

一类非线性切换系统的自适应神经动态面控制

王加朋^{1,2}, 胡跃明^{1,3}, 罗家祥^{1,3†}

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640; 2. 河南理工大学 电气与自动化学院, 河南 焦作 454000;

3. 华南理工大学 精密电子制造装备教育部工程研究中心, 广东 广州 510640)

摘要: 针对一类严格反馈型不确定非线性切换系统, 提出了一种鲁棒自适应神经动态面跟踪控制方案. 该方案在基于共同Lyapunov函数的后推法设计中引入动态面控制(dynamic surface control, DSC)技术, 利用径向基神经网络逼近构造的未知共同上界函数, 并将滤波器输出导数取代传统中间变量作为神经网络输入, 降低了网络输入维度; 同时利用Young's不等式技术有效减少了神经网络控制器的可调参数数目. 此外, 理论证明了该控制方案可以保证在任意切换下闭环系统所有信号半全局一致终结有界, 且跟踪误差在有限时间收敛到零的小邻域内. 实验结果表明了所提方法达到了很好的跟踪性能.

关键词: 神经网络控制; 切换系统; 动态面控制; 共同Lyapunov法; 后推法

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Adaptive neural dynamic surface tracking control for a class of switched nonlinear systems

WANG Jia-peng^{1,2}, HU Yue-ming^{1,3}, LUO Jia-xiang^{1,3†}

(1. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;

2. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo Henan 454000, China;

3. Engineering Research Center for Precision Electronic Manufacturing Equipments of Ministry of Education, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: An adaptive neural dynamic surface tracking control scheme is presented for a class of uncertain switched nonlinear systems in strict-feedback form under arbitrary switching. In this scheme, dynamic surface control (DSC) technology is introduced into backstepping design approach with common Lyapunov function method. The radial basis function neural network is adopted to approximate constructed unknown upper bound function, and with the help of DSC, the derivatives of filter output variables instead of traditional intermediate variables are taken as the neural network (NN) inputs. As a result, the dimension of NN inputs is reduced. Simultaneously, Yong's inequality is used to reduce the number of adjustable parameters of the control scheme. Moreover, it is proved that the proposed scheme is able to guarantee that all the signals in the resulting closed-loop system are semi-globally uniformly ultimately bounded, with tracking error converging to a small neighborhood of zero by appropriately choosing design parameters. Simulation studies are carried out to illustrate the effectiveness of the proposed control.

Key words: neural network control; switching systems; dynamic surface control; common Lyapunov function; backstepping

1 引言(Introduction)

切换系统是一种广泛存在于实际应用的特殊混杂系统^[1-3], 其稳定和跟踪控制方法的研究已经取得了一些重要成果^[4-11]. 近年来, 学者们热衷使用神经网络和后推法解决含未知函数的不确定非线性切换系统的自适应控制问题. 文献[12-16]使用多 Lyapunov

函数法和平均驻留时间技术对几类非线性切换系统分别设计了自适应神经网络控制, 然而这些成果无法应用到任意切换的情形. 对于任意切换情况, 文献[17-20]基于共同Lyapunov函数对几类反馈型不确定非线性切换系统分别提出了不同的自适应神经跟踪控制方案, 但这些方法在后推过程中每一步都需对共

收稿日期: 2017-01-18; 录用日期: 2017-05-09.

†通信作者. E-mail: luojx@scut.edu.cn; Tel.: +86 20-87114489.

本文责任编辑: 武玉强.

国家自然科学基金项目(61573146), 国家科技重大专项(2014ZX02503-3), 中央高校业务经费项目资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61573146), National Science and Technology Major Project of China (2014ZX02503-3) and Fundamental Research Funds for the Central Universities of China.

同虚拟控制求导, 导致了神经网络控制器输入变量急剧增多, 设计的控制器随着系统阶数增高越来越复杂, 即存在参数膨胀问题. 文献[21]对一类纯反馈型非线性切换系统使用后推法和共同Lyapunov函数法提出了一种自适应神经跟踪控制方法, 虽然该法在推导中采用一阶滤波器避免了对虚拟控制求导, 但随后设计的神经网络补偿了滤波器边界误差的影响, 与传统动态面控制^[22]相比, 增加了神经网络的输入维度, 导致网络计算仍较复杂. 此外, 文献[17, 20–21]的成果还存在自适应调节参数过多的不足.

针对上述研究的不足, 本文对一类广义的严格反馈型不确定非线性切换系统, 结合后推法、共同Lyapunov函数法和动态面技术设计了一种鲁棒自适应神经动态面跟踪控制方案. 该方案在基于共同Lyapunov函数的后推法设计中引入动态面技术, 利用径向基(radial basis function, RBF)神经网络^[23]逼近构造的未知共同上界函数, 并将滤波器输出导数取代传统的中间变量作为神经网络输入, 减少了网络输入维度; 同时利用Young's不等式技术有效减少了网络控制器的可调参数数目. 此外, 理论证明了该控制方案可以保证在任意切换下闭环系统所有信号半全局一致终结有界, 且跟踪误差在有限时间收敛到零的小邻域内; 并给出了控制器、自适应律和动态面的设计参数满足收敛性的条件.

符号: $\mathbb{R}^n$ 表示 n -维欧式空间; 矩阵上标 T 表示转置; $M > 0$ ($M < 0$)表示矩阵正定(负定); $\|\cdot\|$ 代表欧式范数; 文中假定所有矩阵和向量满足代数运算的维数.

2 问题描述及预备(Problem formulation and preliminaries)

考虑如下类单输入单输出非线性切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i) + g_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i)x_{i+1} + d_{i,\sigma(t)}(t, x), \\ \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f_{n,\sigma(t)}(x) + g_{n,\sigma(t)}(x)u + d_{n,\sigma(t)}(t, x), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i]^T \in \mathbb{R}^i$, $i = 1, 2, \dots, n$, $n \geq 2$; $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 是可测量的系统状态变量, 切换信号 $\sigma(t): [0, +\infty) \mapsto \Xi = \{1, 2, \dots, m\}$ 是不可测量的未知分段连续常数, Ξ 是有限的紧集, 当 $\sigma(t) = k$ 时表示第 k 个子系统激活; $g_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i)$, $f_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i)$ 为未知光滑函数; 输入控制 u , 系统输出 y ; $d_{i,\sigma(t)}(t, x)$ 是未知外部干扰不确定项, 假定切换信号在有界的时间区间内发生有限个切换数, 系统状态在切换时刻不发生跳变, 状态轨迹是处处连续的.

控制目标是设计一个鲁棒自适应神经网络控制器

使得系统在任意切换信号作用下的输出信号 y 能够跟踪一个给定的期望轨迹 y_d , 闭环系统半全局一致终结有界, 跟踪误差在有限时间收敛到一个零的任意小邻域内.

基本假设:

假设 1 光滑非线性函数 $g_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i)$ 有不变的已知符号且有界即 $0 < g_{i0} \leq |g_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i)| \leq g_{i1}$, $\forall \bar{x}_i \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$, 其中: g_{i0} 和 g_{i1} 为未知正常数, Ω 是紧集, 不失一般性, 假定 $g_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i) > 0$.

假设 2 参考输入 $x_d = [y_d \ \dot{y}_d \ \ddot{y}_d] \in \Omega_d$ 连续可测, $\Omega_d = \{x_d | y_d^2 + \dot{y}_d^2 + \ddot{y}_d^2 \leq B_0\}$, B_0 为已知正常数.

假设 3 对 $1 \leq i \leq n$, 存在紧集 $\Omega = \{\bar{x}_i\}$ 上未知非负连续函数 $D_{i,k}(\bar{x}_i)$, 使得 $\forall (t, x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$, 有 $|d_{i,\sigma(t)}(t, x)| \leq D_{i,k}(\bar{x}_i)$.

这里采用如下RBF网络(2)逼近在紧集 Ω_Z 上任意连续函数 $\varphi(Z): \mathbb{R}^q \mapsto \mathbb{R}$,

$$\varphi_{nn}(Z) = \sum_{i=1}^l w_i s_i(Z) = W^T S(Z), \quad (2)$$

其中: $Z \in \Omega_Z \subset \mathbb{R}^q$ 是输入向量, q 是网络输入维数, $W = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_l]^T$ 是权值向量, l 为网络节点数. $S(Z) = [s_1(Z) \ s_2(Z) \ \dots \ s_l(Z)]^T \in \mathbb{R}^l$ 是基函数向量, 其中每个元素为高斯函数, 即

$$s_i(Z) = \exp\left[-\frac{(Z - \mu_i)^T(Z - \mu_i)}{\Psi_i}\right],$$

μ_i 是高斯函数的中心, Ψ_i 是高斯函数的宽度.

文献[23]已经证明了上述神经网络可以在紧集 Ω_Z 上以任意精度逼近任意连续函数 $\varphi(Z): \mathbb{R}^q \mapsto \mathbb{R}$ 有

$$\varphi(Z) = W^{*T} S(Z) + \varepsilon(Z), \quad (3)$$

其中: W^* 是理想权值向量, $\varepsilon(Z)$ 近似误差且满足 $|\varepsilon(Z)| \leq \varepsilon^*$, ε^* 为误差上界.

3 主要结果(Main results)

3.1 自适应神经动态面控制器设计 (Adaptive neural DSC design)

本节结合动态面控制、后推法、共同Lyapunov函数法和RBF网络逼近方法对系统(1)设计一种鲁棒自适应神经网络动态面控制器, 共需要 n 步, 定义误差动态面坐标变换:

$$z_i = x_i - \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

其中 $\beta_1 = y_d$, 对于 $i = 2, 3, \dots, n$, β_i 是第 i 步中虚拟控制 α_i 通过一阶滤波器的输出. 为了方便设计, 定义

$$V_{zi} = \frac{z_i^2}{2}. \quad (5)$$

Step i ($1 \leq i \leq n-1$) 考虑系统(1), 由定义(4), 对其求导为

$$\dot{z}_i = f_{i,k}(\bar{x}_i) + g_{i,k}(\bar{x}_i)x_{i+1} + d_{i,k}(t, x) - \dot{\beta}_i. \quad (6)$$

从式(5)中选择函数 V_{zi} , 对其求导为

$$\dot{V}_{zi} = z_i \dot{z}_i. \quad (7)$$

根据假设(3), 利用Young's不等式有

$$|z_i d_{i,k}| \leq |z_i| D_{i,k}(\bar{x}_i) \leq \frac{1}{p_i^2} z_i^2 D_{i,k}^2(\bar{x}_i) + \frac{p_i^2}{4}, \quad (8)$$

其中 p_i 是非零设计参数.

并将式(6)(8)代入式(7)整理可得

$$\dot{V}_{zi} \leq g_{i,k}(\bar{x}_i) z_i x_{i+1} + z_i h_{i,k}(Z_i) + \frac{p_i^2}{4}, \quad (9)$$

其中:

$$Z_i = [\bar{x}_i \ z_i \ \dot{\beta}_i]^T, \\ h_{i,k}(Z_i) = f_{i,k}(\bar{x}_i) + \frac{1}{p_i^2} z_i D_{i,k}^2(\bar{x}_i) - \dot{\beta}_i.$$

令光滑函数 $H_i(Z_i)$ 满足

$$z_i h_{i,k}(Z_i) \leq z_i H_i(Z_i) + \lambda_i, \quad (10)$$

其中 $\lambda_i > 0$ 是设计常数, 这是因为 $f_{i,k}(\bar{x}_i)$ 和 $D_{i,k}(\bar{x}_i)$, $k \in \Xi$ 是连续函数, 紧集 Ξ 是有限的. 使用RBF网络 $W_i^{*T} S_i(Z_i)$ 逼近 $H_i(Z_i)$ 可得

$$H_i(Z_i) = W_i^{*T} S_i(Z_i) + \epsilon_i(Z_i), \quad (11)$$

其中 $\epsilon_i(Z_i)$ 是逼近误差, 将上式(11)代入式(10)左边并利用Young's不等式可得

$$z_i H_i(Z_i) \leq \frac{g_{i0} \theta_i^*}{2a_i^2} S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) z_i^2 + \frac{a_i^2}{2g_{i0}} + z_i \epsilon_i(Z_i), \quad (12)$$

其中 $\theta_i^* = \|W_i^*\|^2$, a_i 为非零设计参数.

将式(10)(12)代入式(9)可得

$$\dot{V}_{zi} \leq g_{i,k}(\bar{x}_i) z_i x_{i+1} + \frac{g_{i0} \theta_i^*}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i^2 + z_i \epsilon_i(Z_i) + E_i, \quad (13)$$

其中 $E_i = \frac{p_i^2}{4} + \frac{a_i^2}{2g_{i0}} + \lambda_i$.

现构造共同虚拟控制 α_{i+1} 为

$$\alpha_{i+1} = -k_i z_i - \frac{\hat{\theta}_i}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i, \quad (14)$$

其中 $k_i > 0$ 是控制器设计参数, 估计参数 $\hat{\theta}_i$ 后面给出.

让虚拟控制 α_{i+1} 作为输入通过一阶滤波器输出为 β_{i+1} , 滤波器时间常数为 τ_{i+1} .

$$\begin{cases} \tau_{i+1} \dot{\beta}_{i+1} + \beta_{i+1} = \alpha_{i+1}, \\ \beta_{i+1}(0) = \alpha_{i+1}(0). \end{cases} \quad (15)$$

为了获得跟踪性能和跟踪边界, 定义边界层误差

$$e_{i+1} = \beta_{i+1} - \alpha_{i+1}. \quad (16)$$

由定义式(4)(16)可知

$$x_{i+1} = z_{i+1} + e_{i+1} + \alpha_{i+1} = z_{i+1} + e_{i+1} - k_i z_i - \frac{\hat{\theta}_i}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i. \quad (17)$$

将式(17)代入式(13), 由Young's不等式, 计算可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{zi} &\leq g_{i,k}(\bar{x}_i) z_i (z_{i+1} + e_{i+1}) - g_{i0} k_i z_i^2 - \\ &\quad \frac{g_{i0} \hat{\theta}_i}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i^2 + \frac{g_{i0} \theta_i^*}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i^2 + \\ &\quad z_i \epsilon_i(Z_i) + E_i \leq \\ &\quad (-g_{i0} k_i + 3) z_i^2 + \frac{g_{i1}^2}{4} z_{i+1}^2 + \\ &\quad \frac{g_{i1}^2}{4} e_{i+1}^2 + \frac{g_{i0} \tilde{\theta}_i}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i^2 + E_i + \eta_i(Z_i), \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\eta_i(Z_i)$ 是连续非负函数且满足

$$\frac{1}{4} \varepsilon_i^2(Z_i) = \eta_i(Z_i). \quad (19)$$

注意到 $\dot{\beta}_{i+1} = \frac{\alpha_{i+1} - \beta_{i+1}}{\tau_{i+1}} = -\frac{e_{i+1}}{\tau_{i+1}}$, 并且利用式(14)(16)可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i+1} &= -\frac{e_{i+1}}{\tau_{i+1}} + [k_i \dot{z}_i + \frac{\tilde{\theta}_i}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 (\dot{z}_i^2) + \\ &\quad \frac{\dot{\tilde{\theta}}_i}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 z_i^2 + \frac{\tilde{\theta}_i}{2a_i^2} z_i^2 \frac{d\|S_i(Z_i)\|^2}{dt}]. \end{aligned} \quad (20)$$

根据假设3可推得, 存在非负连续函数 $\gamma_{i+1}(\bar{z}_{i+1}, \bar{e}_{i+1}, \tilde{\theta}_i, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$ 满足

$$|\dot{e}_{i+1} + \frac{e_{i+1}}{\tau_{i+1}}| \leq \gamma_{i+1}(\bar{z}_{i+1}, \bar{e}_{i+1}, \tilde{\theta}_i, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \quad (21)$$

由式(20)–(21)可得

$$\begin{aligned} e_{i+1} \dot{e}_{i+1} &\leq -\frac{e_{i+1}^2}{\tau_{i+1}} + |e_{i+1}| \gamma_{i+1} \leq \\ &\quad -\frac{e_{i+1}^2}{\tau_{i+1}} + \frac{e_{i+1}^2 \gamma_{i+1}^2}{4\varpi_{i+1}} + \varpi_{i+1}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\varpi_{i+1} > 0$ 是正的设计参数.

Step n 由定义式(4), 对其求导为

$$\dot{z}_n = f_{n,k}(\bar{x}_n) + g_{n,k}(\bar{x}_n) u + d_{n,k}(t, x) - \dot{\beta}_n. \quad (23)$$

根据假设3, 并利用Young's不等式有

$$|z_n d_{n,k}| \leq |z_n| D_{n,k}(\bar{x}_n) \leq \frac{1}{p_n^2} z_n^2 D_{n,k}^2(\bar{x}_n) + \frac{p_n^2}{4}, \quad (24)$$

其中 p_n 是非零设计参数.

将式(5)对时间求导, 将式(4)(24)代入整理可得

$$\dot{V}_{zn} = z_n \dot{z}_n \leq$$

$$g_{n,k}(\bar{x}_n)z_n u + z_n h_{n,k}(Z_n) + \frac{p_n^2}{4}, \quad (25)$$

其中:

$$Z_n = [\bar{x}_n \ z_n \ \dot{\beta}_n]^T, \\ h_{n,k}(Z_n) = f_{n,k}(\bar{x}_n) + \frac{1}{p_n^2} z_n D_{n,k}^2(\bar{x}_n) - \dot{\beta}_n.$$

类似前面 $n-1$ 步的讨论, 可以设计控制律为

$$u = -k_n z_n - \frac{\hat{\theta}_n}{2a_n^2} \|S_n(Z_n)\|^2 z_n, \quad (26)$$

其中: $k_n > 0$ 是控制器设计参数, a_n 为非零设计参数, 估计参数 $\hat{\theta}_n$ 后面给出.

将上式代入式(25), 利用 Young's 不等式可得

$$\dot{V}_{zn} \leq (-g_{n0}k_n + 1)z_n^2 + \frac{g_{n0}\hat{\theta}_n}{2a_n^2} \|S_n(Z_n)\|^2 z_n^2 + E_n + \eta_n(Z_n), \quad (27)$$

其中: $E_n = \frac{p_n^2}{4} + \frac{a_n^2}{2g_{n0}} + \lambda_n$, η_n 是连续非负函数且满足

$$\frac{1}{4}\varepsilon_n^2(Z_n) = \eta_n(Z_n). \quad (28)$$

3.2 稳定性分析(Stability analysis)

对上节 n 步中的每一步中给出自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\Gamma_i}{2a_i^2} z_i^2 \|S_i(Z_i)\|^2 - \Gamma_i \varsigma_i \hat{\theta}_i, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (29)$$

其中 Γ_i 和 ς_i 是正参数.

定理 1 在假设 1-3 条件下, 考虑一类非线性切换系统(1), 设计控制律(26)和自适应律(29), 则对于给定的正常数 c 使得有界初始条件满足 $V(0) \leq c$, 并存在满足式(30)的参数 $k_i, \Gamma_i, \varsigma_i, \tau_{i+1}$ 使得闭环系统所有信号半全局一致终结有界, 并且在有限时间 T_1 内跟踪误差最终收敛到原点的小邻域内:

$$\begin{cases} k_i \geq g_{i0}^{-1} \left(3 + \frac{g_{(i-1)1}^2}{4} + \frac{\kappa_0}{2} \right), \quad i=1, \dots, n-1, \\ k_n \geq g_{n0}^{-1} \left(1 + \frac{g_{(n-1)1}^2}{4} + \frac{\kappa_0}{2} \right), \\ \frac{1}{\tau_{i+1}} \geq \frac{N_{i+1}^2}{4\varpi_{i+1}} + \frac{g_{i1}^2}{4} + \frac{\kappa_0}{2}, \quad i=1, \dots, n-1, \\ \kappa_0 \leq \min_{1 \leq i \leq n} \{\varsigma_i \Gamma_i\}, \end{cases} \quad (30)$$

其中: $g_{01}=0$, $N_i (i=2, 3, \dots, n)$ 的取值在下面证明过程中定义.

证 考虑 Lyapunov 函数

$$V = \sum_{i=1}^n V_{zi} + \sum_{i=2}^n \frac{e_i^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{g_{i0}}{2\Gamma_i} \tilde{\theta}_i^2. \quad (31)$$

将式(31)对时间求导

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \dot{V}_{zi} + \sum_{i=2}^n e_i \dot{e}_i - \sum_{i=1}^n \frac{g_{i0}}{\Gamma_i} \tilde{\theta}_i \dot{\tilde{\theta}}_i. \quad (32)$$

将式(18)(22)(27)代入式(32)整理, 利用式(29)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^{n-1} (-g_{i0}k_i + 3 + \frac{g_{(i-1)1}^2}{4}) z_i^2 + \\ & (-g_{n0}k_n + 1 + \frac{g_{(n-1)1}^2}{4}) z_n^2 + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} (-\frac{e_{i+1}^2}{\tau_{i+1}} + \frac{g_{i1}^2 e_{i+1}^2}{4} + \frac{e_{i+1}^2 \gamma_{i+1}^2}{4\varpi_{i+1}} + \varpi_{i+1}) + \\ & \sum_{i=1}^n (E_i + \eta_i) + \sum_{i=1}^n g_{i0} \varsigma_i \tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i, \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $g_{01}=0$. 注意到 $\hat{\theta}_i = \theta_i^* - \tilde{\theta}_i$,

$$\tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i = \tilde{\theta}_i (\theta_i^* - \tilde{\theta}_i) \leq \frac{\theta_i^{*2}}{2} - \frac{\tilde{\theta}_i^2}{2}. \quad (34)$$

对给定的任意正常数 c , 如果 $V=c$, 那么

$$\Omega = \left\{ \sum_{i=1}^n [z_i^2 + \frac{g_{i0}}{\Gamma_i} \tilde{\theta}_i^2] + \sum_{i=2}^n e_i^2 \leq 2c \right\}$$

是紧集, 由假设 2 可知 Ω_d 是紧集, 说明 $\Omega_d \times \Omega$ 也是紧集. 显然连续函数 γ_i 在都定义在紧集 $\Omega_d \times \Omega$ 上且有最大值为 $N_i, i=2, \dots, n$.

令

$$v = \sum_{i=1}^n (E_i + \eta_i + \frac{g_{i0} \varsigma_i \theta_i^{*2}}{2}) + \sum_{i=1}^{n-1} \varpi_{i+1}, \quad (35)$$

将式(30)(34)代入式(33)整理, 并考虑到式(35)得到

$$\dot{V} \leq -\kappa_0 V + v. \quad (36)$$

当 $V=c$ 时, 如果取 $\kappa_0 > \frac{v}{c}$, 则有 $\dot{V} \leq 0$, 所以 $V \leq c$ 是一个不变集. 上式(36)保证了初始条件 $V(0) \leq c (\forall t \geq 0)$ 成立. 从式(36)可得

$$V(t) \leq \frac{v}{\kappa_0} + (V(0) - \frac{v}{\kappa_0}) \exp(-\kappa_0 t), \quad (37)$$

所以由式(31)(37)可知闭环系统所有信号都是半全局一致终结有界的. 进一步容易得到

$$\sum_{i=1}^n z_i^2 \leq 2 \frac{v}{\kappa_0} + 2V(0) \exp(-\kappa_0 t), \quad (38)$$

上式(38)说明对于给定的误差, 一定存在有限时间 T_1 , 当时间 $t > T_1$ 时, 可以通过选择适当的设计参数使得跟踪误差 z_i 在有限时间 T_1 达到零的任意小邻域内.

注 1 在定理 1 中, 如果神经网络节点数 l 足够大, 且系统所有变量的初值条件满足 $V(0) \leq c$, 从式(36)–(38)容易得到, 当 c 取值满足 $c > \frac{v}{\kappa_0}$ 时, 闭环系统所有信号均是有界的; 再由式(37)可知所有变量初值都在某个紧集内(直径大于 $\sqrt{\frac{2v}{\kappa_0}}$ 的闭球内), 所以得到稳定结果是半全局一致终结有界的, 而非 Lagrange 稳定(全局一致终结有界). 但是, 所提控制方案中的 c 可以选择任意大的正值, 因此在实际应用中条件 $V(0) \leq c$ 不受限制.

4 实验分析(Simulation studies)

考虑带有界干扰的切换非线性系统有两个子系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \exp(-0.5x_1) + (1 + 2x_1^2)x_2 + \\ \quad 0.2x_1 \sin(x_2t), \\ \dot{x}_2 = x_1x_2^2 + (1 + 0.5 \sin(x_1x_2))u(t) + \\ \quad 0.6x_1x_2 \cos(0.5t). \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 + (1 + 5x_1 \tanh x_1)x_2 + \\ \quad 0.3 \cos(1.5t), \\ \dot{x}_2 = x_2 \ln(1 + x_1^2x_2^2) + (3 + \cos x_2)u(t) + \\ \quad 0.5x_2^2 \sin(1.6t). \end{cases} \quad (40)$$

期望轨迹 $y_d(t) = 0.5 \sin(0.5t) + 0.5 \sin(1.5t)$, 可以验证实验系统和期望轨迹满足文中研究条件.

根据定理1的结论, 选择自适应神经动态面控制律

$$u = -k_2 z_2 - \frac{\hat{\theta}_2}{2a_2^2} \|S_2(Z_2)\|^2 z_2,$$

虚拟控制取(14), 一阶滤波器(15)和自适应律(29), 实验中设置参数为

$$k_1 = 50, k_2 = 62, l_1 = l_2 = 30,$$

$$a_1 = 0.2, a_2 = 0.1, \Gamma_1 = 12, \Gamma_2 = 15,$$

$$\varsigma_1 = 0.1, \varsigma_2 = 0.5, \tau_2 = 0.002, \Psi_1 = 2,$$

$\mu_i (i = 1, 2, \dots, l_1)$ 均匀分布在 $[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5]$, $\Psi_2 = 4$, $\mu_i (i = 1, 2, \dots, l_2)$ 均匀分布在

$$[-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [-1.5, 1.5] \times [0, 3] x(0) = [-0.1, 0.5]^T,$$

$$\hat{\theta}_1(0) = \hat{\theta}_2(0) = 0.$$

给定随机切换信号 $\sigma(t)$ 如图1所示, 纵轴1和2分别表示子系统式(39)和式(40).

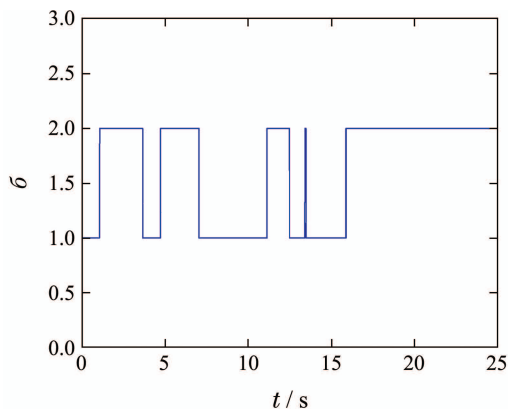


图1 切换信号

Fig. 1 The time profile of switching signal

仿真结果如图2-7所示. 图2结果表明系统在有界干扰下输出 y 很好的跟踪上了期望轨迹, 图3说明跟踪误差保持在一个零的小邻域内, 由图2和图3可以看出设计的控制律和自适应律使得切换系统在有界干扰下达到了很好的跟踪性能. 图4是控制输入. 图5-7说明了系统的所有信号是终结有界的. 仿真结果说明本文控制方法具有较强的鲁棒性和很好的跟踪性能.

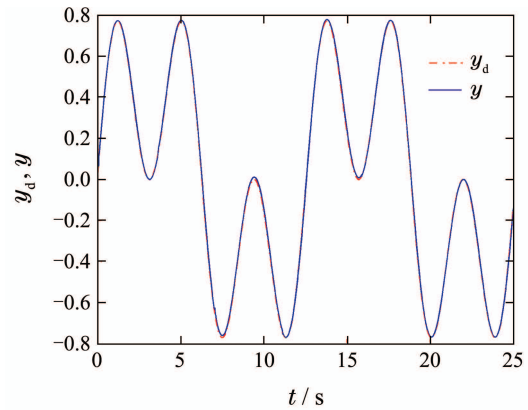


图2 输出 y 和跟踪轨迹 y_d

Fig. 2 Output y and tracking trajectory y_d

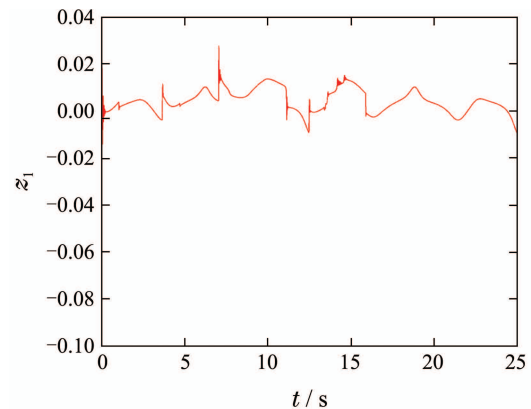


图3 跟踪误差 z_1

Fig. 3 Response of tracking error z_1

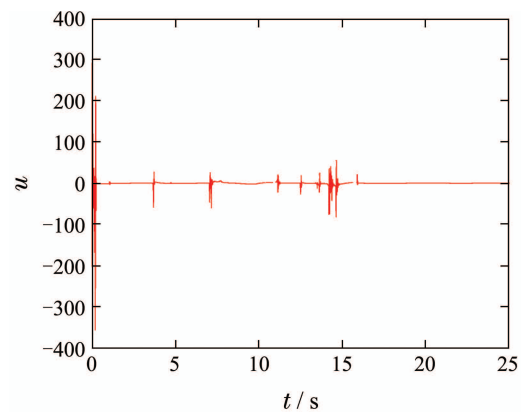
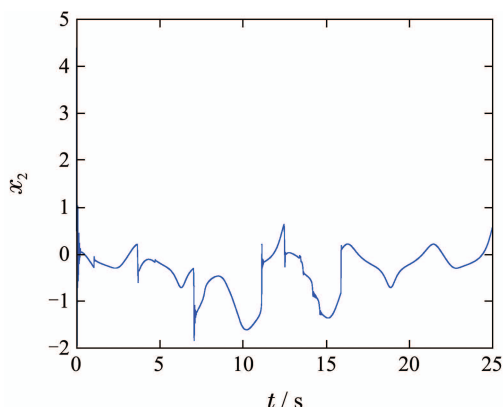
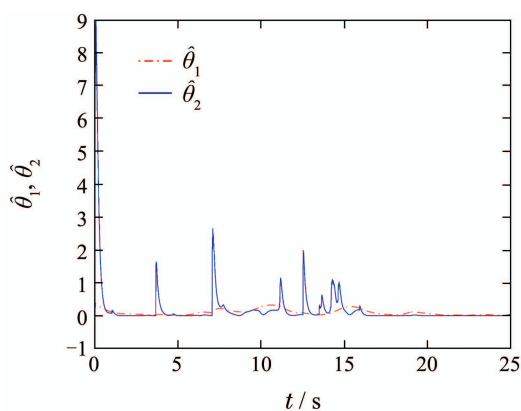
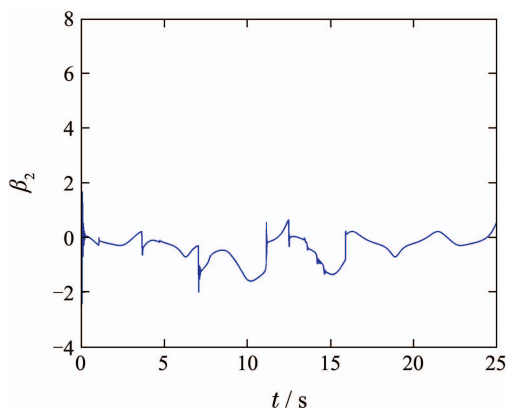


图4 控制输入 $u(t)$

Fig. 4 Control input $u(t)$

图 5 状态 x_2 Fig. 5 The state trajectory of x_2 图 6 估计参数 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ Fig. 6 Responses of $\hat{\theta}_1$ and $\hat{\theta}_2$ 图 7 β_2 的状态曲线Fig. 7 The response of β_2

5 结论(Conclusions)

本文研究了一类严格反馈型不确定性切换非线性系统跟踪控制问题, 结合后推法、共同Lyapunov函数法和动态面技术提出了一种任意切换下的鲁棒自适应神经动态面跟踪控制方案, 在后推中使用DSC而避免对虚拟控制反复求导, 利用RBF网络逼近构造的未知共同上界函数, 且将滤波器输出的导数取代传统的中间变量作为神经网络输入, 有效减少了设计神经网络

输入维度, 同时利用Young's不等式技术有效减少了网络控制器的可调参数数目。从理论上证明了该控制方案使得在任意切换信号下闭环系统所有信号半全局一致终结有界, 且跟踪误差收敛到零的任意小邻域内。实验验证了所提控制方案有效性, 结果表明了该法具有较高的应用潜力。

参考文献(References):

- [1] DAYAWANSA W P, MARTIN C F. A converse Lyapunov theorem for a class of dynamical systems which undergo switching [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(4): 751 – 760.
- [2] LIBERZON D. *Switching in Systems and Control* [M]. Boston MA: Birkhäuser, 2003.
- [3] SUN Z, GE S S. *Switched Linear Systems: Control and Design* [M]. London: Springer-Verlag, 2005.
- [4] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. *IEEE Transactions Automatic Control*, 1998, 43(4): 475 – 482.
- [5] HE Zhaolan, WANG Mao, CUI Yang. Sliding mode control for a class of switched systems based on reduced-order observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(6): 704 – 708.
(何召兰, 王茂, 崔阳. 一类切换系统基于观测器的滑模降阶控制 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(6): 704 – 708.)
- [6] XIAO Huimin, ZHAO Lin, WANG Chunhua. Robust sliding-mode control for a class of uncertain switched systems with time-delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(11): 1621 – 1626.
(肖会敏, 赵林, 王春花. 不确定时滞切换系统的鲁棒滑模控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(11): 1621 – 1626.)
- [7] SHORTEN R, WIRTH F, MASON O, et al. Stability criteria for switched and hybrid systems [J]. *SIAM Review*, 2005, 49(4): 545 – 592.
- [8] SUN Z, GE S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems [J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 181 – 195.
- [9] HESPANHA J P, MORSE A S. Switching between stabilizing controllers [J]. *Automatica*, 2002, 38(11): 1905 – 1917.
- [10] EL-FARRA N H, MHASKAR P, CHRISTOFIDES P D. Output feedback control of switched nonlinear systems using multiple lyapunov functions [J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(12): 1163 – 1182.
- [11] MA R, ZHAO J. Backstepping design for global stabilization of switched nonlinear systems in lower triangular form under arbitrary switchings [J]. *Automatica*, 2010, 46(11): 1819 – 1823.
- [12] YU L, FEI S, YANG G. A neural network approach for tracking control of uncertain switched nonlinear systems with unknown dead-zone input [J]. *Circuits Syst Signal Process*, 2015, 34(8): 2695 – 2710.
- [13] LONG L, ZHAO J. Adaptive output-feedback neural control of switched uncertain nonlinear systems with average dwell time [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(7): 1350 – 1362.
- [14] LONG L, ZHAO J. Switched-observer-based adaptive neural control of MIMO switched nonlinear systems with unknown control gains [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(7): 1696 – 1709.
- [15] YU L, FEI S, LI X. RBF neural networks-based robust adaptive tracking control for switched uncertain nonlinear systems [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2012, 10(2): 437 – 443.
- [16] HOU Y, TONG S. Adaptive fuzzy output-feedback control for a class of nonlinear switched systems with unmodeled dynamics [J]. *Neurocomputing*, 2015, 168(2): 200 – 209.

- [17] CAI M, XIANG Z. Adaptive neural finite-time control for a class of switched nonlinear systems [J]. *Neurocomputing*, 2015, 155(C): 177 – 185.
- [18] NIU B, LI L. Adaptive neural network tracking control for a class of switched strict-feedback nonlinear systems with input delay [J]. *Neurocomputing*, 2016, 173(P3): 2121 – 2128.
- [19] ZHENG X, ZHAO X, LI R, et al. Adaptive neural tracking control for a class of switched uncertain nonlinear systems [J]. *Neurocomputing*, 2015, 168(C): 320 – 326.
- [20] HAN T T, GE S S, LEE T H. Adaptive neural control for a class of switched nonlinear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2009, 58(2): 109 – 118.
- [21] JIANG B, SHEN Q, SHI P. Neural-networked adaptive tracking control for switched nonlinear pure-feedback systems under arbitrary switching [J]. *Automatica*, 2015, 61(C): 119 – 125.
- [22] SWAROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [23] SANNER R M, SLOTINE J J E. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 – 863.

作者简介:

王加朋 (1985–), 男, 博士研究生, 目前主要研究切换系统、学习控制理论、神经网络控制等, E-mail: fox007wjp@126.com, learningwjp@gmail.com;

胡跃明 (1960–), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事非线性控制理论、精密电子制造, E-mail: auymhu@scut.edu.cn;

罗家祥 (1979–), 女, 副教授, 主要从事优化调度、精密电子检测的研究, E-mail: luojx@scut.edu.cn.