第 36 卷第 8 期
2019 年 8 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 36 No. 8
Aug. 2019

含死区高阶非线性系统自抗扰动态面控制

孙国法†, 衡丽帆

(青岛理工大学 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 针对一类含有未知死区输入的不确定纯反馈非线性系统, 为实现精准控制, 提出一种新的基于扩张状态观测器的动态面控制算法. 用扩张状态观测器代替函数逼近器在线估计高阶系统动态面控制中每一步的不确定函数. 结果表明, 估计误差显著降低, 闭环控制性能得到实质性改善. 此外, 设计跟踪微分器来消除传统反推方案中计算复杂的问题. 通过李雅普诺夫方法分析了具有自适应鲁棒控制器的闭环系统的稳定性. 最后, 对所提出的自适应鲁棒控制方案进行仿真, 取得了满意的结果.

关键词: 自适应鲁棒控制; 动态面控制; 扩张状态观测器; 死区

引用格式: 孙国法, 衡丽帆. 含死区高阶非线性系统自抗扰动态面控制. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1336 – 1344

DOI: 10.7641/CTA.2019.70692

Active disturbance rejection dynamic surface control of high-order nonlinear system with dead-zone

SUN Guo-fa†, HENG Li-fan

(College of Information and Automation Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao Shandong 266520, China)

Abstract: In order to achieve precise control of uncertain pure feedback nonlinear systems with unknown dead zone inputs, a new dynamic surface control (DSC) algorithm is proposed. Instead of using function approximators, extended state observers (ESO) are employed to estimate uncertain functions in each step of DSC online. As a result, the approximation error is significantly reduced and the closed-loop control performance is essentially improved. In addition, tracking differentiator (TD) is designed to eliminate “explosion of complexity” in traditional backstepping scheme. Lyapunov method is used to analyze the stability of closed-loop systems with adaptive robust controllers. Finally, examples are simulated under the proposed adaptive robust control method with satisfactory results.

Key words: adaptive robust control; dynamic surface control; extended state observer; dead-zone

Citation: SUN Guofa, HENG Lifan. Active disturbance rejection dynamic surface control of high-order nonlinear system with dead-zone. *Control Theory & Application*, 2019, 36(8): 1336 – 1344

1 引言

为克服死区动态从而实现精准控制, 许多学者付出了巨大努力. 朱胜等[1]研究了有未知死区输入的非线性系统, 提出用微分自适应律对其死区部分进行建模. 而文献[2]研究了含有不确定项和未知死区特性的纯反馈非线性系统, 提出一种自适应神经网络跟踪控制策略. 针对含有未知非对称死区输入的多输入多输出非线性系统, 文献[3]研究了自适应鲁棒动态面控制器. 同时, 文献[4]研究了有未知死区输入的严格反馈非线性系统, 提出适用该类数学描述的自适应鲁棒神经网络动态面控制方案. 本文研究了含有输入端死区的一类严格反馈非线性系统, 提出适用其的基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制.

近几十年来, 自适应鲁棒控制一直是处理不确定非线性系统的主要方法. 例如, 文献[5]研究了单输入单输出的离散时间严格反馈非线性系统, 提出这类系统的直接神经网络自适应鲁棒控制. 类似的, 文献[6]研究了未知时变时滞非线性系统, 提出一种基于多层神经网络的反演自适应鲁棒控制. 这些研究成果广泛的使用基于自适应神经网络控制的函数逼近器来处理不确定非线性系统. 与此同时, 文献[7]研究了一类连续时间非仿射非线性系统, 提出适用其的基于自适应批评设计的神经网络自适应鲁棒控制. 随后, 基于自适应鲁棒控制的函数逼近器被推广到多输入多输

收稿日期: 2017−09−21; 录用日期: 2019−03−13.
†通信作者. E-mail: sunguofa_bo@163.com; Tel.: +86 18562753779.
本文责任编委: 丛爽.
国家自然科学基金项目(61703224, 61640302, 21606141)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703224, 61640302, 21606141).

出仿射非线性系统[8]、未知控制方向的非仿射非线性系统[9]和未知死区的分散非线性大系统[10]. 尽管函数逼近器的稳定性得到了足够的分析, 但其精度未得到充分考虑. 同时, 由于自适应方案中的可调参数较多, 这类基于函数逼近器的自适应鲁棒控制器要获得较好的控制效果, 就必须耗费足够的时间和精力. 由于逼近误差主要影响闭环性能, 因此研究扩张状态观测器是否比其他逼近器在处理未知函数问题上更具有优越性具有重要意义. 因此本文将采用具有快速收敛性和精确跟踪性的扩张状态观测器来改进传统自适应鲁棒控制.

自抗扰控制[11]算法中的扩张状态观测器需要的系统信息少, 收敛快, 精度高, 具有广阔的应用前景. 到目前为止, 基于扩张状态观测器的控制方法在许多控制系统中取得了成功的应用. 例如, 将扩张状态观测器应用到四旋翼无人机轨迹的跟踪控制[12]、三相功率变换器的滑模控制[13]、自动驾驶仪设计[14]以及水下机器人的积分滑模控制中以增强其抗扰能力[15]等. 由上述结果可得结论: 扩张状态观测器能有效地处理不确定性问题, 为改善闭环系统控制性能提供了一条有效途径. 因此, 本文将扩张状态观测器和跟踪微分器应用于动态面控制中来解决含有未知死区输入的不确定非线性系统的高精度跟踪控制问题.

采用扩张状态观测器和跟踪微分器来改进动态面控制, 设计一种适用于有未知死区输入的不确定非线性系统的自适应鲁棒控制. 通过扩张状态观测器在线逼近并补偿未知系统函数来处理不确定性问题. 在扩张状态观测器有限时间收敛的基础上, 将跟踪微分器结合到传统的动态面控制中来实现受控非线性系统的精确跟踪. 跟踪微分器可精确地过滤虚拟中间信号并获得其差分信号. 因此, 跟踪微分器不仅消除了计算复杂的问题, 也提高了闭环控制性能.

本文的主要工作概括如下:

1) 根据自抗扰控制方法, 用扩张状态观测器代替传统动态面控制中的函数逼近器, 提高了对扰动信号的估计能力, 从而实现有未知死区输入的不确定纯反馈非线性系统的精确跟踪控制. 进而用李雅普诺夫方法对整个闭环系统进行了分析.

2) 提出一种新的自适应鲁棒控制方法, 该方法结合了比传统函数逼近器能更准确的逼近未知函数的扩张状态观测器. 这种改进更好的利用了扩张状态观测器快速收敛和精确估计的优势. 因此, 估计精度对控制器的影响大大减少, 闭环系统的性能得到提高.

3) 在动态面控制的每一步加入跟踪微分器来解决计算复杂问题, 利用跟踪微分器对指令信号进行滤波, 从本质上解决传统反步法的计算复杂度问题, 减少控制算法的计算时间, 便于算法在实际控制系统中实现.

本文的组织结构如下: 在第2节中, 给出针对一类严格反馈非线性系统的数学模型的控制目标和采用的非线性跟踪微分器和扩张状态观测器; 在第3节中, 针对含有输入死区非线性的系统,给出基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制律; 在第4节中,通过选取李雅普诺夫候选泛函, 对所设计的输出反馈控制信号的参数选择与整个闭环系统的之间的关系做了分析; 第5节中, 数值算例结果及其分析验证了本文所提出方法的有效性; 第6节对本文的工作做了总结.

2　提出问题及预备知识

2.1　系统描述

考虑如式(1)所示的非线性系统:

$$\begin{cases}\dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i x_{i+1},\\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n u,\\ y = x_1,\end{cases} \tag{1}$$

式中: $\bar{x}_i = [x_1 \ \cdots \ x_i]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^i, i = 1, \cdots, n$为系统的状态向量; $y \in \mathbb{R}$为系统的输出; $f_i(\cdot)$为平滑未知的非线性函数; g_i为已知常数且$g_i \neq 0$, 不妨设$g_i > 0$, u为死区模型的输出信号:

$$u(t) = D(v(t)) = \begin{cases} c(v(t) - B), & v(t) \geqslant B,\\ 0, & |v(t)| < B,\\ c(v(t) + B), & v(t) \leqslant -B,\end{cases} \tag{2}$$

式中: $v(t)$为死区模型输入信号, c, B为未知正定常数.

为便于设计自适应控制器, 将死区模型近似如下:

$$u(t) = cv(t) + d(v(t)), \tag{3}$$

其中:

$$d(v(t)) = \begin{cases} -cB, & v(t) \geqslant B,\\ -cv(t), & |v(t)| < B,\\ cB, & v(t) \leqslant -B.\end{cases} \tag{4}$$

把式(3)代入式(1)可得

$$\begin{cases}\dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i x_{i+1},\\ \dot{x}_n = F_n(\bar{x}_n) + b_0 v,\\ y = x_1,\end{cases} \tag{5}$$

式中$F_n(\bar{x}_n) = f_n(\bar{x}_n) + g_n d(v)$且$b_0 = g_n c$.

针对输入端含有未知死区(2)的非线性系统(1), 给定连续时间参考信号x_{d}, 设计出基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制器的反馈信号v, 从而达到以下目标:

1) 精确在线逼近未知系统函数, 设计自适应鲁棒控制器的反馈信号.

2) 保证在L_∞范数意义下误差$e_i(i = 1, \cdots, n)$的暂态和稳态跟踪性能.

2.2　跟踪微分器的描述

引理 1　文献[16]给出如下形式的Levant微分

器:

$$\begin{cases}\dot{z}_0=v_0,\\ v_0=-\lambda_0|z_0-f(t)|^{\frac{n}{n+1}}\mathrm{sgn}(z_0-f(t))+z_1,\\ \dot{z}_1=v_1,\\ v_1=-\lambda_1|z_1-v_0|^{\frac{n-1}{n}}\mathrm{sgn}(z_1-v_0)+z_2,\\ \quad\vdots\\ \dot{z}_{n-1}=v_{n-1},\\ v_{n-1}=-\lambda_{n-1}|z_{n-1}-v_{n-2}|^{\frac{1}{2}}\mathrm{sgn}(z_{n-1}-\\ \qquad v_{n-2})+z_n,\\ \dot{z}_n=-\lambda_n\mathrm{sgn}(z_n-v_{n-1}).\end{cases}\tag{6}$$

选择合适的参数, 有式(7)成立:

$$\begin{cases}z_0=f_0(t),\\ z_i=f_0^{(i)}(t), i=1,\cdots,n.\end{cases}\tag{7}$$

其中: $f_0(t)$表示输入信号, $f(t)$经过非线性跟踪微分器(6)得到的滤波信号, $f_0^{(i)}(t)$表示通过非线性跟踪微分器得到的滤波信号第i阶导数信号.

此外, 文献[17]给出了其动态系统相应解的李雅普诺夫稳定性证明过程. 根据参考文献[11], 考虑如式(8)所示的跟踪微分器:

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{i1}=\chi_{i2}-\rho_{i1}\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi i}),\\ \dot{\chi}_{i2}=-\rho_{i2}\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi i}),\end{cases}\tag{8}$$

式中: ρ_{i1},ρ_{i2}为正定常数, π_1,δ_1是跟踪微分器的设计参数, $\eta_{\chi i}$为跟踪微分器的滤波误差, 其定义为

$$\eta_{\chi i}=\chi_{i1}-\chi_{\mathrm{r}},\tag{9}$$

式中χ_{r}为输入信号.

$\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi i})$的定义如式(10)所示:

$$\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi i})=\begin{cases}\dfrac{\eta_{\chi i}}{\delta^{1-\pi_1}}, & |\eta_{\chi i}|\leqslant\delta_1,\\ |\eta_{\chi i}|^{\pi_1}\mathrm{sgn}\,\eta_{\chi i}, & |\eta_{\chi i}|>\delta_1.\end{cases}\tag{10}$$

如果输入信号满足

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{\mathrm{r}1}=\chi_{\mathrm{r}2},\\ \dot{\chi}_{\mathrm{r}2}=\chi_{\chi 3},\end{cases}\tag{11}$$

其中: $\|\chi_{\chi 3}\|\leqslant\tau,\tau>0$为常数, 且$\chi_{i1}(0)=\chi_{\mathrm{r}1}(0)$, $\chi_{i2}(0)=0$, 选取合适的参数,对于任意的正常数ε, 存在$\|\chi_{i1}-\chi_{r1}\|<\varepsilon$, 且$\|\dot{\chi}_{i1}\|,\|\ddot{\chi}_{i1}\|,\|\chi_{i1}^{(3)}\|$都是有界的.

证 由式(10)可知, $\varphi(\cdot)$的表达式分为两种情况, 因此这里分开进行讨论.

1) 当$\|\eta_{\chi i}\|\leqslant\delta_1$时, 跟踪微分器反馈形式为线性. 式(8)可改写为

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{i1}=\chi_{i2}-\bar{\rho}_{i1}\eta_{\chi i},\\ \dot{\chi}_{i2}=-\bar{\rho}_{i2}\eta_{\chi i}-\chi_{\chi 3},\end{cases}\tag{12}$$

其中: $\bar{\rho}_{i1}=\rho_{i1}\cdot\dfrac{1}{\delta_1^{1-\pi_1}},\bar{\rho}_{i2}=\rho_{i2}\cdot\dfrac{1}{\delta_1^{1-\pi_1}}$为反馈增益.

由式(9)(11)–(12)可得跟踪微分器滤波误差的动态方程:

$$\begin{cases}\dot{\eta}_{\chi i1}=\eta_{\chi i2}-\bar{\rho}_{i1}\eta_{\chi i1},\\ \dot{\eta}_{\chi i2}=-\bar{\rho}_{i2}\eta_{\chi i1}-\chi_{\chi 3},\end{cases}\tag{13}$$

其中: $\bar{\eta}_{\chi_i}=[\eta_{\chi i1}\ \ \eta_{\chi i2}]^{\mathrm{T}}$, 选择合适的参数$\bar{\rho}_{i1},\bar{\rho}_{i2}$使得$A_0=\begin{bmatrix}-\bar{\rho}_{i1} & 1\\ -\bar{\rho}_{i2} & 0\end{bmatrix}$为一个严格的Hurwitz矩阵, 即式(13)可以改写为

$$\dot{\eta}_{\chi i}=A_0\eta_{\chi i}-\chi_{\chi 3}.\tag{14}$$

考虑如下形式的李雅普诺夫候选泛函:

$$V_0=\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}P_0\bar{\eta}_{\chi_i},\tag{15}$$

其中${P_0}^{\mathrm{T}}=P_0>0$为正定矩阵, 且满足如下矩阵等式:

$${A_0}^{\mathrm{T}}P_0+P_0A_0=-I,\tag{16}$$

其中I为对角单位矩阵.

对V_0进行微分可得

$$\dot{V}_0=\dot{\bar{\eta}}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}P_0\bar{\eta}_{\chi_i}+\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}P_0\dot{\bar{\eta}}_{\chi_i}.\tag{17}$$

将式(14)代入式(17)可以得到

$$\begin{aligned}&\dot{V}_0=\\ &(\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}A_0^{\mathrm{T}}-\chi_{\chi 3}^{\mathrm{T}})P_0\bar{\eta}_{\chi i}+\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}P_0(A_0\eta_{\chi i}-\chi_{\chi 3})=\\ &\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}A_0^{\mathrm{T}}P_0\bar{\eta}_{\chi i}+\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}P_0A_0\eta_{\chi i}-2\chi_{\chi 3}^{\mathrm{T}}P_0\bar{\eta}_{\chi i}=\\ &\bar{\eta}_{\chi_i}^{\mathrm{T}}(A_0^{\mathrm{T}}P+P_0A_0)\eta_{\chi i}-2\chi_{\chi 3}^{\mathrm{T}}P_0\bar{\eta}_{\chi i}\leqslant\\ &-vV_0+\beta,\end{aligned}\tag{18}$$

其中: $v=\dfrac{2}{\lambda_{\max}(P_0)}$, $\lambda_{\max}(P_0)$为矩阵P_0的一个最大特征值, $\beta=\|P_0\|^2\tau>0$为常数.

对式(18)两边积分得

$$V_0\leqslant c_1\mathrm{e}^{\nu t}-c_2,\tag{19}$$

其中: $c_1=V_0(t)-\dfrac{\beta}{\nu}$, $c_2=V_0(0)-\dfrac{\beta}{\nu}$. 对式(19)两边取极限, 可得

$$\lim_{t\to\infty}V_0(t)\leqslant\frac{\beta}{\nu}.\tag{20}$$

因此, 当$\|\chi_{i1}-\chi_{r1}\|<\delta_1$时, 式(13)表示的误差动态方程为稳定的.

2) 当$\|\eta_{\chi i}\|>\delta_1$时, 式(8)可改写为

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{i1}=v_0,\\ v_0=\chi_{i2}-\rho_{i1}|\eta_{\chi i1}|^{\pi_{11}}\mathrm{sgn}\,\eta_{\chi i1},\\ \dot{\chi}_{i2}=-\rho_{i2}|\eta_{\chi i2}|^{\pi_{12}}\mathrm{sgn}\,\eta_{\chi i2},\end{cases}\tag{21}$$

其中: $\pi_{11}=\dfrac{2}{3},\pi_{12}=\dfrac{1}{2}$. 定义误差$\eta_{\chi i1},\eta_{\chi i2}$:

$$\begin{cases}\eta_{\chi i1}=\chi_{i1}-\chi_{\mathrm{r}1},\\ \eta_{\chi i2}=\chi_{i2}-v_0.\end{cases}\tag{22}$$

由式(21)可以看出当$\|\eta_{\chi i}\|>\delta_1$时, 跟踪微分器的形式符合引理1中提出的Levent微分器的二阶形式, 文献[17]给出了稳定性证明过程. 因此可证明通过跟踪微分器得到$\|\chi_{i1}-\chi_{r1}\|<\varepsilon$, ε为正定常数. 且$\|\dot{\chi}_{i1}\|$, $\|\ddot{\chi}_{i1}\|$, $\|\chi^{(3)}{}_{i1}\|$都是有界的.　　证毕.

2.3　扩张状态观测器的描述

根据参考文献[11], 扩张状态观测器可由式(23)表示:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_i=\zeta_{i+1}-\beta_i\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_i)+g_ix_{i+1},\\ \dot{\zeta}_{i+1}=-\beta_{i+1}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_i),\end{cases}\tag{23}$$

式中: ζ_i, ζ_{i+1}为扩张状态观测器的状态向量, $\beta_i(i=1,2,\cdots,n)$为反馈增益, $\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_i)$的定义如式(10)所示. 其中: η_i为扩张状态观测器的误差, π_2, δ_2为扩张状态观测器的设计参数.

在自适应控制器设计的每一步中, 扩张状态观测器为如式(24)所示的二阶函数:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_{i1}=\zeta_{i2}-\beta_{i1}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_{i1})+g_{i0}x_{i+1},\\ \dot{\zeta}_{i2}=-\beta_{i2}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_{i1}),\end{cases}\tag{24}$$

式中:

$$\eta_{i1}=\zeta_{i1}-x_i,\tag{25}$$

ζ_{i2}用来在线逼近并补偿未知函数, 自适应控制器设计的最后一步中的x_{n+1}为u.

由式(24)可得观测器的误差:

$$\begin{cases}\tilde{f}_i=\zeta_{i2}-f_i,\ i=1,\cdots,n-1,\\ \tilde{f}_n=\zeta_{n2}-F_n.\end{cases}\tag{26}$$

上式满足

$$|\tilde{f}_i|\leqslant\iota,\tag{27}$$

式中ι为正定常数.

由式(24)(26)可得误差动态方程为

$$\begin{cases}\dot{\tilde{f}}_i=\tilde{f}_n-\beta_{i1}\tilde{f}_i,\\ \dot{\tilde{f}}_n=-\beta_{i2}\tilde{f}_i,\end{cases}\tag{28}$$

其形式与式(13)相似, 证明过程参照式(13)–(19).

3　基于扩张状态观测器的反推鲁棒自适应控制器设计

为设计方便, 误差定义为

$$\begin{cases}e_1=x_1-x_{\mathrm{d}},\\ e_i=x_i-\alpha_{i-1},\ i=2,\cdots,n,\end{cases}\tag{29}$$

式中α_{i-1}为中间虚拟控制信号, 稍后对其进行定义.

其设计流程及工作原理如图1所示.

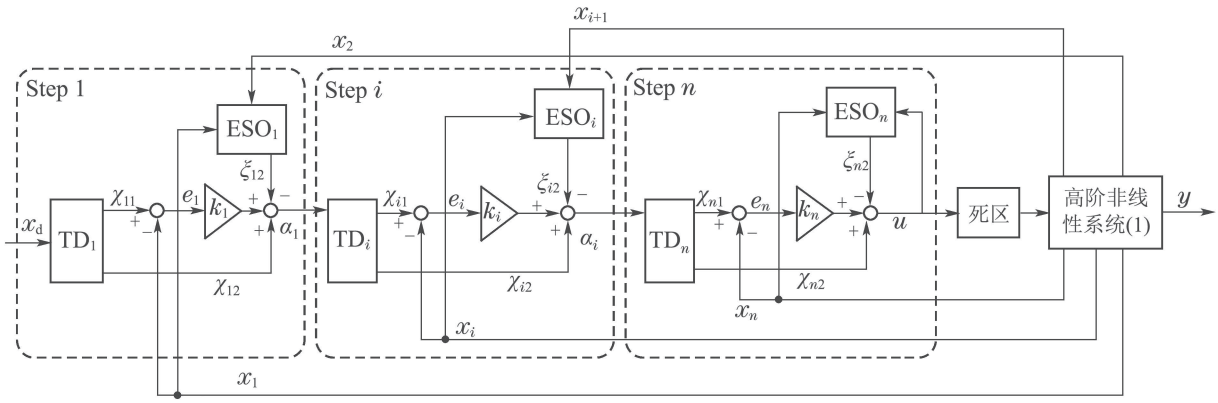


图 1　基于ESO的反推鲁棒自适应控制器原理图

Fig. 1　Principle chart of backstepping robust adaptive controller based on ESO

Step 1　考虑李雅普诺夫候选泛函:

$$V_1=\frac{1}{2}e_1^2+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}_1^2,\tag{30}$$

式中: γ_1为正定常数, $\tilde{\theta}=\hat{\theta}-\theta$为估计误差, θ为未知正定常数, $\hat{\theta}$为估计值.

对V_1进行微分可得

$$\dot{V}_1=e_1\dot{e}_1+{\gamma_1}^{-1}\tilde{\theta}_1\dot{\tilde{\theta}}_1.\tag{31}$$

由式(5)(29)可得

$$\dot{e}_1=f_1(x_1,x_2)+g_1x_2-\dot{x}_{\mathrm{d}}=$$

$$f_1(x_1,x_2)+g_1(e_2+\alpha_1)-\dot{x}_{\mathrm{d}}.\tag{32}$$

设计如下形式的二阶扩张状态观测器来在线逼近和补偿未知函数$f_1(\bar{x}_1)$:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_{11}=\zeta_{12}-\beta_{11}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_{11})+g_{10}x_2,\\ \dot{\zeta}_{12}=-\beta_{12}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_{11}),\end{cases}\tag{33}$$

式中ζ_{12}用来逼近未知函数$f_1(\bar{x}_1)$, 且η_{11}=$\zeta_{11}-x_1$.

引入跟踪微分器来获得$\dot{x}_{\mathrm{d}}$:

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{11}=\chi_{12}-\rho_{11}\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi1}),\\ \dot{\chi}_{12}=-\rho_{12}\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi1}),\end{cases}\tag{34}$$

式中: ρ_{11}, ρ_{12}为正定常数, π_1, δ_1是跟踪微分器的设计参数, $\eta_{\chi 1}$为跟踪微分器的滤波误差.

设计第1个虚拟稳定信号:

$$\alpha_1=\frac{1}{g_1}(-k_1e_1-\zeta_{12}+\chi_{12}-\hat{\theta}_1\tanh\frac{e_1}{\omega}), \quad (35)$$

自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_1=\gamma_1(e_1\tanh\frac{e_1}{\omega}-\sigma_1\hat{\theta}_1), \quad (36)$$

式中$k_1, \gamma_1, \omega, \sigma_1$为正定常数.

将式(35)代入式(32)可得

$$\dot{e}_1=-k_1e_1-\tilde{f}_1+g_1e_2-\hat{\theta}_1\tanh\frac{e_1}{\omega}+\chi_{12}-\dot{x}_{\rm d}. \quad (37)$$

将式(36)–(37)代入式(31)可得

$$\dot{V}_1=-k_1{e_1}^2-e_1\hat{\theta}_1\tanh\frac{e_1}{\omega}+g_1e_1e_2-e_1\tilde{f}_1+(\chi_{12}-\dot{x}_{\rm d})e_1+\tilde{\theta}_1(e_1\tanh\frac{e_1}{\omega}-\sigma_1\hat{\theta}_1). \quad (38)$$

上式满足

$$\begin{aligned}\dot{V}_1\leqslant&-k_1{e_1}^2+g_1e_1e_2+|e_1|\,\iota+|e_1|\,\varepsilon-\\&\theta_1e_1\tanh\frac{e_1}{\omega}-\sigma_1\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1\leqslant\\&-k_1{e_1}^2+g_1e_1e_2+|e_1|\,\theta_1-\\&\theta_1e_1\tanh\frac{e_1}{\omega}-\sigma_1\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1,\end{aligned} \quad (39)$$

式中$\theta_1=\iota+\varepsilon$.

由Young不等式可得

$$\begin{cases}g_1e_1e_2\leqslant\dfrac{g_1e_1^2}{2}+\dfrac{g_1e_2^2}{2},\\-\sigma_1\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1\leqslant-\dfrac{\sigma_1\tilde{\theta}_1^2}{2}+\dfrac{\sigma_1\theta_1^2}{2}.\end{cases} \quad (40)$$

此外, 根据参考文献[18], $\tanh(\cdot)$有下列性质:

$$0\leqslant|e_1|-e_1\tanh\frac{e_1}{\omega}\leqslant0.2785\omega. \quad (41)$$

将式(40)–(41)代入式(39)可得

$$\dot{V}_1\leqslant-(k_1-\frac{g_1}{2})e_1^2-\frac{\sigma_1\tilde{\theta}_1^2}{2}+0.2785\omega\theta_1+\frac{\sigma_1\hat{\theta}_1^2}{2}+\frac{g_1e_2^2}{2}. \quad (42)$$

Step *i*$(2\leqslant i\leqslant n-1)$ 考虑李雅普诺夫候选泛函:

$$V_i=\frac{1}{2}e_i^2+\frac{1}{2\gamma_i}\tilde{\theta}_i^2, \quad (43)$$

式中γ_i为正定常数.

对V_i进行微分:

$$\dot{V}_i=e_i\dot{e}_i+\tilde{\theta}_i{\gamma_i}^{-1}\dot{\hat{\theta}}_i. \quad (44)$$

由式(5)(29)可得

$$\begin{aligned}\dot{e}_i=&f_i(x_i,x_{i+1})+g_ix_{i+1}-\dot{\alpha}_{i-1}=\\&f_i(x_i,x_{i+1})+g_i(e_{i+1}+\alpha_i)-\dot{\alpha}_{i-1}.\end{aligned} \quad (45)$$

用扩张状态观测器来在线逼近和补偿未知函数$f_i(\bar{x}_i)$:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_{i1}=\zeta_{i2}-\beta_{i1}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_{i1})+g_{i0}x_{i+1},\\\dot{\zeta}_{i2}=-\beta_{i2}\varphi(\pi_2,\delta_2,\eta_{i1}),\end{cases} \quad (46)$$

式中: ζ_{i2}用来逼近$f_i(\bar{x}_i)$, 且$\eta_{i1}=\varsigma_{i1}-x_i$.

引入跟踪微分器来得到$\dot{\alpha}_{i-1}$

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{i1}=\chi_{i2}-\rho_{i1}\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi i}),\\\dot{\chi}_{i2}=-\rho_{i2}\varphi(\pi_1,\delta_1,\eta_{\chi i}),\end{cases} \quad (47)$$

式中: ρ_{i1}, ρ_{i2}为正定常数, $\eta_{\chi i}$定义为

$$\eta_{\chi i}=\chi_{i1}-\alpha_{i-1}, \quad (48)$$

且

$$|\chi_{i2}-\dot{\alpha}_{i-1}|\leqslant\varepsilon, \quad (49)$$

ε为正定常数.

设计第i个虚拟稳定信号为

$$\alpha_i=\frac{1}{g_i}(-k_ie_i-\zeta_{i2}+\chi_{i2}-\hat{\theta}_i\tanh\frac{e_i}{\omega}), \quad (50)$$

自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_i=\gamma_i(e_i\tanh\frac{e_i}{\omega}-\sigma_i\hat{\theta}_i), \quad (51)$$

式中$k_i, \gamma_i, \sigma_i, \omega$为正定常数.

将式(50)代入式(45)可得

$$\dot{e}_i=-k_ie_i-\tilde{f}_i+g_ie_{i+1}-\hat{\theta}_i\tanh\frac{e_i}{\omega}+\chi_{i2}-\dot{\alpha}_{i-1}. \quad (52)$$

将式(51)–(52)代入式(44)可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i=&-k_ie_i^2-e_i\tilde{\theta}_i\tanh\frac{e_i}{\omega}-e_i\tilde{f}_i+\\&g_ie_ie_{i+1}+e_i(\chi_{i2}-\dot{\alpha}_{i-1})+\\&\tilde{\theta}_i(e_i\tanh\frac{e_i}{\omega}-\sigma_i\hat{\theta}_i).\end{aligned} \quad (53)$$

上式满足

$$\begin{aligned}\dot{V}_i\leqslant&-k_ie_i^2+|e_i|\,\iota+g_ie_ie_{i+1}+|e_i|\,\varepsilon-\\&e_i\theta_i\tanh\frac{e_i}{\omega}-\sigma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i\leqslant\\&-k_ie_i^2+g_ie_ie_{i+1}+|e_i|\,\theta_i-\\&e_i\theta_i\tanh\frac{e_i}{\omega}-\sigma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i,\end{aligned} \quad (54)$$

式中$\theta_i=\iota+\varepsilon$.

由Young不等式可得

$$\begin{cases}g_ie_ie_{i+1}\leqslant\dfrac{g_ie_i^2}{2}+\dfrac{g_ie_{i+1}^2}{2},\\-\sigma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i\leqslant-\dfrac{\sigma_i\tilde{\theta}_i^2}{2}+\dfrac{\sigma_i\theta_i^2}{2}.\end{cases} \quad (55)$$

由tanh(·)的性质可得

$$0 \leqslant |e_i| - e_i \tanh \frac{e_i}{\omega} \leqslant 0.2785\omega. \tag{56}$$

将式(55)–(56)代入式(54)

$$\dot{V}_i \leqslant -(k_i - \frac{g_i}{2})e_i^2 - \frac{\sigma_i \tilde{\theta}_i^2}{2} + 0.2785\omega\theta_i + \frac{\sigma_i \hat{\theta}_i^2}{2} + \frac{g_i e_{i+1}^2}{2}. \tag{57}$$

Step n　李雅普诺夫候选泛函为

$$V_n = \frac{1}{2}e_n^2 + \frac{1}{2\gamma_n}\tilde{\theta}_n^2, \tag{58}$$

式中γ_n为正定常数.

对V_n进行微分可得

$$\dot{V}_n = e_n \dot{e}_n + \tilde{\theta}_n \gamma_n^{-1} \dot{\hat{\theta}}_n. \tag{59}$$

由式(29)和式(5)可得

$$\dot{e}_n = F_n(\bar{x}_n) + b_0 v - \dot{\alpha}_{n-1}. \tag{60}$$

用扩张状态观测器来在线逼近和补偿未知函数$F_n(\bar{x}_n)$:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{n1} = \zeta_{n2} - \beta_{n1}\varphi(\pi_2, \delta_2, \eta_{n1}) + b_0 u, \\ \dot{\zeta}_{n2} = -\beta_{n2}\varphi(\pi_2, \delta_2, \eta_{n1}), \end{cases} \tag{61}$$

其中ζ_{n2}用来逼近$F_n(\bar{x}_n)$, $\eta_{n1} = \zeta_{n1} - x_n$.

跟踪微分器为

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{n1} = \chi_{n2} - \rho_{n1}\varphi(\pi_1, \delta_1, \eta_{\chi n}), \\ \dot{\chi}_{n2} = -\rho_{n2}\varphi(\pi_1, \delta_1, \eta_{\chi n}), \end{cases} \tag{62}$$

式中ρ_{n1}, ρ_{n2}为正定常数, $\eta_{\chi n}$为

$$\eta_{\chi n} = \chi_{n1} - \alpha_{n-1}, \tag{63}$$

且

$$|\chi_{n2} - \alpha_{n-1}| \leqslant \varepsilon. \tag{64}$$

给出实际控制信号

$$v = \frac{1}{b_0}(-k_n e_n - \zeta_{n2} + \chi_{n2} - \hat{\theta}_n \tanh \frac{e_n}{\omega}), \tag{65}$$

自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \gamma_n(e_n \tanh \frac{e_n}{\omega} - \sigma_n \hat{\theta}_n). \tag{66}$$

将式(65)代入式(60)可得

$$\dot{e}_n = -k_n e_n - \tilde{F}_n - \hat{\theta}_n \tanh \frac{e_n}{\omega} + \chi_{n2} - \dot{\alpha}_{n-1}. \tag{67}$$

将式(66)–(67)代入式(59)可得

$$\dot{V}_n = -k_n e_n^2 - e_n \tilde{F}_n - e_n \tilde{\theta}_n \tanh \frac{e_n}{\omega} + \tilde{\theta}_n(e_n \tanh \frac{e_n}{\omega} - \sigma_n \hat{\theta}_n) \leqslant -k_n {e_n}^2 + |e_n|\,\theta_n - \theta_n e_n \tanh \frac{e_n}{\omega} - \sigma_n \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n, \tag{68}$$

式中$\theta_n = \iota + \varepsilon$.

由Young不等式可得

$$-\sigma_n \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n \leqslant -\frac{\sigma_n \tilde{\theta}_n^2}{2} + \frac{\sigma_n \theta_n^2}{2}. \tag{69}$$

由$|e_n| - e_n \tanh \frac{e_n}{\omega} \leqslant 0.2785\omega$和式(68)可得

$$\dot{V}_n \leqslant -k_n e_n^2 - \frac{\sigma_n \tilde{\theta}_n^2}{2} + 0.2785\omega\theta_n + \frac{\sigma_n \hat{\theta}_n^2}{2}. \tag{70}$$

4　稳定性证明

定理 1　考虑有未知死区(2)输入的闭环非线性系统(1), 设计含自适应律(36)(51)和(66)的控制规则(35)(50)和(65), 选取适当的设计参数, 给出所有的初始条件, 能够保证系统中所有信号是半全局一致最终有界的. 同时, 系统状态和自适应参数最终收敛于如下紧集:

$$\Omega_0 = \{e_i : \|e_i\|_\infty \leqslant \kappa_0,\ i = 1, \cdots, n\}. \tag{71}$$

如果扩张状态观测器和跟踪微分器的初始条件除$\varsigma_{i1}(0) = x_i(0)$和$\chi_{i1}(0) = \alpha_i(0)$以外, 其他都设置为0. 逼近误差$e_i$的$L_\infty$范数收敛于$\Omega_0$, 既能保持瞬态性能, 又能保持稳态性能.

证　考虑定义为如下形式的李雅普诺夫候选泛函:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i. \tag{72}$$

将式(42)(57)和(70)添加到式(72)的两边可得

$$\dot{V} \leqslant -(k_1 - \frac{g_1}{2})e_1^2 - \sum_{i=2}^{n-1}(k_i - g_i)e_i^2 - (k_n - \frac{g_{n-1}}{2})e_n^2 - \sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_i \tilde{\theta}_i^2}{2} + \sum_{i=1}^{n}(0.2785\omega\theta_i + \frac{\sigma_i \theta_i^2}{2}), \tag{73}$$

因此

$$\dot{V} \leqslant -2\mu v + \kappa, \tag{74}$$

式中:

$$\begin{cases} \mu = \min\limits_{1 \leqslant i \leqslant n}\{c_i, \dfrac{\sigma_i \tilde{\theta}_i^2}{2}\}, \\ \kappa = \sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\sigma_i \theta_i^2}{2} + 0.2785n\omega\theta_n, \end{cases} \tag{75}$$

其中:

$$c_1 = k_1 - \frac{g_1}{2}, \tag{76a}$$

$$c_i = k_i - g_i, \tag{76b}$$

$$c_n = k_n - \frac{g_{n-1}}{2}. \tag{76c}$$

于是, 所有的闭环信号都是半全局一致最终有界.

再者, 通过选取设计参数$\mu > \dfrac{\kappa}{2v}$, 对于任意大于零的常数v, 都可满足$V(0)\leqslant v$, 设$\Omega=\{V(t)|V\leqslant v\}$为一个不变集. 这意味着, 如果$V(0)\leqslant v$, 对于所有的$t\geqslant 0$, $V(t)\leqslant v$. 对式(74)的两端进行积分可得

$$0\leqslant V(t)\leqslant \frac{\kappa}{2\mu}+(V(0)-\frac{\kappa}{2\mu})\mathrm{e}^{-2\mu t}, \tag{77}$$

这意味着$V(t)$最终被$\dfrac{\kappa}{2\mu}$所限定. 由式(77)可得

$$\lim_{t\to\infty} V(t)\leqslant \frac{\kappa}{2\mu}=v_\infty, \tag{78}$$

存在另一个定义如下的紧集:

$$\Omega_\infty=\{e_i,\tilde{\theta}_i:|e_i|\leqslant\sqrt{2v_\infty},|\tilde{\theta}_i|\leqslant\sqrt{2\gamma_{\max}v_\infty}\}, \tag{79}$$

其中$\gamma_{\max}$代表γ_i的最大值.

从式(72)可知, $V(0)$可计算为

$$V(0)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}e_i^2(0)+\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\gamma_i}\tilde{\theta}_i^2(0). \tag{80}$$

可计算出

$$\begin{cases} e_1^2(0)=(x_1(0)-x_{\mathrm{d}}(0))^2=0,\\ \tilde{\theta}_i^2(0)=(\hat{\theta}_i(0)-\theta_i(0))^2=\theta_i^2. \end{cases} \tag{81}$$

将式(81)代入式(80)可得

$$\begin{aligned} V(0)=&\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{n}e_i^2(0)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_i^2}{2\gamma_i}\leqslant\\ &\sum_{i=2}^{n}e_i^2(0)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\theta_i^2}{2\gamma_i}\leqslant\\ &\sum_{i=2}^{n}e_i^2(0)+\frac{\kappa}{2\mu}. \end{aligned} \tag{82}$$

由式(72)和式(77), 可以进一步得到

$$\|e_i\|_\infty\leqslant\sqrt{2\|V\|_\infty}\leqslant\kappa_0, \tag{83}$$

其中$\kappa_0=\sqrt{2\sum\limits_{i=2}^{n}e_i^2(0)+\dfrac{\kappa}{\mu}}$. 证毕.

5 仿真研究

考虑如下形式的不确定严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1=f_1(x_1)+x_2,\\ \dot{x}_2=f_2(x_2)+u, \end{cases} \tag{84}$$

其中系统的不确定函数取为

$$\begin{cases} f_1(x_1)=10\sin\ x_1,\\ f_2(x_2)=\dfrac{1-\mathrm{e}^{-x_2}}{1+\mathrm{e}^{-x_2}}+0.1\sin x_2. \end{cases} \tag{85}$$

仿真中参考信号取为矩形波.

控制目标是使系统(1)的输出逼近参考信号的轨迹. ESO的参数$g_{10}=1$, $g_{20}=1.2$. 由式(2)描述的死区的参数为$c=1$, $B=2$. 仿真的初始条件和参数值如表1所示.

表 1 基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制器参数

Table 1 Parameters of ARC based on ESO

参数	数值			
ESO_1	$\beta_{11}=5$	$\beta_{12}=30$	$\pi_2=0.01$	$\delta_2=0.01$
ESO_2	$\beta_{21}=10$	$\beta_{22}=80$	$\pi_2=0.01$	$\delta_2=0.03$
TD_1	$\rho_{11}=14$	$\rho_{12}=135$	$\pi_1=0.65$	$\delta_1=0.04$
TD_2	$\rho_{21}=17$	$\rho_{22}=132$	$\pi_1=0.5$	$\delta_1=0.045$
α_1	$k_1=10$	$g_1=1$	$\hat{\theta}_1(0)=0$	$\omega=40$
v	$k_2=20$	$g_2=1.1$	$\hat{\theta}_2(0)=0$	$\omega=40$

仿真结果如图2–4所示. 图2是输出信号的跟踪效果和跟踪误差, 并与经典ADRC线性反馈控制和非线性反馈控制的跟踪效果进行对比. 图3–4是扩张状态观测器的观测效果和观测误差. 控制系统的性能指标如表2所示. 表2中: δ为超调量平均值, t_{r}为上升时间平均值, t_{s}为调节时间平均值, ees为稳态误差平均值.

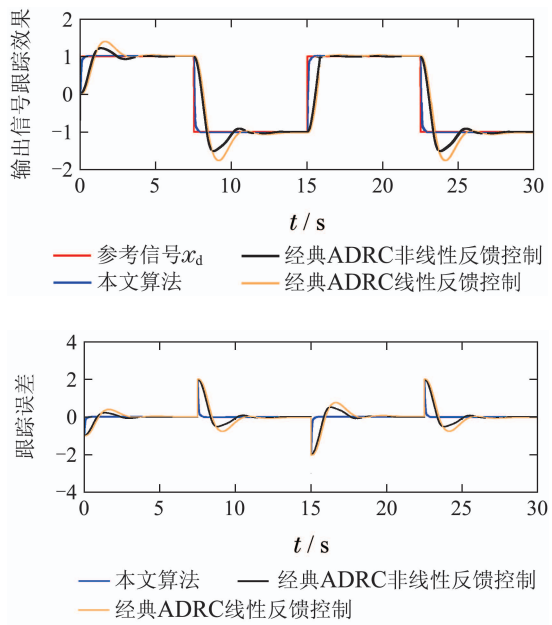
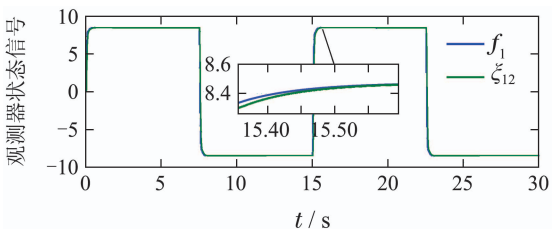


图 2 输出信号跟踪效果

Fig. 2 Output signal of tracking performance



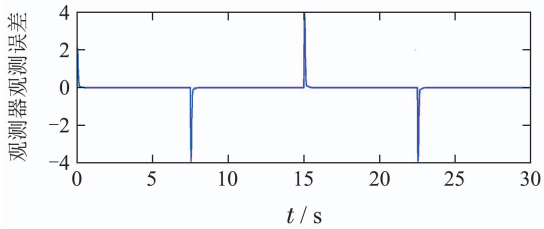


图 3 扩张状态观测器1的观测效果

Fig. 3 Observation effect of ESO_1

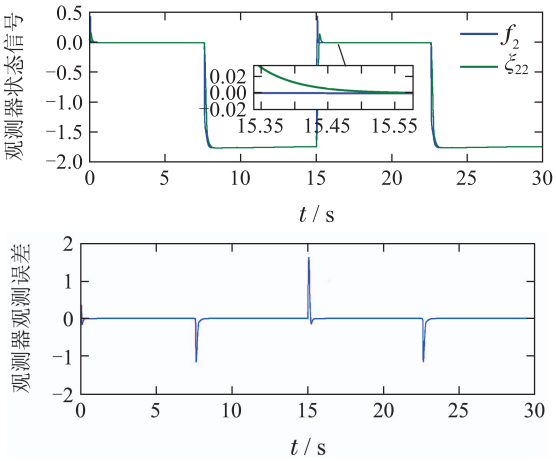


图 4 扩张状态观测器2的观测效果

Fig. 4 Observation effect of ESO_2

表 2 跟踪方波时的性能指标

Table 2 Evaluating indicator for tracking square wave

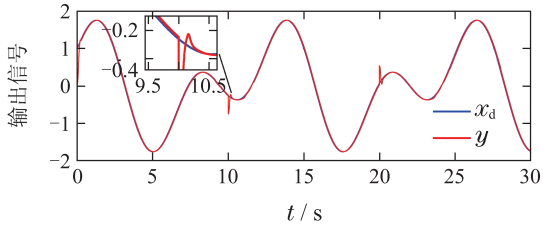
控制方式	δ	t_r/s	t_s/s	ees
本文算法	0.01	0.45	0.65	0.0005
线性反馈控制	1.72	1.31	5.14	0.022
非线性反馈控制	1.45	1.63	6.23	0.007

由图2和表2可知: 相比于经典ADRC线性反馈控制和非线性反馈控制, 本文算法的跟踪效果较好, 跟踪误差较小. 由此可以说明用ESO观测动态面控制中每一步的不确定函数, 能够提高系统的跟踪效果.

为了验证本文算法的有效性, 作者定义平滑参考信号为

$$x_{\mathrm{d}} = \sin t + \cos(0.5t). \tag{86}$$

系统加干扰的输出信号跟踪效果和跟踪误差如图5所示. 在$t=10$和$t=20$时分别加入幅值为-0.5和0.5的阶跃信号以验证本文所提出算法的鲁棒性.



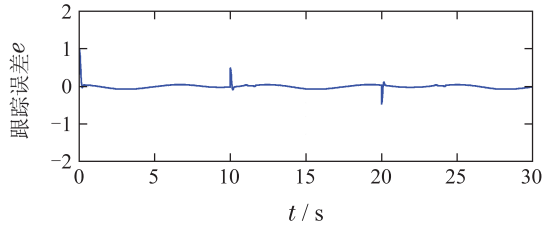


图 5 加扰动输出信号跟踪效果

Fig. 5 Output signal of tracking performance with disturbance

从图中可以看出跟踪效果较理想, 跟踪误差较小. 由仿真结果可知: 当传感器精度受到干扰, 产生观测误差时, 所提出的算法具有较强的鲁棒性. 从输出信号可以看出, 依然能够保持较好的跟踪效果. 当干扰消除后, 系统能快速恢复原状, 保持良好的观测效果. 对上面的仿真结果进行分析可知, 在处理第2部分提出的控制问题时, 本文提出的基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制具有较好的跟踪性能和鲁棒特性.

6 总结

本文提出了基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制, 此方法适用于有未知死区输入的不确定纯反馈非线性系统. 在动态面控制设计的每一步中, 使用扩张状态观测器作为自适应鲁棒控制中的函数观测器. 与神经网络和模糊系统相比, 扩张状态观测器具有简单, 收敛速度快和精度高的优点. 因此, 整个闭环系统的控制性能得到提高. 设计跟踪微分器来代替传统动态面控制中的一阶滤波器, 从而解决了计算复杂的问题. 仿真结果表明, 基于扩张状态观测器的自适应鲁棒控制跟踪性能较好, 鲁棒性强.

参考文献:

[1] ZHU Sheng, SUN Mingxuan, WANG Xuejie, et al. Robust repetitive control of nonlinear systems with input dead time. *Journal of Automation*, 2013, 39(6): 908 – 912.
(朱胜, 孙明轩, 王雪洁, 等. 具有输入死区的非线性系统的鲁棒重复控制. 自动化学报, 2013, 39(6): 908 – 912.)

[2] SI Wenjie, WANG Cong, ZENG Wei. Adaptive neural network tracking control for unknown dead zone nonlinear systems with state observation. *Control and Decision*, 2017, 32(5): 780 – 788.
(司文杰, 王聪, 曾玮. 状态观测的未知死区非线性系统的自适应神经网络跟踪控制. 控制与决策, 2017, 32(5): 780 – 788.)

[3] WANG C L, YAN L. Robust adaptive dynamic surface control for a class of MIMO nonlinear systems with unknown non-symmetric dead-zone. *Asian Journal of Control*, 2014, 16(2): 478 – 488.

[4] LI Z F, LI T S, FENG G. Adaptive neural control for a class of stochastic nonlinear time-delay systems with unknown dead zone using dynamic surface technique. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2016, 26(4): 759 – 781.

[5] WEN G X, LIU Y J, CHEN C L P. Direct adaptive robust NN control for a class of discrete-time nonlinear strict-feedback SISO systems. *Neural Computing & Applications*, 2012, 21(6): 1423 – 1431.

[6] SON J E, NAM S, KIM N. Adaptive non-backstepping neural control for a class of uncertain nonlinear systems with unknown time-delay. *International Conference on Control, Automation and Systems.* Gyeongju: IEEE, 2017: 151 – 156.

[7] CUI L L, LUO Y H, ZHANG H G. Adaptive critic design based robust neural network control for a class of continuous-time nonaffine nonlinear system. *International Conference on Modelling, Identification and Control.* Shanghai: IEEE, 2011: 261 – 266.

[8] LI Jun, NAI Yongqiang. Robust adaptive control of MIMO affine nonlinear systems based on ELM. *Control and Decision*, 2015, 30(9): 1559 – 1566.
(李军, 乃永强. 基于ELM的一类MIMO仿射非线性系统的鲁棒自适应控制. 控制与决策, 2015, 30(9): 1559 – 1566.)

[9] CUI Lili, ZHANG Huaguang, LUO Yanhong. Adaptive evaluation design of nonlinear systems with unknown control directions. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2012, 46(5): 853 – 857.
(崔黎黎, 张化光, 罗艳红. 控制方向未知的非线性系统的自适应评价设计. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(5): 853 – 857.)

[10] TONG S C, LI Y M. Adaptive fuzzy decentralized output feedback control for nonlinear large-scale systems with unknown dead-zone Inputs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(5): 913 – 925.

[11] HAN Jingqing. From PID technique to active disturbances rejection control technique. *Control Engineering of China*, 2002, 9(3): 13 – 18.
(韩京清. 从PID技术到“自抗扰控制”技术. 控制工程, 2002, 9(3): 13 – 18.)

[12] DOU L Q, LU F. Trajectory tracking control for underactuated quadrotor UAV based on ESO and backstepping. *Journal of Tianjin University*, 2017, 50(5): 500 – 506.

[13] LIU J X, VAZQUEZ S, WU L G, et al. Extended state observer-based sliding-mode control for three-phase power converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 64(1): 22 – 31.

[14] PANCHAL B, TALOLE S E. Generalized ESO and predictive control based robust autopilot design. *Journal of Control Science and Engineering*, 2017, 64(8): 6785 – 6795.

[15] CUI R X, CHEN L P, YANG C G, et al. Extended state observer-based integral sliding mode control for an underwater robot with unknown disturbances and uncertain nonlinearities. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018: 1 – 1.

[16] LEVANT A. High-order sliding modes, differentiation and output feedback control. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10): 924 – 941.

[17] ROSIER L. Homogeneous Lyapunov function for homogeneous continuous vector field. *Systems & Control Letters*, 1992, 19(6): 467 – 473.

[18] POLYCARPOU M M, IOANNOU P A. A robust adaptive nonlinear control design. *Automatica*, 1996, 32(3): 423 – 427.

作者简介:

孙国法 博士, 讲师, 目前研究方向为非线性系统智能自适应控制、自抗扰控制研究及应用、动态面、观测器设计等, E-mail: sunguofa_bo@163.com;

衡丽帆 硕士研究生, 目前研究方向为控制理论与控制工程、变风量空调控制, E-mail: henglifan1@163.com.