第 35 卷第 7 期
2018 年 7 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 35 No. 7
Jul. 2018

DOI: 10.7641/CTA.2017.70269

多区域时滞电力系统稳定判据的优化

刘云平†, 王皖东, 梅　平, 张永宏

(南京信息工程大学 信息与控制学院; 江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 江苏 南京 210044)

摘要: 在大规模互联电力系统进行全网动态分析与控制的过程中, 通信时滞的存在易导致动力系统产生控制设备失效、系统性能恶化及失稳等现象. 而现有时滞系统稳定判据的研究多基于Lyapunov分析方法, 研究过程中需采用不等式放缩及构造Lyapunov泛函, 使得稳定判据具有较高保守性, 增加了系统的控制成本. 针对这一问题, 本文以多区域时滞电力系统为研究对象, 通过引入Wirtinger不等式优化稳定判据推导过程和构造新的Lyapunov泛函两种方式, 降低系统稳定判据的保守性. 最后, 利用典型的二阶时滞系统和两区域负荷频率控制系统, 验证了本文算法的正确性和有效性.

关键词: 时滞系统; Wirtinger不等式; 稳定判据; Lyapunov稳定性; 时滞稳定裕度

引用格式: 刘云平, 王皖东, 梅平, 等. 多区域时滞电力系统稳定判据的优化. 控制理论与应用, 2018, 35(7): 994 – 1001

中图分类号: TP11　　　**文献标识码**: A

Optimization of stability criterion for multi-area power system with time delay

LIU Yun-ping†, WANG Wan-dong, MEI Ping, ZHANG Yong-hong

(Jiangsu Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology (CICAEET);
School of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing Jiangsu 210044, China)

Abstract: In the process of dynamic analysis and control of large-scale interconnected power system, the communication delay can lead to failure of control system, system performance deterioration and instability. Much of the existing researchs stability criterion for the time delay system is based on Lyapunov analysis method. However, due to need utilize the inequality method and construct the Lyapunov functional in the process of research, which lead to the obtained stability criterion is conservative and increase control costs for the system. In this paper, the stability creterion for the multi-area interconnected power system with time delay has been discussed. The conservativeness of the system stability criterion is reduced, which optimize the stability criterion derivation process based on the Wirtinger inequality and construct the new Lyapunov functional. Finally, a typical second order delay system, a two area delay power system are taken to verify the correctness and effectiveness of the paper algorithm.

Key words: time delay system; Wirtinger inequality; stability criterion; Lyapunov stability; delay margin

Citation: LIU Yunping, WANG Wandong, MEI Ping, et al. Optimization of stability criterion for multi-area power system with time delay. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(7): 994 – 1001

1　引言(Introduction)

目前, 采用基于广域测量系统(wide area measurement system, WAMS)的控制策略[1]对大规模互联电力系统进行全网动态分析与控制时, 量测和控制回路的时滞, 极易导致动力系统产生控制设备失效、系统性能恶化和失稳等现象[2–3]. 并且由于电力系统暂态过程响应时间很短, 时滞即使很小也可能会影响电力系统的稳定性[4–5], 因此通过稳定判据分析系统所能承受的最大时滞稳值, 即时滞稳定裕度, 对提高系统稳定性具有重要意义. 时滞系统的稳定性问题也逐渐受到很多学者的关注[6–7].

时滞稳定裕值的计算方法主要分为频域法和时域法两类. 频域法是在系统特征方程的基础上, 通过求解特征值来判断系统的稳定性[8–10]. 但是对于含有随机参数、时变性、高度非线性的电力时滞系统, 频域法存在着难以求解系统的特征值问题; 目前多采用基于Lyapunov稳定性理论[11–12]的时域法, 通过对构造的Lyapunov泛函进行求导, 并对其中的积分项进行放缩, 得到一个基于LMI的稳定判据. 由于该方法是对求导后的Lyapunov泛函进行放缩得到的充分条件, 导致获

收稿日期: 2017–04–25; 录用日期: 2017–12–21.
†通信作者. E-mail: uav_nuist@sina.com; Tel.: +86 13913316437.
本文责任编委: 邹云.
国家自然科学基金项目(51405243, 51575283)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (51405243, 51575283).

得的稳定判据具有较高的保守性, 从而增加了系统的约束条件和控制成本, 降低了系统的运行效率. 因此, 降低稳定判据的保守性, 准确的分析最大时滞稳定裕值具有重要的意义.

稳定判据保守性的降低可以通过优化稳定判据的推导过程[13–14]和构造新的Lyapunov泛函两种途径解决. 例如, 文献[15–16]利用自由权矩阵法和广义特征值法得到系统稳定性判据, 求解了系统时滞稳定上限值. 文献[17–18]通过引入积分项, 构造新的Lyapunov泛函得到时滞稳定判据.

以上研究给予本文重要启发, 而频率稳定是评判电力系统安全稳定运行的一个重要衡量标准, 通过频率偏差可以本质上反映全网有功功率与负荷之间的平衡度和整个系统的安全稳定运行状态. 其中有功功率与频率之间的稳定控制叫做负荷频率控制, 现有的研究主要采用简洁、效果较好的PI控制方法, 对大规模、复杂电力系统的负荷频率进行控制器设计.

综上, 本文基于PI控制的多区域负荷频率控制模型为研究对象, 通过引入Wirtinger不等式放缩法优化稳定判据推导过程, 并构造新的Lyapunov泛函两种途径降低多时滞电力系统稳定判据的保守性, 并借助MATLAB中的线性矩阵不等式(local management interface, LMI)工具箱进行求解系统的时滞稳定裕值. 最后, 通过在MATLAB/simulink中搭建负荷频率控制模型, 带入上述LMI工具箱求解出的系统所能承受时滞稳定裕值, 通过时域频率响应曲线来验证稳定判据的正确性与有效性.

2　电力系统的时滞模型 (Time delay power system model)

为了研究方便, 不失一般性. 本文研究的多区域电力系统模型, 每个区域用一台等效的发电机组表示, 频率控制器采用PI控制, 系统的时滞假设是由于控制器输入信号传递过程中引起的, 系统框图如图1所示.

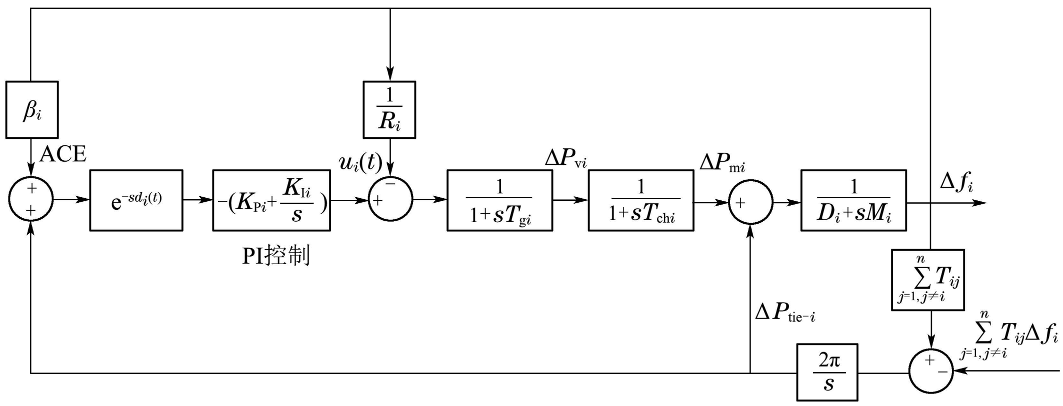

图 1　多区域电力系统模型

Fig. 1　Multi area power system model

图1中: Δf_i是系统的频率偏差; $\Delta P_{\mathrm{m}i}$为发电机机械功率输出偏差; $\Delta P_{\mathrm{v}i}$是控制阀位置偏差; M_i, D_i, $T_{\mathrm{g}i}$, $T_{\mathrm{ch}i}$, R_i, β_i分别为发电机转动惯量、阻尼系数、调速器时间常数、汽轮机时间常数、速度跌落系数、频率偏差因子.

根据上述系统框图, 通过选取状态变量项$x(t)$, 建立图1多区域电力系统状态方程式如下:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t),\\ y(t)=Cx(t),\end{cases} \tag{1}$$

式中: $x(t)$为系统状态变量, A为系统状态矩阵, B为系统输入矩阵, C为系统输出矩阵, u为系统控制输入, y为系统控制输出. 其中:

$$x(t)=[x_1(t)\ \ x_2(t)\ \ x_3(t)\ \ \cdots\ \ x_n(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$y(t)=[y_1(t)\ \ y_2(t)\ \ y_3(t)\ \ \cdots\ \ y_n(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$x_i(t)=[\Delta f_i\ \ \Delta P_{\mathrm{m}i}\ \ \Delta P_{\mathrm{v}i}\ \ \int\mathrm{ACE}_i\ \ \Delta P_{\mathrm{tie}-i}]^{\mathrm{T}},$$

$$y_i(t)=[\mathrm{ACE}_i\ \ \int\mathrm{ACE}_i]^{\mathrm{T}},$$

$$A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{11} & \cdots & A_{1n}\\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n}\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn}\end{bmatrix},$$

$$B=\mathrm{diag}\{B_1,B_2,\cdots,B_n\},$$

$$C=\mathrm{diag}\{C_1,C_2,\cdots,C_n\},$$

$$A_{ii}=\begin{bmatrix}-\frac{D_i}{M_i} & \frac{1}{M_i} & 0 & 0 & -\frac{1}{M_i}\\ 0 & -\frac{1}{T_{\mathrm{ch}i}} & \frac{1}{T_{\mathrm{ch}i}} & 0 & 0\\ -\frac{1}{R_iT_{\mathrm{g}i}} & 0 & -\frac{1}{T_{\mathrm{g}i}} & 0 & 0\\ \beta_i & 0 & 0 & 0 & 1\\ 2\pi\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{n}T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$A_{ij}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\\beta_i&0&0&0&0\\2\pi T_{ij}&0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$B_i=[0\ \ 0\ \ \frac{1}{T_{\mathrm{g}i}}\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}},\ C_i=\begin{bmatrix}\beta_i&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{bmatrix}.$$

根据框图1可知, 由于多区域互联电力系统存在区域间的能量交换, 区间控制偏差ACE定义为

$$\mathrm{ACE}_i=\beta_i\Delta f_i+\Delta P_{\mathrm{tie}-i},\tag{2}$$

式中$\Delta P_{\mathrm{tie}-i}$是每个区域联络线上的交换功率偏差.

为了研究方便, 可把互联电力系统中存在的时滞看成由于ACE传输通道信号传输延时所引起的. 同时把该延时信号作为PI控制器的输入, 相应控制器的输出可以转换成以下表达式:

$$\begin{aligned}u_i(t)=&-K_{\mathrm{P}i}\mathrm{ACE}_i-K_{\mathrm{I}i}\int\mathrm{ACE}_i=\\&-K_iy(t-d_i(t))=\\&-K_iC_ix(t-d_i(t)),\end{aligned}\tag{3}$$

式中: $u_i(t)$为每区域的控制器输入; $d_i(t)$为每区域的时变时滞值.

把式(2)–(3)代入式(1)中, 可得如下多区域时滞电力系统状态方程:

$$\dot x(t)=Ax(t)+\sum_{i=1}^{N}A_ix(t-d_i(t)),\tag{4}$$

式中$A_i=[0\ \ \cdots\ \ -B_iK_iC_i\ \ \cdots\ \ 0]$.

3 稳定判据(Stability criterion)

在求解时滞稳定判据过程中, 常用的Jensen不等式放缩方法具有一定的保守性, 本文采用的Wirtinger不等式放缩, 可大大降低结果的保守性. 首先, 介绍所需的两个重要引理.

引理 1[19](Wirtinger不等式) 对任意$n\times n$维对称正定矩阵R和连续可微函数$\omega(t):[a,b]\to\mathbb{R}^n$, 则以下积分不等式成立, 即

$$\int_a^b\dot\omega^{\mathrm{T}}(\tau)R\dot\omega(\tau)\,\mathrm{d}\tau\geqslant\frac{1}{b-a}\begin{bmatrix}\varOmega_0\\\varOmega_1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\tilde R\begin{bmatrix}\varOmega_0\\\varOmega_1\end{bmatrix},$$

式中:

$$\varOmega_0=\omega(b)-\omega(a),\ \tilde R=\mathrm{diag}\{R,3R\},$$

$$\varOmega_1=\omega(b)+\omega(a)-\frac{2}{b-a}\int_a^b\omega^{\mathrm{T}}(\tau)\mathrm{d}\tau.$$

引理 2[20] 对一个给定的对称正定矩阵$Z_{ij}>0$, 如下不等式成立:

$$-(h_i-h_j)\int_{t-h_i}^{t-h_j}\dot x^{\mathrm{T}}(s)Z_{ij}x(s)\mathrm{d}s\leqslant\zeta^{\mathrm{T}}(t)\varPi_S\zeta(t),$$

式中:

$$\zeta(t)=\begin{bmatrix}x(t-h_j)\\x(t-h_i)\end{bmatrix},\ \varPi_S=\begin{bmatrix}-Z_{ij}&Z_{ij}\\Z_{ij}&-Z_{ij}\end{bmatrix}.$$

考虑式(4)多区域系统, 时滞$d_i(t)$是一个满足如下条件的连续函数:

$$\begin{cases}0\leqslant d_i(t)\leqslant\tau_i,\\0\leqslant\dot d_i(t)\leqslant\mu_i,\end{cases}\ i=1,2,\cdots,N,\tag{5}$$

其中: $d(t)$是每个区域的时滞值, τ_i是每个区域时滞稳定裕值(见注1), $\dot d(t)$表示时滞变化率, μ_i表示时滞变化率最大值.

注 1 一般系统都有一个临界稳定裕值$\tau_{\max}$, 当$\tau_i>\tau_{\max}$系统失稳, 仅当$0\leqslant\tau_i<\tau_{\max}$系统保持稳定. 现有稳定判据仅是一个充分条件且推导过程中都经过不同程度放缩处理, 增加了系统的保守性, 现有文献[22–23]时滞稳定裕值远小于系统临界稳定裕值$\tau_{\max}$, 本文通过不同放缩手段降低了系统的保守性, 获得系统的时滞稳定裕值更接近$\tau_{\max}$.

定理 1 对于式(4)表示的多区域时滞系统, 如果存在对称正定矩阵P,Q_i,R_i,S_{ij}且存在一个适当维数矩阵$X_i(i=1,2,\cdots,N,\ j=i+1,\cdots,N)$使下列矩阵不等式成立:

$$\begin{cases}\phi_1(d,\dot d)=\phi_0(d,\dot d)-\sum\limits_{i=1}^{N}\varGamma_i^{\mathrm{T}}\varPsi_i\varGamma<0,\\\varPsi_i=\begin{bmatrix}\tilde R_i&X_i\\ *&\tilde R_i\end{bmatrix}>0,\end{cases}\tag{6}$$

则时滞系统(4)是渐近稳定的. 式中:

$$\phi_0(d,\dot d)=G_2^{\mathrm{T}}PG_1+G_1^{\mathrm{T}}PG_2+G_3+\bar AG_4\bar A+\varUpsilon,$$

$$G_1=\begin{bmatrix}I_{1\times1}&0_{1\times2N}&0_{1\times2N}\\0_{2N\times1}&0_{2N\times2N}&G_{2N\times2N}\end{bmatrix},$$

$$G_2=\begin{bmatrix}A_{1\times1}&G_{1\times N}&0_{1\times N}&0_{1\times2N}\\I_{N\times1}&-G_{N\times N}&0_{N\times N}&0_{N\times2N}\\0_{N\times1}&G'_{N\times N}&-I_{N\times N}&0_{N\times2N}\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}G_3=&\mathrm{diag}\{\sum_{i=1}^{N}Q_i,-(1-\dot d_1)Q_1,\cdots,\\&-(1-\dot d_N)Q_N,0_N,0_N,0_N\},\end{aligned}$$

$$G_4=\sum_{i=1}^{N}h_i^2R_i+\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(h_i-h_j)^2S_{ij},$$

$$\bar A=\mathrm{diag}\{A,A_1,\cdots,A_N,0_N,0_N,0_N\},$$

$$\tilde R=\begin{bmatrix}R_i&0\\0&3R_i\end{bmatrix},\ G_{1\times N}=[A_1\ \ \cdots\ \ A_N],$$

$$\begin{aligned}G_{2N\times2N}=&\mathrm{diag}\{d_1I,\cdots,d_NI,(h_1-d_1)I,\cdots,\\&(h_N-d_N)I\},\end{aligned}$$

$$G_{N\times N}=\mathrm{diag}\{(1-\dot d_1)I,\cdots,(1-\dot d_N)I\},$$

$G_{1i} = [I \ \ 0_{i-1} \ \ -I \ \ 0_{4N-i}]$,

$G_{2i} = [I \ \ 0_{i-1} \ \ I \ \ 0_N \ \ 0_{2N-1} \ \ -2I \ \ 0_{2N-i}]$,

$G_{3i} = [0_i \ \ I \ \ 0_{N-1} \ \ -I \ \ 0_{3N-i}]$,

$G_{4i} = [0_i \ \ I \ \ 0_{N-1} \ \ I \ \ 0_{2N-i} \ \ -2I \ \ 0_N]$,

$\varGamma_i = [G_{1i}^{\mathrm{T}} \ \ G_{2i}^{\mathrm{T}} \ \ G_{3i}^{\mathrm{T}} \ \ G_{4i}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$.

定理1的证明见附录, 在此不再赘述.

4 算例分析(Example analysis)

针对上式(4)多区域时滞系统, 本节利用典型二阶时滞系统和图1中典型两区域时滞电力系统, 验证了本文稳定判据的正确性和有效性.

4.1 典型二阶时滞系统 (Typical two order delay system)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-\tau_1(t)) + \\ \qquad A_2 x(t-\tau_2(t)), \\ x(t) = \phi(t), \ \forall t \in [-\bar{\tau}, 0], \end{cases} \tag{7}$$

式中: A_1, A_2是常数矩阵,

$$\tau_1(t) > 0, \ \tau_2(t) > 0, \ \bar{\tau} = \max(\tau_1(t), \tau_2(t)),$$

$$\dot{\tau}_1(t) \leqslant \mu_1, \ \dot{\tau}_2(t) \leqslant \mu_2.$$

给出上式矩阵取值:

$$A_0 = \begin{bmatrix} -2.00 & 0.00 \\ 0.00 & -0.90 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.00 & 0.60 \\ -0.40 & -1.00 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.00 & -0.60 \\ -0.60 & 0.00 \end{bmatrix}.$$

为了验证本文方法的正确性和有效性, 在常时滞情况下, 即$\mu_1 = \mu_2 = 0$情况下, 通过定理1, 分别与文献[17]基于新型积分二次型Lyapunov泛函、文献[21]基于自由权矩阵的结果进行比较, 得到在τ_1取不同值时系统的稳定裕值, 结果见表1. 为了进一步验证变时滞情况下稳定判据有效性, 本文选取$\mu_1 = 0.1, \mu_2 = 0.8$, 计算该时变系统的时滞稳定裕值, 并与文献[21]的结果进行比较, 结果见表2.

通过比较表1–2, 可以发现以下几个结论: 1) 相同τ_1时, 常时滞系统求得对应的τ_2稳定裕值明显大于变时滞系统; 2) 本文方法所得系统稳定裕值值明显大于文献[17,21], 表明本文方法具有更小的保守性; 3) 进一步比较发现, 无论是定常系统还是时变系统, 当τ_1值小于1.51 h, 本文方法与其他文献相比结果几乎相同, 随着τ_1值增加, 本文方法获得时滞裕度值明显大于其他文献.

表 1 常时滞下的稳定裕值

Table 1 Stability margin under constant time delay

$\tau_1 = 1$	本文方法的τ_2	文献[17]方法的τ_2	文献[21]方法的τ_2
1	∞	2.65	∞
1.51	∞	2.70	∞
1.55	3.31	2.95	3.34
1.60	3.43	2.92	3.33
1.8	3.62	3.01	3.36
2	3.75	3.05	3.43
2.2	3.82	3.21	3.52
2.5	3.99	3.28	3.65
3.0	4.15	3.35	3.77

表 2 变时滞下的稳定裕值($\bar{\tau}_1$为时滞最大值)

Table 2 Stability margin under time-varying delay ($\bar{\tau}_1$ is the maximum of time delay)

$\bar{\tau}_1$	本文方法的τ_2	文献[21]方法的τ_2
1	1.98	1.98
1.51	2.08	2.07
1.55	2.15	2.09
1.60	2.28	2.13
1.8	2.43	2.26
2	2.62	2.40
2.2	2.83	2.54
2.5	3.14	2.76
3.0	3.48	3.13

4.2 两区域时滞电力系统 (Two area dealy power system)

以图1中两区域时滞电力系统为算例, 通过仿真结果进一步验证本文方法的正确定性和有效性, 表3给出相关系统参数.

把表3中参数值代入式(4)中, 可得到两区域时滞模型矩阵

$$A = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.1 & 0 & 0 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.3 & 3.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -200 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.12 & 0.08 & 0 & 0 & -0.08 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.5 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -117.6 & 0 & -5.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 21.5 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_1=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&-215K_{\rm P2}&0&0&-10K_{\rm I2}&-10K_{\rm P2}\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$A_2=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&-215K_{\rm P2}&0&0&-10K_{\rm I2}&-10K_{\rm P2}\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}.$$

表 3 两区域系统参数

Table 3 Two regional system parameters

参数	系统1	系统2
$T_{{\rm ch}i}$	0.3	0.4
$T_{{\rm g}i}$	0.1	0.17
R_i	0.05	0.05
β_i	21	21.5
D_i	1	1.5
M_i	10	12

本节针对文献[22–23]中讨论的安装PI控制器的时滞负荷频率控制系统, 利用定理1计算时滞稳定裕值, 分析了不同时滞类型下PI控制器增益与系统时滞稳定裕值的关系. 不失一般性, 为了方便与上述文献结果对比, 本文假设两个区间的PI控制器增益是一致, 即$K_{\rm P1}=K_{\rm P2}$, $K_{\rm I1}=K_{\rm I2}$且时滞变化速率值$\mu_1=\mu_2=0$情况下的系统稳定裕值, 如表4–5所示. 基于表4–5分别绘制了本文与文献[22] $K_{\rm P}=0.05$不同$K_{\rm I}$值、文献[23]$K_{\rm I}=0.2$不同$K_{\rm P}$值两种工况下的稳定裕值偏差三维图, 如图2–3所示. 其中: $|\tau_{\max}|=\sqrt{\tau_1^2+\tau_2^2}$, $\theta=\arctan\dfrac{\tau_2}{\tau_1}$, τ_1,τ_2分别代表每个区域的时滞最大值.

从图2–3三维曲线明显可以得到以下结论: 1) 本文分别选取相同$K_{\rm P}$值, 不同$K_{\rm I}$值与文献[22]、选取相同$K_{\rm I}$值、不同$K_{\rm P}$值与文献[23]稳定裕值结果做了对比, 本文方法求得的稳定裕值比文献[22]中采用Jesen's不等式方法、文献[23]中采用自由权矩阵方法获得的稳定裕值明显要大, 说明本文方法降低了系统的保守性; 2) 图2–3稳定裕值偏差曲线都是以θ=45°为对称曲线, 进一步发现表4–5的稳定裕值几乎也是以$\theta=45°$为对称的.

表 4 当$K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}$不同时系统的稳定裕值

Table 4 When $K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}$ is different, the stability margin of the system

θ	$\tau_{\max}$					
	本文方法的$K_{\rm I}$			文献[22]的$K_{\rm I}$		
	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6
0	15.6	7.8	4.1	14.0	6.9	3.2
10	15.8	8.0	4.4	14.2	7.0	3.3
20	16.0	8.1	4.7	14.9	7.2	3.4
30	17.6	9.0	5.2	16.2	7.9	3.7
40	19.2	10.0	5.9	18.3	8.9	4.2
45	20.3	10.2	6.1	19.8	9.6	4.4
60	17.6	8.9	5.2	16.2	7.8	3.6
70	16.1	8.1	4.8	14.9	7.2	3.3
90	15.5	7.9	4.0	14.0	6.8	3.1

表 5 当$K_{\rm I}=0.2$, $K_{\rm P}$不同时系统的稳定裕值

Table 5 When $K_{\rm I}=0.2$, $K_{\rm P}$ is different, the stability margin of the system

θ	$\tau_{\max}$					
	本文方法的$K_{\rm P}$			文献[23]的$K_{\rm P}$		
	0.2	0.4	0.6	0.2	0.4	0.6
0	8.4	6.4	4.2	6.5	5.4	3.9
10	9.0	7.0	4.6	6.8	5.7	4.1
20	9.5	7.8	5.0	7.4	6.0	4.3
30	10.1	8.1	5.7	8.1	6.6	4.8
40	10.7	8.5	6.5	8.8	7.2	5.2
45	11.2	9.0	6.9	9.2	7.5	5.3
60	10.0	7.9	5.8	8.0	6.7	4.9
70	9.4	7.7	5.1	7.4	6.0	4.1
90	8.5	6.5	4.3	6.5	5.4	3.8

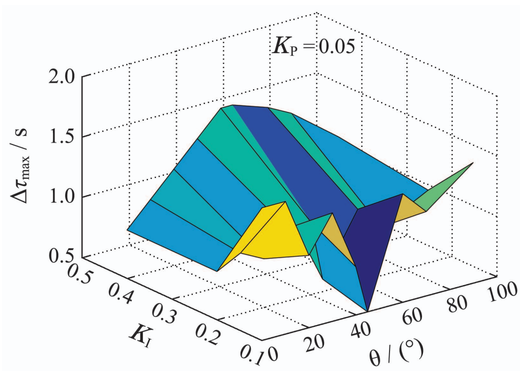

图 2 $K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}$不同值时, 本文与文献[22]的稳定裕值偏差曲线

Fig. 2 When $K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}$ is different, the stability margin deviation response curve with [22]

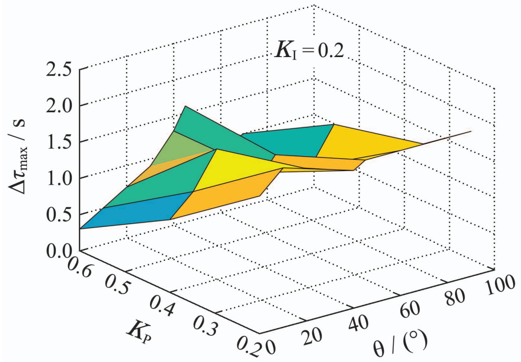

图 3　$K_{\rm I}=0.2$, $K_{\rm P}$不同值时, 本文与文献[23]的稳定裕值偏差曲线

Fig. 3　When $K_{\rm I}=0.2$, $K_{\rm P}$ is different, the stability margin deviation response curve with [23]

为进一步验证本文判据的正确性和有效性, 在MATLAB/Simulink平台中搭建图1两区域时滞系统, 分别带入本文与文献[22–23]的稳定裕值, 获得对应的频率偏差曲线, 如图4–5所示.

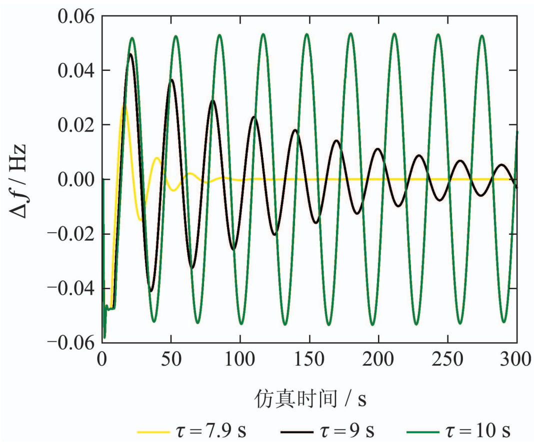

图 4　$K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}=0.2$时频率偏差响应曲线

Fig. 4　The requency deviation response curve with $K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}=0.2$

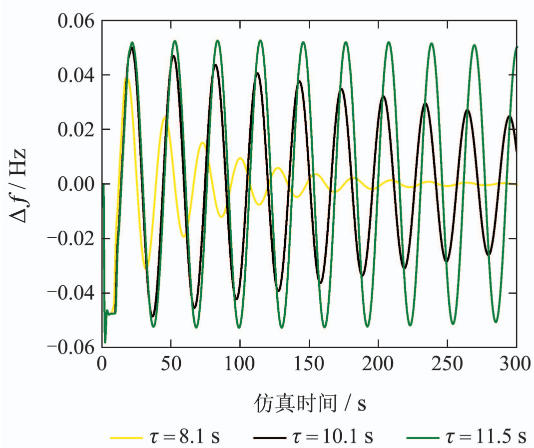

图 5　$K_{\rm P}=0.2$, $K_{\rm I}=0.2$ 时频率偏差响应曲线

Fig. 5　The requency deviation response curve with $K_{\rm P}=0.2$, $K_{\rm I}=0.2$

本节分别选取表4–5中$\theta=30°$, $K_{\rm P}=0.05$, $K_{\rm I}=0.2$与$\theta=30°$, $K_{\rm P}=0.2$, $K_{\rm I}=0.2$两种工况下, 根据定理1求解两区域时滞系统的稳定裕值分别为9.0 s, 10.1 s; 此时文献[22–23]对应的稳定裕值为7.9 s, 8.1 s. 利用试凑法进一步获取了两种工况下系统固有临界稳定裕值约为10 s, 11.5 s. 综上所述, 本文判据获取的稳定裕值大于文献[22–23], 降低了系统的保守性, 但比系统的固有临界稳定裕值要小, 这进一步验证了本文稳定判定定理的有效性和正确性.

5　结论(Conclusions)

本文基于Wirtinger积分不等式方法研究了多区域时滞电力系统稳定性问题. 通过选取适当的Lyapunov能量泛函, 对泛函进行求导并利用Wirtinger积分不等式方法对里面的积分项进行放缩, 得到基于线性矩阵不等式的时滞相关稳定性判据, 通过求解线性矩阵不等式求出系统的稳定域值. 最后, 通过典型二阶时滞系统和两区域时滞电力系统进一步验证了本文方法优越性和有效性.

参考文献(References):

[1] PHADKE A G, MORAES R M. The wide world of widearea measurement [J]. *IEEE Power and Energy Magazine*, 2008, 6(5): 52 – 65.

[2] WU H, TSAKALIS K S, HEYDT G T. Evaluation of timedelay effects to wide-area power system stabilizer design [J]. *IEEE Ttansactions on Power Systems*, 2004, 19(4): 1935 – 1941.

[3] YAN Huaicheng, SU Zhenzhen, ZHANG Hao, et al. Quantized H-infinity control for networked control systems with time-varying delay and multiple packet dropouts [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 470 – 474.
(严怀成, 苏阵阵, 张皓, 等. 具有时变时滞和多包丢失的网络控制系统量化H_∞控制 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(4): 470 – 474.)

[4] JIA Hongjie, CHEN Jianhua, YU Xiaodan. Influence of time delay on stability of small poer system [J]. *Automation of Electric Power System*, 2006, 30(5): 5 – 8.
(贾宏杰, 陈建华, 余晓丹. 时滞环节对电力系统小扰动稳定性的影响 [J]. 电力系统自动化, 2006, 30(5): 5 – 8.)

[5] JIA Hongjie, SHANG Rui, ZHANG Baogui. Method for solving time delay stability margin of power system [J]. *Automation of Electric Power Systems*,2007, 31(2): 5 – 11.
(贾宏杰, 尚蕊, 张宝贵. 电力系统时滞稳定裕值求解方法 [J]. 电力系统自动化, 2007, 31(2): 5 – 11.)

[6] HE Yong, ZENG Jin, WU Min, et al. Stability for discrete-time genetic regulatory networks with time-varying interval delays [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(11): 1466 – 1469.
(何勇, 曾进, 吴敏, 等. 具有区间时滞的离散时间基因调控网络稳定性研究 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1466 – 1469.)

[7] YU Zhaoxu, DU Hongbin. Adaptive neural tracking control for stochastic nonlinear systems with time-varying delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(12): 1809 – 1812.

(余昭旭, 杜红彬. 时变时滞随机非线性系统的自适应神经网络跟踪控 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(12): 1809 – 1812.)

[8] LIU Zhaoyan, QI Jun, MIAO Yiqun. Simple solution method for delay stability margin of power systems with single delay [J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2008, 32(18):8 – 13.
(刘兆燕, 戚军, 苗轶群. 单时滞电力系统时滞稳定裕值的简便求解方法 [J]. 电力系统自动化, 2008, 32(18): 8 – 13.)

[9] FU P, NICULESCU S I, CHEN J. Stability of linear neutral time-delay systems: exact conditions via matrix pencil solutions [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(6): 1063 – 1069.

[10] WU H, TSAKALIS K S, HEYDT G T. Evaluation of time delay effects to wide-area power system stabilizer design [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2004, 19(4): 1935 – 1941.

[11] JIA Hongjie, AN Haiyun, YU Xiaodan. Delay dependent robust stability criterion for power system and its application [J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2010, 34 (3): 6 – 11.
(贾宏杰, 安海云, 余晓丹. 电力系统时滞依赖型鲁棒稳定判据及其应用 [J]. 电力系统自动化, 2010, 34(3): 6 – 11.)

[12] RAZUMIKIN B S. On the stability of systems with delay [J]. *Prikladnava Matematikal Mekhanika*, 1956, 10(4): 500 – 512.

[13] LU R Q, WU H Y. Newdelay-dependent robust stability criteria for uncertain neutral systems with mixed delays [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(3): 1386 – 1399.

[14] SUN J, LIU G P, CHEN J. Delay-dependent stability and stabilization of neutral time-delay systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009, 19(12): 1364 – 1375.

[15] HE Y, WANG Q G, LIN C, et al. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay [J]. *Automatica*, 2007, 43(2): 371 – 376.

[16] MA Jing, LI Juncheng, LI Yinan, et al. Research on the time delay stability upper bound method based on the improved free weight matrix and the generalized eigen value [J]. *Power System Protection and Control*, 2014, 42(18): 1 – 8.
(马静, 李俊臣, 李益楠, 等. 基于改进自由权矩阵与广义特征值的时滞稳定上限计算方法研究 [J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(18): 1 – 8.)

[17] DONG C Y, JIA H J, JIANG Y L. Improved delay stability criteria for power systms with integral two times [J]. *Automation of Electric Power System*, 2015, 39(24): 22 – 27.

[18] ZENG H B, HE Y, WU M, et al. Free-matrix-based integral inequality for stability analysis of systems with time-varying delay [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(10): 2768 – 2772.

[19] SEURET A, GOUAISBAUT F. Wirtinger-based integral inequality: Application to time-delay system [J]. *Automatica*, 2013, 49(5): 2860 – 2866.

[20] HAN Q L. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity [J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2171 – 2176.

[21] JIANG Y L, JIANG T, JIA H J, et al. A novel LMI criterion for power system stability with multiple time-delays [J]. *Science China Technological Sciences*, 2014, 57(7): 1392 – 1400.

[22] RAMAKRISHNAN K, RAY G. Stability criteria for nonlinearly perturbed load frequency systems with time-delay [J]. *IEEE Transactionson Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, 2015, 5(3): 383 – 392.

[23] ZHANG C, JIANG L, WU Q, et al. Further results on delay-dependent stability of multi-area load frequency control [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013, 28(4): 4465 – 4474.

附录(Appendix)

电力系统多时滞稳定性判据推导.

首先选取状态变量$\bar{x}(t), \varsigma(t)$:

$$\begin{aligned}\bar{x}(t) = [&x^{\mathrm T}(t)\ \int_{t-d_1(t)}^{t} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s\ \cdots\ \int_{t-d_N(t)}^{t} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s\\ &\int_{t-h_1(t)}^{t-d_1(t)} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s\ \cdots\ \int_{t-h_N(t)}^{t-d_N(t)} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s],\\ \varsigma(t) = [&x^{\mathrm T}(t)\ x^{\mathrm T}(t-d_1)\ \cdots\ x^{\mathrm T}(t-d_N)\\ &x^{\mathrm T}(t-h_1)\ \cdots\ x^{\mathrm T}(t-h_N)\\ &\int_{t-d_1(t)}^{t} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s\ \cdots\ \int_{t-d_N(t)}^{t} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s\\ &\int_{t-h_1(t)}^{t-d_1(t)} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s\ \cdots\ \int_{t-h_N(t)}^{t-d_N(t)} x^{\mathrm T}(s)\mathrm{d}s],\end{aligned}$$

构造如下Lyapunov泛函:

$$\begin{aligned}&V(x,t) =\\ &\bar{x}^{\mathrm T}(t)P\bar{x}(t) + \sum_{i=1}^{N}\int_{t-d_i(t)}^{t} x^{\mathrm T}(\alpha)Q_i x(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha +\\ &\sum_{i=1}^{N} h_i \int_{h_i(t)}^{0}\int_{t+\theta}^{t} \dot{x}^{\mathrm T}(\alpha)R_i\dot{x}(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\theta +\\ &\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(h_i-h_j)\int_{t-h_i}^{t-h_j}\int_{t+\theta}^{t}\dot{x}^{\mathrm T}(\alpha)S_{ij}\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\theta.\end{aligned}$$

对上式关于时间t求导可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}(x,t) =\\ &\dot{\bar{x}}^{\mathrm T}(t)P\bar{x}(t) + \bar{x}^{\mathrm T}(t)P\dot{\bar{x}}(t) +\\ &\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}[(h_i-h_j)^2\dot{x}^{\mathrm T}(t)S_{ij}\dot{x}(t)] +\\ &\sum_{i=1}^{N}[x^{\mathrm T}(t)Q_i x(t) - (1-\dot{d}_i(t))\cdot\\ &x^{\mathrm T}(t-d_i(t))Q_i x(t-d_i(t))] +\\ &\sum_{i=1}^{N}[h_i^2\dot{x}^{\mathrm T}(t)R_i\dot{x}(t) - h_i\int_{t-h_i}^{t}\dot{x}^{\mathrm T}(s)R_i\dot{x}(s)\mathrm{d}s] -\\ &\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(h_i-h_j)\int_{t-h_i}^{t-h_j}\dot{x}^{\mathrm T}(s)S_{ij}\dot{x}(s)\mathrm{d}s =\\ &\dot{\bar{x}}^{\mathrm T}(t)P\bar{x}(t) + \bar{x}^{\mathrm T}(t)P\dot{\bar{x}}(t) -\\ &\sum_{i=1}^{N} h_i\int_{t-h_i}^{t}\dot{x}^{\mathrm T}(s)R_i\dot{x}(s)\mathrm{d}s +\\ &\sum_{i=1}^{N}[x^{\mathrm T}(t)Q_i x(t) - (1-\dot{d}_i(t))\cdot\\ &x^{\mathrm T}(t-d_i(t))Q_i x(t-d_i(t))] + \dot{x}^{\mathrm T}(t)\cdot\\ &[\sum_{i=1}^{N}h_i^2R_i + \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}[(h_i-h_j)^2S_{ij}]\dot{x}(t) -\\ &\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(h_i-h_j)\int_{t-h_i}^{t-h_j}\dot{x}^{\mathrm T}(s)S_{ij}\dot{x}(s)\mathrm{d}s =\\ &\varsigma^{\mathrm T}(t)\{G_2^T PG_1 + G_1^T PG_2 + G_3 + \bar{A}G_4\bar{A}\}\cdot\varsigma(t) -\\ &\sum_{i=1}^{N} h_i\int_{t-h_i}^{t}\dot{x}^{\mathrm T}(s)R_i\dot{x}(s)\mathrm{d}s -\\ &\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(h_i-h_j)\int_{t-h_i}^{t-h_j}\dot{x}^{\mathrm T}(s)S_{ij}\dot{x}(s)\mathrm{d}s.\end{aligned}\tag{A1}$$

利用引理1, 对式(A1)中第2项积分项做相关处理, 整理如下:

$$
\begin{aligned}
&-\sum_{i=1}^{N} h_i \int_{t-h_i}^{t} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s) R_i \dot{x}(s)\mathrm{d}s = \\
&-\sum_{i=1}^{N} h_i [\int_{t-d_i}^{t} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s) R_i \dot{x}(s)\mathrm{d}s + \\
&\int_{t-h_i}^{t-d_i} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s) R_i \dot{x}(s)\mathrm{d}s] \leqslant \\
&-\sum_{i=1}^{N} [\frac{h_i}{d_i} \begin{bmatrix} x(t)-x(t-d_i) \\ x(t)+x(t-d_i)-\dfrac{2}{d_i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \\
&\tilde{R}_i \begin{bmatrix} x(t)-x(t-d_i) \\ x(t)+x(t-d_i)-\dfrac{2}{d_i} \end{bmatrix} + \\
&\frac{h_i}{h_i-d_i} \begin{bmatrix} x(t-h_i)-x(t-d_i) \\ x(t-h_i)+x(t-d_i)-\dfrac{2}{h_i-d_i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \\
&\tilde{R}_i \begin{bmatrix} x(t-h_i)-x(t-d_i) \\ x(t-h_i)+x(t-d_i)-\dfrac{2}{h_i-d_i} \end{bmatrix}] \leqslant \\
&-\sum_{i=1}^{N} [\frac{h_i}{d_i} \begin{bmatrix} G_{1i} \\ G_{2i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tilde{R}_i \begin{bmatrix} G_{1i} \\ G_{2i} \end{bmatrix} + \\
&\frac{h_i}{h_i-d_i} \begin{bmatrix} G_{3i} \\ G_{4i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tilde{R}_i \begin{bmatrix} G_{3i} \\ G_{4i} \end{bmatrix}] \leqslant \\
&-\zeta^{\mathrm{T}}(t) \sum_{i=1}^{N} \varGamma_i^{\mathrm{T}} \varPsi_i \varGamma_i^{\mathrm{T}} \zeta(t).
\end{aligned} \tag{A2}
$$

进一步, 利用引理2, 对式(A1)中第3项积分项做相关处理如下:

$$
\begin{aligned}
&-\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} (h_i-h_j) \int_{t-h_i}^{t-h_j} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s) S_{ij} \dot{x}(s)\mathrm{d}s \leqslant \\
&-\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \begin{bmatrix} x(t-h_j) \\ x(t-h_i) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -S_{ij} & S_{ij} \\ S_{ij} & -S_{ij} \end{bmatrix} \cdot \\
&\begin{bmatrix} x(t-h_j) \\ x(t-h_i) \end{bmatrix} \leqslant -\zeta^{\mathrm{T}}(t) \varUpsilon \zeta(t).
\end{aligned} \tag{A3}
$$

把式(A2)和(A4)代入式(A1)整理可得

$$
\begin{aligned}
&\dot{V}(x,t) = \\
&\varsigma^{\mathrm{T}}(t)[\phi_0(d,\dot{d}) - \sum_{i=1}^{N} \varGamma_i^{\mathrm{T}} \varPsi_i \varGamma] \varsigma(t) = \varsigma^{\mathrm{T}}(t) \phi_1(d,\dot{d}) \varsigma(t).
\end{aligned} \tag{A4}
$$

根据定理1中的不等式条件(6)可得

$$
\dot{V}(\boldsymbol{x},t) < 0. \tag{A5}
$$

最后, 根据Lyapunov稳定性理论可知该系统满足稳定条件, 即系统是稳定的.

作者简介:

刘云平 (1979–), 男, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为动力学及稳定性分析等, E-mail: liuyunping@nuist.edu.cn;

王皖东 (1991–), 女, 硕士研究生, 目前主要研究方向为时滞电力系统的稳定性, E-mail: wangwandong0123@163.com;

梅 平 (1981–), 女, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为奇异摄动系统、时滞系统、非线性系统的分析与控制等, E-mail: meiping1007@163.com;

张永宏 (1974–), 男, 教授, 博士生导师, 目前主要研究方向为动力学故障诊断等, E-mail: zyh@nuist.edu.cn.