第 34 卷第 9 期
2017 年 9 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 34 No. 9
Sep. 2017

DOI: 10.7641/CTA.2017.60931

具有时滞的柔性关节多机械臂协同自适应位置/力控制

李树荣†, 尹怀强

(中国石油大学(华东) 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266580)

摘要: 由于关节机械臂长期运行后, 齿轮间隙扩大产生的时间滞后将使得系统跟踪性能降低. 针对此问题, 本文提出了一种自适应位置/力控制策略来保证闭环系统稳定性以及位置/力跟踪性能. 首先, 对多机械臂和物体系统进行任务空间动力学建模. 随后, 利用Pade理论将时间滞后近似为二阶有理分式. 同时, 利用神经网络自适应算法克服模型建模误差对系统稳定性的影响, 利用同时包含位置误差和力误差的线性滑模项, 设计位置/力控制器. 通过李雅普诺夫稳定性理论, 证明控制策略能实现位置误差和内力误差的渐近收敛. 最后, 仿真验证证明所设计控制策略的有效性.

关键词: 协同机械臂; 柔性关节; 时滞; 位置/力控制; 神经网络控制; 滑模控制

中图分类号: TP24　　**文献标识码**: A

Adaptive position/force control for coordinated multiple flexible-joint manipulators with time delay

LI Shu-rong†, YIN Huai-qiang

(College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum, Qingdao Shandong 266580, China)

Abstract: The gear clearance will expand due to the long running joint manipulators. Time delay results from the clearance, which also has influence on system tracking performance. To solve this problem, an adaptive position/force control strategy is proposed to guarantee the stability of the closed-loop system and tracking performance of the position/force. Firstly, the task space dynamic model for the system is given in this paper. Then the time delay is approximated as a second-order rational fraction by Pade theorem. Secondly, consider the model uncertainties, by utilizing a sliding mode consisting of position error and force error, a neural network adaptive controller is proposed. The control strategy can drive the closed-loop system states to reach the adopted sliding model surface and then both position and force errors can be guaranteed to converge zero. Finally, simulation results are presented to validate the proposed method.

Key words: coordinated multiple manipulators; flexible joint; time delay; position/force control; neural network control; sliding mode control

1 引言(Introduction)

随着工业发展和劳动力成本的提升, 工业应用对于机器人的需求日益增加, 近年来关于机器人相关课题的研究也日益增多. 国内对于单机械臂的控制研究已经很普遍, 但是在多机械臂领域内研究不多. 相比于单机械臂系统, 多机械臂系统具有很大优势: 能够轻松抓取较重物体、能够适应复杂多变的工业环境、协同操作明显提高了工作效率, 但是在对其控制上变得更加复杂.

针对单机械臂的位置/力控制问题, 文献[1]提出了一种滑模变结构控制, 控制器保证闭环系统状态稳定. 为解决力误差的渐近收敛问题, Lian等人[2]提出了基于同时包含位置/力误差的线性滑模控制, 所设计的控制器能够实现位置误差和力误差的同时渐近收敛. 针对建模误差问题, 文献[3–5]采用了鲁棒控制、自适应控制、神经网络控制等控制方法.

对于关节柔性较小的机械臂系统, 文献[6–7]提出了一系列控制策略. Chen等人[8]利用奇异摄动法实现系统的稳定性控制, 而对于柔性较大的系统, 则无法保证系统稳定性. 文献[9]对于关节刚度和电机转动惯量未知的柔性关节机械臂系统基于反步法设计鲁棒控制器, 保证系统具有良好的稳定性. 文献[10]针对

收稿日期: 2016−12−01; 录用日期: 2017−06−12.
†通信作者. E-mail: lishuron@upc.edu.cn; E-mail: +86 15192595177.
本文责任编委: 贾英民.
国家自然科学基金项目(61573378)资助.
Supported by National Natural Science Foundation of China (61573378).

带有动力学不确定的柔性关节刚性连杆机械臂控制问题, 为避免加速度的测量, 提出了一种基于非线性观测器的自适应控制方案. 文献[11]针对参数不确定的受限柔性关节机械臂位置/力控制问题, 提出一种滑模自适应控制策略. 由于电机齿轮间存在齿轮间隙, 机械臂系统会受到时间滞后的影响. 对于系统中的时滞问题, 文献[12]基于pade近似方法对系统中的时滞环节进行逼近, 所提出的逼近方法最终能够达到期望的效果. 文献[13]将Pade近似方法和卡尔曼滤波方法结合, 针对系统时滞问题设计控制算法, 并通过倒立摆模型验证其有效性. 文献[14]采用反步法设计控制器, 补偿时间滞后和柔性关节对系统的影响. 然而上述文献只针对单柔性关节机械臂系统进行研究, 并没有考虑柔性多机械臂协同控制问题.

针对多机械臂控制问题, 主要有两种控制策略: 主从协同控制[15]和混合位置/力控制[16]. 相比于主从控制只能保证轨迹跟踪的问题, 混合位置/力控制将任务空间分解为两个正交子空间, 在与环境约束相切的子空间内进行位置控制, 而在与环境约束的法线方向进行力控制, 最终实现位置/力的解耦控制. 文献[17]提出一种模糊自适应控制策略, 针对带有不确定的多机械臂系统, 该控制策略保证系统的稳定. 文献[18]对于多机械臂位置/力控制问题, 提出了一种改进的滑模控制策略, 进而保证系统位置/力误差的渐近收敛.

然而, 以往的论文并未考虑系统时滞影响下的柔性关节多机械臂协同控制问题. 本文针对受柔性关节和时间滞后影响的多机械臂位置/力控制问题, 为保证位置/力误差渐近收敛, 首先, 对于任务空间下的多机械臂系统模型, 将时滞近似为二阶有理分式, 进而设计虚拟控制器对其进行补偿. 设计神经网络自适应律能够补偿机械臂模型、电机转动惯量、关节刚度不确定性. 将力误差项加入滑模中, 设计位置/力控制器, 新的位置/力控制器相比以往可以使得力误差渐近收敛于零, 而传统的控制器只能保证力误差有界. 最终, 通过李雅普诺夫稳定性证明所设计策略可保证物体位置跟踪误差和力误差的渐近收敛性. 双二关节机械臂关于普通线性滑模和文中的滑模仿真对比验证了策略的有效性和优越性.

2 系统动力学模型(Dynamic modeling of the system)

考虑受时间滞后影响下的由m机械臂个组成的多机械臂系统, 为了方便研究, 做出如下假设:

假设 1 每个机械臂关节数和自由度相等, 被抓物体为刚性物体, 机械臂关节为柔性关节.

假设 2 整个系统是非冗余的.

假设 3 所有转换矩阵有界并且满秩.

3 柔性关节机械臂动力学模型(Dynamic modeling of multiple flexible joint manipulators)

具有时滞的柔性关节多机械臂动力学模型如下:

$$D_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i,\dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) + J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}(q_i)F_{\mathrm{e}i} = w_i,\ i=1,2,\cdots,m, \tag{1}$$

$$w_i(t) = \tau_i(t-T), \tag{2}$$

$$I_{\mathrm{m}i}\ddot{q}_{\mathrm{m}i} + \tau_i = u_i, \tag{3}$$

$$\tau_i = k_{\mathrm{m}i}(q_{\mathrm{m}i} - q_i),$$

式中: $i=1,2,\cdots,m$为机械臂关节数, $q_i,\dot{q}_i,\ddot{q}_i\in\mathbb{R}^n$为第$i$个机械臂的关节角度、角速度、角加速度, $D_i\in\mathbb{R}^{n\times n}$为第$i$个机械臂的转动惯量矩阵, $C_i\dot{q}_i\in\mathbb{R}^{n\times n}$为第$i$个机械臂的离心力和哥式力矩阵, $G_i(q_i)\in\mathbb{R}^n$为第i个机械臂的重力矩阵, $J_{\mathrm{e}i}\in\mathbb{R}^{n\times n}$为第$i$个机械臂由关节空间到末端执行器空间的转化矩阵, $F_{\mathrm{e}i}\in\mathbb{R}^n$为第$i$个机械臂末端执行器对物体施加的力, $w_i\in\mathbb{R}^n$为第i个机械臂的关节输入控制力矩, $q_{\mathrm{m}i}\in\mathbb{R}^n$为电机轴角度, $I_{\mathrm{m}i}\in\mathbb{R}^{n\times n}$为正定对称的电机转动惯量矩阵, $k_{\mathrm{m}i}\in\mathbb{R}^{n\times n}$为电机的刚度矩阵, τ_i为电机的传递力矩, u_i为电机的输出力矩.

利用Pade近似理论[12], 可得如下时间滞后Pade近似图形(见图1).

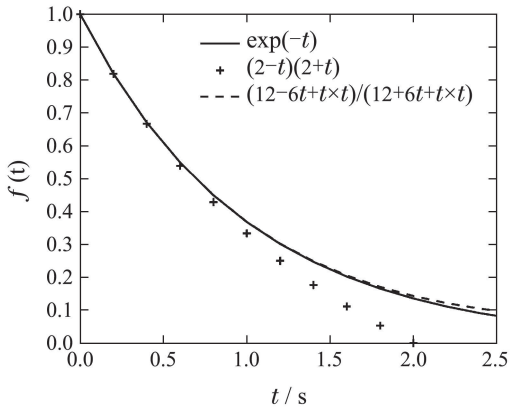

图 1 Pade逼近曲线

Fig. 1 Pade approximation curve

从图1中可以看出相比于一阶近似, 二阶近似模型能够更好地逼近系统的时滞环节, 因此时间滞后可以表示为如下形式:

$$\mathrm{e}^{-Ts} = 1 - \frac{12Ts}{12+6Ts+T^2s^2},$$

进而式(2)可以表示为

$$w_i(s) = \tau_i(s)\mathrm{e}^{-Ts} = \tau_i(s) - \xi_i(s), \tag{4}$$

其中

$$\xi_i(s) = \frac{12Ts}{12+6Ts+T^2s^2}\tau_i(s)$$

为系统虚拟控制作用.

经拉普拉斯反变换, 原时间滞后模型变换为如下二阶形式:

$$w_i(t) = \tau_i(t) - \xi_i(t), \tag{5}$$

$$T^2\ddot{\xi}_i(t) + 6T\dot{\xi}_i(t) + 12\xi_i(t) = 12T\dot{\tau}_i(t). \tag{6}$$

由于

$$q_{\mathrm{m}i} = k_{\mathrm{m}i}^{-1}\tau_i + q_i, \tag{7}$$

将式(7)代入式(3), 得

$$\bar{I}_{\mathrm{m}i}\ddot{\tau}_i + \bar{h}_{\mathrm{m}i} = u_i, \tag{8}$$

式中: $\bar{I}_{\mathrm{m}i} = I_{\mathrm{m}i}k_i^{-1}$, $\bar{h}_{\mathrm{m}i} = I_{\mathrm{m}i}\ddot{q}_i + \tau_i$.

3.1 物体动力学模型 (Dynamic modeling of the object being grasped)

根据牛顿—欧拉法, 物体动力学模型可表示为

$$D_{\mathrm{o}}(x)\ddot{x} + C_{\mathrm{o}}(x,\dot{x})\dot{x} + G_{\mathrm{o}}(x) = \sum_{i=1}^{m}(J_{\mathrm{o}i}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{e}i}) = F_{\mathrm{o}}, \tag{9}$$

式中: $x = [x_1^{\mathrm{T}}\ \ x_2^{\mathrm{T}}\ \ \cdots\ \ x_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$为物体位置, $D_{\mathrm{o}}(x) \in \mathbb{R}^{n\times n}$为物体转动惯量矩阵, $C_{\mathrm{o}}(x,\dot{x})\dot{x} \in \mathbb{R}^{n\times n}$为哥式力和离心力项, $G_{\mathrm{o}}(x) \in \mathbb{R}^n$为物体的重力矩阵, $J_{\mathrm{o}i}(x)$为物体重心坐标系到机械臂i末端执行器坐标系的转换矩阵, $F_{\mathrm{e}i} \in \mathbb{R}^n$为第$i$个机械臂末端执行器对物体施加的力, $F_{\mathrm{o}} \in \mathbb{R}^n$为物体所受外力.

根据文献[18], F_{e}可以被分解为外力$F_{\mathrm{o}} \in \mathbb{R}^{mn}$和内力$F_{\mathrm{I}} \in \mathbb{R}^{mn}$.

由于$J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{I}} = 0$和$F_{\mathrm{o}} = J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{e}}$, 进而可得

$$F_{\mathrm{e}} = (J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})^{+}F_{\mathrm{o}} + F_{\mathrm{I}}, \tag{10}$$

$$F_{\mathrm{e}i} = (J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})_i^{+}F_{\mathrm{o}} + F_{\mathrm{I}i}, \tag{11}$$

式中: $(J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})^{+} \in \mathbb{R}^{mn\times n}$为$J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}$的广义逆, 并且满足$J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}}(J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})^{+} = I_n$.

3.2 协同多机械臂系统动力学模型(Dynamic modeling of coordinated multiple manipulators)

第i末端执行器位置为$x_{\mathrm{e}i} \in \mathbb{R}^n$, 有

$$x_{\mathrm{e}i} = \varphi_i(q_i), \tag{12}$$

式中$\varphi_i(\cdot) \in \mathbb{R}^{n\times n}$为关节空间到末端执行器空间的变换关系方程.

求式(12)对时间t的导数得

$$\dot{x}_{\mathrm{e}i} = J_{\mathrm{e}i}(q_i)\dot{q}_i, \tag{13}$$

式中$J_{\mathrm{e}i}(q_i) = \dfrac{\partial\varphi_i(q_i)}{\partial q_i} \in \mathbb{R}^{n\times n}$.

又有

$$\dot{x}_{\mathrm{e}i} = J_{\mathrm{o}i}(x)\dot{x}, \tag{14}$$

式中$J_{\mathrm{o}i}(x) \in \mathbb{R}^{n\times n}$.

由式(13)–(14), 可得$J_{\mathrm{e}i}(q_i)\dot{q}_i = J_{\mathrm{o}i}(x)\dot{x}$. 由假设3知$J_{\mathrm{e}i}$为可逆矩阵, 可得

$$\dot{q}_i = J_{\mathrm{e}i}^{-1}J_{\mathrm{o}i}\dot{x}. \tag{15}$$

对式(15)求时间的导数可得

$$\ddot{q}_i = J_{\mathrm{e}i}^{-1}(J_{\mathrm{o}i}\ddot{x} + \dot{J}_{\mathrm{o}i}\dot{x} - \dot{J}_{\mathrm{e}i}\dot{q}_i). \tag{16}$$

将式(15)–(16)代入到子系统(1), 得

$$\begin{aligned}&D_i(q_i)J_{\mathrm{e}i}^{-1}(J_{\mathrm{o}i}\ddot{x} + J_{\mathrm{o}i}\dot{x} - \dot{J}_{\mathrm{e}i}J_{\mathrm{e}i}^{-1}J_{\mathrm{o}i}\dot{x}) + \\ &C_i(q_i,\dot{q}_i)J_{\mathrm{e}i}^{-1}J_{\mathrm{o}i}\dot{x} + G_i(q_i) + \\ &J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}(q_i)((J_{\mathrm{o}i}^{\mathrm{T}})^{+}F_{\mathrm{o}} + F_{\mathrm{I}i}) = w_i.\end{aligned} \tag{17}$$

将式(9)代入至式(17), 得

$$\bar{D}_i(x)\ddot{x} + \bar{C}_i(x,\dot{x})\dot{x} + \bar{G}_i(x) + J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}F_{\mathrm{I}i} = w_i, \tag{18}$$

式中:

$$\begin{aligned}\bar{D}_i &= D_iJ_{\mathrm{e}i}^{-1}J_{\mathrm{o}i} + J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}((J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})^{+})_iD_{\mathrm{o}},\\ \bar{C}_i &= D_iJ_{\mathrm{e}i}^{-1}(\dot{J}_{\mathrm{o}i} - \dot{J}_{\mathrm{e}i}J_{\mathrm{e}i}^{-1}J_{\mathrm{o}i}) + \\ &\quad C_iJ_{\mathrm{e}i}^{-1}J_{\mathrm{o}i} + J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}((J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})^{+})_iC_{\mathrm{o}},\\ \bar{G}_i &= G_i + J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}((J_{\mathrm{o}}^{\mathrm{T}})^{+})_iG_{\mathrm{o}}.\end{aligned}$$

假设机械臂模型参数带有不确定性, 即可表示为

$$\begin{aligned}\bar{D}_i(x) &= \bar{D}_{i0}(x) + \Delta\bar{D}_i(x),\\ \bar{C}_i(x,\dot{x}) &= \bar{C}_{i0}(x,\dot{x}) + \Delta\bar{C}_i(x,\dot{x}),\\ \bar{G}_i(x) &= \bar{G}_{i0}(x) + \Delta\bar{G}_i(x),\end{aligned}$$

式中: $\bar{D}_{i0}(x), \bar{C}_{i0}(x,\dot{x}), \bar{G}_{i0}(x)$为模型的标称部分, $\Delta\bar{D}_i(x), \Delta\bar{C}_i(x,\dot{x}), \Delta\bar{G}_i(x)$为模型不确定部分, 进而模型(18)可被表示为

$$\begin{aligned}&\bar{D}_{i0}(x)\ddot{x} + \bar{C}_{i0}(x,\dot{x})\dot{x} + \bar{G}_{i0}(x) + \\ &\rho_i(t) + J_{\mathrm{e}i}^{\mathrm{T}}F_{Ii} = w_i,\end{aligned} \tag{19}$$

式中$\rho_i(t) = \Delta\bar{D}_i(x)\ddot{x} + \Delta\bar{C}_i(x,\dot{x})\dot{x} + \Delta\bar{G}_i(x)$为模型不确定部分.

上述动力学系统具有如下性质:

性质 1 惯性矩阵D_i正定对称且有解.

性质 2 $\dot{D}_i(q_i) - 2C_i(q_i,\dot{q}_i)$为斜对称矩阵.

文中用到如下引理.

引理 1 如果$x: [0,\infty) \to R$平方可积, 即

$$\lim_{t\to\infty}\int_0^t x^2(\tau)\mathrm{d}\tau < \infty,$$

则如果$\dot{x}(t)$, $t \in [0,\infty)$存在并且有界, 那么$\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = 0$.

4 控制器设计(Controller design)

本文针对上述多机械臂系统, 提出了一种同时包含位置误差和力误差的线性滑模, 并基于这种改进的滑模设计神经网络自适应控制器.

定义物体位置误差e_{p}, 内力误差$e_{\mathrm{F}i}$, 控制作用误差$e_{\mathrm{w}i}$, $e_{\xi i}$, $e_{\tau i}$如下:

$$e_{\rm p}=x-x_{\rm d},\ e_{{\rm F}i}=J_{oi}^{\rm T}(F_{{\rm I}i}-F_{{\rm Id}i}),$$
$$e_{{\rm F}i}=F_{{\rm I}i}-F_{{\rm Id}i},\ e_{{\rm w}i}=w_i-w_{{\rm d}i},$$
$$e_{\xi i}=\xi_i-\xi_{{\rm d}i},\ e_{\tau i}=\tau_i-\tau_{{\rm d}i}.$$

设计滑模控制项:

$$s_{{\rm p}i}=\dot e_{\rm p}+\Lambda_1 e_{\rm p}+\Lambda_2 e_{{\rm f}i},$$
$$s_{\xi i}=\dot e_{\xi i}+\Lambda_3 e_{\xi i},$$
$$s_{\tau i}=\dot e_{\tau i}+\Lambda_4 e_{\tau i}.$$

定义如下中间变量:

$$v_{{\rm p}i}=\dot x_{\rm d}-\Lambda_1 e_{\rm p}-\Lambda_2 e_{{\rm f}i},$$
$$v_{\xi i}=\dot\xi_{{\rm d}i}-\Lambda_3 e_{\xi i},$$
$$v_{\tau i}=\dot\tau_{{\rm d}i}-\Lambda_4 e_{\tau i},$$

式中: $x_{\rm d}$为期望物体重心位置, $F_{{\rm Id}i}$为期望内力, $w_{{\rm d}i}$为期望机械臂关节输入力矩, $\xi_{{\rm d}i}$为期望虚拟控制力矩, $\tau_{{\rm d}i}$为期望传递力矩, $\Lambda_1,\Lambda_2,\Lambda_3,\Lambda_4$为正定对角增益矩阵.

假设存在理想的神经网络权值使ρ_i可以被逼近为

$$D_{i0}^{-1}\rho_i=\theta_i^{*\rm T}\varphi(y_i)+\varepsilon_i,$$

式中: $\theta_i^{*\rm T}$为最佳逼近神经网络权值, $y_i=[e_{\rm p}^{\rm T}\ \ \dot e_{\rm p}^{\rm T}]^{\rm T}$为网络输入, $\varphi(y_i)=[\varphi_1(y_i)\ \ \varphi_2(y_i)\ \cdots\ \varphi_{\rm p}(y_i)]^{\rm T}$为高斯基函数的输出, ε_i为网络逼近误差, 并且满足$\varepsilon_i\leqslant\bar\varepsilon_i$, 式中$\bar\varepsilon_i>0$.

设计如下控制输入力矩:

$$\begin{aligned}w_{{\rm d}i}=&\bar C_{i0}\dot x+\bar G_{i0}+J_{ei}^{\rm T}F_{{\rm I}i}-K_i(\bar D_{i0})^{-\rm T}s_{{\rm p}i}+\\&\bar D_{i0}(\ddot x_{\rm d}-\Lambda_1\dot e_{\rm p}-\Lambda_2\dot e_{{\rm f}i})+\\&\bar D_{i0}(-\Gamma_i{\rm sgn}\,s_{{\rm p}i}+\hat\theta_i^{\rm T}\varphi(y_i)),\end{aligned}\tag{20}$$

$$\dot\tau_{{\rm d}i}=\frac{1}{12T}(T^2\dot v_{\xi i}+6Tv_{\xi i}+12\xi_i-K_{\xi i}s_{\xi i}),\tag{21}$$

$$u_i=\hat{\bar I}_{{\rm m}i}\dot v_{\tau i}+\hat{\bar h}_{{\rm m}i}-K_{\tau i}s_{\tau i}-P_i{\rm sgn}\,s_{\tau i},\tag{22}$$

式中: $K_{{\rm p}i},K_{\xi i},K_{\tau i}$为正定对角常数增益矩阵, $P_i=\delta_{I_{{\rm m}i}}\|\dot v_{\tau i}\|+\|\hat{\bar h}_{{\rm m}i}-\bar h_{{\rm m}i}\|$, $\delta_{I_{{\rm m}i}}$为$(\hat{\bar I}_{{\rm m}i}-\bar I_{{\rm m}i})$的误差上界.

将式(21)–(22)代入到式(6)(8), 可以得出如下误差动力学方程,

$$\frac{T}{12}\dot s_{\xi i}+\frac{1}{2}s_{\xi i}=\dot e_{\tau i}-K_{\xi i}s_{\xi i},\tag{23}$$

$$\begin{aligned}&\bar I_{{\rm m}i}\dot s_{\tau i}+K_{\tau i}s_{\tau i}=\\&(\hat{\bar I}_{{\rm m}i}-\bar I_{{\rm m}i})\dot v_{\tau i}+(\hat{\bar h}_{{\rm m}i}-\bar h_{{\rm m}i})-P_i{\rm sgn}\,s_{\tau i}.\end{aligned}\tag{24}$$

根据所提出的控制策略, 可得出如下定理.

定理 1 针对式(5)–(6)(8)(19)所示的时滞柔性关节多机械臂协同控制系统, 在假设1–3的基础上, 采用式(20)–(22)所示控制策略, 则物体的位置误差和内力误差将渐近收敛, 神经网络自适应律如下:

$$\dot{\hat\theta}_i=-\frac{1}{\gamma}\varphi(y_i)s_{{\rm p}i}^{\rm T},\tag{25}$$

然后有

$$\dot{\tilde\theta}_i=\frac{1}{\gamma}\varphi(y_i)s_{{\rm p}i}^{\rm T},\tag{26}$$

式中: $\tilde\theta_i=\theta_i-\hat\theta_i$为网络权值误差, $\gamma>0$.

证 选取李雅普诺夫候选函数:

$$\begin{cases}V=\sum\limits_{i=1}^{m}V_i(s_{{\rm p}i},s_{\xi i},s_{\tau i},\tilde\theta_i),\\V_i=\dfrac{1}{2}s_{{\rm p}i}^{\rm T}s_{{\rm p}i}+\dfrac{1}{2}\|\gamma\tilde\theta_i\|^2+\dfrac{T}{24}s_{\xi i}^{\rm T}s_{\xi i}+\\\qquad e_{\xi i}^{\rm T}\Lambda_3^{\rm T}K_{\xi i}e_{\xi i}+\dfrac{1}{2}s_{\tau i}^{\rm T}\bar I_{{\rm m}i}s_{\tau i}+\\\qquad e_{\tau i}^{\rm T}\Lambda_4^{\rm T}K_{\tau i}e_{\tau i}.\end{cases}\tag{27}$$

对V_i两边关于时间t求导, 得

$$\begin{aligned}\dot V_i=&\ s_{{\rm p}i}^{\rm T}\dot s_{{\rm p}i}+{\rm tr}(\gamma\tilde\theta_i^{\rm T}\dot{\tilde\theta}_i)+\\&\frac{T}{12}s_{\xi i}^{\rm T}\dot s_{\xi i}+2e_{\xi i}^{\rm T}\Lambda_3^{\rm T}K_{\xi i}\dot e_{\xi i}+\\&s_{\tau i}^{\rm T}\bar I_{{\rm m}i}\dot s_{\tau i}+2e_{\tau i}^{\rm T}\Lambda_4^{\rm T}K_{\tau i}\dot e_{\tau i}.\end{aligned}\tag{28}$$

考虑

$$\begin{aligned}\dot s_i=&\ddot e_{\rm p}+\Lambda_1\dot e_{\rm p}+\Lambda_2\dot e_{{\rm f}i}=\\&\bar D_{i0}^{-1}(w_i+\rho_i-\bar C_{i0}\dot x-\bar G_{i0}-J_{ei}^{\rm T}F_{{\rm I}i})-\\&\ddot x_{\rm d}+\Lambda_1\dot e_{\rm p}+\Lambda_2\dot e_{{\rm f}i}.\end{aligned}\tag{29}$$

将式(20)(23)–(24)(29)代入式(28), 可得

$$\begin{aligned}\dot V_i=&\ s_{{\rm p}i}^{\rm T}(-D_{i0}^{-1}K_{{\rm p}i}D_{i0}^{-\rm T}s_{{\rm p}i}+D_{i0}^{-1}e_{{\rm w}i})+\\&s_{\tau i}^{\rm T}((\hat{\bar I}_{{\rm m}i}-\bar I_{{\rm m}i})\dot v_{\tau i}+(\hat{\bar h}_{{\rm m}i}-\bar h_{{\rm m}i}))-\\&(\dot e_{\xi i}+\Lambda_3 e_{\xi i})^{\rm T}K_{\xi i}(\dot e_{\xi i}+\Lambda_3 e_{\xi i})-s_{{\rm p}i}\varepsilon_i+\\&2e_{\xi i}^{\rm T}\Lambda_3^{\rm T}K_{\xi i}\dot e_{\xi i}+2e_{\tau i}^{\rm T}\Lambda_4^{\rm T}K_{\tau i}\dot e_{\tau i}-\\&(\dot e_{\tau i}+\Lambda_4 e_{\tau i})^{\rm T}K_{\tau i}(\dot e_{\tau i}+\Lambda_4 e_{\tau i})+\\&{\rm tr}[\tilde\theta_i^{\rm T}(\gamma\dot{\tilde\theta}_i-\varphi_i(y_i)s_{{\rm p}i}^{\rm T})]-\frac{1}{2}s_{\xi i}^{\rm T}s_{\xi i}-\\&s_{{\rm p}i}^{\rm T}\Gamma_i{\rm sgn}\,s_{{\rm p}i}-s_{\tau i}^{\rm T}P_i{\rm sgn}\,s_{\tau i},\end{aligned}\tag{30}$$

化简得

$$\begin{aligned}\dot V_i=&\ s_{{\rm p}i}^{\rm T}(-D_{i0}^{-1}K_{{\rm p}i}D_{i0}^{-\rm T}s_{{\rm p}i}-D_{i0}^{-1}e_{\xi i})-\\&\dot e_{\xi i}^{\rm T}K_{\xi i}\dot e_{\xi i}-e_{\xi i}^{\rm T}\Lambda_3^{\rm T}K_{\xi i}\Lambda_3 e_{\xi i}-\\&\frac{1}{2}s_{\xi i}^{\rm T}s_{\xi i}+s_{\xi i}^{\rm T}\dot e_{\tau i}+s_{{\rm p}i}^{\rm T}D_{i0}^{-1}e_{\tau i}-\\&\dot e_{\tau i}^{\rm T}K_{\tau i}\dot e_{\tau i}-e_{\tau i}^{\rm T}\Lambda_4^{\rm T}K_{\tau i}\Lambda_4 e_{\tau i}-s_{{\rm p}i}\varepsilon_i+\\&s_{\tau i}^{\rm T}((\hat{\bar I}_{{\rm m}i}-\bar I_{{\rm m}i})\dot v_{\tau i}+(\hat{\bar h}_{{\rm m}i}-\bar h_{{\rm m}i}))-\\&s_{{\rm p}i}^{\rm T}\Gamma_i{\rm sgn}\,s_{{\rm p}i}-s_{\tau i}^{\rm T}P_i{\rm sgn}\,s_{\tau i}\leqslant\\&-W\cdot Q_i\cdot W^{\rm T}-\dot e_{\xi i}^{\rm T}K_{\xi i}\dot e_{\xi i}+\\&((\hat{\bar I}_{{\rm m}i}-\bar I_{{\rm m}i})\dot v_{\tau i}+(\hat{\bar h}_{{\rm m}i}-\bar h_{{\rm m}i}))-\end{aligned}$$

$$(\Gamma_i - \|\varepsilon_i\|)\|s_{\mathrm{p}i}\| - s_{\tau i}^{\mathrm{T}} P_i \mathrm{sgn}\, s_{\tau i}, \tag{31}$$

式中:

$$W = [\|s_{\mathrm{p}i}\| \cdot \|D_{i0}^{-1}\| \ \ \|s_{\xi i}\| \ \ \|e_{\xi i}\| \ \ \|\dot{e}_{\tau i}\| \ \ \|e_{\tau i}\|],$$

$$Q_i = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & \lambda_3 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_1 = \lambda_{\min}[K_{\mathrm{p}i}],\ \lambda_2 = \lambda_{\min}[\Lambda_3^{\mathrm{T}} K_{\xi i} \Lambda_3],$$

$$\lambda_3 = \lambda_{\min}[K_{\tau i}],\ \lambda_4 = \lambda_{\min}[\Lambda_4^{\mathrm{T}} K_{\tau i} \Lambda_4].$$

当Q_i的顺序主子式$Q_{ij}(j = 1, 2, 3, 4, 5)$为正时, 对称矩阵$Q_i$为正定矩阵, 又有

$$Q_{i1} = \lambda_1 > 0,\ Q_{i2} = \frac{1}{2}\lambda_2 > 0,$$

$$Q_{i3} = \lambda_1\lambda_2 - \frac{1}{8} > 0,$$

$$Q_{i4} = (\frac{1}{2}\lambda_3 - \frac{1}{4})(\lambda_1\lambda_2 - \frac{1}{4}) > 0,$$

$$Q_{i5} = (\frac{1}{2}\lambda_3 - \frac{1}{4})(\lambda_4 - \frac{1}{4}\lambda_2)(\lambda_1\lambda_2 - \frac{1}{4}) > 0.$$

通过选择合适参数$K_{\mathrm{p}i}, K_{\xi i}, K_{\tau i}, \Lambda_3, \Lambda_4$, 即可使矩阵$Q_i$为正定矩阵, 进而有$\dot{V} = \sum\limits_{i=1}^{m} \dot{V}_i \leqslant 0$.

由于$\Gamma_i > \bar{\varepsilon}_i$, $\|\varepsilon_i\| < \bar{\varepsilon}_i$, 那么

$$s_{\tau i}^{\mathrm{T}}(\hat{\bar{I}}_{\mathrm{m}i} - \bar{I}_{\mathrm{m}i})\dot{v}_{\tau i} + s_{\tau i}^{\mathrm{T}}(\hat{\bar{h}}_{\mathrm{m}i} - \bar{h}_{\mathrm{m}i}) - s_{\tau i}^{\mathrm{T}} P_i \mathrm{sgn}\, s_{\tau i} \leqslant 0,$$

$$-(\Gamma_i - \|\varepsilon_i\|)\|s_{\mathrm{p}i}\| \leqslant 0.$$

进而可得$\dot{V} = \sum\limits_{i=1}^{m} \dot{V}_i \leqslant 0$.

根据李雅普诺夫稳定性理论, 该闭环系统有界, 进而$\dot{e}_{\mathrm{p}}, e_{\mathrm{p}}, \dot{e}_{\xi i}, e_{\xi i}, \dot{e}_{\tau i}, e_{\tau i}, e_{\mathrm{f}i}, x, \dot{x}$有界.

将式(20)代入式(19)可得

$$\bar{D}_{i0}(\ddot{e}_{\mathrm{p}} + \Lambda_1\dot{e}_{\mathrm{p}} + \Lambda_2\dot{e}_{\mathrm{f}i}) = -K_{\mathrm{p}i}(\bar{D}_{i0})^{-\mathrm{T}} s_{\mathrm{p}i} + \bar{D}_{i0}[\hat{\theta}_i^{\mathrm{T}}\varphi(y_i) - \Gamma_i \mathrm{sgn}\, s_{\mathrm{p}i}] + e_{\mathrm{w}i} - \rho_i.$$

公式两边分别左乘$\bar{D}_{i0}^{-1}$, 得

$$p_i(x)\dot{e}_{\mathrm{f}i} = -\ddot{e}_{\mathrm{p}} + r_i(t), \tag{32}$$

式中:

$$p_i(x) = \Lambda_2,$$

$$r_i(t) = -\Lambda_1\dot{e}_{\mathrm{p}} - \tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\varphi(y_i) + \bar{D}_{i0}^{-1}e_{\mathrm{w}i} - \bar{D}_{i0}^{-1}\varepsilon - \bar{D}_{i0}^{-1}K_{\mathrm{p}i}\bar{D}_{i0}^{-\mathrm{T}}s_{\mathrm{p}i} - \bar{D}_{i0}^{-1}\Gamma_i \mathrm{sgn}\, s_{\mathrm{p}i}.$$

由于$x, \dot{x}$有界, 所以有$\varphi(y_i)$有界, 进而有$p_i(x)$和$r_i(t)$有界, $p_i(x)$为正定矩阵.

通过差分计算, 消去加速度误差项$\ddot{e}_{\mathrm{p}}$, 式(32)可以表示为$p_1\dot{e}_{\mathrm{f}1} - p_i\dot{e}_{\mathrm{f}i}(i = 2, 3, \cdots, m)$, 进而

$$P(x)\dot{e}_{\mathrm{f}} = R(t), \tag{33}$$

式中:

$$R(t) = [r_1^{\mathrm{T}} - r_2^{\mathrm{T}} \ \ r_1^{\mathrm{T}} - r_3^{\mathrm{T}} \ \ \cdots \ \ r_1^{\mathrm{T}} - r_m^{\mathrm{T}} \ \ 0^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\dot{e}_{\mathrm{f}} = [\dot{e}_{\mathrm{f}1}^{\mathrm{T}} \ \ \dot{e}_{\mathrm{f}2}^{\mathrm{T}} \ \cdots \ \dot{e}_{\mathrm{f}m}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & -p_2 & 0 & \cdots & 0 \\ p_1 & 0 & -p_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1 & 0 & 0 & \cdots & -p_{\mathrm{m}} \\ I & I & I & \cdots & I \end{bmatrix},$$

P为可逆矩阵.

式(33)可以表示为$\dot{e}_{\mathrm{f}} = P^{-1}R$, 由$P^{-1}, R, \dot{e}_{\mathrm{f}}, \dot{e}_{\mathrm{f}i}$有界, 可得$\ddot{e}_{\mathrm{p}}$有界, 进而$\dot{s}_{\mathrm{p}i}$ 有界.

由于

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(s_{\mathrm{p}i}^{\mathrm{T}}(D_{i0})^{-1}) = \dot{s}_{\mathrm{p}i}^{\mathrm{T}}(D_{i0})^{-1} + s_{\mathrm{p}i}^{\mathrm{T}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}((D_{i0})^{-1}),$$

式中$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}((D_{i0})^{-1})$为$\dot{x}, \ddot{x}$的函数, 由上文可知$\dot{x}, \ddot{x}$均有界, 故$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}((D_{i0})^{-1})$有界, 因此上式有界.

又有$s_{\mathrm{p}i}^{\mathrm{T}}(D_{i0})^{-1}$平方可积, 通过引理1进而有$s_{\mathrm{p}i}$渐近收敛.

由内力性质, 可得

$$\sum_{i=1}^{m} s_{\mathrm{p}i} = \dot{e}_{\mathrm{p}} + \Lambda_1 e_{\mathrm{p}} = 0,$$

进而可保证e_{p}和$\dot{e}_{\mathrm{p}}$收敛至0, 通过$s_{\mathrm{p}i} = \dot{e}_{\mathrm{p}} + \Lambda_1 e_{\mathrm{p}} + \Lambda_2 e_{\mathrm{f}i}$, 得$e_{\mathrm{f}i}$收敛至0.

由于$J_{\mathrm{o}i}$满秩, 可得$e_{\mathrm{F}i}$收敛至0, 系统位置/力误差渐近收敛.

5 仿真分析(Simulation analysis)

为验证文中方法的可行性, 针对双二关节机械臂的模型进行仿真验证, 并与普通线性滑模、无时滞补偿的控制器进行比较.

机械臂i动力学模型参数:

$$D_i(q_i) = \begin{bmatrix} d_{i11}(q_i) & d_{i12}(q_i) \\ d_{i21}(q_i) & d_{i22}(q_i) \end{bmatrix},$$

$$C_i(q_i, \dot{q}_i) = \begin{bmatrix} c_{i11}(q_i, \dot{q}_i) & c_{i12}(q_i, \dot{q}_i) \\ c_{i21}(q_i, \dot{q}_i) & c_{i22}(q_i, \dot{q}_i) \end{bmatrix},$$

$$G_i(q_i) = \begin{bmatrix} g_{i1}(q_i) \\ g_{i2}(q_i) \end{bmatrix},$$

$$J_{\mathrm{e}i}(q_i) = \begin{bmatrix} j_{ei11}(q_i) & j_{ei12}(q_i) \\ j_{ei21}(q_i) & j_{ei22}(q_i) \end{bmatrix}.$$

物体动力学参数:

$$D_{\rm o}(x)=\begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & m_0 \end{bmatrix},\ C_{\rm o}(x,\dot{x})=0,$$

$$G_{\rm o}(x)=\begin{bmatrix} 0 \\ m_0{\rm g} \end{bmatrix},\ J_{\rm o}(x)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\rm T}.$$

机械臂控制器参数:

$$l_{i1}=l_{i2}=1.0\ {\rm m},\ m_{i1}=m_{i2}=1.0\ {\rm kg},$$
$$m_0=2.0\ {\rm kg},\ R=0.2\ {\rm m},\ {\rm g}=9.8\ {\rm m/s^2},$$
$$x_1(0)=0.225\ {\rm m},\ x_2(0)=0.525\ {\rm m},$$
$$x_{1{\rm d}}(t)=0.3\sin t,\ x_{2{\rm d}}(t)=0.3+0.3\sin t,$$
$$F_{{\rm Id}1}=F_{{\rm Id}2}=0.1\sin t\ {\rm N},$$
$$F_{{\rm Id}3}=F_{{\rm Id}4}=-0.1\sin t\ {\rm N},$$
$$\Lambda_1=\Lambda_2=\Lambda_3=\Lambda_4=3I_2,$$
$$K_{{\rm p}i}=K_{\xi i}=K_{\tau i}=20I_2.$$

仿真实验结果如图2–6所示. 图2表示多机械臂跟踪被抓物体的位置情况, 上半图和下半图分别表示物体x坐标方向和y坐标方向的实际位置与期望位置, 可以看出文中所设计控制器能够保证物体位置跟踪到期望的位置. 图3和图4为内力的跟踪效果图, 可以看出文中所设计控制器能够保证物体内力跟踪到期望的内力. 图5为物体内力跟踪误差, 明显看出, 加入补偿后, 内力误差能够较快的收敛到零. 图6为传统的线性滑模控制器内力误差跟踪效果图, 可以看出传统的线性滑模控制器只能保证内力误差有界, 而本文控制器能够使得内力误差渐近收敛于零, 这是由于传统的线性滑模控制器中的滑模项仅由位置误差和速度误差组成, 所以仅能保证速度误差和位置误差渐近收敛于零, 而本文将构造的内力误差项加入了线性滑模中, 并证明出设计的控制器能够使得内力误差也渐近收敛于零, 仿真结果自然亦如此.

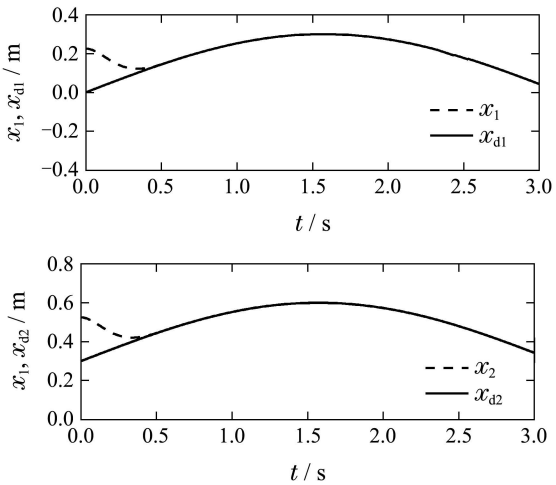

图 2 物体位置轨迹跟踪

Fig. 2 Position tracking of the object

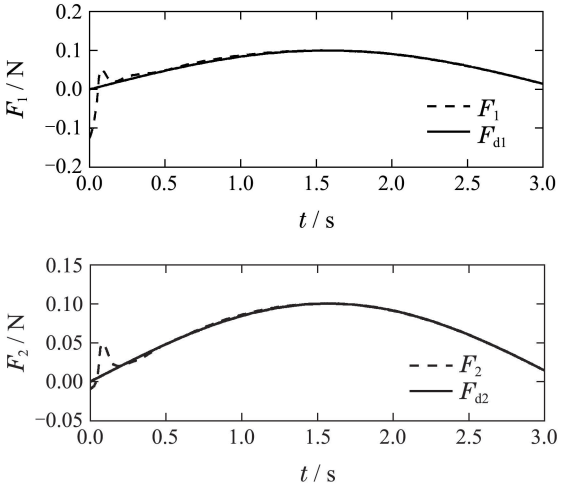

图 3 机械臂1对物体的内力跟踪

Fig. 3 Internal force tracking of the object for manipulator 1

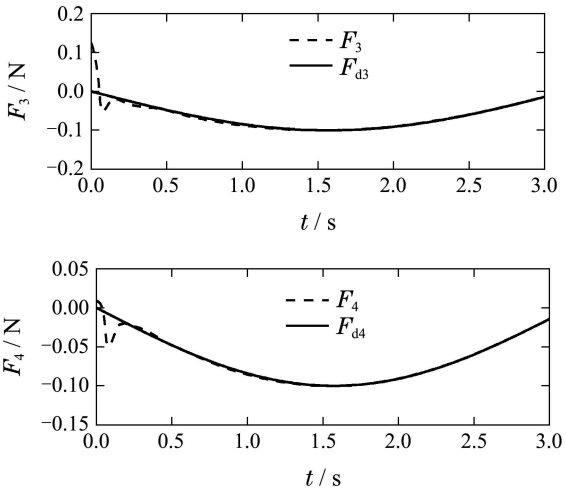

图 4 机械臂2对物体的内力跟踪

Fig. 4 Internal force tracking of the object for manipulator 2

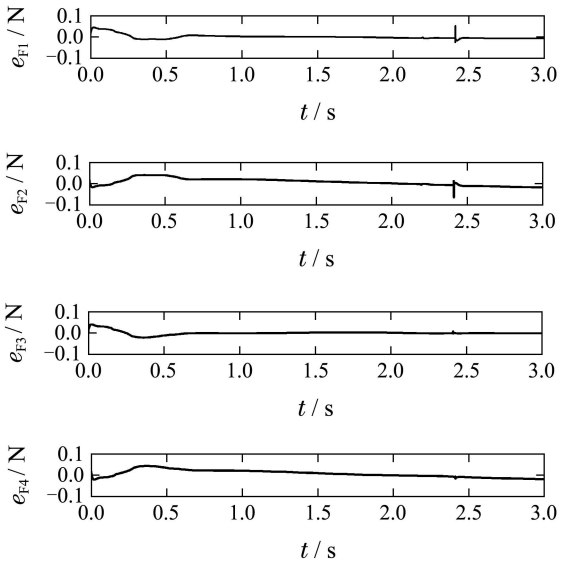

图 5 机械臂对物体的内力跟踪误差

Fig. 5 Internal force tracking errors of the object

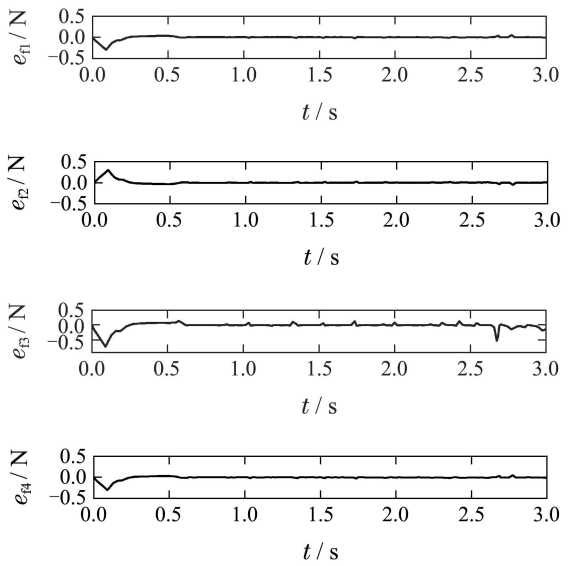

图 6 传统线性滑模内力误差

Fig. 6 Internal force error in the paper using conventional linear sliding mode

6 结论(Conclusions)

本文考虑时间滞后、关节柔性、模型参数不确定性影响下的多机械臂协同控制系统位置/力控制问题, 设计了基于神经网络自适应的改进滑模控制策略. 给出了时滞柔性关节多机械臂协同控制系统模型, 同时通过Pade近似理论, 时间滞后被近似为二阶有理分式, 并对其进行补偿. 设计一种同时包含位置误差和力误差的改进滑模控制项, 针对机械臂参数不确定问题设计了神经网络自适应控制器, 并通过李雅普诺夫理论推导证明出所设计策略能够保证位置/力误差均能够渐近收敛于零, 最终的基于Simulink的仿真图像对比证明了所设计策略的有效性和优越性.

参考文献(References):

[1] SU C Y, LEUNG T P, ZHOU Q J. Force/motion control of constrained robots using sliding mode [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(5): 668 – 672.

[2] LIAN K Y, LIN C R. Sliding-mode motion/force control of constrained robots [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(8): 1101 – 1103.

[3] CAO Q, LI S, ZHAO D, et al. Robust finite-time motion/force control for constrained robots [J]. *Australian Journal of Electrical & Electronics Engineering*, 2014, 11(3): 297 – 302.

[4] CHEN C, LIU Z. Adaptive motion/force control of robots with input nonlinearities via fuzzy logic system [C] //*2014 International Conference on Mechatronics and Control (ICMC)*. Jinzhou, China: IEEE, 2014: 11 – 15.

[5] HE W, CHEN Y, YIN Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 46(3): 620 – 629.

[6] LIU J, YI G. Neural network based adaptive dynamic surface control for flexible-joint robots [C] //*Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing, China: IEEE, 2014: 8764 – 8768.

[7] IZADBAKHSH A, FATEH M M. Robust Lyapunov-based control of flexible-joint robots using voltage control strategy [J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2014, 67(4): 1525 – 1537.

[8] CHEN Z Y, CHEN L. Singular perturbation augmented robust adaptive PD composite control for flexible-joint dual-arm space robot [J]. *Journal of Vibration & Shock*, 2015, 34(16): 79 – 84.

[9] HUANG L, GE S S, LEE T H. Position/force control of uncertain constrained flexible joint robots [J]. *Mechatronics*, 2006, 16(2): 111 – 120.

[10] LIU C, XIANG X, POIGNET P. Observer-based adaptive tracking control of rigid-link flexible-joint robot manipulators [C] //*Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*. Beijing, China: IEEE, 2010: 688 – 693.

[11] LIN T, GOLDENBERG A A. A unified approach to motion and force control of flexible joint robots [C] //*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis, USA: IEEE, 1996, 2: 1115 – 1120.

[12] BAI E W, CHYUNG D H. Improving delay estimation using the Pade approximation [C] //*Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. Brighton, UK: IEEE, 1991, 2: 2028 – 2029.

[13] PROBST A, MAGANA M E, SAWODNY O. Using a Kalman filter and a Pade approximation to estimate random time delays in a networked feedback control system [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4(11): 2263 – 2272.

[14] CHEN Mingjin, LI Shurong, CAO Qianlei. Adaptive motion/force control for rigid-link flexible-joint manipulators with time delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 217 – 223.
(陈明金, 李树荣, 曹乾磊. 时滞柔性关节机械臂自适应位置/力控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(2): 217 – 223.)

[15] FURUTA K, KOSUGE K, SHIOTE Y, et al. Master-slave manipulator based on virtual internal model following control concept [C] //*IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Raleigh, USA: IEEE, 2003: 567 – 572.

[16] GUEAIEB W, KARRAY F, AL-SHARHAN S. A robust adaptive fuzzy position/force control scheme for cooperative manipulators [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2003, 11(4): 516 – 528.

[17] WANG H, LI S, CAO Q. Adaptive position/force control of coordinated multiple manipulators based on a new sliding mode [C] //*Chinese Control and Decision Conference*. Yinchuan, China: IEEE, 2016.

[18] SUN M. A Barbalat-like lemma with its application to learning control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(9): 2222 – 2225.

作者简介:

李树荣 (1966–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为鲁棒控制、非线性控制、最优控制等, E-mail: lishuron@upc.edu.cn;

尹怀强 (1992–), 男, 硕士研究生, 研究方向为鲁棒控制、机械臂控制, E-mail: yinhuaiqang123@126.com.