eta_1)$ 为角速度转换矩阵, 其表达式为

$$\Psi(\eta_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (3)$$

联立式(1)和式(2)得倾转式三旋翼无人机姿态角的动力学模型为

$$M(\eta_1)\ddot{\eta}_1(t) + C(\eta_1, \dot{\eta}_1)\dot{\eta}_1(t) + \tau_d = \Psi^T \tau, \quad (4)$$

其中: $M(\eta_1) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 表示惯性矩阵, 其定义为 $M(\eta_1) = \Psi^T J \Psi$ 为一正定对称矩阵, $C(\eta_1, \dot{\eta}_1) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 表示科里奥利力与向心力矩阵, 其定义为

$$C(\eta_1, \dot{\eta}_1) = \Psi^T J \dot{\Psi} + \Psi^T (\Psi \eta_1(t) \times J \Psi),$$

矩阵 $M(\eta_1)$, $C(\eta_1, \dot{\eta}_1)$ 中各元素均为已知量或可测量,

$\tau_d = [\tau_{d\phi}(t) \ \tau_{d\theta}(t) \ \tau_{d\psi}(t)]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 表示该三旋翼无人机滚转、俯仰、偏航通道上的未知外部扰动力矩. 如图1所示, 体坐标系 $\{B\}$ 下, 定义该三旋翼无人机各旋翼转动过程中产生的升力分别为 ${}^B f_1(t)$, ${}^B f_2(t)$, ${}^B f_3(t)$. 参照文献[13]可知, 反力矩系数满足条件 $c = c_1 = c_2 = c_3$ 为未知正常数, 因此各旋翼的反力矩可表示为

$$\tau_i = c f_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

因此, 在体坐标系 $\{B\}$ 下倾转式三旋翼无人机各姿态通道力矩与各旋翼升力及尾舵倾角之间有如下关系:

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_2 - f_1)l_2 \\ f_3 \cos \alpha l_1 - (f_1 + f_2)l_3 \\ c f_1 - f_3 l_1 \sin \alpha - c f_2 - c f_3 \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (6)$$

l_1 , l_2 , l_3 分别为3号旋翼沿 B_x , 1, 2号旋翼沿 B_y , 1, 2号旋翼沿 B_x 到该无人机质心的力臂, 均为已知常量.

2.3 倾转式三旋翼无人机高度的动力学模型 (Altitude dynamic model of the tilt trirotor UAV)

在体坐标系 $\{B\}$ 下, 定义 $F_B(t)$ 为 z_B 轴上倾转式三旋翼无人机所受的合力, 可表示为

$$F_B = f_1 + f_2 + f_3 \cos \alpha + f_d, \quad (7)$$

上式中: $f_d(t)$ 为体坐标系 $\{B\}$ 下该无人机在高度通道上所承受的未知扰动力^[9]. 将上式中 $F_B(t)$ 转换到惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 得到倾转式三旋翼无人机高度通道的动力学模型如式(8)所示,

$$\ddot{h} = \frac{F_B}{m} \cos \phi \cos \theta - g, \quad (8)$$

其中: h 表示惯性坐标系 $\{I\}$ 下倾转式无人机的飞行高度, g 为重力加速度.

2.4 电机转速与尾舵倾角作为控制输入时的动力学模型 (Dynamic model with the motor speed and tilt angel as the control input)

为进一步简化倾转式三旋翼无人机的控制流程, 改善控制效果, 实现控制该三旋翼无人机电机与尾舵舵机进而直接控制姿态与高度的目的. 此处定义倾转式三旋翼无人机直流无刷电机的转速为 $\omega_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$), 参照文献[14], 电机转速与式(6)中无人机各旋翼的升力 $f_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 满足关系 $f_i = b \omega_i^2$, 其中 b 表示升力系数, 为一未知正常数. 联立式(6)和式(8), 在惯性坐标系 $\{I\}$ 下, 倾转式三旋翼无人机各姿态通道力矩与高度通道的加速度可以表示为

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \\ \ddot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \Phi u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}. \quad (9)$$

为了方便下文的推导和设计,将旋翼升力的系数 b 与式(6)中反扭矩系数 c 之积定义为 r ,表示为 $r = cb$,为一未知常量.因此模型参数矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 可以表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} -bl_2 & bl_2 & 0 & 0 \\ -bl_3 & -bl_3 & 0 & bl_1 \\ r & -r & -bl_1 & -r \\ \frac{b}{m} & \frac{b}{m} & 0 & \frac{b}{m} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式(9)中 $u(t)$ 为与各电机转速及尾舵倾角相关的控制器输入向量,表示为

$$u(t) = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \sin \alpha \\ \omega_3^2 \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (11)$$

在惯性坐标系 $\{I\}$ 下,由式(4)(8)–(9)可构造电机转速 $\omega_i (i = 1, 2, 3)$ 与尾舵倾角 α 为控制输入的倾转式三旋翼无人机姿态与高度动力学模型,如式(12)所示,

$$\ddot{\eta}_2(t) = \Pi + q(\eta_1)\Phi u + d, \quad (12)$$

其中: $\Pi \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ 表示为 $[-M^{-1}C\dot{\eta}_1(t) - g]^T$, $d = [d_\phi \ d_\theta \ d_\psi \ d_h]^T \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$,表示为

$$d = [-M^{-1}\tau_d \frac{f_d}{m} \cos \phi \cos \theta]^T,$$

$d_\phi, d_\theta, d_\psi, d_h$ 分别表示各通道受到的外界扰动, $q(\eta_1) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$,可写作 $\text{diag}\{[M^{-1}\Psi^T \cos \phi \cos \theta]^T\}$.

通常无人机旋翼的升力系数 b 与反力矩系数 c 难以测量,故将其作为未知常量.本文通过设计的非线性鲁棒控制器与自适应律,在 b 和 c 未知的情况下,通过控制输入 u 使倾转式三旋翼无人机的姿态与高度收敛于给定的参考轨迹.

3 非线性控制器与自适应律的设计 (Nonlinear controller and adaptive law design)

为了便于控制器设计与系统稳定性分析,此处做如下合理假设:

假设3 该类无人机在飞行过程中,姿态通道所承受的扰动力矩和高度通道所承受的扰动力及它们的导数均有界,可以表示为

$$\begin{aligned} \|\tau_d(t)\| &< \delta_1, \|\dot{\tau}_d(t)\| < \delta_2, \\ \|f_d(t)\| &< \delta_3, \|\dot{f}_d(t)\| < \delta_4, \end{aligned}$$

其中 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 为未知正常数.

3.1 跟踪误差与滑模面构造(Tracking error and slide mode definition)

为实现倾转式三旋翼无人机姿态与高度的控制目标,此处定义跟踪误差为

$$e(t) = \eta_2(t) - \eta_d(t), \quad (13)$$

其中:

$$e(t) = [e_\phi(t) \ e_\theta(t) \ e_\psi(t) \ e_h(t)]^T,$$

$e_\phi(t), e_\theta(t), e_\psi(t), e_h(t)$ 分别表示滚转角、俯仰角、偏航角和高度的跟踪误差.对式(13)求关于时间的一阶导数和二阶导数,可得

$$\dot{e} = \dot{\eta}_2(t) - \dot{\eta}_d(t), \quad \ddot{e} = \ddot{\eta}_2(t) - \ddot{\eta}_d(t). \quad (14)$$

参照文献[15]构造滑模面 $s(t)$ 为

$$s(t) = \dot{e} + \Lambda e, \quad (15)$$

其中:

$$s = [s_\phi(t) \ s_\theta(t) \ s_\psi(t) \ s_h(t)]^T,$$

$s_\phi(t), s_\theta(t), s_\psi(t), s_h(t)$ 分别为该无人机滚转,俯仰,偏航和高度通道的滑模面, $\Lambda \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为一正对角常系数矩阵,表示为 $\text{diag}\{[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4]^T\}$.由式(12)和式(15)得到系统动态特性如下式所示:

$$\dot{s} = \Pi + q\Phi u + d - \ddot{\eta}_d(t) + \Lambda \dot{e}. \quad (16)$$

3.2 控制器与自适应律设计 (Controller and adaptive law design)

针对式(16)中所示的动态特性,本文将控制器 u 设计为

$$\begin{aligned} u &= \hat{\Phi}^{-1}q^{-1}(-K_1|s|^{\frac{1}{2}}\text{sgn } s - K_2s + \\ &\quad v(s) - \Pi + \ddot{\eta}_d(t) - \Lambda \dot{e}), \end{aligned} \quad (17)$$

其中: sgn 为符号函数, $\hat{\Phi}$ 为式(11)中未知参数矩阵 Φ 的估计, $\hat{b}$ 与 $\hat{r}$ 分别为未知参数 b 和 r 的估计,可表示为

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} -\hat{b}l_2 & \hat{b}l_2 & 0 & 0 \\ -\hat{b}l_3 & -\hat{b}l_3 & 0 & \hat{b}l_1 \\ \hat{r} & -\hat{r} & -\hat{b}l_1 & -\hat{r} \\ \frac{\hat{b}}{m} & \frac{\hat{b}}{m} & 0 & \frac{\hat{b}}{m} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

式(17)中 $K_{i,i=1,2,3,4}$ 为正对角反馈增益矩阵,可表示为

$$K_{i,i=1,2,3,4} = \text{diag}\{[k_{i1} \ k_{i2} \ k_{i3} \ k_{i4}]^T\}. \quad (19)$$

式(17)中 $v(s) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ 为控制器中所设计的一中间变量,此处定义为

$$v(s) = [v_\phi(s) \ v_\theta(s) \ v_\psi(s) \ v_h(s)]^T$$

且其一阶导数满足如下条件:

$$\dot{v}(s) = -K_3\text{sgn } s - K_4s. \quad (20)$$

由假设4可知,该无人机姿态与高度通道的不可测扰动有界,故式(16)中 d 可表示为

$$d = \varrho s, \quad |\varrho| \leq \delta_1, \quad \frac{|\varrho|}{m} \leq \delta_3, \quad (21)$$

其中: $\varrho \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为一实对角矩阵,定义为 $\varrho = \text{diag}\{[\rho_1 \ \rho_2 \ \rho_3 \ \rho_4]^T\}$.为表述方便,便于自适应参数估计值 $\hat{b}$ 与 $\hat{r}$ 的设计,定义中间变量 $N \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ 和 $L \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$,分别为

$$\begin{cases} N_1 = (4k_{31} + k_{11}^2) |s_\phi|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_\phi + \\ \quad 3k_{11}k_{21}s_\phi + 2(2k_{41} + k_{21}^2) |s_\phi|^{\frac{3}{2}} \operatorname{sgn} s_\phi - \\ \quad (2 |s_\phi|^{\frac{1}{2}} k_{21} + k_{11}) v_\phi, \\ N_2 = (4k_{32} + k_{12}^2) |s_\theta|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_\theta + \\ \quad 3k_{12}k_{22}s_\theta + 2(2k_{42} + k_{22}^2) |s_\theta|^{\frac{3}{2}} \operatorname{sgn} s_\theta - \\ \quad (2 |s_\theta|^{\frac{1}{2}} k_{22} + k_{12}) v_\theta, \\ N_3 = (4k_{33} + k_{13}^2) |s_\psi|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_\psi + \\ \quad 3k_{13}k_{23}s_\psi + 2(2k_{43} + k_{23}^2) |s_\psi|^{\frac{3}{2}} \operatorname{sgn} s_\psi - \\ \quad (2 |s_\psi|^{\frac{1}{2}} k_{23} + k_{13}) v_\psi, \\ N_4 = (4k_{34} + k_{14}^2) |s_h|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_h + \\ \quad 3k_{14}k_{24}s_h + 2(2k_{44} + k_{24}^2) |s_h|^{\frac{3}{2}} \operatorname{sgn} s_h - \\ \quad (2 |s_h|^{\frac{1}{2}} k_{24} + k_{14}) v_h, \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} L_1 = \left[\frac{l_2(u_2 - u_1)}{j_1} + \frac{l_1 u_3 \sin \theta}{j_3} \right], \\ L_2 = \left[\frac{\cos \phi (l_1 u_4 - l_3 u_1 - l_3 u_2)}{j_2} - \right. \\ \quad \left. \frac{l_1 u_3 \cos \theta \sin \phi}{j_3} \right], \\ L_3 = \left[\frac{\sin \phi (l_3 u_1 + l_3 u_2 - l_1 u_4)}{j_2} - \right. \\ \quad \left. \frac{l_1 u_3 \cos \phi \cos \theta}{j_3} \right], \\ L_4 = \frac{(u_1 + u_2 + u_4)}{m} \cos \theta \cos \phi. \end{cases} \quad (23)$$

由式(17)和式(18)可知, 当参数矩阵 Φ 非奇异时, 式(17)中所设计的控制器 u 有界, 需满足参数矩阵中 $\hat{b} \neq 0$, 因此参照文献[16]在自适应律的设计中引入投影算子, 确保升力系数估计值 $\hat{b}$ 有界. 故式(18)中模型参数估计值 $\hat{b}, \hat{r}$ 的相应自适应律 $\dot{\hat{b}}$ 和 $\dot{\hat{r}}$ 可设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{b}} = \operatorname{proj}\left(\frac{\mu}{\Gamma_1}\right), \\ \dot{\hat{r}} = \frac{1}{\Gamma_2 j_3} (\cos \theta \sin \phi N_2 + \cos \phi \cos \theta N_3 - \\ \quad \sin \theta N_1)(u_1 - u_2 - u_4), \\ \mu = (L_1 N_1 + L_2 N_2 + L_3 N_3 + L_4 N_4), \end{cases} \quad (24)$$

$$\dot{\hat{b}} = \begin{cases} \max(0, \frac{\varepsilon - (b_d - \hat{b})}{\varepsilon}) \frac{\mu}{\Gamma_1}, & \hat{b} \leq b_d, \mu \leq 0, \\ \frac{\mu}{\Gamma_1}, & \hat{b} \leq b_d, \mu > 0, \\ \frac{\mu}{\Gamma_1}, & b_d \leq \hat{b} \leq b_u, \\ \frac{\mu}{\Gamma_1}, & \hat{b} \geq b_u, \mu < 0, \\ \max(0, \frac{\varepsilon - (\hat{b} - b_u)}{\varepsilon}) \frac{\mu}{\Gamma_1}, & \hat{b} \geq b_u, \mu > 0. \end{cases} \quad (25)$$

式(24)和式(25)中, $\Gamma_1, \Gamma_2, b_d, b_u$ 和 ε 均为正实系数, 且

满足 $b_d \leq b \leq b_u, 0 < b_d - \varepsilon \leq \hat{b} \leq b_u + \varepsilon$, 根据文献[16]中关于系统的稳定性分析可知, 式(25)中所引入的投影算子可实现自适应参数的限幅, 同时不影响闭环系统的稳定性分析. 由式(17)和式(18)得到系统闭环动力学方程为

$$\dot{s} = q\tilde{\Phi}u + d - K_1 |s|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s - K_2 s + v, \quad (26)$$

其中: $\tilde{\Phi}$ 表示式(10)中参数矩阵 Φ 与其估计矩阵 $\hat{\Phi}$ 之差, $\tilde{b}$ 和 $\tilde{r}$ 分别为模型参数 b, r 与其估计值 $\hat{b}, \hat{r}$ 之差, 可表示为

$$\begin{cases} \tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} -\tilde{b}l_2 & \tilde{b}l_2 & 0 & 0 \\ -\tilde{b}l_3 & -\tilde{b}l_3 & 0 & \tilde{b}l_1 \\ \tilde{r} & -\tilde{r} & -\tilde{b}l_1 & -\tilde{r} \\ \frac{\tilde{b}}{m} & \frac{\tilde{b}}{m} & 0 & \frac{\tilde{b}}{m} \end{bmatrix}, \\ \tilde{b} = b - \hat{b}, \\ \tilde{r} = r - \hat{r}. \end{cases} \quad (27)$$

3.3 稳定性分析(Stability analysis)

定理 1 针对式(16)所示的动力学系统, 设计的控制器如式(17)–(20)所示, 自适应律如式(24)–(25)所示, 此时闭环系统局部渐近稳定, 可表示为 $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e} = 0$.

证 为了方便选取 Lyapunov 候选函数, 参考文献[17], 此处引入一向量 $z \in \mathbb{R}^{12 \times 1}$, 并定义为 $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$, 其中

$$z_1 = \begin{bmatrix} |s_\phi|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_\phi \\ |s_\theta|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_\theta \\ |s_\psi|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_\psi \\ |s_h|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} s_h \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$z_2 = [s_\phi \ s_\theta \ s_\psi \ s_h]^T, \ z_3 = [v_\phi \ v_\theta \ v_\psi \ v_h]^T.$$

对其求一阶时间导数, 可得

$$\dot{z} = Az + \frac{1}{2|z_1|} B, \quad (29)$$

其中: $A \in \mathbb{R}^{12 \times 12}, B \in \mathbb{R}^{12 \times 1}$, 分别表示为

$$A = \begin{bmatrix} -K_1 & -(K_2 - \varrho) & \frac{1}{2|z_1|} I_{4 \times 4} \\ -K_1 & -(K_2 - \varrho) & I_{4 \times 4} \\ -2K_3 & -K_4 & 0_{4 \times 4} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$B = \begin{bmatrix} q\tilde{\Phi}u \\ 2|z_1| q\tilde{\Phi}u \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

选取 Lyapunov 候选函数 $V(t)$ 为

$$V = z^T P z + \frac{1}{4|z_1|} \Gamma_1 \tilde{b}^2 + \frac{1}{4|z_1|} \Gamma_2^2 \tilde{r}^2, \quad (32)$$

其中 $P \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ 为一正定矩阵, 其可表示为

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (4K_3 + K_1^2) & K_1K_2 & -K_1 \\ K_1K_2 & 2K_4 + K_2^2 & -K_2 \\ -K_1 & -K_2 & 2I_{4 \times 4} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

对式(32)求关于时间的一阶导数, 可得

$$\dot{V} = z^T(A^T P + P A)z + \frac{1}{2|z_1|}(2z^T P B - \Gamma_1 \tilde{b}\dot{\hat{b}} - \Gamma_2 \tilde{r}\dot{\hat{r}}). \quad (34)$$

将式(24)–(27)中所设计的自适应律代入式(34)中, 得

$2z^T P B - \Gamma_1 \tilde{b}\dot{\hat{b}} - \Gamma_2 \tilde{r}\dot{\hat{r}} = 0$, 则式(34)可改写为

$$\dot{V}_0 = z^T(A^T P + P A)z = -z^T Q z, \quad (35)$$

其中 $Q \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ 可表示为 $Q = Q_1 + Q_2$, 如式(36)所示:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{K_1^3 + 2K_3K_1}{2|z_1|} & 0_{4 \times 4} & \frac{-K_1^2}{2|z_1|} \\ 0_{4 \times 4} & \Gamma & \Lambda \\ \frac{-K_1^2}{2|z_1|} & \Lambda & \frac{K_1}{2|z_1|} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Xi & 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & (K_2^2 + K_4)K_2 & -K_2^2 \\ 0_{4 \times 4} & -K_2^2 & K_2 \end{bmatrix} = Q_1 + Q_2, \quad (36)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{K_1K_2(5K_2 - \varrho) + 2K_4K_1}{2|z_1|}, \\ \Lambda &= \frac{(-6K_2 - \varrho)K_1}{4|z_1|}, \\ \Xi &= 2K_1^2(2K_2 - \varrho) + K_3(K_2 - 2\varrho). \end{aligned}$$

当满足以下条件时,

$$\begin{cases} k_{2j} > 2\rho_j, j = 1, 2, 3, 4, \\ 4k_{4j}k_{3j} > 11k_{1j}^2k_{2j}^2 + 13k_{3j}k_{2j}^2, j = 1, 2, 3, 4, \end{cases} \quad (37)$$

式(36)中矩阵 Q_1, Q_2 均为正定矩阵, 且 Q 也为正定矩阵. 式(24)满足 $\dot{V}(t) < 0$, 且此时 $z(t) \in \mathcal{L}_\infty, \dot{z}(t) \in \mathcal{L}_\infty$, 应用Barbalat引理推论, 可证得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z = 0. \quad (38)$$

因此, 当矩阵 Q 保持正定时, 闭环系统局部渐近稳定, 且跟踪误差 $e(t)$ 及其导数 $\dot{e}(t)$ 渐近收敛于0. 证毕.

4 实验结果(Experimental results)

4.1 实验平台介绍(Introduction of testbed)

本文利用图2中自主搭建的倾转式三旋翼无人机半实物仿真平台验证文中所设计的控制器与自适应律. 该平台采用嵌入式计算机为处理器, 无人机集成

有自主设计的电路板及惯性测量传感器, 控制各电机转速与舵机转角, 并可结合动力学模型及姿态信息, 计算出虚拟的高度信息. 实验平台的俯仰角与滚转角测量精度约为 0.5° , 偏航角测量精度约为 2.0° . 系统控制频率为500 Hz, 相关设计与文献[18]中介绍的实验平台有一定相似度.

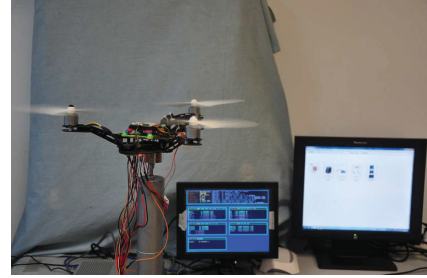


图2 实验平台

Fig. 2 Testbed of trirotor UAV

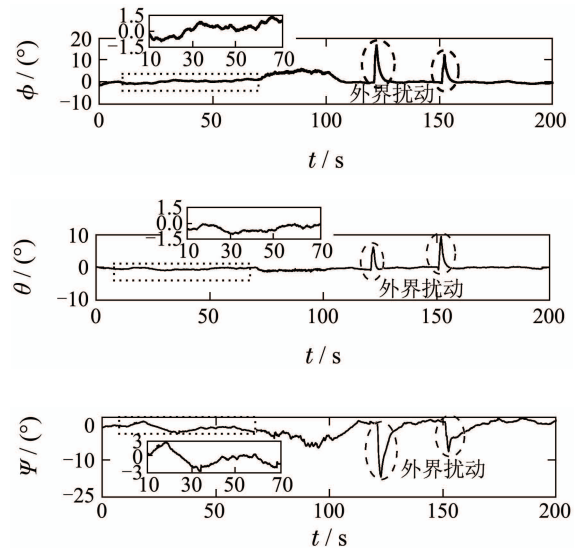
4.2 飞行实验(Flight experiment)

在上文所述的实验平台上进行倾转式三旋翼无人机飞行实验, 实验过程约200 s, $0 \sim 70$ s 无人机按照参考轨迹镇定飞行, $70 \sim 100$ s 加入定向风扰, 风扰由台扇产生, 风速约6.0 km/h, 在120 s与150 s, 手动拨动机体模拟外界剧烈干扰. 使用 H_∞ 控制器完成相同的过程, 作为对比实验. 飞行实验的参考轨迹均为 $\eta_d(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$. 实验平台的倾转式三旋翼无人机主要参数为

$$\begin{aligned} m &= 0.5 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, \\ l_1 &= 0.06 \text{ m}, l_2 = 0.14 \text{ m}, l_3 = 0.19 \text{ m}, \\ J &= \text{diag}\{[0.015 \ 0.027 \ 0.016]^T\}. \end{aligned}$$

4.2.1 H_∞ 控制器(H_∞ controller)

利用 H_∞ 控制器进行飞行实验, 实验结果如图3的曲线所示.



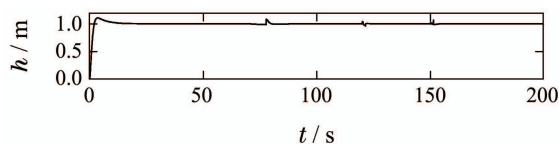
图 3 H_{∞} 控制器: 姿态角与高度曲线Fig. 3 H_{∞} controller: attitude angle and altitude

图3为采用 H_{∞} 控制器时, 倾转式三旋翼无人机飞行的姿态与高度曲线, 在镇定飞行过程中, 滚转角和俯仰角的控制精度在 $\pm 1.5^\circ$ 以内, 偏航角控制精度在 $\pm 3.0^\circ$ 以内. 在加入风扰后, 滚转角受到的影响较为明显, 保持在 5.0° 左右, 偏航角受到影响, 最大误差接近 -10.0° , 加入外界干扰后, 控制器会进行相应补偿, 回到平衡点用时均10 s左右.

4.2.2 非线性控制器(Nonlinear controller)

非线性控制系数设定为

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= 600, \Gamma_2 = 1200, b_u = 1.0, \\ b_d &= 0.2, \varepsilon = 0.05, \\ K_1 &= \text{diag}\{[0.13 \ 0.38 \ 0.07 \ 0.5]^T\}, \\ K_2 &= \text{diag}\{[0.05 \ 0.08 \ 0.06 \ 0.4]^T\}, \\ K_3 &= \text{diag}\{[0.012 \ 0.01 \ 0.013 \ 0.3]^T\}, \\ K_4 &= \text{diag}\{[0.09 \ 0.06 \ 0.07 \ 0.15]^T\}, \\ \lambda &= \text{diag}\{[5.5 \ 6 \ 6.5 \ 1]^T\}. \end{aligned}$$

实验结果如图4-6的曲线所示.

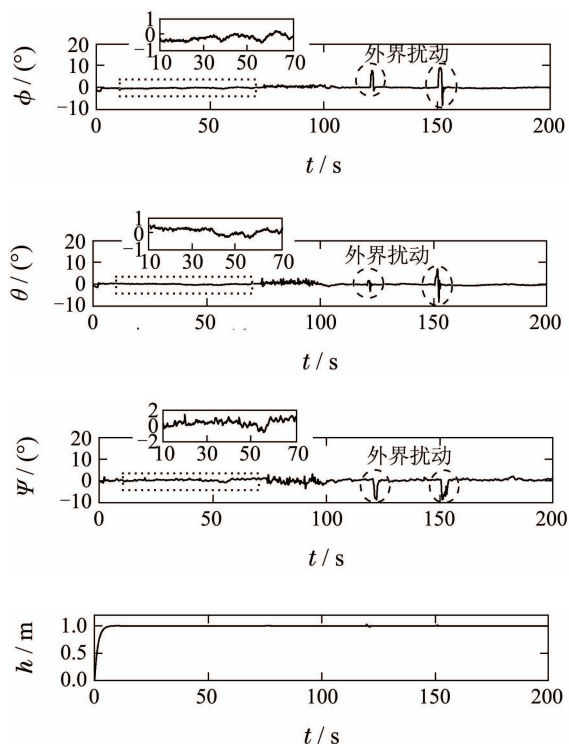


图 4 非线性控制器: 姿态角与高度曲线

Fig. 4 Nonlinear controller: attitude angle and altitude

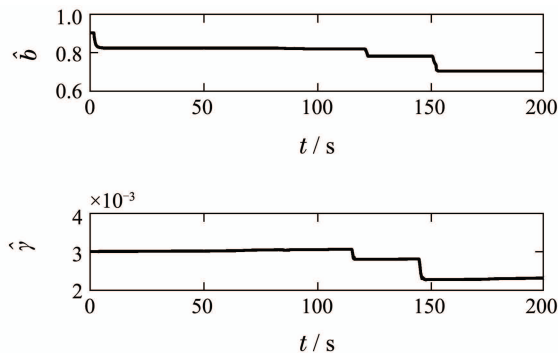
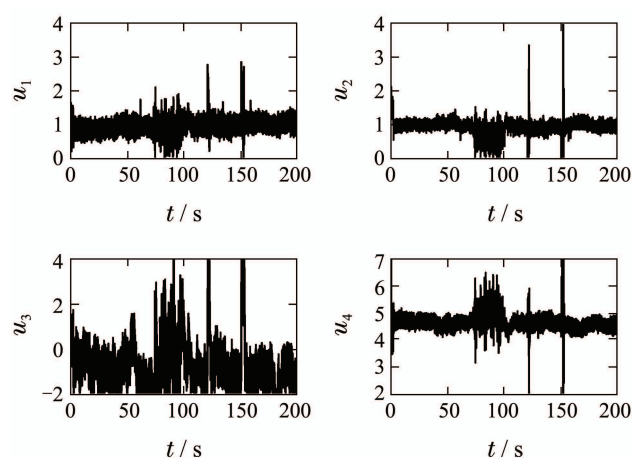
图 5 非线性控制器: 自适应参数 $\hat{b}$ 及 $\hat{r}$ 曲线Fig. 5 Nonlinear controller: adaptive parameter $\hat{b}$ and $\hat{r}$ 

图 6 非线性控制器: 控制器曲线

Fig. 6 Nonlinear controller: controller

图4-6分别为倾转式三旋翼无人机飞行实验的姿态与高度曲线, 自适应参数 $\hat{b}$ 及 $\hat{r}$ 曲线, 控制器曲线. 由图4可知, 该无人机在实验开始后约5 s左右实现镇定飞行, 滚转角和俯仰角的控制精度在 $\pm 1.0^\circ$ 以内, 偏航角控制精度在 $\pm 2.0^\circ$ 以内; 70~100 s加入持续风扰后, 姿态与高度曲线有所波动, 滚转角与俯仰角曲线保持在 2.0° 附近, 偏航角保持在 $\pm 3.0^\circ$ 以内; 120 s与150 s加入外界干扰后, 控制器迅速补偿, 约5 s后回到平衡点附近. 由图5可知, 自适应参数 $\hat{b}$, $\hat{r}$ 在约2 s后收敛于0.82与0.003附近, 当受到外界剧烈干扰后, 继续更新, 并作用于控制输出, 随着系统再次回到平衡点附近, 自适应参数收敛于新的值. 图6中的控制器曲线, 在镇定飞行过程中保持于正常范围内, 当受到扰动时, 为起到补偿效果, 控制输出随之增大.

对比图3中 H_{∞} 控制器实验数据可知, 采用文中的非线性控制器, 在镇定飞行过程中, 精度略高, 当存在扰动时, 非线性控制器补偿作用更为明显, 且恢复时间较快, 鲁棒性更为突出. 综上可知, 文中所述动力学模型及非线性控制器与自适应律可对倾转式三旋翼无人机实现有效控制, 弥补模型不确定性, 实现较好的控制效果.

5 结论(Conclusions)

本文针对倾转式三旋翼无人机动力学模型及飞行控制策略进行研究,建立了一种基于电机转速与尾舵倾角为控制输入的动力学模型,并设计了一种非线性控制器与自适应律,实现了这类无人机姿态与高度通道的控制,弥补了模型参数不确定性.同时,文中进行了基于Lyapunov候选函数的稳定性分析,并在半实物仿真实验平台完成了姿态与高度的飞行实验,并采用 H_∞ 控制器进行了对比实验,验证了文中所提控制算法的有效性.

同时本文中建立的动力学模型与设计的控制算法仍有一定局限性,建立倾转式三旋翼无人机动力学模型以整体力矩分析为基础,在设计控制器的过程中使用了较为简化的动力学模型;针对位置通道,本文未做相应的控制算法设计,这些都是下一步有待解决的问题.

参考文献(References):

- [1] MAHONY R, KUMAR V, CORKE P. Multi-rotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor [J]. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 2012, 19(3): 20 – 32.
- [2] CEN Z, NOURA H, SUSILO T B, et al. Robust fault diagnosis for quadrotor UAVs using adaptive thau observer [J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2014, 73(1): 573 – 588.
- [3] ZHAO B, XIAN B, ZHANG Y, et al. Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor uav via immersion and invariance methodology [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(5): 2891 – 2902.
- [4] MOHAMED M K, LANZON A. Design and control of novel tri-rotor UAV [C] // *2012 United Kingdom Automatic Control Council International Conference*. Cardiff: IEEE, 2012, 9: 304 – 309.
- [5] SALAZAR-CRUZ S, KENDOUL F, LOZANO R, et al. Real-time control of a small-scale helicopter having three rotors [C] // *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Beijing: IEEE, 2006, 10: 2924 – 2929.
- [6] SALAZAR-CRUZ S, LOZANO R, ESCAREÑO J. Stabilization and nonlinear control for a novel trirotor mini-aircraft [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(8): 886 – 894.
- [7] ESCAREÑO J, SANCHEZ A, GARCIA O, et al. Triple tilting rotor mini-UAV: Modeling and embedded control of the attitude [C] // *2008 American Control Conference*. Washington: IEEE, 2008, 6: 3476 – 3481.
- [8] SERVAIS É, MOUNIER H, D'ANDRÉA-NOVEL B. Trajectory tracking of trirotor UAV with pendulum load [C] // *The 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*. Miedzydroje: IEEE, 2015, 8: 517 – 522.
- [9] KULHARE A, CHOWDHURY A B, RAINA G. A back-stepping control strategy for the tri-rotor UAV [C] // *The 24th Chinese Control and Decision Conference*. Taiyuan: IEEE, 2012, 5: 3481 – 3486.
- [10] CHEN A, ZHANG D, ZHANG J, et al. A New structural configuration of tilting rotor unmanned aerial vehicle modeling [C] // *The 35th Chinese Control Conference*. Chengdu: IEEE, 2016, 7: 2120 – 2125.
- [11] CHEN C, SHEN L, ZHANG D, et al. Mathematical modeling and control of a tiltrotor UAV [C] // *2016 IEEE International Conference on Information and Automation*. Ningbo: IEEE, 2016, 8: 2016 – 2021.
- [12] KENDOUL F, YU Z, NONAMI K. Guidance and nonlinear control system for autonomous flight of minirotorcraft unmanned aerial vehicles [J]. *Journal of Field Robotics*, 2010, 27(3): 311 – 334.
- [13] HAMEL T, MAHONY R, LONZANO R, et al. Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-FLYER [C] // *The 15th Triennial World Congress*. Barcelona: Elsevier, 2002, 5: 217 – 222.
- [14] HOFFMANN G, HUANG H, WASLANDER S, et al. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: theory and experiment [C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Hilton Head: AIAA, 2007, 8.
- [15] HAO Wei, XIAN Bin. Nonlinear fault tolerant control design for quadrotor unmanned aerial vehicle attitude system [J]. *Control Theory and Applications*, 2015, 32(11): 1457 – 1463.
(郝伟, 鲜斌. 四旋翼无人机姿态系统的非线性容错控制设计 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(11): 1457 – 1463.)
- [16] ZHANG X T, DAWSON D M, DE QUEIROZ M S, et al. Adaptive control for a class of MIMO nonlinear systems with non-symmetric input matrix [C] // *IEEE International Conference on Control Applications*. Taipei: IEEE, 2004, 9: 1324 – 1329.
- [17] SHTESSEL Y, TALEB M, PLESTAN F. A novel adaptive-gain super-twisting sliding mode controller: methodology and application [J]. *Automatica*, 2012, 48(5): 759 – 769.
- [18] XIAN B, ZHAO B, ZHANG Y, et al. A low-cost hardware-in-the-loop-simulation testbed of quadrotor UAV and implementation of nonlinear control schemes [J]. *Robotica*, 2015, 35(3): 588 – 612.

作者简介:

金鑫 (1992–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为三旋翼无人机的非线性控制, E-mail: jinxin@tju.edu.cn;

鲜斌 (1975–), 男, 教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 主要研究方向为非线性系统控制、无人机系统、实时控制系统等, E-mail: xbin@tju.edu.cn.