

多智能体系统的事件驱动控制

张志强¹, 王 龙^{2†}

(1. 济南大学 数学科学学院, 山东 济南 250022; 2. 北京大学 系统与控制研究中心, 北京 100871)

摘要: 近年来事件驱动控制发展迅速, 并引起了多智能体系统领域研究者的极大关注. 本文对基于事件驱动控制的多智能体系统的研究现状进行综述. 从智能体动力学角度, 分别对这个领域的一些代表性成果和研究方法进行了归纳总结. 进一步, 论述了边事件驱动控制策略下的多智能体系统的研究成果. 随后, 利用一类新型事件驱动控制来探讨多智能体系统的一致性问题. 最后, 给出了尚未解决的问题和未来值得关注的研究方向.

关键词: 多智能体系统; 事件驱动控制; 一致性; Zeno 行为

引用格式: 张志强, 王龙. 多智能体系统的事件驱动控制. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1051 – 1065

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Event-triggered control for multi-agent systems

ZHANG Zhi-qiang¹, WANG Long^{2†}

(1. School of Mathematical Sciences, University of Jinan, Jinan Shandong 250022, China;

2. Center for Systems and Control, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: In recent years, event-triggered control has been developing rapidly with rich achievements, which attracts great attention from the field of multi-agent systems. This paper presents an overview of the state-of-the-art of event-triggered control for multi-agent systems. Some representative results and methods in this field are summarized from the perspective of agent dynamics. Furthermore, some of the research achievements on edge-event driven control for multi-agent systems are presented. Then, we investigate the consensus problem of multi-agent systems based on a new event-triggered control method. Finally, some open problems and possible future research directions are proposed.

Key words: multi-agent systems; event-triggered control; consensus; Zeno behavior

Citation: ZHANG Zhiqiang, WANG Long. Event-triggered control for multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1051 – 1065

1 引言(Introduction)

多智能体系统协调控制是近年来系统控制领域的一个研究热点^[1-3]. 由于多智能体系统的研究可以对一些自然、社会现象进行有力的解释: 同时, 多智能体系统的协调控制在多机器人系统、传感器网络、智能交通系统、人造卫星簇等工程中有潜在的应用, 使得多智能体系统的研究吸引了众多科研工作者的关注.

在自然和人类社会中, 多个智能体的协调行为与自组织现象十分普遍. 自然界中的一些生物群体通过分布的、个体间的相互作用, 最终在整体上涌现出规则有序的集体行为, 例如鸟群的编队迁徙、鱼群的结队巡游、昆虫和微生物的集体觅食等^[1-6]. 人类社会中的群体行为也普遍存在, 例如人群的恐慌和疏散、车

辆交通拥堵、时尚现象、观众的同频率鼓掌等^[1-3, 7-8]. 这些在宏观层面上表现出的整体行动或是同步化行动, 都是由多个个体经过局部的信息传递和交互作用而形成的. 计算机学家通过数值仿真模拟鸟类编队飞行时提出的Reynolds原则^[9], 即避碰原则、速度匹配原则和相互靠拢原则, 比较精炼地概括了自然界和社会中多数群体运动的基本特点.

随着微型传感器技术和数字通信网络技术的飞速发展, 以及对群体行为研究的不断深入, 工程领域中的学者们越来越多地借鉴群体行为内部机理以实现多智能体系统协调控制的工程应用. 这些应用已经延伸到了许多领域, 比如能够编队的多机器人/车辆系统、目标跟踪的无线传感器网络、需要达到某种姿态

收稿日期: 2017-06-05; 录用日期: 2018-02-02.

[†]通信作者. E-mail: longwang@pku.edu.cn; Tel.: +86 10-62754388.

本文责任编辑: 方浩.

国家自然科学基金项目(61751301, 61533001), 山东省自然科学基金项目(ZR2018BF019)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61751301, 61533001) and the Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2018BF019).

的人造卫星簇或多个无人机、可同步的耦合非线性振子系统^[1-3,10-15]。在多智能体系统分布式协调控制的应用中,单个智能体设计为具有一定的传感、计算、存储与通信能力的个体,其结构较为简单,所完成的功能比较单一,动态系统的控制输入仅依赖于自身信息和其他有限个智能体的状态信息。多智能体系统分布式协调控制实现了从集中式框架到分布式框架的转变。一般而言,单个智能体动态的崩溃不会影响整个系统的动态演化,也就不会影响整个系统控制目标的实现。这就避免了集中式控制中因中央处理器损坏而导致的整个系统瘫痪,加强了系统的抗干扰性、可扩展性和鲁棒性;同时,通过局部/邻居间的信息交互机制,降低了通信成本。

不同领域的学者对多智能体系统的研究有着不同的出发点、研究思路和分析方法。在系统和控制领域,对多智能体系统的研究主要集中在系统分析和系统控制两个方面。系统分析主要是研究智能体动力学和智能体间的通信拓扑两方面因素如何相互作用,以及二者对整个系统完成指定任务/性能指标等会产生何种影响。主要包括:系统一致性和稳定性分析^[16-25]、鲁棒性分析^[26]、整体的能控性、能观性和可镇定性分析^[27-34]、收敛性分析^[35-36]等。系统控制主要是研究多智能体系统最终具有何种特定的行为,完成哪些指定任务或者达到哪类的性能指标。主要包括:编队控制^[37-39]、蜂拥控制^[40]、跟踪控制^[41]、包围控制^[42-43]等。

在多智能体系统的实际应用中,每个智能体的机载电池的容量和数量是有限的,因此每个智能体的机载能量也是有限的。同时,智能体之间通信消耗的能量远大于计算消耗的能量^[44]。在能量资源有限的情况下,如何减少通信频次以获得较好的系统性能是当前研究的一个重要课题。首先,在已有研究工作中,大部分工作都要求智能体之间进行连续的通信。显然,这种连续通信使得多智能体系统对通信资源等具有较高的要求。其次,相比于连续通信,采样控制机制的应用有助于降低通信压力,减少能量资源的消耗。然而,为保证得到期望的控制系统性能,人们往往依据最坏的运行状况选取采样周期,忽略了系统的实时动态,引发了一些不必要的通信和控制任务的执行,从而浪费了一定的通信资源^[45-47]。对比上述两种控制方法,事件驱动控制方法在兼顾到控制性能(跟踪、稳定性、抗干扰性等)和软件性能(处理器负载等)的同时,可以进一步减少通信频次以节省能量资源。因此,利用事件驱动控制方法来研究多智能体系统的分布式协调问题具有重要的现实意义和应用价值。

目前而言,事件驱动控制方法主要是被用来解决多智能体系统的一致性、编队控制问题、跟踪控制问题以及包围控制问题。本文将从智能体动力学角度,对事件驱动控制方法所解决的问题及其结论进行归纳和分析。

2 多智能体系统的事件驱动控制(Event-triggered control for multi-agent systems)

事件驱动控制是指基于事件的发生来驱动控制任务的控制策略。在满足期望控制性能的同时,事件驱动控制能够依据被控对象的状态变化调节采样和控制更新周期;相比于时间驱动控制,事件驱动控制具有减少控制任务的执行次数,降低通信资源和计算资源的消耗等优势。这使得它在很多资源受限的环境中具备良好的应用前景。

事件驱动控制的关键问题是事件的设计问题。所谓事件,也定义为事件驱动条件,一般归纳为与系统状态、测量输出相关的数学表达式(函数)。由此,事件驱动控制便可基于系统的实际状况,实时调节采样频率,在满足系统性能的要求下,减少控制任务的执行次数,提高计算资源和通信资源利用率。

近年来,基于事件驱动的控制方法在随机系统、线性系统、非线性系统等一般的单回路系统中得到了广泛应用^[48-52]。在文献[48]中,Astrom和Bernhardsson证明了相对于时间驱动控制方法,在满足期望性能下,事件驱动控制方法可以使得系统控制器的更新频率明显降低。这表明对于通信资源有限、计算负荷较大的网络化控制系统,此方法具有较大应用空间。为了减少通信次数,许多学者研究了事件驱动控制在网络化控制系统中的应用;同时,也考虑了时间延迟、丢包、不确定性等影响下,该方法的有效性^[53-57]。另外,文献[58-59]结合基于模型的控制和事件驱动控制来研究网络化控制系统,并证明了这种结合方式在减少通信压力等方面具有显著优势。

在事件驱动控制机制中,事件条件设计地是否合理,往往取决于该机制是否可以有效避免Zeno现象。Zeno现象是指在有限时间内发生无穷次采样,这在现实应用中是不可行的。排除Zeno现象是事件驱动控制研究中必须解决的问题,一般通过证实任意相继采样间隔存在一个严格正的下界来说明Zeno现象不会出现。

通常意义下的事件驱动控制,采用硬件设备连续地检测被控对象,以判断事件驱动条件,确定控制任务的驱动时刻。为了避免连续事件检测,事件驱动控制方式衍生出了两类新型驱动控制方法,即自驱动控制与周期性事件驱动控制。自驱动控制,通过采用软件算法,根据当前采样数据确定下一次控制驱动时刻^[60-62]。周期性事件驱动控制,即首先给定固定周期,周期性地判断事件驱动条件是否满足,并以此来决定控制任务是否执行^[63-64]。这两类控制对硬件检测设备依赖性低,在实际应用中更便于实现,但两者的理论分析与综合较为复杂。

针对多智能体系统,事件驱动控制可以归纳为两类:同步事件驱动控制和异步事件驱动控制。同步事件驱动控制是指所有智能体的事件发生时刻一致:异

步事件驱动控制是指每个智能体的事件驱动时刻序列互不相同. 同步事件驱动控制分析简单, 但是此控制方法往往会造成不必要的信息传递, 所以目前已有结果大多基于异步事件驱动控制. 同步事件驱动控制可以被视为异步事件驱动控制的一种特殊形式.

事件驱动控制在多智能体系统中的应用主要集中在处理多智能体系统的一致性问题, 这类问题也被称为事件驱动一致性问题. 目前关于这一部分的结果较多, 后续部分将会从智能体动力学特性角度分别归纳和分析.

设多智能体系统的通信拓扑由图 $\mathcal{G} = (V, E, \mathcal{A})$ 来刻画, 其中: $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示顶点集, $E \subseteq V \times V$ 表示边集, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示加权邻接矩阵. 智能体 i 的状态由 $x_i(t) \in \mathbb{R}$ 表示. 对于连续时间情形, 每个智能体的动力学方程为

$$\dot{x}_i(t) = g_i(x_i(t), u_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

为叙述方便起见, 对任意的智能体 $i \in V$, 令智能体 i 的最新传递信息为

$$\hat{x}_i(t) = x_i(t_k^i), \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i), \quad (2)$$

其中 $\{t_k^i, k = 0, 1, \dots\}$ 表示智能体 i 的信息广播时刻序列. 在异步事件驱动控制机制中, 一般的事件驱动条件可以描述为如下形式:

$$t_{k+1}^i = \inf\{t \in [t_k^i, \infty) | f_i(t) > 0 \text{ 或 } f_i(t) = 0\}, \quad (3)$$

其中

$$f_i(t) = \|e_i(t)\| - c_0 - c_1 e^{-\alpha t} - c_2 h_i(x_i(t), x_{j_1}(t), \dots, x_{j_{|N_i|}}(t)), \quad j_s \in N_i, s = 1, 2, \dots, |N_i|. \quad (4)$$

这里 $|N_i|$ 表示智能体 i 的邻居数目, $h_i(x_i(t), x_{j_1}(t), \dots, x_{j_{|N_i|}}(t)) \geq 0$ 是关于 $x_i(t), x_{j_1}(t), \dots, x_{j_{|N_i|}}(t)$ 的函数. 在事件驱动条件中, $e_i(t)$ 称为差值项, $c_0 + c_1 e^{-\alpha t} + c_2 h_i(x_i(t), x_{j_1}(t), \dots, x_{j_{|N_i|}}(t))$ 称为阈值项. 需要注意的是, 阈值项中 $h_i(x_i(t), x_{j_1}(t), \dots, x_{j_{|N_i|}}(t))$ 也可以是采样信息. 由于阈值项和状态信息的相关性会对系统性能(跟踪、一致性等)及Zeno行为产生直接影响. 因此, 根据阈值项与状态信息的关系, 通过界定参数 c_0, c_1, c_2 的取值范围, 将事件驱动条件归纳为如下3类, 其定义分别为:

定义 1 当 $c_0 = c_1 = 0, c_2 > 0$ 时, 称事件条件(3)是状态依赖事件条件(state-dependent event condition).

定义 2 当 $c_0 \geq 0, c_1 \geq 0, c_0 + c_1 > 0, c_2 = 0$ 时, 称事件条件(3)是状态无关事件条件(state-independent event condition).

定义 3 当 $c_0 \geq 0, c_1 \geq 0, c_0 + c_1 > 0, c_2 > 0$ 时, 称事件条件(3)是混合型事件条件(mixed event condition).

2.1 由一阶积分器组成的多智能体系统 (Multi-agent systems consisting of first-order integrator agents)

由一阶积分器组成的多智能体系统是最简单也是被研究最多的模型, 每个智能体的动态方程可描述为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

Dimarogonas等^[65-66]研究了无向连通拓扑下这类多智能体系统的事件驱动控制, 并基于广播信息的智能体, 给出了同步事件驱动条件和异步事件驱动条件. 这两类事件条件都是状态依赖事件条件, 且差值项设计为 $e_i(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t)$. 在由一阶积分器组成的多智能体系统中, 此差值项的设计较为经典, 后续大部分研究都是采用这个形式. 由于同步事件驱动条件依赖全局状态信息并有可能造成不必要的信息传递, 因此并不实用, 对于这类事件条件, 本文暂不做考虑. 文献[65-66]中, 异步事件条件设计为如下形式:

$$f_i(t) = \|e_i(t)\| - \sqrt{\frac{\sigma_i a(1-a|N_i|)}{|N_i|} \left(\sum_{j \in N_i} (x_i(t) - x_j(t)) \right)^2} = 0, \quad (6)$$

其中 $0 < \sigma_i < 1, 0 < a < \frac{1}{|N_i|}$. 基于式(2)并采用基于事件条件(6)的控制协议:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)), \quad (7)$$

可得所有智能体渐近收敛到初始状态的平均值. 但是, 在事件条件(6)下, 文献[65-66]只证明了至少有一个智能体不会出现Zeno现象, 并没有严格地排除Zeno现象的发生. 主要结论可由如下定理精确给出, 即

定理 1^[66] 考虑多智能体系统(5), 其分布式控制协议为(7), 事件驱动条件为(6). 假设通信拓扑图是无向连通图. 如果对于任意的 $i \in V$, 都有 $0 < \sigma_i < 1$ 和 $0 < a < \frac{1}{|N_i|}$ 成立, 则所有智能体渐近收敛到初始状态的平均值. 同时, 至少存在一个智能体 $k \in V$, 其两次事件的时间间隔严格大于0.

在文献[65-66]的基础上, 为了避免Zeno现象的发生, 并进一步避免事件条件的连续检测, Garcia等^[67]改进了事件条件, 即事件条件如下:

$$f_i(t) = \|e_i(t)\| - \sqrt{\frac{\sigma_i a(1-a|N_i|)}{|N_i|} \left(\sum_{j \in N_i} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) \right)^2} > 0. \quad (8)$$

文献[68]指出, 在事件条件(8)下, 多智能体系统可以实现一致性, 但是不能排除有限时间段内无限次事件

发生的可能性. 基于此, 文献[68]进一步修改了事件驱动控制算法, 基于广播信息的智能体, 给出了有向加权平衡图下的事件驱动条件, 即

$$f_i(t) = \|e_i(t)\| - \sqrt{\frac{\sigma_i}{4 \sum_{j \in N_i} a_{ij}} \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t))^2} > 0. \quad (9)$$

同时, 增加了约束条件, 即智能体*i*在时刻*t*收到了邻居最新信息并且时刻*t*满足

$$t < t_{\text{last}}^i + \varepsilon_i,$$

这里: t_{last}^i 是智能体*i*向外广播信息的最后时间, ε_i 是满足一定条件的严格正数, 智能体*i*才向外广播信息. 这个增加的约束条件不仅可以保证智能体系统一致性的实现, 也能保证Zeno行为不会发生. 文献[69–70]进一步修改文献[65–67]中的事件条件, 依然采用状态依赖事件条件, 研究了由一阶积分器组成的多智能体系统的一致性问题.

注1 事件条件(3)中, $f_i(t) > 0$ 和 $f_i(t) = 0$ 具有明确不同的意义. 比如, 文献[68]在设计事件驱动控制规则时, 就考虑了两者的区别, 即事件条件(9)中, 如果 $f_i(t) = 0$, 则必须同时满足 $\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t))^2 \neq 0$, 才能确保Zeno行为不会发生.

在多智能体系统的研究中, Seyboth等^[71]首次采用了状态无关事件条件, 给出了以静态值或者时间的指数函数或者两者之和作为阈值项的事件驱动条件, 即

$$f_i(t) = \|e_i(t)\| - c_0 - c_1 e^{-\alpha t} > 0.$$

单个智能体仅需自身状态信息来判断下次事件发生时刻, 在此类事件条件下, 实现了多智能体系统的平均一致性或者实用平均一致性(智能体的状态收敛于系统初值平均的一个邻域内). 由于在这类事件条件中, 智能体不需要通过实时检测邻居信息来判断事件条件, 进一步节约了检测成本, 因此这类事件条件得到了许多学者的认可, 后续又有许多相关成果发表.

与文献[71]的处理角度不同, Fan等^[72]对事件条件的改进体现在了差值项. 差值项设计为

$$e_i(t) = q_i(t_k^i) - q_i(t), \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

这里

$$q_i(t) = \frac{1}{|N_i| + 1} \sum_{j \in N_i} (x_j(t) - x_i(t)).$$

通过设计状态依赖事件条件并利用Lyapunov函数方法, 证明了该方法在解决多智能体系统交汇问题上的有效性, 而且Zeno行为不会发生.

基于事件驱动控制的多智能体系统研究中, 文献[73–74]进一步研究了非线性控制协议下的一致性

问题. 此外, 鉴于事件驱动控制的良好控制性能, 许多学者在不同的角度展开了讨论, 涌现出了大量的科技文献. 从智能体模型的角度, 研究者们考虑了事件驱动控制在一阶离散多智能体系统中的应用^[75]. 从信息通信和信息处理的角度, 时变通信拓扑^[76–78]、具有通信时滞和扰动^[79–82]等的多智能体系统也得到了许多学者的关注和研究. 从控制目标和性能角度来看, 关于事件驱动控制下的编队控制、包围控制、群一致性、受限一致性等结果, 可以参考文献[83–89]. 文献[90–91]利用事件驱动控制研究了由一阶积分器组成的多智能体系统的有限时间一致性, 但是文献[90]没有给出关于Zeno问题的讨论.

在文献[92]中, Meng和Chen利用周期性事件驱动控制研究了由一阶积分器组成的多智能体系统的一致性问题. 智能体*i*每隔固定的周期*h*对其状态值进行采样. 令 t_r^i 表示智能体*i*第*r*次信息广播时刻, 易得 t_r^i 是*h*的整数倍. 智能体*i*的采样值是否会被广播到网络中取决于如下设计的事件条件:

$$f_i(t_r^i + l^i h) = \|e_i(t_r^i + l^i h)\| - \sqrt{\sigma_i \left\| \sum_{j \in N_i} (x_i(t_r^i + l^i h) - x_j(t_r^i + l^i h)) \right\|^2} > 0, \quad (10)$$

其中 $e_i(t_r^i + l^i h)$ 表示最新事件时刻的状态值与最新采样值之间的差值, 具体形式由如下表达式给出:

$$e_i(t_r^i + l^i h) = x_i(t_r^i) - x_i(t_r^i + l^i h). \quad (11)$$

在设计的事件条件(10)下, 多智能体系统解决了平均一致性问题, 并且易得任意两次事件之间的间隔下界可以由*h*来刻画, 这样就保证了有限时间内不会发生无限次事件触发. 针对多智能体系统的leader-following一致性问题, 文献[93]利用周期性事件驱动控制方法对其进行了研究, 并进一步考虑了时变时滞的影响. 而自驱动控制, 作为事件驱动控制的延伸, 也得到了多智能体系统领域许多研究者的关注^[66, 94–97]. 在自驱动控制中, 下一次发生事件的时刻由本次事件时刻收到的信息通过计算可得. 自驱动控制不需要智能体对状态信息的实时检测, 但是对计算资源要求较高.

在实际网络通信中, 由于信道带宽/比特率的有限性, 很难传输信息的真实值, 这就需要对信息进行量化/编解码. 文献[98–99]指出, 由于量化的引入造成系统的右端非连续, 从而使得系统的解在经典意义下不存在, 通常需要构造Krasovskii解或是Filippov解. 针对连续多智能体系统的量化控制问题, 由于事件驱动控制引入后带来的离散形式, 使得经典解存在. 文献[100]讨论了均匀量化器和对数量化器下一阶连续多智能体系统的事件驱动一致性问题. 在这两种量化器的作用下, 文献[101]进一步利用周期性事件驱动控制研究了多智能体系统的一致性问题. 基于量化效应,

一阶离散多智能体系统的事件驱动一致性也有相关成果发表, 可参考文献[102].

2.2 由二阶积分器组成的多智能体系统(Multi-agent systems consisting of second-order integrator agents)

针对由二阶积分器组成的多智能体系统, 智能体的动力学方程一般表述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

根据文献[19]中的控制协议

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}((x_i - x_j) + k(v_i - v_j)) \quad (13)$$

知所有智能体的速度达到初始速度状态的平均值 $\bar{v}(0)$, 所有智能体将以速度 $\bar{v}(0)$ 做匀速运动, 并且位移状态最终趋于 $\bar{v}(0)t + \bar{x}(0)$, 这里 $\bar{x}(0)$ 表示初始位移状态的平均值. 在领航者-跟随者结构的二阶积分器组成的多智能体系统中, 一般会引入一个领航者0, 其动力学方程一般表述为 $\dot{x}_0(t) = v_0$, 其中 v_0 表示期望的不变速度.

Seyboth等^[71]利用事件驱动控制, 研究了由二阶积分器组成的多智能体系统的一致性问题. 事件驱动机制中, 基于广播信息的智能体, 设计的差值项为

$$\begin{cases} e_{xi}(t) = \hat{x}_i(t) + (t - t_k^i)\hat{v}_i(t) - x_i(t), \\ e_{vi}(t) = \hat{v}_i(t) - v_i(t), \\ i = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (14)$$

其中: $\hat{x}_i(t) = x_i(t_k^i)$, $\hat{v}_i(t) = v_i(t_k^i)$, $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$. 基于状态无关事件条件, 采用如下事件驱动控制协议:

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}((\hat{x}_i(t) + (t - t_k^i)\hat{v}_i(t) - \hat{x}_j(t) - (t - t_{k'}^j(t))\hat{v}_j(t)) + k(\hat{v}_i(t) - \hat{v}_j(t))), \quad (15)$$

这里 $t_{k'}^j(t)$ 表示在时刻 t 之前智能体 j 的最新事件驱动时刻. 与由一阶积分器组成的多智能体系统的事件驱动控制协议不同, 协议(15)是通过一阶保持器得到. 主要结论可由如下定理给出, 即

定理 2^[71] 考虑多智能体系统(12), 其分布式控制协议为(15). 如果事件驱动条件为

$$f_i(t) = \left\| \begin{bmatrix} e_{xi}(t) \\ ke_{vi}(t) \end{bmatrix} \right\| - c_0 - c_1 e^{-\alpha t},$$

这里: $c_0 \geq 0$, $c_1 \geq 0$, $c_0 + c_1 > 0$, $0 < \alpha < |\operatorname{Re}(\lambda_3(\Gamma))|$, 其中

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ -L & -kL \end{bmatrix},$$

则对于任意的初始条件, 所有智能体的速度将趋向以 $\bar{v}(0)$ 为中心、位移将趋向以 $\bar{v}(0)t + \bar{x}(0)$ 为中心的

小球内. 另外, Zeno行为不会发生.

注意到差值项(14)的设计, 可以保证系统趋近一致时, $\|e_{xi}(t)\|, \|e_{vi}(t)\|$ 趋向于0. 文献[103]也采用了此处差值项设计, 并利用状态依赖事件条件分析了由二阶积分器组成的多智能体系统.

在由二阶积分器组成的多智能体系统的研究中, 差值项的设计还有一种形式为

$$\begin{cases} e_{xi}(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t), \\ e_{vi}(t) = \hat{v}_i(t) - v_i(t), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (16)$$

文献[104–106]均是采用差值项(16)的形式来设计事件条件. 相对应的, 事件驱动控制协议设计为零阶保持器形式, 即

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}((\hat{x}_i(t) - \hat{x}_j(t)) + k(\hat{v}_i(t) - \hat{v}_j(t))).$$

但是, 由于系统趋近一致时, $\|e_{xi}(t)\|$ 不会趋向于0, 会触发更多的事件, 因此这种设计具有一定的保守性.

带有领航者的二阶积分器多智能体系统的事件驱动控制问题也得到了许多学者的关注. 文献[107]仅利用基于位移信息的差值项 $e_{xi}(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t)$ 来设计事件条件, 并用此条件来研究二阶系统的跟踪问题. 文献[108]采用类似式(16)的形式, 引入多个差值项来研究二阶多智能体系统的leader-following一致性问题, 并可以在一致性实现之前排除Zeno行为的发生.

关于由二阶积分器组成的多智能体系统的事件驱动问题, 后续又有延伸结果发表. 比如Persis等^[109]研究了这类多智能体系统的自驱动控制问题.

2.3 其他类型的多智能体系统 (Other types of multi-agent systems)

近年来, 除了由一阶和二阶积分器组成的多智能体系统, 具有一般线性动态的多智能体系统的事件驱动控制问题也得到了许多学者的关注, 并涌现了大量结果. 一般而言, 一般线性动态的多智能体系统建模如下: 智能体 i 的动力学方程为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (17)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示智能体 i 的状态, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 表示智能体 i 的控制协议. 矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 都是常数矩阵. 早期关于系统(17)的事件驱动控制思路一般来源于文献[65–67], 事件条件中差值项的设计为

$$e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

基于差值项(18), Zhang等^[110]利用状态依赖事件条件研究了具有一般线性动态的多智能体系统的一致性问题. 文献[111]采用了相同的差值项选取, 但是状态依赖条件的选取更加特殊, 即阈值项部分只和智能体自身的实时状态值相关, 得到了事件驱动一致性.

Zhu等^[112]又引入了额外差值项 $e_{ij}(t) = x_j(t_k^i) - x_j(t)$, $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 利用混合型事件条件对一般线性多智

能体系统进行了研究. Xing等^[113]利用事件驱动控制研究系统(17)时, 进一步考虑了外部扰动的影响; 同时, 事件条件中利用了智能体状态的每一维元素进行差值项的设计, 即

$$e_{im}(t) = x_{im}(t) - x_{im}(t_{imk}), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$

其中: $\{t_{imk}\}, imk \in \mathbb{Z}^+, m = 1, \dots, n$ 表示智能体 i 的第 m 维元素传递的时刻序列. 基于设计的差值项(19), 选取了正常数作为阈值项, 对一致性问题进行了考虑^[113].

在考虑具有一般线性动态的多智能体系统时, Yu等^[114]借鉴了文献[72]中的差值项设计, 设计的差值项为

$$e_i(t) = q_i(t_k^i) - q_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (20)$$

其中 $q_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))$, 利用状态依赖事件条件分析了系统的事件驱动一致性问题. 采用类似于(20)的差值项, 文献[115]研究了具有时变耦合关系的多智能体系统的一致性问题, 而文献[116]和文献[117]分别利用状态依赖事件条件和混合型事件条件考虑了一般线性多智能体系统的leader-following一致性问题.

文献[118]利用事件驱动控制策略研究了多智能体系统的输出调节问题, 针对静态输出反馈控制和动态输出反馈控制设计了不同的集中式事件驱动条件, 并给出了实现输出调节问题可解的条件. 文献[119]针对具有扰动、时滞、不确定性、量化效应等影响的多智能体系统, 利用事件驱动策略, 以线性矩阵不等式形式给出了系统达到一致的充分条件.

对于一般线性多智能体系统而言, 最终收敛值往往不是一个固定的常数, 而是动态表达式(和 e^{At} 相关的表达式). 针对这一点, 文献[120]和[121]引入模型:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_i(t) = A\bar{x}_i(t), \quad \bar{x}_i(t_k^i) = x_i(t_k^i), \\ \dot{\bar{x}}_j(t) = A\bar{x}_j(t), \quad \bar{x}_j(t_k^j) = x_j(t_k^j), \end{cases} \quad (21)$$

其中: $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i], i = 1, 2, \dots, N, j \in N_i$. 通过模型, 引入事件条件中的差值项为

$$e_i(t) = \bar{x}_i(t) - x_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (22)$$

采用的控制协议为

$$u_i(t) = -K \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t)), \quad (23)$$

其中 $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是待设计的控制增益. 与文献[110–112]中采用的控制协议不同, 控制协议(23)不是通过零阶保持器得到的. 文献[122–128]在研究异步事件驱动控制时, 采用的差值项为 $e_i(t) = e^{A(t-t_k^i)}x_i(t_k^i) - x_i(t)$, 这和基于模型的差值项(22)是一致的. 同时, 二阶积分器组成的多智能体系统中的差值项(14)也可以看作是差值项(22)的特殊情况. 模型(21)的引入对于系统在

收敛性和Zeno行为的避免方面带来了很大优势. 类似于模型的设计, Liu等^[129]针对每个智能体引入了两个估计器, 一个估计器用来估计自身的状态信息, 另一个用来估计邻居信息的平均值; 然后, 利用这些估计信息来设计事件驱动条件, 构造控制协议, 在排除Zeno行为发生的同时, 解决了系统的同步问题.

利用周期性事件驱动控制来研究一般线性多智能体系统, 是已有研究的一个延伸, 相关成果可以参考文献[130–134]. 文献[133]在研究周期性事件驱动控制时, 引入了模型来构造差值项, 并给出了一致性收敛的充分条件. 文献[134]考虑了通信时滞对周期性事件驱动控制的影响, 在时滞满足一定条件时, 给出了一致性实现的条件.

另外, 文献[135–136]利用事件驱动控制研究了具有时滞的一般线性多智能体系统.

上述结果主要是针对一般线性连续多智能体系统, 具有一般线性动态的离散多智能体系统也值得关注和研究. 文献[137–143]对这一类系统, 利用事件驱动控制展开了研究.

异质多智能体系统也是近些年来系统和控制领域里一个研究的热点问题. 所谓异质多智能体系统是指系统中每个智能体的动态互不相同. 关于事件驱动控制在异质多智能体系统中的应用研究可以参考文献[144–145].

相对于线性系统, 非线性系统具有更复杂的动力学特性, 使得相关问题的分析和处理更加困难. 事件驱动控制已经被用来对几类具有非线性动态的多智能体系统进行了研究, 并取得了一些成果^[146–154]. 文献[148]利用事件驱动控制研究了多Lagrangian系统. 文献[149–150]研究了多刚体系统在事件驱动控制下的分布式协调问题. 文献[151–152]利用周期性事件驱动控制研究了多非完整移动机器人系统的一致性问题.

注2 在多智能体系统的事件驱动控制中, 如何避免Zeno行为的发生, 是一个重要的问题, 这也直接关系到事件驱动控制方法的有效性. 目前而言, 一般是对事件条件(3)中的 $\|e_i(t)\|$ 求导, 通过判断 $\|e_i(t)\|$ 的增量估计与阈值项的大小来求得任意相继事件间隔的一个正的下界^[67–68]. 另外一种方法是引入周期性检测机制^[92]. 周期性检测机制的引入使得任意相继事件间隔天然地存在一个正的下界, 从而避免了Zeno行为的发生.

3 多智能体系统的边事件驱动控制 (Edge-event triggered control for multi-agent systems)

近年来多智能体系统的边事件驱动控制也受到了部分学者的关注, 并取得了一系列的成果. Xiao等在文献[155]中定义了多智能体系统的边事件驱动控制,

即基于相对状态来设计事件条件. 当边事件条件满足时, 该边连接的两个智能体进行状态数据采样并更新控制器, 而其他智能体不参与该更新过程. 文献[153]研究了由一阶积分器组成的多智能体系统(5)的边事件驱动控制. 为了有效地避免Zeno现象, 在设计事件驱动条件时, 作者引入了周期性事件检测机制.

在周期性事件检测机制中, 令 $t_0, t_1, t_2, \dots$ 表示事件检测时刻, 并满足 $t_{k+1} = t_k + h, h > 0$. 令 $k^{ij}(t) = \max\{k : t_k^{ij} \leq t\}$, 其中 t_k^{ij} 表示边 (i, j) 的第 k 次事件触发时刻. 引入变量

$$y(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_m(t)]^T = D^T[x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_N(t)]^T,$$

其中 D 为通信拓扑图的关联矩阵. 对于 $\forall q \in \{1, 2, \dots, m\}$, 存在智能体 i, j , 使得 $y_q(t) = x_i(t) - x_j(t)$. 标记

$$\hat{y}(t) = [\hat{y}_1(t) \ \hat{y}_2(t) \ \cdots \ \hat{y}_m(t)]^T,$$

其中 $\hat{y}_q(t) = x_i(t_{k^{ij}(t)}) - x_j(t_{k^{ij}(t)})$. 由于文献[155]研究的是无向连通图, 定义 $\kappa = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t)$ 并可证得 κ 是一个常数. 然后引入变量 $\delta_i(t) = x_i(t) - \kappa$, 通过构造Lyapunov函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \delta_i^2(t), \quad (24)$$

并对 $V(t)$ 求导可以证明如下结论:

定理 3^[155] 考虑由一阶积分器组成的多智能体系统(5), 其拓扑图为无向连通图. 如果存在正数 α, β , 其中 $0 < \alpha, \beta \leq 1$, 使得下面的不等式成立:

$$\begin{cases} \alpha \hat{y}^T(t_k) \hat{y}(t_k) \leq \hat{y}^T(t_k) y(t_k), \\ \beta^2 y^T(t_k) y(t_k) \leq \hat{y}^T(t_k) \hat{y}(t_k), \end{cases} \quad (25)$$

则存在一个最大检测周期

$$h_{\max} = \frac{\alpha}{\lambda_{\max}(L)},$$

使得系统(5)在控制协议

$$u_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (x_j(t_{k^{ij}(t)}) - x_i(t_{k^{ij}(t)})) \quad (26)$$

下渐近达到平均一致性.

在文献[155]的基础上, 文献[156]与[157]进一步利用边事件驱动控制分别研究了切换拓扑与时滞存在的情形; 文献[158]利用了状态无关阈值项设计了边事件条件, 并分析了有向拓扑下多智能体系统的一致性问题.

文献[155–157]研究了同步周期性边事件检测的一致性问题, 而文献[159]讨论了系统(5)的异步检测情形(不同的边检测时刻不同). 令 $t_0^{ij}, t_1^{ij}, t_2^{ij}, \dots$ 表示边 (i, j) 的事件检测时刻序列, 且令

$$k^{ij}(t) = \max\{k : t_k^{ij} \leq t\}.$$

在异步事件检测下, 控制协议设计为

$$u_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_j(t_{k^{ij}(t)}^{ij}) - x_i(t_{k^{ij}(t)}^{ij})), \quad (27)$$

其中 a_{ij} 表示边 (i, j) 的权值. 多智能体系统中, 连续检测的边事件驱动控制难以保证相邻两个事件触发时刻间隔的下界严格为正, 这样就无法避免Zeno行为的发生. 文献[159]通过引入如下事件规则解决了这一问题:

C1) 边 (i, j) 上的事件被智能体 i, j 共同检测; 初始事件触发时刻为 t_0^{ij} ;

C2) 对于 $k = 1, 2, \dots$, 在时刻 $t \geq t_k^{ij} + h$, 若如下不等式不成立, 则 e_{ij} 上的边事件触发且令

$$\begin{aligned} t_{k+1}^{ij} &= t : \\ \alpha |x_i(t_k^{ij}) - x_j(t_k^{ij})| &< \\ \text{sgn}(x_i(t_k^{ij}) - x_j(t_k^{ij}))(x_i(t) - x_j(t)) &< \\ \beta |x_i(t_k^{ij}) - x_j(t_k^{ij})|; \end{aligned}$$

C2') 对于 $k = 1, 2, \dots$, 在时刻 $t \geq t_k^{ij} + h$, 若如下不等式不成立, 则 (i, j) 上的边事件触发且令

$$\begin{aligned} t_{k+1}^{ij} &= t : \\ -\frac{1-\alpha}{2} |x_i(t_k^{ij}) - x_j(t_k^{ij})| &< \\ \text{sgn}(x_i(t_k^{ij}) - x_j(t_k^{ij}))(x_i(t) - x_i(t_k^{ij})) &< \\ \frac{\beta-1}{2} |x_i(t_k^{ij}) - x_j(t_k^{ij})|, \end{aligned}$$

其中 $0 < \alpha \leq 1 \leq \beta, h$ 为事件滞留时间. 考虑控制协议(27), 通过对Lyapunov函数(24)求导可知, 事件规则C1), C2)或C1), C2')可以保证 $x_i(t) - x_j(t)$ 的值位于 $\alpha(x_i(t_{k^{ij}(t)}^{ij}) - x_j(t_{k^{ij}(t)}^{ij}))$ 与 $\beta(x_i(t_{k^{ij}(t)}^{ij}) - x_j(t_{k^{ij}(t)}^{ij}))$ 之间, 并有如下结论:

定理 4^[159] 考虑由一阶积分器组成的多智能体系统(5), 其通信拓扑是无向连通图. 当事件滞留时间 h 满足 $h < \frac{\alpha}{\lambda_{\max}(W^{\frac{1}{2}} D^T D W^{\frac{1}{2}})}$ 时, 其中 $W^{\frac{1}{2}}$ 表示对边权矩阵 W 中元素进行开方后得到的矩阵, 则控制协议(27)在事件规则C1), C2) 或C1), C2')下能解决系统(5)的平均一致性问题, 并且Zeno行为不会发生.

对于由二阶积分器组成的多智能体系统的边事件驱动控制, Cao等在文献[160]中研究了其一致性问题. 类似于文献[155], 令 $t_0, t_1, t_2, \dots$ 表示所有边的事件检测时刻, 且满足 $t_{k+1} = t_k + h$, 其中 $h > 0$ 表示检测周期, $t_{k^{ij}(t)}$ 表示边 (i, j) 上最新的事件触发时刻. 通过运用关联矩阵 D 来引入变量

$$\begin{aligned} y(t) &= D^T[x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_N(t)]^T, \\ w(t) &= D^T[v_1(t) \ v_2(t) \ \cdots \ v_N(t)]^T, \end{aligned}$$

则对于任意的 $q \in \{1, 2, \dots, m\}$, 存在智能体 i, j , 使

得 $y_q(t) = x_i(t) - x_j(t)$, $w_q(t) = v_i(t) - v_j(t)$. 标记

$$\hat{y}(t) = [\hat{y}_1(t) \ \hat{y}_2(t) \ \cdots \ \hat{y}_m(t)]^T,$$

$$\hat{w}(t) = [\hat{w}_1(t) \ \hat{w}_2(t) \ \cdots \ \hat{w}_m(t)]^T,$$

其中: $\hat{y}_q(t) = x_i(t_{k^{ij}(t)}) - x_j(t_{k^{ij}(t)})$, $\hat{w}_q(t) = v_i(t_{k^{ij}(t)}) - v_j(t_{k^{ij}(t)})$. 当通信拓扑为无向图时, 如果存在常数 a, b, c, d , 其中: $0 < a, c \leq 1, b, d \geq 1$, 满足

$$\begin{cases} a|\hat{y}_q(t_k)| \leq |y_q(t_k)| \leq b|\hat{y}_q(t_k)|, \\ \text{且 } \hat{y}_q(t_k)y_q(t_k) \geq 0, \\ c|\hat{w}_q(t_k)| \leq |w_q(t_k)| \leq d|\hat{w}_q(t_k)|, \\ \text{且 } \hat{w}_q(t_k)w_q(t_k) \geq 0, \end{cases}$$

这里 $q = 1, 2, \dots, m$, 则在控制协议

$$u_i(t) = - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(x_i(t_{k^q(t)}) - x_j(t_{k^q(t)})) - k \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(v_i(t_{k^q(t)}) - v_j(t_{k^q(t)})) \quad (28)$$

下, 由二阶积分器组成的多智能体系统实现一致性. 类似地, 基于边事件驱动控制, 文献[161]解决了由二阶积分器组成的多智能体系统的leader-following一致性问题; 文献[162]解决了多个谐波振荡器的同步问题. 文献[163]利用异步周期性事件驱动控制考虑了具有通信时滞的二阶积分器组成的多智能体系统的一致性问题.

Liuzza等^[164]在考虑多智能体系统的事件驱动一致性时, 也将事件驱动条件设计在了智能体之间的邻接边上. 即对于边 $(i, j) \in E$, 定义差值项为 $\tilde{e} = y_q(t) - \hat{y}_q(t)$, $t \in [t_{k^{ij}}, t_{k^{ij}+1})$, 阈值项设计为连续不增的函数. 需要指出的是这里的阈值项和状态无关, 所以这一类事件条件也可以归类为状态无关事件条件. 在研究一般线性多智能体系统的leader-following一致性问题时, 文献[165]利用了估计器来设计边事件条件中的差值项, 并采用了常数或是指数递减函数作为阈值项, 分别给出了有向拓扑和无向拓扑下一致性实现的条件.

4 多智能体系统的积分型事件驱动控制(Integral-based event-triggered control for multi-agent systems)

4.1 引言(Introduction)

与事件驱动控制相比, Mousavi等^[166]提出的积分型事件驱动控制在事件触发频率方面被证明具有更小的保守性. 基于文献[49]中的事件驱动控制设计, Mousavi等给出了积分型事件驱动条件. 由于积分型事件驱动条件不要求Lyapunov函数的导数在两次驱动之间一直为负, 因此积分型事件驱动控制比事件驱动控制在延长事件间隔方面具有优势. Ghodrat等^[167]利用积分型事件驱动控制研究了由一阶积分器组成的多智能体系统的一致性问题. 到目前为止, 还没有

关于利用积分型事件驱动控制来考虑一般线性多智能体系统的相关成果.

本节将利用积分型事件驱动控制来研究一般线性多智能体系统的leader-following一致性问题. 和已有结果不同, 利用测量差值的积分来设计事件条件, 希望通过这种尝试使得两次事件的间隔更大, 从而减少信息传递次数. 在保证一致性实现的基础上, 确保不会出现Zeno现象. 本节的贡献可以概括如下:

I) 本节首次利用积分型事件控制来研究具有一般线性动态的多智能体系统. 与文献[167]相比, 本节考虑的系统更具有一般性. 另外, 积分型事件控制策略比文献[110, 112, 120–121, 135]中的策略在减少信息传递次数方面更具有优势.

II) 本节研究了一般有向拓扑下一般线性多智能体系统的事件驱动一致性问题. 相比之下, 已有结果在通信拓扑、最终一致性、Zeno行为等方面具有局限性^[66, 108, 110, 120–121]. 例如, 文献[66, 108, 110, 121]没有给出严格的证明来排除Zeno行为, 文献[112, 120–121]尽管可以排除Zeno行为, 但是只能实现所有智能体收敛到一个有界区域内, 而不能实现精确一致性.

III) 本节利用基于模型的控制方法来估计智能体的状态, 并利用这些估计的状态来构造事件驱动机制中的测量差值和控制协议. 文献[110, 112, 135]在处理事件驱动一致性问题时, 没有考虑这种方式. 模型的应用有助于减小通信压力和能量消耗.

在本节中, 对任意给定的向量 $x \in \mathbb{R}^n$, $\|x\|$ 表示其1范数. 对于任意给定的矩阵 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\|A\|$ 表示其1范数.

4.2 问题描述(Problem statement)

在本节, 用 $\tilde{G}$ 表示具有 N 个跟随者和一个领航者的多智能体系统的通信拓扑. 定义领航者邻接矩阵为 $G = \text{diag}\{g_1, g_2, \dots, g_N\}$, 其中 $g_i \geq 0$. 如果领航者是智能体 i 的邻居, 则 $g_i > 0$; 否则, $g_i = 0$. N 个跟随者的通信拓扑对应的Laplacian矩阵记为 L . 引入矩阵 $H = L + G$. 下面给出多智能体系统的leader-following一致性问题描述. 假设跟随智能体 i 的动态方程为 (17), 领航智能体0的动态方程为

$$\dot{x}_0(t) = Ax_0(t), \quad (29)$$

其中 $x_0(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示领航者0的状态. 注意到由一阶积分器组成的多智能体系统和由二阶积分器组成的多智能体系统是系统(17)和(29)的特例, 所以本节考虑的系统更有一般性. 如果对任意的初始条件, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0,$$

则系统(17)和(29)实现leader-following一致性. 为了进一步研究的需要, 首先给出如下假设:

假设 1 (A, B) 是可镇定的.

这个假设在一般线性多智能体系统的分布式协作问题研究中是一个非常基本的假设。

4.3 一致性分析(Consensus analysis)

本节的目的是基于积分型事件驱动控制, 研究一般线性多智能体系统的leader-following一致性问题。需要指出的是, 文献[135]研究了事件驱动机制下的一般线性多智能体系统的leader-following一致性, 证明了事件驱动控制可以有效地避免不必要的信息传递, 但只实现了实用一致性。在给出主要结论之前, 首先给出关于拓扑图的如下假设。

假设2 通信拓扑图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 包含一棵生成树, 且其根节点是领航智能体0。

在积分型事件驱动机制下, 智能体 i 的控制结构如图1所示。

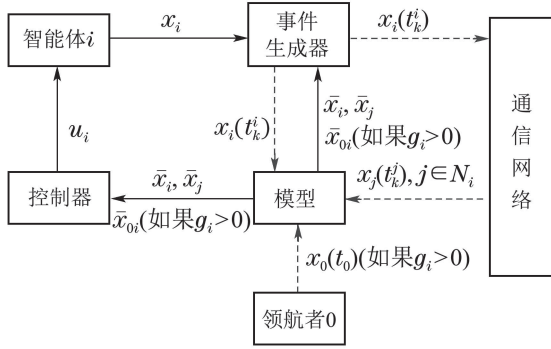


图1 积分型事件驱动控制结构

Fig. 1 Configuration of the integral-based event-triggered control

容易看出, 事件驱动条件的设计基于广播信息的智能体。设智能体 i 的事件驱动时刻序列为 $\{t_k^i, k = 0, 1, \dots\}$ 。注意到所有被传递的信息都打有时间戳。对于智能体 i , 为了估计智能体的状态值, 引入如下模型:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_i(t) = A\bar{x}_i(t), \bar{x}_i(t_k^i) = x_i(t_k^i), \\ \dot{\bar{x}}_j(t) = A\bar{x}_j(t), \bar{x}_j(t_k^j) = x_j(t_k^j), \\ \dot{\bar{x}}_{0i}(t) = \begin{cases} A\bar{x}_{0i}(t), \bar{x}_{0i}(t_k^i) = x_0(t_k^i), g_i > 0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \end{cases} \quad (30)$$

其中: $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i), i = 1, 2, \dots, N, j \in N_i$ 。领航智能体0只需要对与其相连的跟随者广播其初始状态信息, 然后这些跟随者可以通过模型(30)估计出领航者的状态值。值得注意的是, 模型(30)中 $\bar{x}_{0i}(t)$ 的引入有利于简化下面的叙述。根据式(29), 可以直接得出当 $g_i > 0$ 时, 有 $\bar{x}_{0i}(t) = x_0(t)$ 。设计事件驱动控制协议为

$$u_i(t) = -K \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t)) - g_i K(\bar{x}_i(t) - \bar{x}_{0i}(t)), \quad (31)$$

其中 $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是待设计的控制增益。

在事件驱动机制中, 当 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 定义测量差值项为

$$e_i(t) = \bar{x}_i(t) - x_i(t). \quad (32)$$

考虑智能体 i 的驱动时刻序列由下述条件决定:

$$t_{k+1}^i = \inf\{t \in [t_k^i, \infty) | f_i(t) > 0\}, \quad (33)$$

其中

$$f_i(t) = \int_{t_k^i}^t \|e_i(s)\| ds - \kappa_i \int_{t_k^i}^t \left\| \sum_{j=1}^N a_{ij}(\bar{x}_i(s) - \bar{x}_j(s)) + g_i(\bar{x}_i(s) - \bar{x}_{0i}(s)) \right\| ds, \kappa_i > 0.$$

当事件条件(33)满足时, 智能体 i 将会向外广播其实时状态信息并更新控制协议。由假设1知, 矩阵 A 有可能是不稳定阵, 这意味着系统(29)可能是不稳定的。如果不引入模型(30), 考虑测量误差为

$$e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t),$$

在事件条件(33)下, 将会导致事件次数大幅度增加。

根据假设1, 存在唯一一个正定矩阵 P 是下述Riccati方程的解:

$$A^T P + PA - PBB^T P + I_n = 0,$$

由于Riccati方程可以进一步写成

$$(A - BB^T P)^T P + P(A - BB^T P) + PBB^T P + I_n = 0.$$

因此, 可以推出 $A - BB^T P$ 是Hurwitz阵。根据假设2知, 矩阵 H 的所有特征值都有正实部^[1]。设 $\lambda_i(H)$ 表示矩阵 H 的特征值, 则对于任意的 i , 存在一个正常数 ι , 有 $\iota \operatorname{Re} \lambda_i(H) \geq 1$ 。然后, 可以构造矩阵 $K = \iota B^T P$ 使得 $\mathcal{M} = I_N \otimes A - H \otimes BK$ 是Hurwitz阵^[135]。因此, 存在两个正常数 γ 和 ρ 使得

$$\|e^{\mathcal{M}(t-t_0)}\| \leq \gamma e^{-\rho(t-t_0)}. \quad (34)$$

定理5 基于假设1和2, 考虑多智能体系统(17)和(29), 其分布式控制协议为式(31), 控制增益为 $K = \iota B^T P$, 事件驱动条件为式(33)。对于满足式(34)的 γ 和 ρ , 如果

$$\kappa_{\max} < \frac{\rho}{\rho \|H\| + \gamma \|H \otimes BK\| \|H\|},$$

$$\kappa_{\max} = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \kappa_i,$$

则系统(17)和(29)实现 leader-following 一致性。另外, 事件驱动控制的引入不会产生Zeno行为。

定理5提供了在积分型事件驱动机制下, 一般线性多智能体系统的leader-following一致性问题的一个解。在所设计的机制下, 所有跟随者将会跟着领航者运动。同时, 任意两次事件之间的间隔下界可由严格的正数来刻画, 从而说明了事件驱动控制的引入不会产生Zeno行为。

注3 基于Lyapunov函数方法, 文献[166–167]对积分型事件驱动控制策略中进行了研究, 并取得了一些结果. 这些结果表明这种驱动控制策略比文献[49]中的事件驱动控制策略具有更小的保守性, 因为这种策略不要求Lyapunov函数的导数在任意两次驱动时刻之间一定为负. 基于此, 为了减少事件驱动次数, 对一般线性多智能体系统引入了积分型事件驱动策略并借鉴了其他处理方法. 如果考虑如下的事件驱动条件:

$$t_{k+1}^i = \inf\{t \in [t_k^i, \infty) | \bar{f}_i(t) > 0\}, \quad (35)$$

其中

$$\bar{f}_i(t) = \|e_i(t)\| - \kappa_i \left\| \sum_{j=1}^N a_{ij}(\bar{x}_i(t) - \bar{x}_j(t)) + g_i(\bar{x}_i(t) - \bar{x}_{0i}(t)) \right\|, \quad \kappa_i > 0.$$

注意到事件条件(35)是非积分型的, 且 $\bar{f}_i(t_k^i) < 0$. 当事件条件(35)满足时, 则在时刻 t_{k+1}^i 有 $\bar{f}_i(t_{k+1}^i) > 0$. 而在此时又有

$$f_i(t_{k+1}^i) = \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} \bar{f}_i(s) ds < 0.$$

根据事件条件(33), 知积分型事件机制下此时不会出现事件触发. 因此, 由事件条件(33)确定的事件间隔大于由事件条件(35)确定的事件间隔.

4.4 数值仿真(Numerical simulation)

在本节, 将会给出数值算例来说明所得理论结果的有效性. 考虑多个谐波振荡器的一致性问题的研究, 这也是一致性问题的研究中比较具有代表性的例子^[168]. 谐波振荡器的动力学方程可以描述为如下形式:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

容易验证 (A, B) 是可镇定的, 即符合假设1.

考虑6个谐波振荡器构成的网络, 其中包含5个跟随振荡器1, 2, 3, 4, 5和一个领航振荡器0, 并分别满足式(17)和(29). 振荡器之间的通信拓扑如图2所示, 可以看出拓扑图 $\tilde{\mathcal{G}}$ 包含一棵生成树且根节点是领航振荡器0.

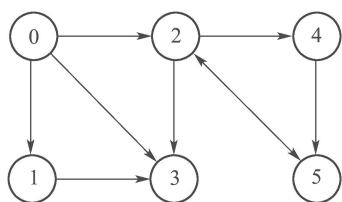


图2 通信拓扑 $\tilde{\mathcal{G}}$

Fig. 2 Communication topology $\tilde{\mathcal{G}}$

通过计算, 取增益矩阵为

$$K = [1.0846 \quad 3.5407],$$

易证 $I_5 \otimes A - H \otimes BK$ 是Hurwitz阵. 图3描绘出了在事件驱动条件(33)下, 5个跟随振荡器的状态轨迹. 如图3所示, 5个跟随振荡器达到了一致. 图4反映了5个跟随振荡器的事件驱动时刻.

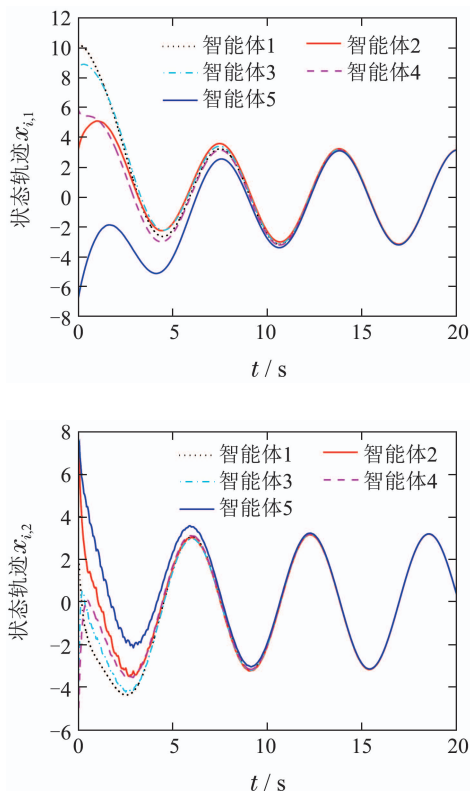


图3 跟随振荡器的状态轨迹

Fig. 3 State trajectories of five follower oscillators

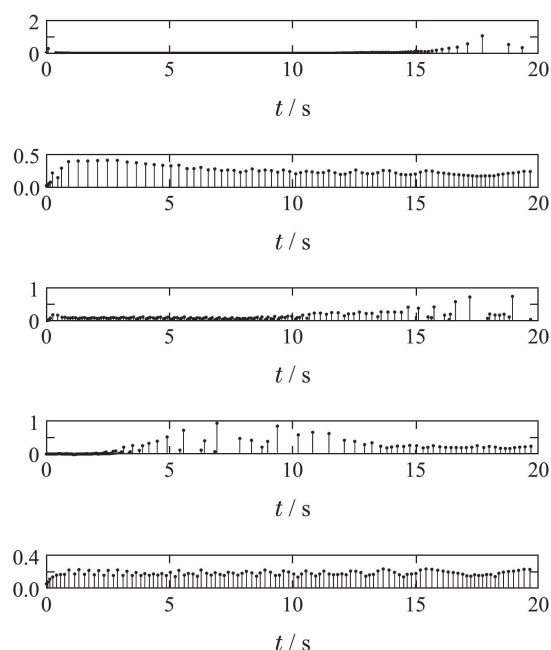


图4 跟随振荡器的事件驱动时刻

Fig. 4 Task periods of five follower oscillators

本节主要基于积分型事件驱动控制策略来研究一般线性多智能体系统的leader-following一致性问题. 当拓扑图包含一棵生成树且根节点是领航智能体时, 在所设计的事件驱动机制下, leader-following一致性问题可解且不会发生Zeno行为. 另外, 积分型事件驱动控制也可以用来研究多智能体系统的leaderless一

致性问题,或是具有非线性动态或是具有时滞的多智能体系统的一致性问题等。

5 研究展望(Research prospects)

多智能体系统的事件驱动控制研究工作中,还存在一些不够完善和尚未解决的问题,有待进一步的研究。基于作者的理解和思考,本文提出一些未来值得关注的研究方向。

1) 文献[100–101]考虑了均匀量化器和对数量化器,但它们都是具有无限量化层的静态量化器。静态量化器算法的一个共同特点是智能体的状态最终收敛于系统初值平均的一个邻域内,都存在与系统初值平均的误差。如果要消除误差,基于动态量化器的通信和控制协议是一个可行的选择。因此,结合动态量化器,多智能体系统的事件驱动一致性问题是一个值得关注的方向。

2) 多智能体系统的优化问题近年来受到了许多研究人员的关注。在多智能体系统中,由于没有中央处理器,只能依靠智能体之间的局部信息设计算法,以实现整个网络的任务最优化,许多经典优化算法对多智能体系统并不适用。另外,还有网络拓扑结构、带有状态约束、智能体系统的收敛速度等优化问题。为了减小信息传输压力,利用事件驱动策略来研究多智能体系统的优化问题已经成为现阶段的重要课题,目前已经取得一些初步的研究成果,大家可以参考文献[169–170]。

3) 目前多智能体系统的事件驱动控制研究主要集中在理论设计和理论分析。将相关理论研究与工程实际相结合,并把理论成果应用于实际工程中值得深入研究和不断探索。尤其是,在工程实践中,如何在事件驱动条件参数和系统性能之间找到更好的平衡,如何考量检测成本和控制协议更新代价之间的关系等都有待进一步的研究。

参考文献(References):

- [1] REN W, BEARD R W. *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: Theory and Applications* [M]. London: Springer-Verlag, 2008.
- [2] XIAO Feng. *Consensus problems in networks of multiple autonomous agents* [D]. Beijing: Peking University, 2008. (肖峰. 多智能体网络系统的一致性 [D]. 北京: 北京大学, 2008.)
- [3] JIANG Fangcui. *Consensus and controllability of multi-agent systems* [D]. Beijing: Peking University, 2011. (蒋芳翠. 多智能体系统的一致性与可控性 [D]. 北京: 北京大学, 2011.)
- [4] CZIROK A, JACOB E B, COHEN I, et al. Formation of complex bacterial colonies via self-generated vortices [J]. *Physical Review E*, 1996, 54(2): 1791 – 1801.
- [5] COUZIN L D, KRAUSE J, FRANKS N R, et al. Effective leadership and decision making in animal groups on the move [J]. *Nature*, 2005, 433(7025): 513 – 516.
- [6] CUCKER F, SMALE S. Emergent behavior in flocks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(5): 852 – 862.
- [7] MINSKY M. *The Society of Mind* [M]. New York: Simon and Schuster, 1986.
- [8] VICSEK T. A question of scale [J]. *Nature*, 2001, 411(6836): 421.
- [9] REYNOLDS C W. Flocks, herds, and schools: a distributed behavioral model [J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 25 – 34.
- [10] TAN Min, WANG Shuo, CAO Zhiqiang. *Multi-robot Systems* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (谭民, 王硕, 曹志强. 多机器人系统 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.)
- [11] WEISS G. *Multiagent Systems: A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence* [M]. Cambridge: MIT Press, 1999.
- [12] FEDDEMA J T, LEWIS C, SCHOENWALD D A. Decentralized control of cooperative robotics vehicle: theory and application [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, 18(5): 852 – 864.
- [13] WANG Long, DU Jinming. Evolutionary game theoretic approach to coordinated control of multi-agent systems [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2016, 36(3): 302 – 318. (王龙, 杜金铭. 多智能体协调控制的演化博弈方法 [J]. 系统科学与数学, 2016, 36(3): 302 – 318.)
- [14] CAMPBELL M E, WHITACRE W W. Cooperative tracking using vision measurements on seacscan UAVs [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(4): 613 – 626.
- [15] CHU Tianguang, YANG Zhengdong, DENG Kuiying, et al. Problems in swarm dynamics and coordinated control [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(1): 86 – 93. (楚天广, 杨正东, 邓奎英, 等. 群体动力学与协调控制研究中的若干问题 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(1): 86 – 93.)
- [16] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 – 1001.
- [17] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [18] MOREAU L. Stability of multi-agent systems with time-dependent communication links [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(2): 169 – 182.
- [19] REN W, ATKINS E M. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(10/11): 1002 – 1033.
- [20] XIE G, WANG L. Consensus control for a class of networks of dynamic agent [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(10/11): 941 – 959.
- [21] SUN Y, WANG L, XIE G. Average consensus in networks of dynamic agents with switching topologies and multiple time-varying delays [J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(2): 175 – 183.
- [22] XIAO F, WANG L. Consensus problems for high-dimensional multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 1(3): 830 – 837.
- [23] ZHENG Y, WANG L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems without velocity measurements [J]. *International Journal of Control*, 2012, 85(7): 906 – 914.
- [24] JING G, ZHENG Y, WANG L. Consensus of multiagent systems with distance-dependent communication networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(11): 2712 – 2726.
- [25] LIN X, ZHENG Y, WANG L. Consensus of switched multi-agent systems with random networks [J]. *International Journal of Control*, 2017, 90(5): 1113 – 1122.
- [26] CORTES J, MARTINEZ S, BULLO F. Robust rendezvous for mobile autonomous agents via proximity graphs in arbitrary dimensions [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(8): 1289 – 1298.

- [27] WANG L, JIANG F, XIE G, et al. Controllability of multi-agent systems based on agreement protocols [J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2009, 52(11): 2074 – 2088.
- [28] JI Z, LIN H, YU H. Leaders in multi-agent controllability under consensus algorithm and tree topology [J]. *Systems & Control Letters*, 2012, 61(9): 918 – 925.
- [29] GUAN Y, JI Z, ZHANG L, et al. Decentralized stabilizability of multi-agent systems under fixed and switching topologies [J]. *Systems & Control Letters*, 2013, 62(8): 438 – 446.
- [30] LU Z, ZHANG L, JI Z, et al. Controllability of discrete-time multi-agent systems with directed topology and input delay [J]. *International Journal of Control*, 2016, 89(1): 179 – 192.
- [31] GUAN Y, JI Z, ZHANG L, et al. Controllability of multi-agent systems under directed topology [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(18): 4333 – 4347.
- [32] JI Z, YU H. A new perspective to graphical characterization of multi-agent controllability [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(6): 1471 – 1483.
- [33] LU Z, ZHANG L, WANG L. Observability of multi-agent systems with switching topology [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 64(11): 1317 – 1321.
- [34] GUAN Yongqiang, JI Zhijian, ZHANG Lin, et al. Recent developments on controllability of multi-agent systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(4): 421 – 431.
(关永强, 纪志坚, 张霖, 等. 多智能体系统能控性研究进展 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(4): 421 – 431.)
- [35] CHU T, WANG L, CHEN T, et al. Complex emergent dynamics of anisotropic swarms: convergence vs oscillation [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2006, 30(4): 875 – 885.
- [36] OLSHEVSKY A, TSITSIKLIS J N. Convergence speed in distributed consensus and averaging [J]. *SIAM Review*, 2011, 53(4): 747 – 772.
- [37] LIN Z, FRANCIS B, MAGGIORE M. Necessary and sufficient graphical conditions for formation control of unicycles [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(1): 121 – 127.
- [38] STIPANOVIC D M, INALHAN G, TEO R, et al. Decentralized overlapping control of a formation of unmanned aerial vehicles [J]. *Automatica*, 2004, 40(8): 1285 – 1296.
- [39] XIAO F, WANG L, CHEN J, et al. Finite-time formation control for multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2605 – 2611.
- [40] TANNER H G, JADBABAIE A, PAPPAS G J. Flocking in teams of nonholonomic agents [M] // *Cooperative Control*. Berlin: Springer, 2005: 229 – 239.
- [41] HONG Y, HU J, GAO L. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology [J]. *Automatica*, 2006, 42(7): 1177 – 1182.
- [42] JI M, FERRARI-TRECCATE G, EGERSTEDT M, et al. Containment control in mobile networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(8): 1972 – 1975.
- [43] LIU H, XIE G, WANG L. Necessary and sufficient conditions for containment control of networked multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(7): 1415 – 1422.
- [44] SHNAYDER V, HEMPSTEAD M, CHEN B, et al. Simulating the power consumption of large-scale sensor network applications [C] // *Proceedings of the 2nd International Conference on Embedded Networked Sensor Systems*. Baltimore: ACM, 2004: 188 – 200.
- [45] XIE G, LIU H, WANG L, et al. Consensus in networked multi-agent systems via sampled control: fixed topology case [C] // *Proceedings of 2009 American Control Conference*. St. Louis: IEEE, 2009: 3902 – 3907.
- [46] XIE G, LIU H, WANG L, et al. Consensus in networked multi-agent systems via sampled control: switching topology case [C] // *Proceedings of 2009 American Control Conference*. St. Louis: IEEE, 2009: 4525 – 4530.
- [47] REN W, CAO Y. Convergence of sampled-data consensus algorithms for double-integrator dynamics [C] // *Proceedings of 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun: IEEE, 2008: 3965 – 3970.
- [48] ASTROM K J, BERNHARDSSON B. Comparison of periodic and event based sampling for first-order stochastic systems [C] // *Proceedings of the 14th IFAC World Congress*. Beijing: IFAC, 1999: 301 – 306.
- [49] TABUADA P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1680 – 1685.
- [50] LUNZE J, LEHMANN D. A state-feedback approach to event-based control [J]. *Automatica*, 2010, 46(1): 211 – 215.
- [51] LEMMON M. Event-triggered feedback in control, estimation, and optimization [M] // *Networked Control Systems*. London: Springer-Verlag, 2010.
- [52] DONKERS M C F, HEEMELS W P M H. Output-based event-triggered control with guaranteed L_∞ -gain and improved and decentralized event-triggering [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(6): 1362 – 1376.
- [53] WANG X, LEMMON M. Event-triggering in distributed networked systems with data dropouts and delays [M] // *Hybrid Systems: Computation and Control*. Berlin: Springer, 2009.
- [54] WANG X, LEMMON M. Event-triggering in distributed networked control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(3): 586 – 601.
- [55] MAZO Jr M, TABUADA P. Decentralized event-triggered control over wireless sensor/actuator networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(10): 2456 – 2461.
- [56] YU H, ANTSAKLIS P J. Event-triggered output feedback control for networked control systems using passivity: time-varying network induced delays [C] // *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando: IEEE, 2011: 205 – 210.
- [57] HU S, YUE D. Event-triggered control design of linear networked systems with quantizations [J]. *ISA Transactions*, 2012, 51(1): 153 – 162.
- [58] GARCIA E, ANTSAKLIS P J. Model-based event-triggered control for systems with quantization and time-varying network delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(2): 422 – 434.
- [59] HEEMELS W P M H, DONKERS M C F. Model-based periodic event-triggered control for linear systems [J]. *Automatica*, 2013, 49(3): 698 – 711.
- [60] WANG X, LEMMON M. Self-triggered feedback control systems with finite-gain L_2 stability [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 452 – 467.
- [61] MAZO Jr M, ANTA A, TABUADA P. An ISS self-triggered implementation of linear controllers [J]. *Automatica*, 2010, 46(8): 1310 – 1314.
- [62] ANTA A, TABUADA P. To sample or not to sample: self-triggered control for nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(9): 2030 – 2042.
- [63] HEEMELS W P M H, DONKERS M C F, TEEL A R. Periodic event-triggered control for linear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 847 – 861.
- [64] YUE D, TIAN E, HAN Q. A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(2): 475 – 481.

- [65] DIMAROGONAS D V, JOHANSSON K H. Event-triggered control for multi-agent systems [C] // *Proceedings of the Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and the 28th Chinese Control Conference*. Shanghai: IEEE, 2009: 7131 – 7136.
- [66] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(5): 1291 – 1297.
- [67] GARCIA E, CAO Y, YU H, et al. Decentralised event-triggered cooperative control with limited communication [J]. *International Journal of Control*, 2013, 86(9): 1479 – 1488.
- [68] NOWZARI C, CORTÉS J. Zeno-free, distributed event-triggered communication and control for multi-agent average consensus [C] // *Proceedings of 2014 American Control Conference*. Portland: IEEE, 2014: 2148 – 2153.
- [69] CHEN X, HAO F, RAHMANI A. Asynchronous decentralized event-triggered control of multi-agent systems [J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(10): 2130 – 2139.
- [70] YI X, LU W, CHEN T. Pull-based distributed event-triggered consensus for multiagent systems with directed topologies [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(1): 71 – 79.
- [71] SEYBOTH G, DIMAROGONAS D V, JOHANSSON K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus [J]. *Automatica*, 2013, 49(1): 245 – 252.
- [72] FAN Y, FENG G, WANG Y, et al. Distributed event-triggered control of multi-agent systems with combinational measurements [J]. *Automatica*, 2013, 49(2): 671 – 675.
- [73] GUO M, DIMAROGONAS D V. Nonlinear consensus via continuous, sampled, and aperiodic updates [J]. *International Journal of Control*, 2013, 86(4): 567 – 578.
- [74] ZHANG X, CHEN M, WANG L. Distributed event-triggered consensus in multi-agent systems with non-linear protocols [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(18): 2626 – 2633.
- [75] CHEN X, HAO F. Event-triggered average consensus control for discrete-time multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 16(6): 2493 – 2498.
- [76] LIU Z, CHEN Z. Reaching consensus in networks of agents via event-triggered control [J]. *Journal of Information & Computational Science*, 2011, 8(3): 393 – 402.
- [77] KIA S S, CORTÉS J, MARTÍNEZ S. Distributed event-triggered communication for dynamic average consensus in networked systems [J]. *Automatica*, 2015, 59: 112 – 119.
- [78] CHEN X, HAO F, SHAO M. Event-triggered consensus of multi-agent systems under jointly connected topology [J]. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2015, 32(3): 537 – 556.
- [79] LI L, HO D W C, XU S. A distributed event-triggered scheme for discrete-time multi-agent consensus with communication delays [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2014, 8(10): 830 – 837.
- [80] WANG A. Event-based consensus control for single-integrator networks with communication time delays [J]. *Neurocomputing*, 2016, 173: 1715 – 1719.
- [81] SHI G, JOHANSSON K H. Multi-agent robust consensus-part II: application to event-triggered coordination [C] // *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Orlando: IEEE, 2011: 5738 – 5743.
- [82] LIN H, WEI Q, LIU D, et al. Adaptive tracking control of leader-following linear multi-agent systems with external disturbances [J]. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(13): 3167 – 3179.
- [83] WANG H, YU M, XIE G, et al. Event-triggered circle formation control of multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing: IEEE, 2014: 1321 – 1326.
- [84] LIU K, JI Z, XIE G, et al. Event-based broadcasting containment control for multi-agent systems under directed topology [J]. *International Journal of Control*, 2016, 89(11): 2360 – 2370.
- [85] ZHANG W, TANG Y, LIU Y, et al. Event-triggering containment control for a class of multi-agent networks with fixed and switching topologies [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2017, 64(3): 619 – 629.
- [86] LIU W, YANG C, SUN Y, et al. Observer-based event-triggered containment control of multi-agent systems with time delay [J]. *International Journal of Systems Science*, 2017, 48(6): 1217 – 1225.
- [87] MA H, LIU D, WANG D, et al. Centralized and decentralized event-triggered control for group consensus with fixed topology in continuous time [J]. *Neurocomputing*, 2015, 161: 267 – 276.
- [88] HU B, GUAN Z H, JIANG X W, et al. Event-driven multi-consensus of multi-agent networks with repulsive links [J]. *Information Sciences*, 2016, 373: 110 – 123.
- [89] LIU S, QUEVEDO D E, XIE L. Event-triggered distributed constrained consensus [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(16): 3043 – 3060.
- [90] ZHANG H, YUE D, YIN X. Finite-time distributed event-triggered consensus control for multi-agent systems [J]. *Information Sciences*, 2016, 339: 132 – 142.
- [91] ZHU Y, GUAN X, LUO X, et al. Finite-time consensus of multi-agent system via nonlinear event-triggered control strategy [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(17): 2548 – 2552.
- [92] MENG X, CHEN T. Event based agreement protocols for multi-agent networks [J]. *Automatica*, 2013, 49(7): 2125 – 2132.
- [93] WANG A, ZHAO Y. Event-triggered consensus control for leader-following multi-agent systems with time-varying delays [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(17): 4754 – 4771.
- [94] DEFOORT M, DI G S, DJRMAI M. Self-triggered control for multi-agent systems with unknown non-linear inherent dynamics [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2014, 8(18): 2266 – 2275.
- [95] HAN G, GUAN Z, CHEN J, et al. Multi-tracking of first order multi-agent networks via self-triggered control [J]. *Asian Journal of Control*, 2015, 17(4): 1320 – 1329.
- [96] FAN Y, LIU L, FENG G, et al. Self-triggered consensus for multi-agent systems with Zeno-free triggers [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(10): 2779 – 2784.
- [97] FAN Y, YANG J. Average consensus of multi-agent systems with self-triggered controllers [J]. *Neurocomputing*, 2016, 177: 33 – 39.
- [98] CERAGIOLI F, PERSIS C D, FRASCA P. Discontinuities and hysteresis in quantized average consensus [J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 1916 – 1928.
- [99] WU Y, WANG L. Average consensus of continuous-time multi-agent systems with quantized communication [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(18): 3345 – 3371.
- [100] ZHANG Z, ZHANG L, HAO F, et al. Distributed event-triggered consensus for multi-agent systems with quantisation [J]. *International Journal of Control*, 2015, 88(6): 1112 – 1122.
- [101] ZHANG Z, ZHANG L, HAO F, et al. Periodic event-triggered consensus with quantization [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, II: Express Briefs*, 2016, 63(4): 406 – 410.
- [102] GAO L, LIAO X, LI H, et al. Event-triggered control for multi-agent network with limited digital communication [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 82(4): 1659 – 1669.
- [103] CHEN X, HAO F. Event-triggered consensus control of second-order multi-agent systems [J]. *Asian Journal of Control*, 2015, 17(2): 592 – 603.
- [104] YAN H, SHEN Y, ZHANG H, et al. Decentralized event-triggered consensus control for second-order multi-agent systems [J]. *Neurocomputing*, 2014, 133: 18 – 24.

- [105] XIE D, XU S, LI Z, et al. Event-triggered consensus control for second-order multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(5): 667 – 680.
- [106] MU N, LIAO X, HUANG T. Consensus of second-order multi-agent systems with random sampling via event-triggered control [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(6): 1423 – 1435.
- [107] HU J, CHEN G, LI H. Distributed event-triggered tracking control of leader-follower multi-agent systems with communication delays [J]. *Kybernetika*, 2011, 47(4): 630 – 643.
- [108] LI H, LIAO X, HUANG T, et al. Event-triggering sampling based leader-following consensus in second-order multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(7): 1998 – 2003.
- [109] DE PERSIS C, FRASCA P, HEN D J M. Self-triggered rendezvous of gossiping second-order agents [C] // *Proceedings of the 52nd Annual Conference on Decision and Control*. Firenze: IEEE, 2013: 7403 – 7408.
- [110] ZHANG Z, HAO F, ZHANG L, et al. Consensus of linear multi-agent systems via event-triggered control [J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(6): 1243 – 1251.
- [111] NOORBAKHSH S M, GHASISARI J. Event-based consensus controller for linear multi-agent systems over directed communication topologies: a co-design approach [J]. *Asian Journal of Control*, 2016, 18(5): 1 – 6.
- [112] ZHU W, JIANG Z, FENG G. Event-based consensus of multi-agent systems with general linear models [J]. *Automatica*, 2014, 50(2): 552 – 558.
- [113] XING L, WEN C, GUO F, et al. Event-based consensus for linear multiagent systems without continuous communication [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(8): 2132 – 2142.
- [114] YU P, DING L, LIU Z, et al. A distributed event-triggered transmission strategy for exponential consensus of general linear multi-agent systems with directed topology [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(12): 5866 – 5881.
- [115] ZHANG X, CHEN M, WANG L, et al. Connection-graph-based event-triggered output consensus in multi-agent systems with time-varying couplings [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(1): 1 – 9.
- [116] ZHOU B, LIAO X, HUANG T, et al. Leader-following exponential consensus of general linear multi-agent systems via event-triggered control with combinational measurements [J]. *Applied Mathematics Letters*, 2015, 40: 35 – 39.
- [117] CHENG Y, UGRINOVSKII V. Event-triggered leader-following tracking control for multivariable multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2016, 70: 204 – 210.
- [118] WANG X, NI W, MA Z. Distributed event-triggered output regulation of multi-agent systems [J]. *International Journal of Control*, 2015, 88(3): 640 – 652.
- [119] ZHANG T, LI J. Asynchronous event-triggered control of multi-agent systems with Sigma-Delta quantizer and packet losses [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(8): 1781 – 1808.
- [120] DEMIR O, LUNZE J. Synchronization of multi-agent systems with event-based communication [J]. *Automatisierungstechnik*, 2014, 62(8): 535 – 546.
- [121] GARCIA E, CAO Y, CASBEER D W. Decentralized event-triggered consensus with general linear dynamics [J]. *Automatica*, 2014, 50(10): 2633 – 2640.
- [122] ZHANG H, FENG G, YAN H, et al. Observer-based output feedback event-triggered control for consensus of multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(9): 4885 – 4894.
- [123] HU W, LIU L, FENG G. Consensus of linear multi-agent systems by distributed event-triggered strategy [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(1): 148 – 157.
- [124] YANG D, REN W, LIU X, et al. Decentralized event-triggered consensus for linear multi-agent systems under general directed graphs [J]. *Automatica*, 2016, 69: 242 – 249.
- [125] CHENG T H, KAN Z, SHEA J M, et al. Decentralized event-triggered control for leader-follower consensus [C] // *Proceedings of the 53rd Annual Conference on Decision and Control*. Los Angeles: IEEE, 2014: 1244 – 1249.
- [126] XU W, HO D W C, LI L, et al. Event-triggered schemes on leader-following consensus of general linear multiagent systems under different topologies [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(1): 212 – 223.
- [127] ALMEIDA J, SILVESTRE C, PASCOAL A M. Synchronization of multi-agent systems using event-triggered and self-triggered broadcasts [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(9): 4741 – 4746.
- [128] LIU X, DU C, LU P, et al. Distributed event-triggered feedback consensus control with state-dependent threshold for general linear multi-agent systems [J]. *International Journal of Robust and Non-linear Control*, 2017, 27(15): 2589 – 2609.
- [129] LIU T, CAO M, DE PERSIS C, et al. *Distributed event-triggered control for asymptotic synchronization of dynamical networks* [E-B/OL]. 2015, arXiv preprint arXiv: 1508.04606.
- [130] GUO G, DING L, HAN Q L. A distributed event-triggered transmission strategy for sampled-data consensus of multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2014, 50(5): 1489 – 1496.
- [131] YIN X, YUE D, HU S. Adaptive periodic event-triggered consensus for multi-agent systems subject to input saturation [J]. *International Journal of Control*, 2016, 89(4): 653 – 667.
- [132] ZHOU X, SHI P, LIM C C, et al. Event based guaranteed cost consensus for distributed multi-agent systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(9): 3546 – 3563.
- [133] YANG D, LIU X, CHEN W. Periodic event/self-triggered consensus for general continuous-time linear multi-agent systems under general directed graphs [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(3): 428 – 440.
- [134] GARCIA E, CAO Y, CASBEER D W. Periodic event-triggered synchronization of linear multi-agent systems with communication delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(1): 366 – 371.
- [135] ZHU W, JIANG Z. Event-based leader-following consensus of multi-agent systems with input time delay [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(5): 1362 – 1367.
- [136] MU N, LIAO X, HUANG T. Event-based consensus control for a linear directed multiagent system with time delay [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, II: Express Briefs*, 2015, 62(3): 281 – 285.
- [137] CHEN M Z Q, ZHANG L, SU H, et al. Event-based synchronisation of linear discrete-time dynamical networks [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(5): 755 – 765.
- [138] LIU Q, WANG Z, HE X, et al. Event-based consensus control of multi-agent systems with relative output feedback: the finite-horizon case [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(9): 2553 – 2558.
- [139] HU A, CAO J, HU M, et al. Event-triggered consensus of Markovian jumping multi-agent systems via stochastic sampling [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(13): 1964 – 1972.
- [140] DING D, WANG Z, SHEN B, et al. Event-triggered consensus control for discrete-time stochastic multi-agent systems: The input-to-state stability in probability [J]. *Automatica*, 2015, 62: 284 – 291.
- [141] MA L, WANG Z, LAM H K. Event-triggered mean-square consensus control for time-varying stochastic multi-agent system with sensor saturations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(7): 3524 – 3531.

- [142] GE X, HAN Q L, YANG F. Event-based set-membership leader-following consensus of networked multi-agent systems subject to limited communication resources and unknown-but-bounded noise [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(6): 5045 – 5054.
- [143] LIU X, SUN J, DOU L, et al. Leader-following consensus for discrete-time multi-agent systems with parameter uncertainties based on the event-triggered strategy [J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2017, 30(1): 30 – 45.
- [144] YIN X, YUE D, HU S. Distributed event-triggered control of discrete-time heterogeneous multi-agent systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(3): 651 – 669.
- [145] ZOU Y, SU X, NIU Y. Event-triggered distributed predictive control for the cooperation of multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2016, 11(1): 10 – 16.
- [146] LU W, HAN Y, CHEN T. Synchronization in networks of linearly coupled dynamical systems via event-triggered diffusions [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(12): 3060 – 3069.
- [147] ZHANG Z, ZHANG L, HAO F, et al. Leader-following consensus for linear and Lipschitz nonlinear multiagent systems with quantized communication [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(8): 1970 – 1982.
- [148] LIU X, DU C, LU P, et al. Decentralized consensus for multiple Lagrangian systems based on event-triggered strategy [J]. *International Journal of Control*, 2016, 89(6): 1111 – 1124.
- [149] WENG S, YUE D. Distributed event-triggered cooperative attitude control of multiple rigid bodies with leader-follower architecture [J]. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(3): 631 – 643.
- [150] CAI H, HUANG J. Leader-following attitude consensus of multiple rigid body systems by attitude feedback control [J]. *Automatica*, 2016, 69: 87 – 92.
- [151] CHEN X, HAO F, MA B. Periodic event-triggered cooperative control of multiple non-holonomic wheeled mobile robots [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2017, 11(6): 890 – 899.
- [152] YANG C, QIU Y, CHEN F, et al. Distributed control for coupled nonholonomic mobile robots under the event-triggered and self-triggered frameworks [J]. *Asian Journal of Control*, 2017, 19(3): 1 – 18.
- [153] MA C, QIAO H. Distributed asynchronous event-triggered consensus of nonlinear multi-agent systems with disturbances: an extended dissipative approach [J]. *Neurocomputing*, 2017, 243: 103 – 114.
- [154] SU H, WANG Z, SONG Z, et al. Event-triggered consensus of nonlinear multi-agent systems with sampling data and time delay [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2017, 11(11): 1715 – 1725.
- [155] XIAO F, MENG X, CHEN T. Average sampled-data consensus driven by edge events [C] // *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference*. Hefei: IEEE, 2012: 6239 – 6244.
- [156] XIAO F, MENG X, CHEN T. Sampled-data consensus in switching networks of integrators based on edge events [J]. *International Journal of Control*, 2015, 88(2): 391 – 402.
- [157] XIAO F, CHEN T, GAO H. Synchronous hybrid event-and time-driven consensus in multiagent networks with time delays [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(5): 1165 – 1174.
- [158] WEI B, XIAO F, DAI M. Edge event-triggered control for multi-agent systems under directed communication topologies [J]. *International Journal of Control*, 2017, 2018, 9(4): 887 – 896.
- [159] XIAO F, CHEN T. Sampled-data consensus in multi-agent systems with asynchronous hybrid event-time driven interactions [J]. *Systems & Control Letters*, 2016, 89: 24–34.
- [160] CAO M, XIAO F, WANG L. Event-based second-order consensus control for multi-agent systems via synchronous periodic event detection [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(9): 2452 – 2457.
- [161] CAO M, XIAO F, WANG L. Second-order leader-following consensus based on time and event hybrid-driven control [J]. *Systems & Control Letters*, 2014, 74: 90 – 97.
- [162] WEI B, XIAO F, DAI M. Edge Event-triggered synchronization in networks of coupled harmonic oscillators [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(12): 4162 – 4168.
- [163] DUAN G, XIAO F, WANG L. Asynchronous periodic edge-event triggered control for double-integrator networks with communication time delays [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(2): 675 – 688.
- [164] LIUZZA D, DIMAROGONAS D V, DI BERNARDO M, et al. Distributed model based event-triggered control for synchronization of multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2016, 73: 1 – 7.
- [165] WU Y, MENG X, XIE L, et al. An input-based triggering approach to leader-following problems [J]. *Automatica*, 2017, 75: 221 – 228.
- [166] MOUSAVI S H, GHODRAT M, MARQUEZ H J. A novel integral-based event triggering control for linear time-invariant systems [C] // *Proceedings of the 53rd IEEE Conference on Decision and Control*. Los Angeles: IEEE, 2014: 1239 – 1243.
- [167] GHODRAT M, MARQUEZ H J. An integral based event triggered control scheme of distributed network systems [C] // *Proceedings of 2015 European Control Conference*. Linz: IEEE, 2015: 1724 – 1729.
- [168] LUNZE J. Synchronizable nodes in networked systems [J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2010, 44(4): 045103.
- [169] KIA S S, CORTÉS J, MARTÍNEZ S. Distributed convex optimization via continuous-time coordination algorithms with discrete-time communication [J]. *Automatica*, 2015, 55: 254 – 264.
- [170] CHEN W, REN W. Event-triggered zero-gradient-sum distributed consensus optimization over directed networks [J]. *Automatica*, 2016, 65: 90 – 97.

作者简介:

张志强 (1987–), 男, 博士, 研究方向为多智能体系统控制, E-mail: zqzhang7@gmail.com;

王 龙 (1964–), 男, 博士, 教授, 研究方向为复杂系统智能控制、多机器人系统的协调与控制、演化博弈与群体决策等, E-mail: longwang@pku.edu.cn.