第 35 卷第 6 期
2018 年 6 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 35 No. 6
Jun. 2018

DOI: 10.7641/CTA.2017.70367

带扩展卡尔曼滤波的柔性关节机器人虚拟分解控制

刘华山†, 李 生, 王保相

(东华大学 信息科学与技术学院, 上海 201620)

摘要: 针对柔性关节机器人在非完全状态反馈条件下的轨迹跟踪控制问题, 本文提出一种基于虚拟分解控制(virtual decomposition control, VDC)理论和扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filtering, EKF) 观测的控制方法. 首先, 考虑模型参数的不确定性和外界扰动因素, 分别设计刚性连杆子系统和柔性关节子系统的虚拟分解控制律. 然后, 为突破现有VDC方法依赖于全状态反馈测量的局限, 设计一种基于EKF的间接状态观测器, 实现了仅需电机侧位置和速度测量而不需连杆侧任何状态信息测量的闭环控制. 此外, 结合虚拟稳定和李雅普诺夫稳定理论给出了严格的系统稳定性证明. 最后, 实例对比仿真验证了所提出控制算法的有效性, 且相比于基于传统拉格朗日整体动力学的典型算法, 具有更优的轨迹跟踪性能.

关键词: 机器人; 柔性关节; 虚拟分解控制; 扩展卡尔曼滤波; 轨迹跟踪

引用格式: 刘华山, 李生, 王保相. 带扩展卡尔曼滤波的柔性关节机器人虚拟分解控制. 控制理论与应用, 2018, 35(6): 850 – 858

中图分类号: TP242 **文献标识码**: A

Virtual decomposition control for flexible-joint robot manipulators with extended Kalman filtering

LIU Hua-shan†, LI Sheng, WANG Bao-xiang

(College of Information Science and Technology, Shanghai 201620, China)

Abstract: A general control approach based on virtual decomposition control (VDC) and extended Kalman filtering (EKF) is proposed in this paper, to realize trajectory tracking control for flexible-joint robot manipulators via non-full-state feedback. First, considering parametric uncertainties in robot model and external disturbances, virtual-decomposed control law for rigid-link subsystems and flexible-joint subsystems are designed, respectively. Then, to break through the limitations that the existing VDC method always needs full-state feedback, an EKF based indirect state observer is presented, to make the closed-loop control with only position and velocity measurements from the motor side of each joint, and without any state measurements from the link side. In addition, strict stability analysis of the system is given according to the theory of virtual stability and Lyapunov stability. Finally, simulation example verifies the effectiveness of the proposed approach, and comparison results show its superior tracking performance than the other typical controller based on the traditional Lagrange integrated dynamic model.

Key words: robot manipulator; flexible joint; virtual decomposition control; extended Kalman filter; trajectory tracking

Citation: LIU Huashan, LI Sheng, WANG Baoxiang. Virtual decomposition control for flexible-joint robot manipulators with extended Kalman filtering. *Control Theroy & Applications*, 2018, 35(6): 850 – 858

1 引言(Introduction)

一般使用了诸如谐波减速器、同步带或液压伺服系统等驱动装置的机器人, 其关节处都会存在不同程度的柔性[1]. 该特征将降低系统模型的带宽和结构固有频率, 增大机器人本体结构的激振频率和弹性震动幅度, 严重影响作业的精度且易导致控制系统发散.

近些年来, 伴随着柔性关节机器人愈发广泛地得到应用, 以其为对象的控制问题的研究逐渐成为相关学术领域的热点[2–9]. Spong首次提出了柔性关节的简化弹簧阻尼模型[2], 并引入了积分流和奇异摄动理论将柔性关节机器人分解成快、慢两个子系统. 基于该简化弹簧阻尼模型, 文献[3–4]各自提出一种针对柔性

收稿日期: 2017−06−01; 录用日期: 2017−12−04.
†通信作者. E-mail: hs.liu@qq.com; Tel.: +86 21-67792175.
本文责任编委: 丛爽.
国家自然科学基金项目(61203337), 上海市自然科学基金项目(17ZR1400100), 上海市晨光计划(13CG29)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61203337), the Natural Science Foundation of Shanghai (17ZR1400100) and the Chen Guang Project from Shanghai Municipal Education Commission and Shanghai Education Development Foundation (13CG29).

关节机器人的基本PD控制器. 文献[5]基于无源性理论研究了柔性关节机器人的位置、力矩和阻抗控制问题. 文献[6]针对柔性关节机器人关节驱动器力矩输出受限的问题, 提出一种饱和PD控制器. 文献[7]对具有柔性关节的空间机器人的动力学和控制问题做了专门的探讨. 文献[8]较系统地分析了关节的柔性特性对机器人动态性能的影响. 文献[9]则特别针对具有时滞的柔性关节机器人进行了自适应位置和力控制研究.

不难发现, 包括文献[2–9]在内的几乎所有针对柔性关节机器人的研究, 都是基于功能平衡原理建立的拉格朗日高阶整体动力学模型, 且相应的控制算法在计算效率方面存在固有的缺陷. 有研究指出[10], 基于拉格朗日整体动力学模型的控制算法的计算量大约与机器人自由度数量的四次方成正比. 因此自由度数越多, 机器人动力学的复杂性和所涉计算量就增长地越快. 该问题严重影响了算法的实时性, 大幅降低了控制系统的工程可实现性. 同时, 奇异摄动法作为在拉格朗日整体动力学领域被公认的一种行之有效的控制方法, 也仅适用于弱柔性关节机器人[2,11].

值得关注地是, Zhu等人针对高自由度机器人系统的建模和控制提出一种基于虚拟分解控制(virtual decomposition control, VDC)的新理论[10], 为突破上述限制提供了一定的可行性. 该理论方法的核心思想是, 将机器人本体中的单个结构元件(连杆或关节)作为独立的子系统分别建模, 每个子系统通过力、力矩构成的“力”元素与线速度、角速度构成的“速度”元素关联相邻的子系统, 并通过虚拟功率流(virtual power flow, VPF)描述相邻两个子系统间的动力学关系. 和基于拉格朗日整体动力学模型的方法相比, 该方法所涉及的计算量仅与子系统的个数(或自由度数)成正比, 效率大幅提高. 作为一种完全独立于传统拉格朗日整体动力学体系之外的新方法, 目前与之相关的研究甚少. 文献[12]基于VDC实现了机器人力、位混合控制, 文献[13–14]分别将VDC引入模块化机器人和液压驱动型机器人的运动控制中. 文献[15]应用VDC实现了机器人的自适应阻抗控制和碰撞检测. 另外, 在改进VDC的自适应回归矩阵运算方面, 文献[16]提出一种近似函数自适应控制方法.

需要注意地是, 受现有的VDC理论的限制, 以上基于VDC的所有控制算法均需以全状态反馈为前提, 但迄今为止, 尚未发现VDC框架下针对非完全状态反馈控制的探讨. 过多的状态反馈传感器会增加引入各种噪声干扰的入口, 进而影响控制的精度. 同时, 还提升了控制系统的搭建成本和机器人本体的制造工艺难度. 因此, 在实际的柔性关节机器人系统中, VDC闭环所需的连杆侧位置和力矩通常因缺少相应的传感器而无法实现物理测量. 考虑柔性关节机器人的复杂非线性特性, 本文将在VDC算法中引入具有良好非线性观测性能的扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)[17–18], 来解决闭环控制中部分状态量不可测的问题.

本文考虑柔性关节机器人系统中存在模型不确定、外界扰动和部分状态量不可测的情况, 设计了一种基于EKF的虚拟分解轨迹跟踪控制方法. 该方法基于VDC理论建立了柔性关节机器人中各刚性连杆子系统和柔性关节子系统的模型, 通过自适应策略解决了模型不确定性和外界扰动的问题. 同时, 引入EKF观测手段实现了仅需关节电机侧位置和速度测量的非完全状态反馈轨迹跟踪控制.

2　虚拟分解控制理论(Virtual decomposition control theory)

当机器人本体的自由度较多时(如具有双臂的人型机器人), 基于传统拉格朗日整体动力学模型的控制算法的实时性实现就会变得异常困难, VDC理论则有助于解决该问题. 首先, 将机器人本体“虚拟分解”成若干连杆子系统和关节子系统, 如图1所示. 然后, 针对每个子系统单独建模和设计控制律以保证整个系统跟踪误差收敛且呈L_2和L_∞稳定. 同时, 通过引入VPF 描述各个相邻子系统之间的动力学耦合行为.

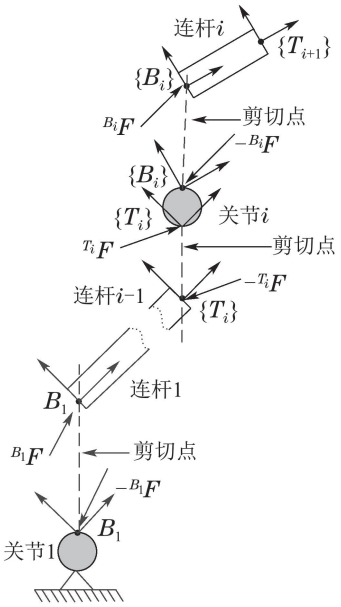

图 1　串联机器人虚拟分解原理图

Fig. 1　Schematic virtual decomposition of a serial robot manipulator

下面给出一些本文后续内容将会用到的VDC理论相关定义和引理[10]:

定义 1　在坐标系$\{\boldsymbol{A}\}$中, 虚拟功率流(VPF)表示为广义速度误差向量与广义力误差向量的内积, 即

$$p_{\boldsymbol{A}} = \left({}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{V}_{\rm r} - {}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{V}\right)^{\rm T}\left({}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{F}_{\rm r} - {}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{F}\right), \tag{1}$$

其中: ${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{V} = [{}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{v}^{\rm T}\ \ {}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\omega}^{\rm T}]^{\rm T}$ 和 ${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{F} = [{}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}^{\rm T}\ \ {}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{m}^{\rm T}]^{\rm T} \in$

$\mathbb{R}^6$, ${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{v}$, ${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\omega}$, ${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}$和${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{m} \in \mathbb{R}^3$分别为定义在坐标系$\{\boldsymbol{A}\}$上的三维线速度、角速度、力和力矩列向量, ${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{V}_{\rm r}$和${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{F}_{\rm r}$分别对应${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{V}$和${}^{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{F}$的需求值.

广义速度和广义力之间的转换满足:

$$ {}^{\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{V} = {}^{\boldsymbol{\alpha}}U_{\boldsymbol{\beta}}^{\rm T}{}^{\boldsymbol{\alpha}}\boldsymbol{V}, \tag{2} $$

$$ {}^{\boldsymbol{\alpha}}\boldsymbol{F} = {}^{\boldsymbol{\alpha}}U_{\boldsymbol{\beta}}{}^{\boldsymbol{\beta}}\boldsymbol{F}, \tag{3} $$

其中: $\boldsymbol{\alpha}$和$\boldsymbol{\beta}$是同一个刚体上的两个坐标系, ${}^{\boldsymbol{\alpha}}U_{\boldsymbol{\beta}} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$为两个坐标系的变换矩阵.

注 1 VPF在VDC中有着重要作用, 它是各相邻子系统间的动力学耦合"介质", 且相邻子系统在剪切点(见定义2)处的VPF 大小相等、方向相反.

定义 2 剪切点是概念上虚拟分割刚体的位置, 如图1所示. 在剪切点处, 分割后两部分刚体的广义力向量$\boldsymbol{F}$和广义速度向量$\boldsymbol{V}$保持相同的位置、大小和方向. 被剪切点分割的两部分刚体中, 若其中一部分刚体向另外一部分刚体施加广义力$\boldsymbol{F}$, 则剪切点相对这一部分刚体称为"主剪切点", 相对应的对于另一部分刚体则称为"从剪切点".

引理 1 虚拟分解后的子系统虚拟稳定的条件是存在非负伴随函数

$$ v(t) \geqslant \frac{1}{2}\boldsymbol{x}(t)^{\rm T}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t), \tag{4} $$

其导数满足

$$ \dot{v}(t) \leqslant -\boldsymbol{y}(t)^{\rm T}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}(t) - s(t) + \sum_{\{\boldsymbol{A}\}\in\Phi} p_{\boldsymbol{A}} - \sum_{\{\boldsymbol{C}\}\in\Psi} p_{\boldsymbol{C}}. \tag{5} $$

其中: $\boldsymbol{x}(t) \in L_\infty$和$\boldsymbol{y}(t) \in L_2$为虚拟函数, $\boldsymbol{P}$和$\boldsymbol{Q}$为分块对角正定矩阵, $\int_0^\infty s(t){\rm d}\tau \geqslant -\gamma_{\rm s}, 0 \leqslant \gamma_{\rm s} \leqslant \infty$, Φ为包含子系统从剪切点坐标系的集合, Ψ 为包含子系统主剪切点坐标系的集合, $p_{\boldsymbol{A}}$和$p_{\boldsymbol{C}}$为虚拟功率流.

引理 2 如果被虚拟分解后的所有子系统都呈虚拟稳定(即满足引理1中的判定条件), 则整个系统是L_2稳定和L_∞稳定的.

以上关于VDC理论的定义和引理及相应的证明, 详见文献[10].

3 控制器设计(Controller design)

本文在针对柔性关节机器人的VDC方案设计中, 先将机器人本体结构虚拟分解为若干刚性连杆和柔性关节子系统, 考虑模型不确定性、外界扰动和部分状态量不可测等因素, 对各个子系统分别设计控制律.

3.1 控制目标(Objective of control)

设计控制器以实现柔性关节机器人所有连杆的实际位置$\boldsymbol{q}(t) \in \mathbb{R}^n$渐进收敛于期望位置$\boldsymbol{q}_{\rm d}(t) \in \mathbb{R}^n$, 且假定$\boldsymbol{q}_{\rm d}(t) \in \mathbb{C}^3$三阶可导. 该控制目标可简述为

$$ \forall \boldsymbol{e}(0) \in \mathbb{R}^n,\ \lim_{t\to\infty}\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{0}, \tag{6} $$

其中连杆跟踪误差$\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{q}_{\rm d}(t) - \boldsymbol{q}(t)$.

3.2 刚性连杆子系统控制律设计(Control law design of rigid-link subsystems)

n自由度串联结构旋转关节机器人刚性连杆子系统的动力学为[10]

$$ \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_i}\frac{\rm d}{{\rm d}t}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}) + \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i}{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V} + \boldsymbol{G}_{\boldsymbol{B}_i} = {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^*, \tag{7} $$

其中: $\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_i} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$, $\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$, $\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{B}_i} \in \mathbb{R}^6$ 分别表示连杆i的惯量矩阵、离心力和哥氏力矩阵、重力矩阵. ${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^* = [{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{f}^{*\rm T}\ \ {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{m}^{*\rm T}]^{\rm T} \in \mathbb{R}^6$为坐标系$\{\boldsymbol{B}_i\}$中作用于第$i$连杆的"合力", 其中${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{f}^*$ 和${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{m}^*$分别表示合力列向量和合力矩列向量.

考虑连杆子系统模型参数的不确定性、负载的变化以及外部随机扰动等因素, 虚拟分解控制律设计中引入自适应策略. 刚性连杆子系统动力学可线性化为

$$ \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{B}_i} \overset{\rm def}{=} \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_i}\frac{\rm d}{{\rm d}t}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r}) + \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i}{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r} + \boldsymbol{G}_{\boldsymbol{B}_i}, \tag{8} $$

其中: ${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r}$为对应于${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}$的需求广义速度列向量, $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{B}_i} \in \mathbb{R}^{6\times 13}$为回归矩阵, $\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{B}_i} \in \mathbb{R}^{13}$为包含连杆质量、转动惯量等不确定元素的参数向量.

设计连杆虚拟分解自适应控制律为

$$ {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}^* = \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{B}_i}\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{B}_i} + \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r} - {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}), \tag{9} $$

其中: $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{B}_i}$是$\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{B}_i}$的估计值, $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$是对称正定对角反馈增益矩阵. $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{B}_i}$通过$P$函数实时更新[10], 即

$$ \hat{\theta}_{\boldsymbol{B}_i\gamma} = P\left(\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{B}_i\gamma}, \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{B}_i\gamma}, \theta_{\boldsymbol{B}_i\gamma}^-, \theta_{\boldsymbol{B}_i\gamma}^+, t\right), \tag{10} $$

其中: $\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{B}_i} = \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{B}_i}^{\rm T}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r} - {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}), \gamma = 1, 2, \cdots, 13$.

关节速度和连杆两端广义速度之间映射关系如下:

$$ \boldsymbol{Z}\dot{q}_i = {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V} - {}^{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_i}^{\rm T}{}^{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{V}, \tag{11} $$

其中: $\dot{q}_i$表示第i关节速度, $\boldsymbol{Z} = [0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1]^{\rm T}$.

n自由度柔性关节机器人的广义速度增广向量定义为$\boldsymbol{V}_{\rm m} = [{}^{\boldsymbol{B}_1}\boldsymbol{V}^{\rm T}\ \ {}^{\boldsymbol{B}_2}\boldsymbol{V}^{\rm T}\ \ \cdots\ \ {}^{\boldsymbol{B}_n}\boldsymbol{V}^{\rm T}]^{\rm T} \in \mathbb{R}^{6\times n}$, 有

$$ \boldsymbol{V}_{\rm m} = \boldsymbol{T}_{\rm m}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}, \tag{12} $$

$$ \boldsymbol{V}_{\rm mr} = \boldsymbol{T}_{\rm m}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}_{\rm r}, \tag{13} $$

其中

$$ \boldsymbol{T}_{\rm m}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ {}^{\boldsymbol{B}_1}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_2}^{\rm T}\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^{\boldsymbol{B}_1}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_n}^{\rm T}\boldsymbol{Z} & {}^{\boldsymbol{B}_2}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_n}^{\rm T}\boldsymbol{Z} & \cdots & \boldsymbol{Z} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{36\times n}. $$

连杆之间的广义合力关系为

$$ {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^* = {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F} - {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{T}_{(i+1)}}{}^{\boldsymbol{T}_{(i+1)}}\boldsymbol{F}, \tag{14} $$

其中${}^{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{F} = {}^{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_i}{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}$.

连杆之间的需求广义力与广义力关系为

$$ {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r} = {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}^{*} + {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{T}_{(i+1)}}{}^{\boldsymbol{T}_{(i+1)}}\boldsymbol{F}_{\rm r}, \tag{15} $$

其中${}^{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r} = {}^{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{B}_i}{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}$.

注 2　式(9)描述的连杆控制律表达式有助于提升控制输入值对实时变化的广义速度误差的敏感性, 需求广义合力${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}^{*}$设计为基于连杆子系统模型动力学前馈加上广义速度误差反馈的形式. 在连杆子系统控制律设计中并不需要计算${}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^{*}$, 将连杆子系统的控制律(9)代入式(15)进行迭代得到其它连杆子系统的需求广义合力, 此需求广义合力将被用于后续设计关节子系统控制律. 广义力的传递方向是从顶端连杆到底端连杆, 广义速度的传递方向反之.

3.3 柔性关节子系统控制律设计(Control law design of flexible-joint subsystems)

n自由度串联结构旋转关节机器人柔性关节子系统的动力学为

$$ I_i\ddot{\phi}_i + f_i\dot{\phi} + k_i^{\rm f}\left(\phi_i - q_i\right) = u_i + u_i^{\rm d}, \tag{16} $$

$$ k_i^{\rm f}\left(\phi_i - q_i\right) = \tau_i, \tag{17} $$

其中: $\tau_i = \boldsymbol{Z}^{\rm T} \times {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}$表示通过第$i$关节减速器柔轮传递到输出轴的真实力矩, $k_i^{\rm f} > 0$是柔轮的刚度系数, ϕ_i, $\dot{\phi}_i$和$\ddot{\phi}_i$分别是电机转子经减速后的角度、角速度和角加速度, q_i是关节位置, I_i是电机转子惯量乘以减速比平方后的等效惯量, f_i是关节摩擦系数, u_i是电机驱动力矩, $u_i^{\rm d} \in L_\infty$是外部扰动力矩.

设计柔性关节虚拟分解控制律为

$$ \begin{aligned} u = {} & I_i\ddot{\phi}_{{\rm r}_i} + f_i\dot{\phi}_{{\rm r}_i} + k_{\phi_i}(\dot{\phi}_{{\rm r}_i} - \dot{\phi}_i) + \\ & \tau_{{\rm r}_i} + k_{\tau_i}(\tau_{{\rm r}_i} - \tau_i), \end{aligned} \tag{18} $$

其中:

$$ \dot{q}_{{\rm r}_i} = \dot{q}_{{\rm d}_i} + \lambda_i\left(q_{{\rm d}_i} - q_i\right), \tag{19} $$

$$ \tau_{{\rm r}_i} = \tau_{{\rm od}_i} + k_{{\rm p}_i}\left(\dot{q}_{{\rm r}_i} - \dot{q}_i\right) + t_{s_i}, \tag{20} $$

$$ t_{s_i} = P\left(\left(\dot{q}_{{\rm r}_i} - \dot{q}_i\right), k_{I_i}, t_{s_i}^{-}, t_{s_i}^{+}\right), \tag{21} $$

$$ \phi_{{\rm d}_i} = q_i + \frac{\tau_{{\rm r}_i}}{k_i^{\rm f}}, \tag{22} $$

$$ \begin{aligned} \dot{\phi}_{{\rm r}_i} = {} & \dot{\phi}_{{\rm d}_i} + \lambda_{q_i}\left(\dot{q}_{{\rm r}_i} - \dot{q}_i\right) + \lambda_{\phi_i}\left(\phi_{{\rm d}_i} - \phi_i\right) + \\ & \lambda_{\tau_i}\left(\tau_{{\rm r}_i} - \tau_i\right), \end{aligned} \tag{23} $$

$q_{{\rm d}_i}$和$\dot{q}_{{\rm d}_i}$分别为期望关节位置和速度, $\dot{q}_{{\rm r}_i}$为需求关节速度, $\tau_{{\rm r}_i}$为需求柔性力矩, t_{s_i}为关节需求速度和实际速度误差的有界积分控制项, $\phi_{{\rm d}_i}$和$\dot{\phi}_{{\rm d}_i}$分别为期望电机位置和速度, $\dot{\phi}_{{\rm r}_i}$和$\ddot{\phi}_{{\rm r}_i}$分别为需求电机速度和加速度. $\lambda_i > 0$, $k_{{\rm p}_i} > 0$, $\lambda_{q_i} > 0$, $\lambda_{\phi_i} > 0$, $\lambda_{\tau_i} > 0$, $k_{\phi_i} > 0$, $k_{\tau_i} > 0$为控制增益. 式(20)中$\tau_{{\rm od}_i} = \boldsymbol{Z}^{\rm T} \times {}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}$. 式(21)中$P$函数同(10), $k_{I_i} > 0$为自适应增益, $t_{s_i}^{-} < 0$和$t_{s_i}^{+} > 0$为常数.

注 3　通过观察可知, 连杆控制律(9)和柔性关节控制律(18)以需求广义力${}^{B_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}$为纽带建立起连杆子系统和关节子系统控制算法之间的联系.

注 4　通过第3.1节和第3.2节两部分可以看出, VDC理论的核心思想是将整个柔性关节机器人的控制系统设计分解为若干连杆子系统和关节子系统控制律的设计, 完全有别于传统拉格朗日整体动力学框架下的控制律设计. 这一特点使得基于VDC理论的控制器的计算量仅正比例相关于机器人的自由度数量, 比基于传统拉格朗日整体动力学理论的算法高效.

4 扩展卡尔曼滤波器设计(Design of extended Kalman filter)

由刚性连杆子系统控制律(9)和柔性关节子系统控制律(18)得知, 整个闭环控制系统需要测量的变量有q_i, $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$, ϕ_i, $\dot{\phi}_i$, τ_i, $\dot{\tau}_i$. 如前述引言部分所提及的噪声干扰、传感器安装工艺和成本控制等原因, VDC闭环中所需的连杆侧位置q_i、速度$\dot{q}_i$、加速度$\ddot{q}_i$、力矩τ_i和力矩的变化率$\dot{\tau}_i$通常因缺少相应的传感器而无法实现直接的物理测量. 本文引入EKF手段, 通过电机侧的位置$\boldsymbol{\phi}$和速度$\dot{\boldsymbol{\phi}}$观测连杆侧的状态$\boldsymbol{q}$, $\dot{\boldsymbol{q}}$, $\boldsymbol{\tau}$和$\dot{\boldsymbol{\tau}}$, 以免除这些状态量的实时物理测量, $\ddot{\boldsymbol{q}}$则由$\dot{\boldsymbol{q}}$通过微分计算得到, 考虑微分过程可能会受到噪声的影响, 故使用低通滤波器以滤除高频干扰. 其中:

$$ \boldsymbol{q} = [q_1\ \ q_2\ \ \cdots\ \ q_n]^{\rm T},\ \boldsymbol{\phi} = [\phi_1\ \ \phi_2\ \ \cdots\ \ \phi_n]^{\rm T}, $$
$$ \boldsymbol{\tau} = [\tau_1\ \ \tau_2\ \ \cdots\ \ \tau_n]^{\rm T}. $$

由连杆子系统和关节子系统动力学模型以及力和速度的映射关系, 得出n自由度柔性关节机器人虚拟分解完整动力学模型如下:

$$ \begin{aligned} & \boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\left(\boldsymbol{q}\right)\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_m\left(\boldsymbol{q}\right)\ddot{\boldsymbol{q}} + [\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\left(\boldsymbol{q}\right)\boldsymbol{M}_{\rm l}\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}\left(\boldsymbol{q}\right) + \\ & \boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\left(\boldsymbol{q}\right)\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m}\left(\boldsymbol{q}\right)]\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\left(\boldsymbol{q}\right)\boldsymbol{G}_{\rm l} = \\ & \boldsymbol{k}^{\rm f}\left(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{q}\right), \end{aligned} \tag{24} $$

$$ \boldsymbol{J}_{\rm m}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + \boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{\phi}} + \boldsymbol{k}^{\rm f}\left(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{q}\right) = \boldsymbol{U}, \tag{25} $$

其中:

$$ \begin{aligned} & \boldsymbol{M}_{\rm l} = {\rm diag}\left\{\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_1}, \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_2}, \cdots, \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_n}\right\}, \\ & \boldsymbol{C}_{\rm l} = {\rm diag}\left\{\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_1}, \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_2}, \cdots, \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_n}\right\}, \\ & \boldsymbol{G}_{\rm l} = \left[\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{B}_1}^{\rm T}\ \ \boldsymbol{G}_{\boldsymbol{B}_2}^{\rm T}\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{G}_{\boldsymbol{B}_n}^{\rm T}\right]^{\rm T}, \\ & \boldsymbol{J}_{\rm m} = {\rm diag}\left\{I_{{\rm m}_1}, I_{{\rm m}_2}, \cdots, I_{{\rm m}_n}\right\}, \\ & \boldsymbol{k}^{\rm f} = {\rm diag}\left\{k_1^{\rm f}, k_2^{\rm f}, \cdots, k_n^{\rm f}\right\}, \\ & \boldsymbol{f} = {\rm diag}\left\{f_1, f_2, \cdots, f_n\right\}, \\ & \boldsymbol{U} = [u_1\ \ u_2\ \ \cdots\ \ u_n]^{\rm T}. \end{aligned} $$

4.1 基于EKF的直接状态观测(EKF based direct state observer)

参照文献[18]中的EKF直接状态观测方法, 定义状态变量$\boldsymbol{x}$为

$$ \boldsymbol{x} = \left[\boldsymbol{x}_1^{\rm T}\ \ \boldsymbol{x}_2^{\rm T}\ \ \boldsymbol{x}_3^{\rm T}\ \ \boldsymbol{x}_4^{\rm T}\right]^{\rm T} = [\boldsymbol{q}^{\rm T}\ \ \dot{\boldsymbol{q}}^{\rm T}\ \ \boldsymbol{\phi}^{\rm T}\ \ \dot{\boldsymbol{\phi}}^{\rm T}]^{\rm T}. \tag{26} $$

将式(26)对时间t求导, 然后代入式(24)–(25), 得到状态函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \mathcal{M}\\ \dot{\boldsymbol{\phi}}\\ \boldsymbol{J}_{\rm m}^{-1}[\boldsymbol{U}+\boldsymbol{k}^{\rm f}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{\phi})-\boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{\phi}}]\end{bmatrix}, \tag{27}$$

其中:

$$\mathcal{M}=-\left(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m}\right)^{-1}[(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{G}_{\rm l}+\boldsymbol{k}^{\rm f}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{\phi})].$$

由式(27)得到状态函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$对状态$\boldsymbol{x}$的偏微分为

$$\frac{\partial\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{F}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{F}_1&\boldsymbol{F}_2&\boldsymbol{F}_3&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{F}_4&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{F}_5&\boldsymbol{F}_6\end{bmatrix}, \tag{28}$$

其中:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{F}_1=\\&-[\frac{\partial(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})}{\partial\boldsymbol{q}}]^{-1}[(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})\dot{\boldsymbol{q}}+\\&\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{G}_{\rm l}+\boldsymbol{k}^{\rm f}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{\phi})]-(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})^{-1}\left[\boldsymbol{k}^{\rm f}+\right.\\&\left.\frac{\partial(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})}{\partial\boldsymbol{q}}\dot{\boldsymbol{q}}+\frac{\partial(\boldsymbol{T}_{\rm m}\boldsymbol{G}_{\rm l})}{\partial\boldsymbol{q}}\right],\\&\boldsymbol{F}_2=-(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})^{-1}[\frac{\partial(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_l\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})}{\partial\dot{\boldsymbol{q}}}\dot{\boldsymbol{q}}+\\&\quad\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m}],\\&\boldsymbol{F}_3=(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})^{-1}\boldsymbol{k}^{\rm f},\ \boldsymbol{F}_4=\boldsymbol{J}_{\rm m}^{-1}\boldsymbol{k}^{\rm f},\\&\boldsymbol{F}_5=-\boldsymbol{J}_{\rm m}^{-1}\boldsymbol{k}^{\rm f},\ \boldsymbol{F}_6=\boldsymbol{J}_{\rm m}^{-1}\boldsymbol{k}^{\rm f}.\end{aligned}$$

定义观测向量$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$为

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\phi}\\ \dot{\boldsymbol{\phi}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_3\\ \boldsymbol{x}_4\end{bmatrix}. \tag{29}$$

观测向量$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$对状态$\boldsymbol{x}$的偏微分为

$$\frac{\partial\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{H}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}&\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}\end{bmatrix}. \tag{30}$$

最后, 将式(27)—(30)代入EKF表达式(31)—(33):

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}=\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{U})+\boldsymbol{L}(t)[\boldsymbol{y}(t)-\boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}})], \tag{31}$$

$$\dot{\boldsymbol{P}}(t)=\boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{P}(t)+\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{F}^{\rm T}(t)+\boldsymbol{Q}(t)-\boldsymbol{L}(t)\boldsymbol{H}(t)\boldsymbol{P}(t), \tag{32}$$

$$\boldsymbol{L}(t)=\boldsymbol{P}(t)\boldsymbol{H}^{\rm T}(t)\boldsymbol{R}^{-1}(t), \tag{33}$$

其中: $\hat{\boldsymbol{x}}$为$\boldsymbol{x}$的估计值, $\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$为输出, $\boldsymbol{Q}(t)$和$\boldsymbol{R}(t)$分别为过程噪声和测量噪声的协方差, $\boldsymbol{L}(t)$为卡尔曼增益, $\boldsymbol{P}(t)$为状态$\boldsymbol{x}$下的协方差.

由式(28)可见, 基于EKF的直接状态观测设计中, 雅可比矩阵$\boldsymbol{F}(t)$的计算因涉及状态函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$对$\boldsymbol{q}$和$\dot{\boldsymbol{q}}$的偏微分而非常复杂. 因此, 为简化EKF观测器的设计, 提高其工程应用的可行性, 本文将在接下来的部分提出一种基于EKF的间接状态观测方法.

4.2 基于EKF的间接状态观测(EKF based indirect state observer)

以连杆侧力矩$\boldsymbol{\tau}$和力矩的变化率$\dot{\boldsymbol{\tau}}$取代式(26)中连杆侧位置$\boldsymbol{q}$和速度$\dot{\boldsymbol{q}}$, 重新定义状态变量为

$$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{\tau}^{\rm T}\ \dot{\boldsymbol{\tau}}^{\rm T}\ \boldsymbol{\phi}^{\rm T}\ \dot{\boldsymbol{\phi}}^{\rm T}]^{\rm T}=[\boldsymbol{x}_1^{\rm T}\ \boldsymbol{x}_2^{\rm T}\ \boldsymbol{x}_3^{\rm T}\ \boldsymbol{x}_4^{\rm T}]^{\rm T}. \tag{34}$$

可得到状态函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$为

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\tau}}\\ \mathcal{N}\\ \dot{\boldsymbol{\phi}}\\ \boldsymbol{J}^{-1}\left(\boldsymbol{U}-\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{\phi}}\right)\end{bmatrix}, \tag{35}$$

其中:

$$\begin{aligned}\mathcal{N}=\ &\boldsymbol{k}^{\rm f}[-((\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})^{-1}+\boldsymbol{J}^{-1})\boldsymbol{\tau}+\\&(\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})^{-1}((\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{M}_{\rm l}\dot{\boldsymbol{T}}_{\rm m}+\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{C}_{\rm l}\boldsymbol{T}_{\rm m})\dot{\boldsymbol{q}})+\\&\boldsymbol{T}_{\rm m}^{\rm T}\boldsymbol{G}_{\rm l})+\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{U}-\boldsymbol{f}\dot{\boldsymbol{\phi}})].\end{aligned}$$

状态函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$对新状态变量$\boldsymbol{x}$的偏微分为

$$\frac{\partial\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{F}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\ -\boldsymbol{k}^{\rm f}(\boldsymbol{M}^{-1}+\boldsymbol{J}^{-1})&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&-\boldsymbol{k}^{\rm f}\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{f}\\ \boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{J}^{-1}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&-\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{f}\end{bmatrix}. \tag{36}$$

和直接状态观测相比, 基于EKF的间接状态观测使用了$\boldsymbol{\tau}$, $\dot{\boldsymbol{\tau}}$, $\boldsymbol{\phi}$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}$作为状态变量, 令状态函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$中部分显性含有$\boldsymbol{q}$和$\dot{\boldsymbol{q}}$的项成为非显性包含$\boldsymbol{\tau}$和$\dot{\boldsymbol{\tau}}$的项, 从而使得$\boldsymbol{F}(t)$相应项的偏导数为零, 大幅简化了雅可比矩阵的计算. 当通过EKF观测到$\boldsymbol{\tau}$和$\dot{\boldsymbol{\tau}}$之后, 再由式(17)即可得到$\boldsymbol{q}$和$\dot{\boldsymbol{q}}$.

5 系统稳定性分析(Stability analysis of system)

由引理1和引理2以及文献[17]可知, 柔性关节机器人整个控制系统稳定的前提是经虚拟分解后的各个刚性连杆子系统和柔性关节子系统均呈虚拟稳定, 且EKF观测器稳定. 因此, 接下来的系统稳定性分析具体分为如下4个步骤:

步骤 1 刚性连杆子系统的虚拟稳定性证明.

由式(7)–(9)得到

$$\begin{aligned}&{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\rm r}^*-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^*=\\&\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_i}[\frac{{\rm d}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}}{{\rm d}t}-\frac{{\rm d}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}}{{\rm d}t}]+\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)+\\&\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\rm r}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)-\boldsymbol{Y}_i(t)(\boldsymbol{\theta}_i-\hat{\boldsymbol{\theta}}_i).\end{aligned} \tag{37}$$

刚性连杆子系统中, 选取非负伴随函数为

$$v_i^{\mathrm{L}}=\frac{1}{2}[\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{B}_i}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V})+\sum_{\gamma=1}^{13}\frac{\left(\theta_{i\gamma}-\hat{\theta}_{i\gamma}\right)^2}{\rho_{i\gamma}}]. \tag{38}$$

将式(38)对时间t求导, 并代入式(37)得

$$\begin{aligned}\dot{v}_i^{\mathrm{L}}=&-\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)+\\&\sum_{\gamma=1}^{13}\left(\theta_{i\gamma}-\hat{\theta}_{i\gamma}\right)[\boldsymbol{y}_{i\gamma}\left(t\right)^{\mathrm{T}}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)-\\&\frac{\dot{\hat{\theta}}_{i\gamma}}{\rho_{i\gamma}}]+\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V})+\\&\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\mathrm{r}}^{*}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^{*}\right),\end{aligned} \tag{39}$$

其中$\boldsymbol{y}_{i\gamma}\in\mathbb{R}^6$表示$\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{B}_i}$的第$\gamma$列.

同时, 注意到

$$\begin{aligned}&(\theta_{i\gamma}-\hat{\theta}_{i\gamma})[\boldsymbol{y}_{i\gamma}(t)^{\mathrm{T}}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)-\frac{\dot{\hat{\theta}}_{i\gamma}}{\rho_{i\gamma}}]\leqslant 0,\\&\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V})=0,\end{aligned}$$

$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{B}_i}$是反对称矩阵, 且有

$$\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\mathrm{r}}^{*}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}^{*}\right)=P_{\boldsymbol{B}_i}-P_{\boldsymbol{T}_{(i+1)}},$$

$P_{\boldsymbol{B}_i}$和$P_{\boldsymbol{T}_{(i+1)}}$为刚性连杆$i$子系统两端的虚拟功率流, 则由式(39)可得

$$\begin{aligned}\dot{v}_i^{\mathrm{L}}\leqslant&-\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)+\\&P_{\boldsymbol{B}_i}-P_{\boldsymbol{T}_i}.\end{aligned} \tag{40}$$

因此, 由引理1即可知由刚性连杆子系统(7)和虚拟分解控制律(9)组成的控制系统是虚拟稳定的.

步骤 2　柔性关节子系统的虚拟稳定性证明.

由式(16)–(18)可得

$$\begin{aligned}&I_i(\ddot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\ddot{\phi}_i)=\\&-(k_{\phi_i}+f_i)(\dot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\dot{\phi}_i)-\\&(1+k_{\tau_i})(\tau_{\mathrm{r}_i}-\tau_i)-u_i^{\mathrm{d}}.\end{aligned} \tag{41}$$

由式(16)和式(22)得到

$$\tau_{\mathrm{r}_i}-\tau_i=k_i^{\mathrm{f}}\left(\phi_{\mathrm{d}_i}-\phi_i\right). \tag{42}$$

柔性关节子系统中, 选取非负伴随函数为

$$\begin{aligned}v_i^{\mathrm{M}}=&\frac{1}{2}[I_i(\dot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\dot{\phi}_i)^2+k_i^{\mathrm{f}}(1+k_{\tau_i})(\phi_{\mathrm{d}_i}-\phi_i)^2+\\&(1+k_{\tau_i})\lambda_{q_i}\frac{t_s^2}{k_{I_i}}]\geqslant 0.\end{aligned} \tag{43}$$

将式(43)对时间t求导, 并将式(17)和式(18)代入, 可得

$$\begin{aligned}\dot{v}_i^{\mathrm{M}}=&I_i(\dot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\dot{\phi}_i)(\ddot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\ddot{\phi}_i)+k_i^{\mathrm{f}}(1+k_{\tau_i})\\&(\phi_{\mathrm{d}_i}-\phi_i)(\dot{\phi}_{\mathrm{d}_i}-\dot{\phi}_i)+(1+k_{\tau_i})\lambda_{q_i}t_{s_i}\frac{\dot{t}_{s_i}}{k_{I_i}}\leqslant\\&-[k_{\phi_i}+f_i-(\frac{1}{2\gamma})^2](\dot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\dot{\phi}_i)^2-\\&(1+k_{\tau_i})k_i^{\mathrm{f}}\lambda_{\phi_i}(\phi_{\mathrm{d}_i}\phi_i)^2-\\&(1+k_{\tau_i})\lambda_{\tau_i}(\tau_{\mathrm{r}_i}-\tau_i)^2+\\&(\gamma u_i^{\mathrm{d}})^2-(1+k_{\tau_i})\lambda_{q_i}k_{\mathrm{p}_i}(\dot{q}_{\mathrm{r}_i}-\dot{q}_i)^2-\\&(1+k_{\tau_i})\lambda_{q_i}(\dot{q}_{\mathrm{r}_i}-\dot{q}_i)(\tau_{\mathrm{od}_i}-\tau_i),\end{aligned} \tag{44}$$

其中$\gamma>0$为常数, 且满足$k_{\phi_i}+f_i-(\dfrac{1}{2\gamma})^2>0$.

同时注意到, 不等式(44)右边最后一项中有

$$\begin{aligned}&\left(\dot{q}_{\mathrm{r}_i}-\dot{q}_i\right)\left(\tau_{\mathrm{od}_i}-\tau_i\right)=\\&\left(\dot{q}_{\mathrm{r}_i}-\dot{q}_i\right)\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{F}\right)=\\&P_{\boldsymbol{B}_i}-P_{\boldsymbol{T}_i},\end{aligned}$$

其中$P_{\boldsymbol{T}_i}$和$P_{\boldsymbol{B}_i}$为第i个柔性关节子系统两端的虚拟功率流.

因此, 由引理1即可知由柔性关节子系统(16)–(17)和虚拟分解控制律(18)组成的控制系统是虚拟稳定的.

步骤 3　由刚性连杆子系统和柔性关节子系统构成的柔性关节机器人系统的稳定性证明.

对于整个机器人系统, 构造李雅普诺夫函数为各子系统非负伴随函数之和, 即

$$V\left(t\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(v_i^{\mathrm{L}}+v_i^{\mathrm{M}}\right). \tag{45}$$

由于连杆子系统和关节子系统伴随函数导数中虚拟功率流项相互抵消为零, 得到

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)\leqslant&-\sum_{i=1}^{n}\left({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}({}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V}_{\mathrm{r}}-{}^{\boldsymbol{B}_i}\boldsymbol{V})-\\&\sum_{i=1}^{n}\{[k_{\phi_i}+f_i-(\frac{1}{2\gamma})^2](\dot{\phi}_{\mathrm{r}_i}-\dot{\phi}_i)^2+\\&(1+k_{\tau_i})k_i^{\mathrm{f}}\lambda_{\phi_i}(\phi_{\mathrm{d}_i}-\phi_i)^2+\\&(1+k_{\tau_i})\lambda_{\tau_i}(\tau_{\mathrm{r}_i}-\tau_i)^2-(\gamma u_i^{\mathrm{d}})^2+\\&(1+k_{\tau_i})\lambda_{q_i}k_{\mathrm{p}_i}(\dot{q}_{\mathrm{r}_i}-\dot{q}_i)^2\}.\end{aligned} \tag{46}$$

由文献[19]定理2可知, 如果$u_i^{\mathrm{d}}\in L_2$, $\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}}\in L_\infty$, $\ddot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}}\in L_\infty$, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}^{(3)}\in L_\infty$, 则可保证轨迹跟踪误差收敛, 即: $\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{r}}-\dot{\boldsymbol{q}}\to\boldsymbol{0}$, $\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}}-\dot{\boldsymbol{q}}\to\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{q}\to\boldsymbol{0}$.

因此, 由刚性连杆子系统和柔性关节子系统构成的柔性关节机器人系统是李雅普诺夫稳定的.

步骤 4　基于EKF的间接状态观测器的稳定性证明.

展开$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$和$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$, 得到

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}})=\boldsymbol{F}(t)(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})+\boldsymbol{\varphi}, \tag{47}$$

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}})=\boldsymbol{H}(t)(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})+\boldsymbol{\chi}, \tag{48}$$

其中$\boldsymbol{\varphi}$和$\boldsymbol{\chi}$是$(\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}})$的二阶(含)以上高阶项.

定义观测误差$\boldsymbol{\zeta}=\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}$, 通过式(27)(31)(37)和

式(48)可得

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = [\boldsymbol{F}(t) - \boldsymbol{L}(t)\boldsymbol{H}(t)]\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{L}(t)\boldsymbol{\chi}. \quad (49)$$

定义$\boldsymbol{Y}$为

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{P}^{-1}(t). \quad (50)$$

选取李雅普诺夫函数为

$$W = \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{\zeta}. \quad (51)$$

由于$\boldsymbol{P}(t)$正定, 则$\boldsymbol{Y}$亦正定, 由此W正定.

对式(51)求导, 并将式(33)和式(49)代入, 可得

$$\begin{aligned}\dot{W} = {} & \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}[-\boldsymbol{Y}\dot{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}\boldsymbol{F} - \\ & \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H} - \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}]\boldsymbol{\zeta} + \\ & (\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{\chi})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{\chi}) = \\ & -\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}]\boldsymbol{\zeta} + \\ & (\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{\chi})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{\chi}). \end{aligned} \quad (52)$$

不失一般性地, 假定$\|\boldsymbol{\varphi}\| \leqslant k_{\varphi}\|\boldsymbol{\zeta}\|^2$, $\|\boldsymbol{\chi}\| \leqslant k_{\chi}\|\boldsymbol{\zeta}\|^2$, $\|\boldsymbol{H}\| \leqslant \bar{h}$, $\underline{p}\boldsymbol{I} \leqslant \boldsymbol{P} \leqslant \bar{p}\boldsymbol{I}$, $\underline{q}\boldsymbol{I} \leqslant \boldsymbol{Q}$, $\underline{r}\boldsymbol{I} \leqslant \boldsymbol{R}$, 其中: $\boldsymbol{I}$是单位矩阵, $k_{\varphi}, k_{\chi}, \bar{h}, \underline{p}, \bar{p}, \underline{q}, \underline{r}$均为正常数. 下面将证明存在正常数$\sigma$, ρ和ε使得本文提出的基于EKF 的间接状态观测器呈指数稳定[17], 即

$$\|\boldsymbol{\zeta}(t)\| \leqslant \sigma\|\boldsymbol{\zeta}(0)\|\,\mathrm{e}^{-\rho t}, \quad (53)$$

其中: $t \geqslant 0$, $\boldsymbol{\zeta}(0) \in \boldsymbol{B}_{\varepsilon}$ $(\boldsymbol{B}_{\varepsilon} = \boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^{4n} : \|\boldsymbol{v}\| \leqslant \varepsilon)$.

考虑式(52)中$\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{R}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}$项为正定, 有

$$\dot{W} \leqslant [-\frac{\underline{q}}{\bar{p}^2} + (\frac{2k_{\varphi}}{\underline{p}} + \frac{2\bar{h}k_{\chi}}{\underline{r}})\|\boldsymbol{\zeta}\|]\|\boldsymbol{\zeta}\|^2. \quad (54)$$

因此, 对于任意

$$\|\boldsymbol{\zeta}\| \leqslant \varepsilon^* = \min(\varepsilon, \frac{\underline{r}\,\underline{p}\underline{q}}{4\bar{p}^2(\underline{r}k_{\varphi} + \underline{p}\bar{h}k_{\chi})}), \quad (55)$$

可得

$$\dot{W}(t) \leqslant -\frac{\underline{q}}{2\bar{p}^2}||\boldsymbol{\zeta}(t)||^2 \leqslant -\frac{\underline{q}\underline{p}}{2\bar{p}^2}W(t). \quad (56)$$

不等式(56)的解为

$$W(t) \leqslant W(0)\mathrm{e}^{-\frac{\underline{q}\underline{p}}{2\bar{p}^2}t}. \quad (57)$$

结合式(51), 可得

$$\|\boldsymbol{\zeta}(t)\| \leqslant \sqrt{\frac{\bar{p}}{\underline{p}}}\,\|\boldsymbol{\zeta}(0)\|\,\mathrm{e}^{-\frac{\underline{q}\underline{p}}{4\bar{p}^2}t}, \quad (58)$$

即在式(53)中

$$\sigma = \sqrt{\frac{\bar{p}}{\underline{p}}},\ \rho = \frac{\underline{q}\underline{p}}{4\bar{p}^2},$$

亦即基于EKF的间接状态观测器呈指数稳定.

综上所述, 步骤1和步骤2分别依据引理1得到了各刚性连杆子系统和各柔性关节子系统的虚拟稳定性, 步骤3结合引理2完成了整个系统的稳定性证明. 步骤4证明了基于EKF的间接状态观测器的稳定性. 因此, 整个柔性关节机器人的非完全状态反馈控制系统的稳定性得证[17–18].

6 仿真实例(Simulation example)

采用两自由度柔性关节机器人(如图2所示)为仿真试验对象, 其连杆和关节结构参数分别见表1和表2.

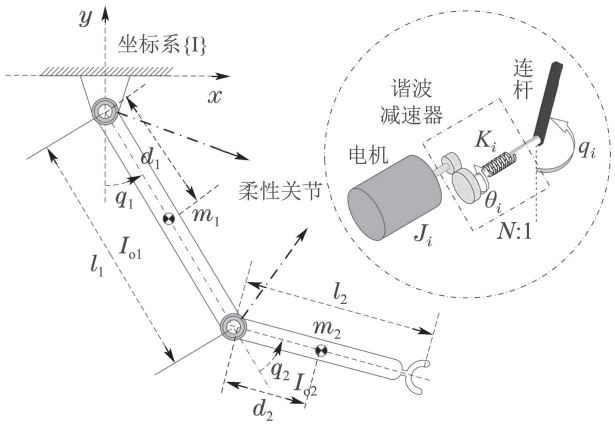

图 2 两自由度柔性关节机器人

Fig. 2 A 2–DoF flexible-joint robot manipulator

表 1 连杆结构参数

Table 1 Structure parameters of links

连杆i	l_i/m	d_i/m	m_i/kg	I_{o_i}/(kg·m^2)
$i=1$	0.5	0.25	10	1.0
$i=2$	0.5	0.25	4	0.4

表 2 关节结构参数

Table 2 Structure parameters of joints

连杆i	I_i/(kg·m^2)	f_i/(N·m·s)	k_i^{f}/(N·m·rad^{-1})
$i=1$	2.0	1.0	10000
$i=2$	0.5	0.5	10000

在基于EKF的间接状态观测中, 假定过程噪声和观测噪声为常数, 取$\boldsymbol{Q} = 4\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{R} = 0.1\boldsymbol{I}$, 其中$\boldsymbol{I}$为单位矩阵. $\boldsymbol{P}$的初始值设为$\boldsymbol{P}(0) = \boldsymbol{I}$.

各连杆期望轨迹设定为

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}} = \frac{1}{2\pi}\begin{bmatrix}\sin(2\pi t)+0.088\\ \sin(2\pi t)+0.088\end{bmatrix}\mathrm{rad}. \quad (59)$$

仿真试验中, 将本文提出的基于VDC理论和EKF观测的控制器(VDC+EKF)与文献[20] 中基于传统拉格朗日整体动力学的带计算力矩项的PD控制器(CT+PD)作比较, 后者的控制律表达式可写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{U} = {} & \boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{l}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}\ddot{\boldsymbol{q}} + (\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{l}}\dot{\boldsymbol{T}}_{\mathrm{m}} + \boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{l}}\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}})\dot{\boldsymbol{q}} + \\ & \boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{\mathrm{l}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{q}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{q}) + \boldsymbol{K}_{\mathrm{v}}(\dot{\boldsymbol{q}}_{\mathrm{d}} - \dot{\boldsymbol{q}}) + \\ & \boldsymbol{K}_{\mathrm{d}}(\dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}). \end{aligned} \quad (60)$$

为使对比尽可能公平, 经反复优化调参, 选取控制器“VDC+EKF”参数如表3, 其中: 各连杆结构参数的自适应调整范围设定为其真实值的60%至180%,

式(9)中$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}$所有对角元素同取为$k_{\boldsymbol{B}_i}$. 选取控制器“CT+PD”参数为

$$\boldsymbol{K}_{\rm p} = {\rm diag}\{1900, 500\},$$
$$\boldsymbol{K}_{\rm v} = {\rm diag}\{500, 150\},$$
$$\boldsymbol{K}_{\rm d} = {\rm diag}\{110, 110\}.$$

表 3 连杆和关节控制参数

Table 3 Control parameters of links and joints

连杆i	$k_{\boldsymbol{B}_i}$	$\rho_{\boldsymbol{B}_{i1}}$	$\rho_{\boldsymbol{B}_{i2}}$	$\rho_{\boldsymbol{B}_{i3}}$	
$i=1$	30	50	50	50	
$i=2$	20	50	50	50	
关节i	λ_i	$k_{{\rm p}i}$	k_{I_i}	$t_{s_i}^-$	$t_{s_i}^+$
$i=1$	20	350	2000	−500	500
$i=2$	20	200	2000	−500	500
关节i	λ_{q_i}	λ_{ϕ_i}	λ_{τ_i}	k_{ϕ_i}	k_{τ_i}
$i=1$	0.8	20	0.005	200	0.5
$i=2$	0.5	10	0.005	100	0.5

连杆1和连杆2的轨迹跟踪误差曲线分别见图3和图4, 关节1和关节2的输入力矩曲线分别见图5和图6. 两种控制器效果的量化对比见表4, 其中引入如下评判指标.

表 4 两种控制器的比较

Table 4 Comparisons of two controllers

		VDC+EKF	CT+PD
误差均方根 / rad	e_1	0.649	2.20
	e_2	0.619	1.60
	$\|\|\boldsymbol{e}\|\|$	0.900	2.72
调节时间 / s	关节1	0.36	1.30
	关节2	0.37	1.34
最大力矩 / (N · m)	关节1	46.33	66.20
	关节2	14.39	19.64

误差均方根: 用来衡量整个作业过程中连杆实际位置偏离期望位置的误差大小.

$$\mathrm{RMS}[e_i(t)] = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T |e_i(t)|^2 \mathrm{d}t}, \tag{61}$$

$$\mathrm{RMS}[\boldsymbol{e}(t)] = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \|\boldsymbol{e}(t)\|^2 \mathrm{d}t}, \tag{62}$$

其中T为作业时间.

调节时间: 从初始时刻到连杆的跟踪误差进入$\pm 1.15\times 10^{-3}$ rad区间的时长;

最大力矩: 控制器瞬时赋予关节驱动器的最大控制输入力矩值.

由图3–4和表4可以看出, 本文提出的控制器(VDC+EKF)较之基于传统拉格朗日整体动力学的带计算力矩项的PD控制器(CT+PD), 具有更快的动态响应速度和更短的调整时间, 作业全程的误差(误差均方根)和稳态误差有较大幅度的减小.

同时, 由图5、图6和表4可以看出, 在期望轨迹的初始跟踪误差不为零的情况下, 本文提出的控制器(VDC+EKF)在初始时刻附近的力矩振荡较小, 且对应于相同的期望轨迹, 力矩输入值更小, 其中最大力矩输入值仅为后者(CT+PD)的70%左右.

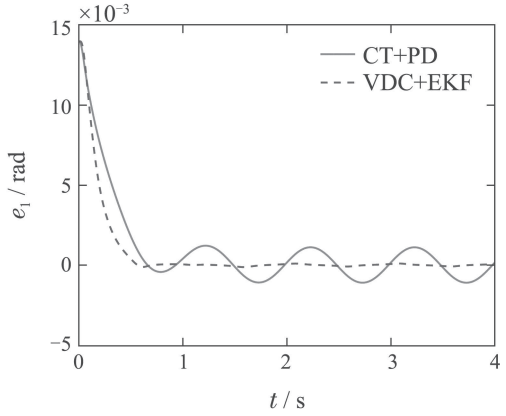

图 3 连杆1的轨迹跟踪误差

Fig. 3 Trajectory tracking errors of link 1

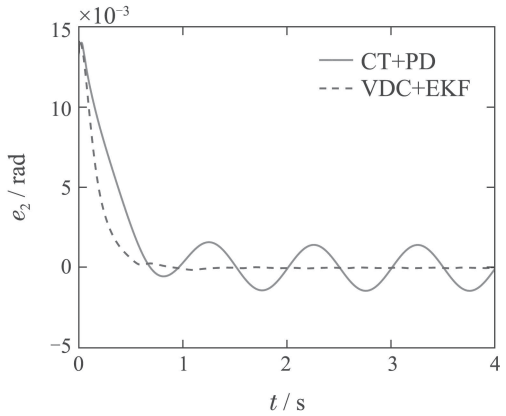

图 4 连杆2的轨迹跟踪误差

Fig. 4 Trajectory tracking errors of link 2

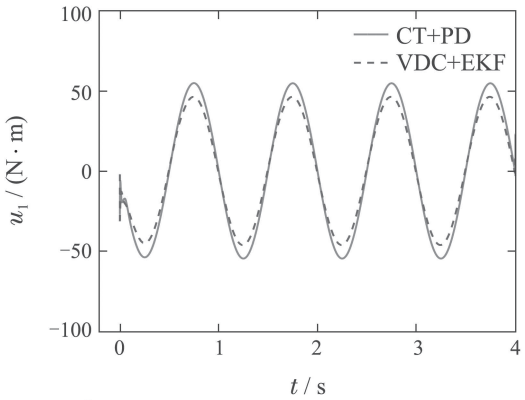

图 5 关节1的输入力矩

Fig. 5 Torque inputs of joint 1

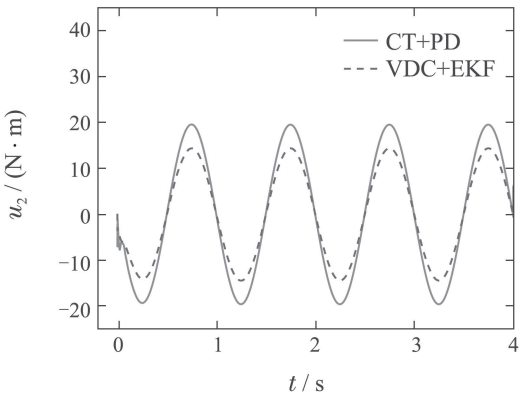

图 6 关节2的输入力矩

Fig. 6 Torque inputs of joint 2

7 总结(Conclusions)

本文基于VDC理论讨论了柔性关节机器人的轨迹跟踪控制问题. 考虑到模型参数的不确定性与外界扰动的存在, 分别设计了连杆子系统的虚拟分解自适应控制律和关节子系统的虚拟分解控制律. 同时, 设计了一种基于EKF的直接状态观测器, 实现了仅需要关节电机侧位置和速度反馈测量, 而不需要连杆侧位置、速度、加速度、力矩和力矩的变化率反馈测量的非完全状态反馈的闭环控制, 有效降低了混入噪声干扰的可能性和控制系统搭建的成本. 此外, 还给出了控制系统严格的稳定性证明. 理论分析和实例仿真结果验证了本文提出的基于VDC理论和EKF观测的控制器的有效性和优越性.

参考文献(References):

[1] ZHU W H, DE SCHUTTER J. Adaptive control of mixed rigid/flexible joint robot manipulators based on virtual decomposition [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1999, 15(2): 310 – 317.

[2] SPONG M W. Modeling and control of elastic joint robots [J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1987, 109(4): 310 – 319.

[3] TOMEI P. A simple PD controller for robots with elastic joints [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(10): 1208 – 1213.

[4] DE LUCA A, SICILIANO B, ZOLLO L. PD control with on-line gravity compensation for robots with elastic joints: Theory and experiments [J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1809 – 1819.

[5] ALBU-SCHÄFFER A, OTT C, HIRZINGER G. A unified passivity-based control framework for position, torque and impedance control of flexible joint robots [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2007, 26(1): 23 – 39.

[6] CAVERLY R J, ZLOTNIK D E, BRIDGEMAN L J, et al. Saturated proportional derivative control of flexible-joint manipulators [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2014, 30(6): 658 – 666.

[7] NANOS K, PAPADOPOULOS E G. On the dynamics and control of flexible joint space manipulators [J]. *Control Engineering Practice*, 2015, 45(12): 230 – 243.

[8] ZAHER M H, MEGAHED S M. Joints flexibility effect on the dynamic performance of robots [J]. *Robotica*, 2015, 33(7): 1424 – 1445.

[9] CHEN Mingjin, LI Shurong, CAO Qianlei. Adaptive motion/force control for rigid-link flexible-joint manipulators with time delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 217 – 223.
(陈明金, 李树荣, 曹乾磊. 时滞柔性关节机械臂自适应位置/力控制 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(2): 217 – 223.)

[10] ZHU W H. *Virtual Decomposition Control: Toward Hyper Degrees of Freedom Robots* [M]. Berlin, Germany: Springer Science & Business Media, 2010.

[11] CHANG Y Z, DANIEL R W. On the adaptive control of flexible joint robots [J]. *Automatica*, 1992, 28(5): 969 – 974.

[12] ZHU W H, De SCHUTTER J. Experimental verifications of virtual-decomposition-based motion/force control [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, 18(3): 379 – 386.

[13] ZHU W H, LAMARCHE T. Modular robot manipulators based on virtual decomposition control [C] //*The 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Roma, Italy: IEEE, 2007: 2235 – 2240.

[14] KOIVUMÄKI J, MATTILA J. The automation of multi degree of freedom hydraulic crane by using virtual decomposition control [C] //*The 2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. Wollongong, Australia: IEEE, 2013: 912 – 919.

[15] HUANG J B, XIE Z W, JIN M H, et al. Adaptive impedance-controlled manipulator based on collision detection [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2009, 22(1): 105 – 112.

[16] AL-SHUKA H F N, CORVES B, ZHU W H. Function approximation technique-based adaptive virtual decomposition control for a serial-chain manipulator [J]. *Robotica*, 2014, 32(3): 375 – 399.

[17] REIF K, SONNEMANN F, UNBEHAUEN R. An EKF-based nonlinear observer with a prescribed degree of stability [J]. *Automatica*, 1998, 34(9): 1119 – 1123.

[18] LIGHTCAP C A, BANKS S A. An extended Kalman filter for real-time estimation and control of a rigid-link flexible-joint manipulator [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(1): 91 – 103.

[19] ZHU W H, DUPUIS E, DOYON M. Adaptive control of harmonic drives [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2007, 129(2): 182 – 193.

[20] KHOSRAVI M A, TAGHIRAD H D. Dynamic modeling and control of parallel robots with elastic cables: singular perturbation approach [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(3): 694 – 704.

作者简介:

刘华山 (1984–), 男, 副教授, 博士生导师, 研究方向为机器人控制、机电系统设计, E-mail: hs.liu@qq.com;

李 生 (1992–), 男, 硕士研究生, 研究方向为机器人运动控制, E-mail: sunny_sli@163.com;

王保相 (1992–), 男, 硕士研究生, 研究方向为机器人运动控制, E-mail: 1043057257@qq.com.