第 35 卷第 4 期
2018 年 4 月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 35 No. 4
Apr. 2018

DOI: 10.7641/CTA.2017.70087

近似时间最优的舵机多模位置控制策略

杨赟杰，朱纪洪[†]，和 阳

(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

摘要: 高超声速飞行器要求其伺服作动系统具有高动态高精度的特性, 针对传统控制方法难以兼顾系统动态和精度的难题, 本文设计了一种近似时间最优的舵机多模位置控制策略. 首先建立了以一阶惯性环节串联积分器表征舵机输入输出特性的特征模型. 然后以相平面为分析工具, 给出了其近似时间最优控制的切换区; 在切换区外以快速性为目标而采用bang-bang最优控制, 在切换区内以避免振荡和超调为目标而采用bang-bang次优控制; 为提高稳态性能, 在小误差时时采用线性控制. 实验表明, 该方法响应快速, 避免了振荡和超调, 很好地满足了对伺服作动系统高动态高精度的要求.

关键词: 伺服作动系统; 特征模型; 一阶惯性环节; 最大值原理; 时间最优; 切换区

引用格式: 杨赟杰, 朱纪洪, 和阳. 近似时间最优的舵机多模位置控制策略. 控制理论与应用, 2018, 35(4): 468 – 474

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Multi-mode position control strategy with approximate time-optimal for actuator

YANG Yun-jie, ZHU Ji-hong[†], HE Yang

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Hypersonic vehicle requires its servo actuator systems have high dynamic and high precision features. Due to conventional control methods are difficult to balance system dynamics and precision, a multi-mode position control strategy with approximate time-optimal for actuator is designed in this paper. First, the actuator characteristic model, which is a first order inertia link in series with integrator, is established to express its input-output feature. Then, with phase plane as the analysis tool, the switching zone of approximate time-optimal control is given. At the outside of switching zone, the bang-bang optimal control is applied for rapidity. And at the inside of switching zone, the bang-bang suboptimal control is proposed to avoid oscillation and overshoot. PD control is used at the linear zone for high accuracy in steady state. Experiments indicate that the system response under the algorithm is rapid, with almost zero oscillation and zero overshoot. The control strategy satisfies the requirement of high dynamic and high precision on the servo actuator systems very well.

Key words: servo actuator systems; characteristic model; first order inertial link; maximum principle; time-optimal; switching zone

Citation: YANG Yunjie, ZHU Jihong, HE Yang. Multi-mode position control strategy with approximate time-optimal for actuator. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(4): 468 – 474

1 引言(Introduction)

高超声速飞行器飞行速度快、动压高、舵面惯量大、负载转矩不确定、要求伺服作动系统具有高动态高精度的特性[1]. 随着多电技术的快速发展, 以电静液作动器(electro hydrostatic actuator, EHA)和机电作动器(electro mechanical actuator, EMA)为主要实现方式的功率电传(power by wire, PBW)伺服作动系统在高超声速飞行器上逐渐得到应用[2]. 与传统的液压系统相比, EHA在提高作动效率的同时降低了作动器重量, 但需要解决频率带宽降低的难题[3]; EMA则具有更高的功率密度, 余度技术在其上的应用也增强了可靠性, 但需要优秀控制律的保证[4]. 传统的PID控制虽然结构简单, 却很难达到舵机的性能要求. 而其他如自适应、动态逆、滑模等经典非线性控制方法[5–8], 理论上能达到较好的控制效果, 但工程实现上存在一些难题.

时间最优控制(time optimal control, TOC)是在前苏联数学家Pontryagin等人提出的最大值原理基础上发展而来的一种bang-bang控制方案, 其特点是控制量都取边界值, 而且不断地从一个边界值切换到另一

收稿日期: 2017−02−19; 录用日期: 2017−11−22.
[†]通信作者. E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn; Tel.: +86 10-62796706.
本文责任编委: 胡跃明.
国家自然科学基金项目(61603210, 61673240)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61603210, 61673240).

个边界值, 构成一种最大量的控制[9–10]. 一般情况下, 伺服系统可按简单的双积分模型表征, 针对该模型, TOC在相平面中的位移–速度偏差切换轨线为简单的二次抛物线, 文献[11–12]分别提出了连续和离散系统的自适应近似时间最优伺服控制律(proximate time-optimal servomechanisms, PTOS), 其将TOC的切换轨线上下平移一定的速度误差量, 从而形成切换区, 并当系统处于小跟踪误差时, 将时间最优控制切换为线性控制, 两者的目的是为了避免TOC在实际应用中存在的振颤问题, 增强了系统的鲁棒性, 但都是以牺牲了系统的动态性能为代价的. 以上述PTOS为基础开展的研究工作相对较多[13–18], 文献[13]提出了一种新的增益调度方案, 使得系统闭环阻尼系数可以保持在一个预先给定值, 从而通过在系统减速段和调节段预先设置不同的阻尼, 加快系统响应的同时又保证系统超调较小. 文献[14]在PTOS的基础上添加了动态阻尼控制, 使得PTOS中的加速度折算因子可以任意趋近1, 降低了PTOS对振颤处理的保守性. 上述方法均是为了提高系统的动态和稳态性能, 但同时带来了实现上的复杂性.

伺服作动系统在控制中一般由位置环和速度环嵌套组成, 高超声速飞行器舵机位置环带宽较高, 速度环难以满足相对于外环优良的跟踪性能, 因此不能忽略速度环动态特性, 而上述控制方法均针对双积分模型设计, 无法直接应用于高超声速飞行器舵机控制. 若考虑速度环动态特性时, 时间最优控制律的设计相对复杂, 现有研究工作较少, 文献[19]仅给出了基本的时间最优控制律, 但并未考虑其在实际系统中因无法准确切换带来的超调和振荡; 文献[20]全面地分析了bang-bang控制在二阶系统中的普适应用, 但相对冗杂, 难以应用到伺服系统中去.

本文针对高超声速飞行器舵机的特性, 设计了一种近似时间最优控制方法. 首先, 对舵机进行特征建模[21–22], 根据系统对动态、稳态性能及带宽的要求, 采用一阶惯性环节串联积分器表征舵机的输入输出特性. 然后, 以相平面为工具, 给出了其近似时间最优控制的bang-bang控制切换区和线性控制区, 切换区的目的是为了避免振荡和超调, 线性区的目的是为了提高控制精度. 实验表明, 该算法动态特性快, 控制精度高, 很好地满足了对伺服作动系统高动态高精度的要求.

2 舵机特征模型 (Actuator characteristic model)

特征建模是将高超声速飞行器伺服作动系统的动力学特征、工作环境及控制目标等要求相结合的一种建模方法. 特征模型并不是对象的精确数学模型, 其与传统动力学建模的最大区别是结合了系统控制的性能要求, 因此易于控制器设计, 工程实现方便. 特征建模主要根据控制量与要求输出变量之间的特征关系, 由特征变量与特征参量组成特征模型, 在相同输入控制作用下, 与实际对象相比, 特征模型的动态输出能保持在允许的误差范围内, 且稳态输出相等[22–24].

包含速度环和位置环的舵回路闭环框图如图1所示. 动力学模型中: $A_{\mathrm{r}}(s)$为舵机位置参考输入, $A(s)$为舵机位置; $\omega_{\mathrm{r}}(s)$为舵机给定转速, $\omega(s)$为舵机转速; $U(s)$为给定电压, $T_{\mathrm{f}}(s)$为负载力矩; $G_{\mathrm{p}}(s)$和$G_{\omega}(s)$分别为广义的位置环和速度环控制器. L和R分别为电机电枢电路的电感和电阻, J为电机及其负载的转动惯量, C_{m}为电机转矩系数, C_{e}为反电势系数, i为减速器的减速比. 高超声速飞行器伺服作动系统要求控制性能达到高动态和高精度的特点, 这就对系统位置环的动态响应和带宽提出了较高要求, 位置闭环的动力学特性可用二阶系统描述, 如式(1)所示:

$$A(s) = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2} A_{\mathrm{r}}(s). \tag{1}$$

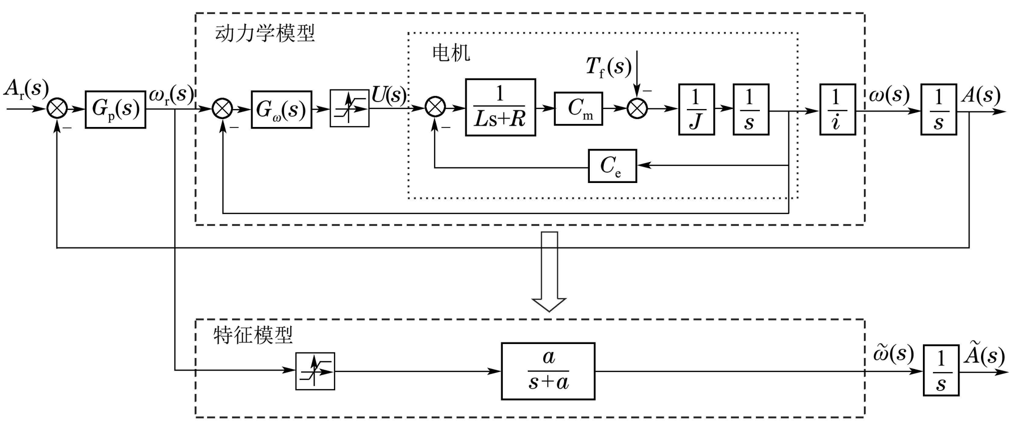

图 1 舵机动力学模型及特征模型原理框图

Fig. 1 Dynamical model and characteristic model of Actuator

根据式(1), 对包含速度环控制器的舵系统进行特征建模, 其可等价为由一个一阶惯性环节串联积分器组成的连续时间特征模型, 如图1所示, 由舵机给定转速至舵机转速$\tilde{\omega}(s)$的传递函数为一阶惯性环节, 由舵机转速$\tilde{\omega}(s)$至舵机位置$\tilde{A}(s)$的传递函数为积分环节, 即

$$\tilde{\omega}(s)=\frac{a}{s+a}\omega_{\mathrm{r}}(s), \tag{2}$$

$$\tilde{A}(s)=\frac{1}{s}\tilde{\omega}(s). \tag{3}$$

式(2)表示的特征模型对于输入指令无差, 而由于速度环机械特性刚度较高, 负载对速度输出的影响很小, 输出也基本无差, 因此整个特征模型有着较高的精度. 特征参数的选取需根据高超声速飞行器舵系统的通频带及控制目标决定, 是对舵机动态特性的反应, 一般地, 可取一阶惯性环节的特征参数$a=3\omega_n\sim 5\omega_n$, 而速度限幅上限为饱和速率值. 至此, 得到了以一阶惯性环节串联积分器表征舵机输入输出特性的特征模型, 下将建立近似时间最优控制策略, 以保证伺服作动系统所需要的高动态和高精度的要求.

3 近似时间最优控制(Proximate time-optimal control)

由第1节建立的舵系统的特征模型, 以传递函数描述的位置环被控对象为

$$G(s)=\frac{a}{s(s+a)}. \tag{4}$$

将其转化到状态空间下表示, 其相应的时间最优控制问题描述如下:

$$\min_u J=\int_0^{t_{\mathrm{f}}}\mathrm{d}t,$$
$$\text{s.t.}\ \begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_2(t),\\ \dot{x}_2(t)=-ax_2(t)+au(t),\\ \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{x}_0,\ \boldsymbol{x}(t_{\mathrm{f}})=0,\ |u|\leqslant\omega_{\mathrm{m}},\end{cases} \tag{5}$$

式中: u即为舵机的参考转速ω_{r}, 设舵机最大转速为ω_m, 则有$|u(t)|=|\omega_{\mathrm{r}}(t)|\leqslant\omega_{\mathrm{m}}$. 对于调节系统, $x_1(t)=A(t)$为舵机位置, $x_2(t)=\omega(t)$为舵机转速; 对于跟踪系统, $x_1(t)=e(t)=A(t)-A_{\mathrm{r}}(t)$为舵机位置偏差量, $x_2(t)=\dot{e}(t)$为位置偏差的导数. 时间最优控制的目标为通过寻找控制律$u(t)$, 使得系统从初态$\boldsymbol{x_0}$调整到零点的时间最短. 式(5)对应的Hamilton函数为

$$H(x(t),u(t),\lambda(t),t)=$$
$$1+\lambda_1(t)x_2(t)+\lambda_2(t)(-ax_2(t)+au(t)), \tag{6}$$

则协态方程

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)=-\frac{\partial H}{\partial\boldsymbol{x}}\Rightarrow\begin{cases}\dot{\lambda}_1(t)=0,\\ \dot{\lambda}_2(t)=-\lambda_1(t)+a\lambda_2(t).\end{cases} \tag{7}$$

解该微分方程, 有

$$\begin{cases}\lambda_1(t)=C_1,\\ \lambda_2(t)=C_2\mathrm{e}^{at}+\dfrac{C_1}{a},\end{cases} \tag{8}$$

其中C_1,C_2均为常量, 由最大值原理, 要使H全局最小, 控制量取值为

① 当$\lambda_2(t)>0$时, 取$u(t)=-\omega_{\mathrm{m}}$;

② 当$\lambda_2(t)<0$时, 取$u(t)=\omega_{\mathrm{m}}$.

下分析当控制量按上述两种情况取值时系统状态的变化, 进而建立时间最优控制的切换轨线及切换区.

3.1 切换轨线求解(Switching trajectory acquisition)

当$u(t)=\omega_{\mathrm{m}}$时, 式(5)所示系统方程为

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_2(t),\\ \dot{x}_2(t)=-ax_2(t)+a\omega_{\mathrm{m}},\\ x_1(0)=x_{10},\ x_2(0)=x_{20}.\end{cases} \tag{9}$$

解式(9)得

$$\begin{cases}x_1(t)=x_{10}+\omega_{\mathrm{m}}t+\dfrac{1}{a}(x_{20}-\omega_{\mathrm{m}})(1-\mathrm{e}^{-at}),\\ x_2(t)=x_{20}\mathrm{e}^{-at}+\omega_{\mathrm{m}}(1-\mathrm{e}^{-at}).\end{cases} \tag{10}$$

式(10)中, 消去时间量t, 则有

$$ax_1+x_2+\omega_{\mathrm{m}}\ln\frac{x_2-\omega_{\mathrm{m}}}{C_3}=aC_4+\omega_{\mathrm{m}}, \tag{11}$$

其中:

$$C_3=x_{20}-\omega_{\mathrm{m}},\ C_4=x_{10}+\frac{x_{20}}{a}-\frac{\omega_{\mathrm{m}}}{a}.$$

式(11)表示一曲线族, 其意义为系统中任一状态在控制量$u(t)=\omega_{\mathrm{m}}$作用下, 都将按该曲线族运动. 其中时间最优控制的切换轨线是通过原点的那一条曲线, 将原点代入式(11), 则有

$$\omega_{\mathrm{m}}\ln\frac{-\omega_{\mathrm{m}}}{C_3}=aC_4+\omega_{\mathrm{m}}. \tag{12}$$

再将式(12)等式关系代入式(11), 则得到了一条切换轨线为

$$l_1:\ ax_1+x_2+\omega_{\mathrm{m}}\ln(1-\frac{x_2}{\omega_{\mathrm{m}}})=0. \tag{13}$$

取式(13)中$x_2<0$的部分(如图2), 其表明的意义是该切换轨线l_1上的任何一状态(x_1,x_2)都可以在正最大控制量ω_{m}的作用下到达原点.

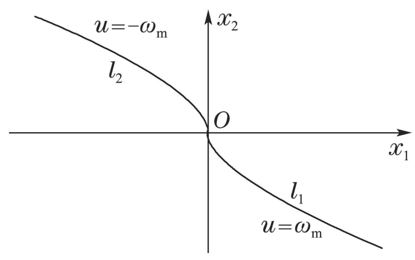

图 2 时间最优控制切换轨线

Fig. 2 Switching curve of time optimal control

同上求解过程, 当$u(t)=-\omega_{\rm m}$时, 可得其状态运动的曲线族(14)和切换轨线(15)如下:

$$ax_1+x_2-\omega_{\rm m}\ln\frac{x_2+\omega_{\rm m}}{C_3'}=aC_4'-\omega_{\rm m},\quad(14)$$

$$l_2:\ ax_1+x_2-\omega_{\rm m}\ln(1+\frac{x_2}{\omega_{\rm m}})=0,\quad(15)$$

其中:

$$C_3'=x_{20}+\omega_{\rm m},\ C_4'=x_{10}+\frac{x_{20}}{a}+\frac{\omega_{\rm m}}{a}.$$

取式(15)中$x_2>0$的部分(如图2), 其表明的意义是切换轨线l_2上的任何一状态(x_1,x_2)都可以在负最大控制量$-\omega_{\rm m}$的作用下到达原点.

在实际系统中, 需考虑舵系统的速度饱和特性. 如图3, 对l_1-o-l_2构成的切换轨线, 式(5)所对应的时间最优控制律如下:

① 当系统状态点(x_1,x_2)在切换轨线下方时, 取控制量$u(t)=\omega_{\rm m}$, 系统将按式(11)所示曲线族运动, 其中将舵机转速限幅为$\omega_{\rm m}$;

② 当系统状态点(x_1,x_2)在切换轨线上方时, 取控制量$u(t)=-\omega_{\rm m}$, 系统将按式(14)所示曲线族运动, 其中将舵机转速限幅为$-\omega_{\rm m}$;

③ 当系统状态点(x_1,x_2)在切换轨线l_1上, 控制量$u(t)=\omega_{\rm m}$; 当系统状态点(x_1,x_2)在在切换轨线l_2上, 控制量$u(t)=-\omega_{\rm m}$.

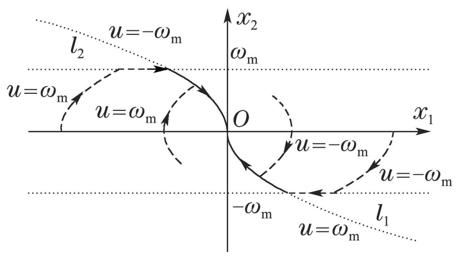

图 3 考虑速度限幅的时间最优控制律示意图

Fig. 3 Time optimal control with speed saturation

3.2 切换区和线性区设计(Switching and linear zone design)

时间最优控制律应用到实际系统中时, 由于离散化的采样周期和测量精度等限制, 使得系统很难在切换轨线上准确切换和在原点准确停留, 从而引起振荡和超调, 导致系统控制精度下降. 为解决该问题, 针对一阶惯性环节串联积分器的舵机特征模型, 本文设计了近似时间最优(proximate time-optimal, PTO)控制算法, 即: 将切换轨线拓宽为切换区, 在切换区内综合系统状态点(x_1,x_2)的位置和系统运动轨线解算出能让其到达原点的控制量; 并当位置量x_1小于一定阈值时, 系统切换为线性控制. 切换区保证了系统的快速性, 同时避免了振荡和超调; 线性区则保证了系统在原点的准确停留, 提高了控制精度.

如图4, l_1,l_2即为式(13)(15)表示的切换轨线, 切换区由l_1与l_1^*围成的区域和l_2与l_2^*围成的区域组成(图中深灰色所示), 线性区为$|x_1|<d$ 部分(图中浅灰色所示). 切换区下边界l_1^*的确定规则是:

求解切换区控制量下界$u=\omega_0$, 使得对

$$l_1^*:\ ax_1+x_2+\omega_0\ln(1-\frac{x_2}{\omega_0})=0,\quad(16)$$

当$x_1>d$时, 切换区边界l_1^*上的状态点(x_1^*,x_2^*)在$u(t)=-\omega_{\rm m}$作用下经过一个采样周期T到达状态点$(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2)$时仍然处于切换区另一边界$l_1$上方, 即保证在实际系统控制中系统状态会在某一时刻停留在切换区内, 而不是直接跨越切换区. 下面建立具体方法. l_2^*与之类似, 不再重复.

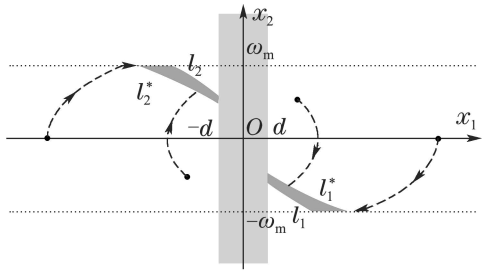

图 4 切换区和线性区示意图

Fig. 4 Switching zone and linear zone

由系统的状态运动规律式(10), 当$u(t)=-\omega_{\rm m}$时, 以$(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2)$为终态, (x_1^*,x_2^*)为初态, 在一个采样周期T中, 有如下运动学关系:

$$\begin{cases}\tilde{x}_1=x_1^*-\omega_{\rm m}T+\dfrac{1}{a}(x_2^*+\omega_{\rm m})(1-{\rm e}^{-aT}),\\ \tilde{x}_2=x_2^*{\rm e}^{-aT}-\omega_{\rm m}(1-{\rm e}^{-aT}),\end{cases}\quad(17)$$

则有

$$\begin{aligned}&a\tilde{x}_1=\\&-(\tilde{x}_2+\omega_{\rm m})-a\omega_{\rm m}T+ax_1^*+x_2^*+\omega_{\rm m}=\\&-\tilde{x}_2-a\omega_{\rm m}T-\omega_0\ln(1-\frac{x_2}{\omega_0}),\end{aligned}\quad(18)$$

即得$(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2)$关系式为

$$\tilde{l}_1:\ a\tilde{x}_1+\tilde{x}_2+\omega_0\ln(1-\frac{\tilde{x}_2}{\omega_0})=-a\omega_{\rm m}T.\quad(19)$$

式(19)表示l_1^*上的状态(x_1^*,x_2^*)在$u(t)=-\omega_{\rm m}$作用下经过一个采样周期T到达的状态点构成的曲线. 由式(13)与式(19), 即可确定切换区控制量下界值$u=\omega_0$, 即也得到了切换区边界l_1^*, 具体步骤如下:

Step 1　如图5, 计算l_1和$\tilde{l}_1$的交点$(\tilde{x}_{10},\tilde{x}_{20})$. 将线性区边界$\tilde{x}_{10}$=$d$代入式(13), 作变换有等价形式

$$\begin{aligned}&a\tilde{x}_{10}+\tilde{x}_{20}+\omega_{\rm m}\ln(1-\frac{\tilde{x}_{20}}{\omega_{\rm m}})=0\Rightarrow\\&\ln(1-\frac{\tilde{x}_{20}}{\omega_{\rm m}})-(-\frac{\tilde{x}_{20}}{\omega_{\rm m}}-\frac{a\tilde{x}_{10}}{\omega_{\rm m}})=0,\end{aligned}\quad(20)$$

此即$f(y)=\ln(1+y)-(y-b_0)=0$的形式, 其中: $y=\tilde{x}_{20}/\omega_m$, $b_0=a\tilde{x}_{10}/\omega_m>0$. 可采用二分法求解$y$, 即也求得$\tilde{x}_{20}=-\omega_{\rm m}\cdot y$. 步骤如下:

① 确定y的取值范围$[y_1,y_2]$, 记$y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}$为其等分节点, 允许误差为ϵ;

② 计算$f(y_0),f(y_1),f(y_2)$, 若$f(y_0)<\epsilon$, 则取$y^*=y_0$, 停止迭代; 否则, 转至③;

③ 若$f(y_1)\cdot f(y_0)<0$, 则置$y_2=y_0$; 若$f(y_0)\cdot f(y_2)<0$, 则置$y_1=y_0$; 取缩减后区间的中点$y_0=\dfrac{y_1+y_2}{2}$, 转至②.

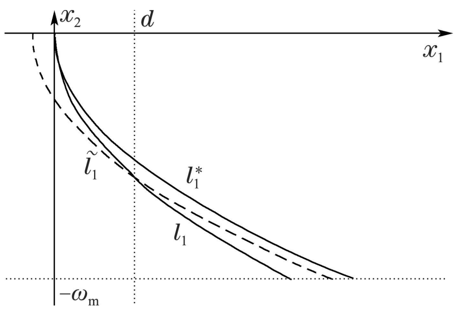

图 5 切换区曲线位置关系

Fig. 5 Curves of switching zone

Step 2 如图5, 确定切换区边界l_1^*. 将交点$(\tilde{x}_{10},\tilde{x}_{20})$代入式(19), 作变换有等价形式:

$$\begin{aligned}&a\tilde{x}_{10}+\tilde{x}_{20}+\omega_0\ln(1-\frac{\tilde{x}_{20}}{\omega_0})=-a\omega_{\rm m}T\Rightarrow\\&\ln(1-\frac{\tilde{x}_{20}}{\omega_0})=-\frac{(a\omega_{\rm m}T+a\tilde{x}_{10}+\tilde{x}_{20})}{\omega_0}=\\&(1+\frac{a\omega_{\rm m}T+a\tilde{x}_{10}}{\tilde{x}_{20}})\cdot(-\frac{\tilde{x}_{20}}{\omega_0}),\end{aligned}\tag{21}$$

此即$f(z)=\ln(1+z)-k\cdot z=0$的形式, 其中: $z=-\tilde{x}_{20}/\omega_0$, $k=1+(a\omega_mT+a\tilde{x}_{10})/\tilde{x}_{20}<1$, 与Step 1类似, 同样可利用二分法求解$z$, 即得到了$\omega_0=-\tilde{x}_{20}/z$, 由式(16), 则确定了切换区边界$l_1^*$.

确定了切换区的上下边界l_1与l_1^*, 对切换区内状态(x_1,x_2), 其控制量$u(t)=\omega_{\rm c}\in[\omega_0,\omega_{\rm m}]$满足

$$ax_1+x_2+\omega_{\rm c}\ln(1-\frac{x_2}{\omega_{\rm c}})=0.\tag{22}$$

由式(22)确定控制量$u(t)=\omega_{\rm c}$的数值解法与式(21)类似, 不再重复.

上述结果是针对第四象限的结果分析, 对第二象限, 由图形对称性, 有切换区下界l_2^*:

$$ax_1+x_2-\omega_0\ln(1+\frac{x_2}{\omega_0})=0.\tag{23}$$

对l_2与l_2^*构成的切换区内状态(x_1,x_2), 其控制量$u(t)=-\omega_{\rm c}\in[-\omega_{\rm m},-\omega_0]$满足

$$ax_1+x_2-\omega_{\rm c}\ln(1+\frac{x_2}{\omega_{\rm c}})=0.\tag{24}$$

由式(24)确定控制量$u(t)=-\omega_{\rm c}$的数值解法与式(21)类似, 不再重复.

线性区边界d主要根据舵机的实际线性范围确定, 即受实际系统的母线电压、逆变器容量、电机本身速率饱和值等的影响. d的大小反应在系统响应上主要影响系统的调节时间, 由上述推导可见, 过大的线性区边界将使得切换区下边界控制量ω_0减小, 轨线开口变小, 从而次优控制区(切换区)增大, 最优控制区减小, 导致系统调节时间增长, 线性区过小会导致系统在原点无法准确停留, 从而带来超调.

3.3 控制律建立(Control law summary)

由第3.1节和第3.2节的推导分析, 参照图4, 针对一阶惯性环节串联积分器的近似时间最优控制律如下:

① 线性区外切换区上部的状态点(x_1,x_2), 取控制量$u(t)=-\omega_{\rm m}$;

② 线性区外切换区下部的状态点(x_1,x_2), 取控制量$u(t)=\omega_{\rm m}$;

③ 第四象限切换区内的状态点(x_1,x_2), 由式(22)解算控制量$u(t)=\omega_{\rm c}$;

④ 第二象限切换区内的状态点(x_1,x_2), 由式(24)解算控制量$u(t)=-\omega_{\rm c}$;

⑤ 线性区内, 采用PD控制, 其中比例控制对应于系统状态x_1, 微分控制对应于系统状态x_2.

3.4 稳定性分析(Stability analysis)

PTO控制主要涉及到两次切换, 分别是由bang-bang最优控制律到次优控制律的切换和次优控制律到线性控制律的切换. 由于其切换区和线性区的建立是主要是基于被控对象状态的运动规律, 因此其切换是一种可控的切换, 稳定性得以保证, 下作主要推导分析.

以第四象限的切换为例, 如图6, 系统状态在最优控制律$u(t)=-\omega_{\rm m}$下经轨线l_1^*切入次优控制区, 记其为$(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2)$, 则其一定满足

$$a\tilde{x}_1+\tilde{x}_2+\omega_0\ln(1-\frac{\tilde{x}_2}{\omega_0})\geqslant-a\omega_{\rm m}T.\tag{25}$$

此即系统一定会在某个采样时刻进入切换区而不是直接穿越导致系统振荡, 保证了该次切换的稳定性. 当系统进入切换区后, 控制量$u(t)=\omega_{\rm c}\in[\omega_0,\omega_{\rm m}]$, 状态点的运动轨线即为式(22), 在相平面上表现为介于l_1^*与l_1之间切换进入线性区, 保证了第2次切换的稳定性. 当系统进入线性区后, 采用PD控制, 其位置闭环传递函数为

$$G(s)=\frac{a(k_{\rm d}s+k_{\rm p})}{s^2+a(1+k_{\rm d})s+ak_{\rm p}}.\tag{26}$$

显然, 若$1+k_{\rm d}>0$, $k_{\rm p}>0$, 则保证了线性区内系统的稳定性. 综上, PTO控制律的切换是稳定的.

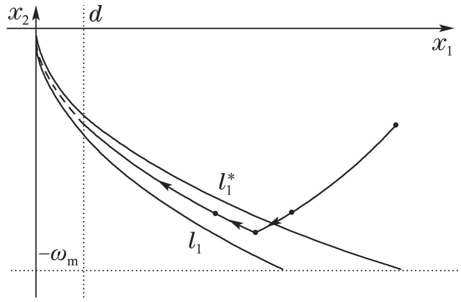

图 6 相轨迹运动示意图

Fig. 6 Sketch map of phase trajectory

4 实例仿真(Instance simulation)

本文以某型舵机为例, 分析其输入输出特性, 舵机行程为±50 mm, 额定转速为±300 mm/s, 速度环带宽为30 Hz. 建立以一阶惯性环节串联积分器表征舵机输入输出特性的特征模型, 其特征参数 $a=30\times 2\pi$ rad/s, 速度限幅为±300 mm/s, 采样时间为2 ms. 舵机位置控制器分别采用PD, TO和PTO三种方法.

利用经典的ZN临界比例调度法整定得到的控制器参数分别如下: PD控制中, $K_p=218,\ K_d=0.75$; TO控制中, 最大控制量$|u|=\omega_m=0.3$ m/s; PTO控制中, 线性区范围为$|x_1|\leqslant d=0.5$ mm, 线性区内采用PD控制, 其中: $K_p=383,\ K_d=2.2$. 下分别以阶跃和正弦信号为例, 说明PTO的优势所在.

4.1 仿真 1(Simulation 1)

首先输入幅值为2.5 mm的阶跃信号, 其PD, TO和PTO三种控制律的输出信号如图7所示, 表1对控制器的性能作了对比. 从图中可以看出, 与TO控制相比, 本文提出的PTO控制方法消除了其振荡和超调的现象, 控制精度更高; 与PD控制相比, 系统超调均基本为0, 而PTO的调节时间约减少了31%, 动态性能更优.

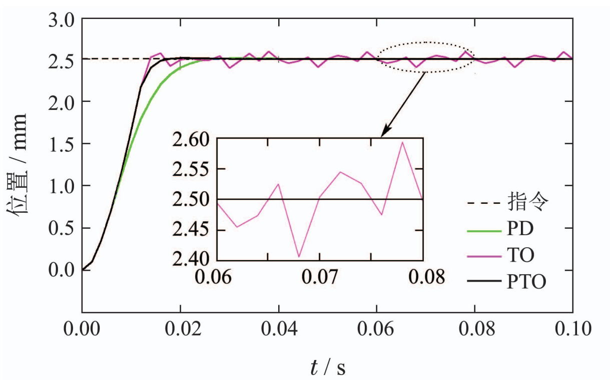

图 7 2.5 mm阶跃输入时不同控制方法下的系统响应

Fig. 7 Output responses with 2.5 mm step commanded input

表 1 控制器性能对比

	PD	TO	PTO
调节时间/ms	20.3	12.8	14.0
超调量/%	0.6	3.0	0.6

进一步从系统的速度变化说明PTO的优势所在, 输入幅值为15 mm的阶跃信号, PD, TO和PTO三种控制律的位置输出信号如图8所示, 速度变化趋势如图9所示, 图中可以看出3种控制律作用下, 速度量均受到了饱和限幅的作用. 与TO控制相比, PTO消除了速度振荡现象, 系统速度可平滑地趋于0; 与PD控制相比, PTO 制动过程更快, 需要约10 ms便可从最大速度减速到零, 而PD控制则需要约26 ms之多. PTO总体性能更优.

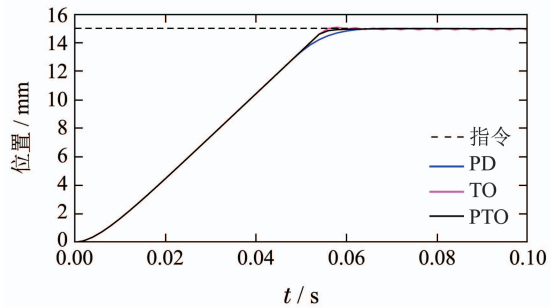

图 8 15 mm阶跃输入时不同控制方法下的系统响应

Fig. 8 Output responses with 15 mm step commanded input

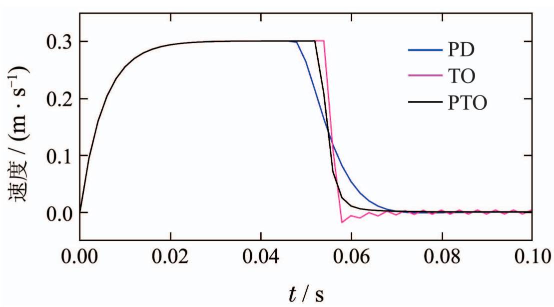

图 9 15 mm阶跃输入时不同控制方法下的系统速度变化图

Fig. 9 Velocity responses with 15 mm step commanded input

4.2 仿真 2(Simulation 2)

输入幅值为2.5 mm、频率为10 Hz的正弦信号, 其PD, TO和PTO三种控制律的输出信号如图10所示. 从图中可以看出, TO能够很好地跟踪系统参考输入, 但是存在振荡的现象; PD 控制的相位延迟约为16.6°, PTO控制的相位延迟约为9.4°, 减少了约43.5%, 整体表现更加优异.

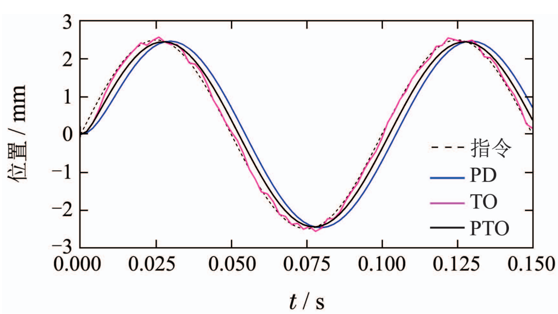

图 10 正弦输入时不同控制方法下的系统响应

Fig. 10 Output responses with sine commanded input

5 结论(Conclusions)

高超声速飞行器要求其伺服作动系统具有高动态高精度的特性, 对此本文设计了一种近似时间最优的舵机多模位置控制策略. 考虑舵机速度环动态特性, 建立了以一阶惯性环节串联积分器表征舵机输入输出特性的特征模型, 设计了该模型的近似时间最优控制律, 其将位移–速度相平面划分为切换区外、切换区内和线性区3个部分, 控制律相应地包括3种模态: 切换区外采用bang-bang最优控制、切换区内采用bang-bang次优控制、线性区采用PD控制. 实验表明, 与TO控制相比, PTO 避免了振荡和超调; 与 PD 控制相比, PTO调节时间更短, 响应更快, 总体很好地满足了对伺服作动系统高动态高精度的要求.

参考文献(References):

[1] SUN Changyin, MU Chaoxu, YU Yao. Some control problems for near space hypersonic vehicles [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1901 – 1913.
(孙长银, 穆朝絮, 余瑶. 近空间高超声速飞行器控制的几个科学问题研究 [J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1901 – 1913.)

[2] QI H T, FU Y L, QI X Y, et al. Architecture optimization of more electric aircraft actuation system [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, 24(4): 506 – 513.

[3] ALLE N, HIREMATH S S, MAKARAM S, et al. Review on electro hydrostatic actuator for flight control [J]. *International Journal of Fluid Power*, 2016, 17(2): 125 – 145.

[4] DERRIEN J C, SECURITE S D. Electromechanical actuator (EMA) advanced technologies for flight controls [C] //*International Congress of the Aeronautical Sciences*. Brisbane, Australia: ICAS, 2012: 1 – 10.

[5] HAN S I, LEE J M. Adaptive dynamic surface control with sliding mode control and RWNN for robust positioning of a linear motion stage [J]. *Mechatronics*, 2012, 22(2): 222 – 238.

[6] BIANCO C G L, PIAZZI A. A servo control system design using dynamic inversion [J]. *Control Engineering Practice*, 2002, 10(8): 847 – 855.

[7] ZOU Quan, QIAN Lingfang, JIANG Qingshan. Adaptive fuzzy sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor servo systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(6): 817 – 822.
(邹权, 钱林方, 蒋清山. 永磁同步电机伺服系统的自适应模糊滑模控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(6): 817 – 822.)

[8] YAO J, JIAN Z, MA D. Adaptive robust control of DC motors with extended state observer [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(7): 3630 – 3637.

[9] SAERENS B, DIEHL M, VAN DEN BULCK E. Optimal control using pontryagin's maximum principle and dynamic programming [J]. *Automotive Model Predictive Control*, 2010: 119 – 138.

[10] HU Jingao, CHENG Guoyang. Robust proximate time-optimal control with application to a motor servo system [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2014, 29(7): 163 – 172.
(胡金高, 程国扬. 鲁棒近似时间最优控制及其在电机伺服系统的应用 [J]. 电工技术学报, 2014, 29(7): 163 – 172.)

[11] WORKMAN M L, KOSUT R L, FRANKLIN G F. Adaptive proximate time-optimal servomechanisms: continuous time case [C] //*American Control Conference*. Minnesota, USA: IEEE, 1987: 589 – 594.

[12] WORKMAN M L, KOSUT R L, FRANKLIN G F. Adaptive proximate time-optimal servomechanisms: discrete-time case [C] //*The 26th IEEE Conference on Decision and Control*. Los Angeles, USA: IEEE, 1987: 1548 – 1553.

[13] CHOI Y M, JEONG J, GWEON D G. A novel damping scheduling scheme for proximate time optimal servomechanisms in hard disk drives [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2006, 42(3): 468 – 472.

[14] SALTON A T, CHEN Z, FU M. Improved control design methods for proximate time-optimal servomechanisms [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2012, 17(6): 1049 – 1058.

[15] NAGI F, AHMED S K, ABIDIN A A Z, et al. Fuzzy bang-bang relay controller for satellite attitude control system [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(15): 2104 – 2125.

[16] DHANDA A, FRANKLIN G F. An improved 2-DOF proximate time optimal servomechanism [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2009, 45(5): 2151 – 2164.

[17] XU X, ZHU Y. Uncertain bang-bang control for continuous time model [J]. *Cybernetics and Systems*, 2012, 43(6): 515 – 527.

[18] LI Shurong, ZHANG Qiang. Smooth and time-optimal trajectory planning for computer numerical control systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(2): 192 – 198.
(李树荣, 张强. 计算机数控系统光滑时间最优轨迹规划 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(2): 192 – 198.)

[19] PARK M H, WON C Y. Time optimal control for induction motor servo system [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 1991, 6(3): 514 – 524.

[20] CASAS E. Second order analysis for bang-bang control problems of PDEs [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2012, 50(4): 2355 – 2372.

[21] ZHU Jihong, HE Yang, HUANG Zhiyi. Characteristic model-based approach for actuator fault diagnosis [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(2): 640 – 650.
(朱纪洪, 和阳, 黄志毅. 舵机特征模型及其故障检测方法 [J]. 航空学报, 2015, 36(2): 640 – 650.)

[22] MENG Bin. Review of the characteristic model-based hypersonic flight vehicles adaptive control [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(12): 1640 – 1649.
(孟斌. 基于特征模型的高超声速飞行器自适应控制研究进展 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(12): 1640 – 1649.)

[23] WU Hongxin, HU Jun, XIE Yongchun. *Characteristic Model-Based Intelligent Adaptive Control* [M]. Beijing: Science and Technology Press of China, 2009.
(吴宏鑫, 胡军, 解永春. 基于特征模型的智能自适应控制 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2009.)

[24] HUANG Jianfei. *The controller design and analysis based on characteristic model* [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2015.
(黄剑飞. 基于特征模型的控制方法研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2015.)

作者简介:

杨赟杰 (1994–), 男, 博士研究生, 主要研究领域为伺服控制、飞行控制, E-mail: yyj15@mails.tsinghua.edu.cn;

朱纪洪 (1968–), 男, 教授, 长江学者, 博士生导师, 主要研究领域为非线性系统、飞行控制、伺服控制, E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn;

和 阳 (1987–), 男, 博士研究生, 主要研究领域为伺服系统容错与控制优化, E-mail: heyang09@mails.tsinghua.edu.cn.