

基于Kullback-Leibler距离的闭环系统传感器微小故障诊断

陶松兵, 柴毅[†], 王一鸣, 吴光伟

(重庆大学 复杂系统安全与控制教育部重点实验室, 自动化学院, 重庆 400030)

摘要: 在闭环控制系统中, 当故障幅值较小时, 由故障带来的影响会被控制量所掩盖. 因此, 闭环系统中的微小故障诊断实现更为复杂. 本文针对闭环系统中的传感器故障, 提出了基于Kullback-Leibler(KL)距离的微小故障在线检测与估计方法. 本文首先介绍了KL距离的定义及其在多变量故障检测中的应用, 然后提出了结合KL距离与快速移动窗口主成分分析(MWPCA)的在线微小故障检测与估计模型. 在高斯分布的假设下, 利用系统输入输出残差构造MWPCA的数据矩阵, 然后通过在线更新数据矩阵主成分的均值与方差实现KL距离的在线更新, 最终实现闭环系统中传感器的在线故障检测与估计. 仿真实验表明, 该方法能有效实现具有低故障—噪声比(FNR)特性的微小故障诊断.

关键词: 故障诊断; 微小故障; Kullback-Leibler距离; 信号处理

引用格式: 陶松兵, 柴毅, 王一鸣, 等. 基于Kullback-Leibler距离的闭环系统传感器微小故障诊断. 控制理论与应用, 2019, 36(6): 909–914

DOI: 10.7641/CTA.2018.70772

Incipient fault diagnosis of sensors in the closed-loop system utilizing Kullback-Leibler divergence

TAO Song-bing, CHAI Yi[†], WANG Yi-ming, VI Ngo-quang

(Key Laboratory of Complex System Safety and Control, Ministry of Education, College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Due to the feedback control law in the closed-loop control system, changes caused by incipient faults could be covered especially when the fault amplitude is small. Accordingly, it is more complicated for the diagnosis of incipient faults in the closed-loop system. In this paper, a novel online fault detection and estimation method utilizing the Kullback-Leibler divergence (KLD) is proposed for sensors in the closed-loop system. First, the definition of the KL divergence and corresponding applications in the monitoring of multivariable systems are introduced. Combined with the KLD and fast moving window principal component analysis (MWPCA) method, the model of online incipient detection and estimation is established. Under the hypothesis of Gaussian distribution, the data matrix is constituted by residuals of system inputs and outputs. Then the value of KLD is updated online through computing the mean and variance of score vectors of selected principal components. Last, utilizing the proposed detection and estimation model, the online incipient fault detection and estimation for sensors in the closed-loop system are obtained. In the simulation, it is shown that the proposed method can deal with the incipient fault with lower fault-to-noise ratio (FNR) more efficiently.

Key words: fault diagnosis; incipient fault; Kullback-Leibler divergence; signal processing

Citation: TAO Songbing, CHAI Yi, WANG Yiming, et al. Incipient fault diagnosis of sensors in the closed-loop system utilizing Kullback-Leibler divergence. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(6): 909–914

1 引言

随着工业系统中对设备性能要求的提高, 比例积分微分控制、最优控制以及鲁棒控制等大量含有闭环控制律的先进算法被应用于各类控制系统, 以实现系统的稳定运行. 然而, 反馈机制在提高系统鲁棒性的同时, 也增加了闭环系统故障诊断的难度. 因为当故

障处于早期阶段或幅值较小时, 所带来的影响可能会被反馈控制量所掩盖, 导致系统发生故障时的残差信号可能仍在较小范围内波动, 即观测值的偏离程度较小或征兆微小^[1–2]. 在各类闭环系统故障诊断技术当中^[1], 当闭环系统中故障参数已知时可利用模型匹配法^[3], 而当系统中故障完全未知时, 常通过设计基于

收稿日期: 2017–10–24; 录用日期: 2018–10–12.

[†]通信作者. E-mail: chaiyi@cqu.edu.cn; Tel.: +86 23-65102482.

本文责任编辑: 王伟.

国家自然科学基金项目(61633005, 61374135)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61633005, 61374135).

某种特定指标的滤波器对系统运行状况进行监测^[4].

在闭环系统中,当输出反馈传感器发生微小故障时,其故障征兆不显著且可检测窗口小^[1],可处理为一类特殊的微小故障检测问题.目前,针对传感器早期微小故障诊断问题的研究,主要集中于微小故障的检测^[5-6],而微小故障幅值估计的研究较少.其中,针对传统主成分分析(principal component analysis, PCA)方法以及重构贡献图(reconstruction-based contribution, RBC)方法对早期故障不敏感的局限性,文献[7]通过引入移动窗口(moving window)提出了PCA与MWR-BC相结合的方法,实现了传感器微小加性故障的幅值估计.此外,利用KL距离对微小异常的敏感性^[6,8-10],文献[8]利用KL距离来描述过程变量的协方差矩阵特征值变化,建立了传感器微小故障幅值估计的理论模型,实现了传感器微小乘性故障幅值的估计.但上述方法^[7-10]均是针对开环系统中的传感器微小故障诊断,而闭环系统中的传感器故障不仅征兆不显著且可检测窗口小.因此本文提出了一种基于数据驱动的闭环系统传感器微小故障检测与估计方法.

一般而言,除去少量直接估计故障偏差值的方法之外,其基本思路均是通过构造某种指标的滤波器,与系统真实输出比较得到残差,然后通过残差评价以实现故障检测^[1].在本文所提方法中,首先利用输入输出测量值与系统模型之间的残差构造协方差矩阵,然后利用KL距离与移动窗口实现微小故障检测,最后利用建立的故障估计模型实现传感器未知微小故障幅值估计.

2 定义与引理

2.1 变量说明

首先对下文出现的变量进行说明.

$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_j \cdots \mathbf{x}_{d_m}]$ 为 d_m 维变量数据矩阵, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times d_m}$.

$d_s \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ 为主元子空间维数.

$\mathbf{x}_j = [x_{1j} \cdots x_{kj} \cdots x_{Nj}]^T$ 为第 j 个变量的第 N 列向量观测值, $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^{N \times 1}$.

$\bar{\mathbf{X}} = [\bar{\mathbf{x}}_1 \cdots \bar{\mathbf{x}}_j \cdots \bar{\mathbf{x}}_{d_m}]$ 为中心化后的矩阵, $\bar{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{N \times d_m}$.

$\mathbf{S} = \frac{1}{N-1} \bar{\mathbf{X}}^T \bar{\mathbf{X}}$ 为中心化矩阵 $\bar{\mathbf{X}}$ 的协方差矩阵, $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{d_m \times d_m}$.

$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_j, \cdots, \lambda_{d_m}\}$ 为得分向量矩阵的方差, $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{d_m \times d_m}$.

$\mathbf{P} = (\mathbf{p}_1, \cdots, \mathbf{p}_j, \cdots, \mathbf{p}_{d_m})$ 为协方差矩阵 $\mathbf{S}$ 的特征向量, $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{d_m \times d_m}$.

$\mathbf{T} = \bar{\mathbf{X}} \mathbf{P} = (\mathbf{t}_1, \cdots, \mathbf{t}_j, \cdots, \mathbf{t}_{d_m})$ 为得分矩阵, $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{N \times d_m}$.

$\mathbf{t}_{d_s}(k) \in \mathbb{R}^{k \times d_s}$ 与 $\mathbf{t}_{d_m-d_s}(k) \in \mathbb{R}^{k \times (d_m-d_s)}$ 分别为

主成分和残差向量.

$\boldsymbol{\mu}_k = [\mu_1(k) \cdots \mu_{d_m}(k)]$ 为第 k 个 d_m 维均值向量, $\boldsymbol{\mu}_k \in \mathbb{R}^{1 \times d_m}$, 其中 $\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\mu}_{k+1}$ 分别为更新前与更新后的均值向量.

$\boldsymbol{\sigma}_k = [\sigma_1(k) \cdots \sigma_{d_m}(k)]$ 为第 k 个 d_m 维协方差向量, $\boldsymbol{\sigma}_k \in \mathbb{R}^{1 \times d_m}$, 其中 $\boldsymbol{\sigma}_k, \boldsymbol{\sigma}_{k+1}$ 分别为更新前与更新后的协方差向量.

a 为表征故障偏差近似为0的未知常数.

L 为移动窗口的宽度.

2.2 KL距离定义

定义1 KL距离^[11-12](Kullback-Leibler divergence)是用于测量两个概率密度函数(probability density functions, PDFs)之间的差异,若概率密度函数分别为 f_z 和 $\tilde{f}_z$,则KL距离可表示为

$$K(\tilde{f}_z, f_z) = \int_{d_z} \tilde{f}_z(\mathbf{z}) \ln\left(\frac{\tilde{f}_z(\mathbf{z})}{f_z(\mathbf{z})}\right) d\mathbf{z}. \quad (1)$$

当随机变量 $\tilde{\mathbf{z}} \sim N\{\tilde{\boldsymbol{\mu}}, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_z\}$ 和 $\mathbf{z} \sim N\{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}_z\}$ 服从正态分布时, KL距离可改写为

$$K(\tilde{f}_z, f_z) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{d_z} \left(\ln \frac{\sigma_i^2}{\tilde{\sigma}_i^2} + \frac{\tilde{\sigma}_i^2}{\sigma_i^2} + \left(\frac{(\mu_i - \tilde{\mu}_i)^2}{\sigma_i^2} \right) - 1 \right). \quad (2)$$

2.3 故障幅值估计算法

考虑测量矩阵 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_j \cdots \mathbf{x}_m] = (x_{ij})_{i,j}$, 其中 $\mathbf{x}_j = [x_{k-L+1,j} \cdots x_{k,j}]^T$ 为第 j 个变量的 L 列测量向量, 其中 k, L 均为整数且 $k \geq L$.

引理1 若测量矩阵 $\mathbf{X}$ 的协方差矩阵 $\mathbf{S}$ 为^[8]

$$\mathbf{S} = \mathbf{p}^* \mathbf{\Lambda} \mathbf{p}^{*T} + \sigma_v^2 \mathbf{I}_m, \quad (3)$$

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}^* + \Delta \mathbf{\Lambda}, \quad (4)$$

其中: $\mathbf{\Lambda}^* = \text{diag}\{\lambda_1^*, \cdots, \lambda_l^*, 0, \cdots, 0\}$ 为特征值矩阵, $\mathbf{p}_1^*, \cdots, \mathbf{p}_l^*, \mathbf{p}_{l+1}^*, \cdots, \mathbf{p}_m^*$ 表示对应的特征向量, $\Delta \mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\Delta \lambda_1, \cdots, \Delta \lambda_m\}$ 表示故障导致的特征值变化. 因此, 当故障偏差 $a = 0$ 时, 协方差矩阵特征值变化 $\Delta \mathbf{\Lambda} = 0$.

假设 λ_r 为未知变量 a 的函数且在零点($a \approx 0$)附近可微, 则其泰勒展开为

$$\begin{aligned} \lambda = \lambda_r^* + \frac{\partial \lambda_r}{\partial a}(0)a + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \lambda_r}{\partial a^2}(0)a^2 + \\ \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \lambda_r}{\partial a^3}(0)a^3 + \cdots \end{aligned} \quad (5)$$

3 传感器微小故障估计

3.1 传感器故障模型

若测量传感器受乘性故障, 也称为增益故障^[1]影响, 其故障模型可表示为^[8]

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{f} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k), \quad (6)$$

其中: $\mathbf{f} = \text{diag}\{1 + a_1, \dots, 1 + a_{d_m}\}$ 为对角阵且非对角元素均为0, $\mathbf{v}(k)$ 为测量噪声向量. 当故障变量 x_j 的故障偏差为 a_j , 则其可表示为

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_j^* + \mathbf{F}_j + \mathbf{V}, \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_j = a_j \times [x_j^*(1) \ \dots \ x_j^*(N)]^T. \quad (8)$$

为分析闭环系统中传感器乘性故障对反馈输出的影响, 考虑如下典型线性时不变系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (9)$$

设计控制律为

$$u(t) = -Kx(t) + Gr(t). \quad (10)$$

得如下输出反馈控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A - BK)x(t) + BGr(t), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (11)$$

典型线性时不变系统的闭环控制框图如图1所示.

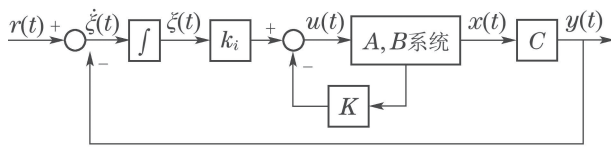


图1 闭环控制系统框图

Fig. 1 The block diagram of the closed-loop control system

连续时间线性时不变输出反馈系统的传递函数矩阵为^[13]

$$G(s) = C(sI - A + BC)^{-1}B. \quad (12)$$

假设当传感器输出发生乘性故障时, 闭环系统输出矩阵 C 可表示为

$$C = \text{diag}\{1 + f_{a1}, 1 + f_{a2}, \dots, 1 + f_{an}\}C. \quad (13)$$

带故障输出矩阵系数可进一步表示为

$$C = C + \Delta C. \quad (14)$$

结合式(12), 当传感器发生故障后, 其传递函数矩阵变为

$$G(s) = (C + \Delta C)(sI - A + B(C + \Delta C))^{-1}B. \quad (15)$$

当增益故障较小时, 传递函数可近似为

$$\tilde{G}(s) = (C + \Delta C)(sI - A + BC)^{-1}B. \quad (16)$$

因此, 闭环输出残差可近似表示为

$$\text{res}(s) = \Delta C(sI - A + BC)^{-1}Bu(s). \quad (17)$$

当系统处于稳态时, 输入 $u(t)$ 为 $u \sim N\{0_d, \sigma_u^2\}$ 的正态分布, 因此消除了参考输入 $r(t)$ 变化对故障幅值估计的影响.

显然, 式(17)的近似线性关系符合引理1的假设条件, 并且系统采样率越高, 则样本包含的系统动态特

性越丰富, 基于KL距离的故障幅值估计效果越好. 此外, 当系统处于稳态时, 输入 $u(s)$ 符合均值为0的正态分布, 若传感器故障幅值较小, 系统输入输出残差仍满足正态分布假设要求.

本文提出的含扰动输入的输出反馈闭环控制系统的传感器故障检测框图如图2所示.

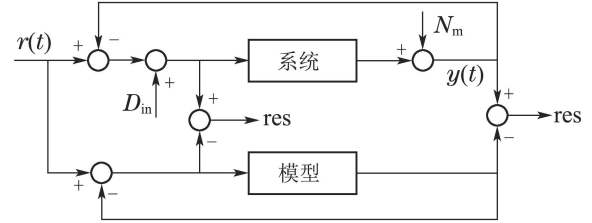


图2 闭环控制系统故障检测框图

Fig. 2 The block diagram of the fault diagnosis for the closed-loop control system

3.2 含移动窗的微小故障估计模型

假设时间窗口 $[k - L + 1, k]$ 内第 j 个变量均受故障偏差 $a = a_j$ 影响, 则协方差矩阵为

$$S = \frac{1}{L-1} \begin{bmatrix} \bar{x}'_1 \bar{x}_1 & \dots & \bar{x}'_1 \bar{x}_j & \dots & \bar{x}'_1 \bar{x}_{d_m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{x}'_j \bar{x}_1 & \dots & \bar{x}'_j \bar{x}_j & \dots & \bar{x}'_j \bar{x}_{d_m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \bar{x}'_{d_m} \bar{x}_1 & \dots & \bar{x}'_{d_m} \bar{x}_j & \dots & \bar{x}'_{d_m} \bar{x}_{d_m} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

其中 $\bar{\mathbf{X}} = [\bar{x}_1 \ \dots \ \bar{x}_j \ \dots \ \bar{x}_{d_m}]$ 为 $\mathbf{X}$ 对应的中心化矩阵, 因此, 故障模型可表示为

$$\bar{x}_j = \bar{x}_j^* + \bar{F}_j + \mathbf{V} = (1 + a)(\bar{x}_j^* - \mu_j^*) + \mathbf{V}. \quad (19)$$

根据引理1, 协方差矩阵可表示为未知变量 a 的函数, 对协方差矩阵求一阶导可得

$$\frac{\partial \bar{x}_r^T \bar{x}_q}{\partial a} = 0, \quad \forall r, q \neq j, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \bar{x}_r^T (\bar{x}_j^* + \bar{F}_j)}{\partial a} = \frac{\partial (\bar{x}_j^* + \bar{F}_j) \bar{x}_r^T}{\partial a} = \delta_r, \quad \forall r \neq j, \quad (21)$$

$$\frac{\partial (\bar{x}_j^* + \bar{F}_j)^T (\bar{x}_j^* + \bar{F}_j)}{\partial a} = (2a + 2)\delta_j, \quad (22)$$

其中 δ_r 和 δ_j 是与故障幅值不相关的常数, 具体证明可见文献[9].

$$\delta_r = \sum_{i=k-L+1}^k (x_{ir} - \mu_r) x_{ij}^* - \mu_j^* \sum_{i=k-L+1}^k (x_{ir} - \mu_r), \quad (23)$$

$$\delta_j = \sum_{i=k-L+1}^k (x_{ij}^* - \mu_j^*) x_{ij}^* - \mu_j^* \sum_{i=k-L+1}^L (x_{ij}^* - \mu_j^*) x_{ij}^*. \quad (24)$$

类似地,二阶导为

$$\frac{\partial^2(\bar{\mathbf{x}}_j^* + \bar{\mathbf{F}}_j)^T(\bar{\mathbf{x}}_j^* + \bar{\mathbf{F}}_j)}{\partial a^2} = 2\tau, \quad (25)$$

$$\tau = \sum_{i=k-L+1}^k (x_{ij}^* - \mu_j^*)^2. \quad (26)$$

记载荷向量 $\mathbf{p}_k^* = [p_{1k} \ \cdots \ p_{mk}]^T$ 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_k}{\partial a} &= (\mathbf{p}_k^*)^T \frac{\partial S}{\partial a} (\mathbf{p}_k^*) = \\ &= \frac{2}{L-1} (p_{jk} \sum_{r=1}^m p_{rk} \delta_r + p_{jk}^2 \tau a), \end{aligned} \quad (27a)$$

$$\frac{\partial^2 \lambda_k}{\partial a^2} = (\mathbf{p}_k^*)^T \frac{\partial^2 S}{\partial a^2} (\mathbf{p}_k^*) = \frac{2}{L-1} p_{jk}^2 \tau. \quad (27b)$$

将式(4)和式(5)代入可得

$$\Delta \lambda_k = \frac{2}{L-1} p_{jk} \sum_{r=1}^m p_{rk} \delta_r a + \frac{3}{L-1} p_{jk}^2 \tau a^2. \quad (28)$$

记

$$\Xi_1 = \frac{1}{L-1} p_{jk} \sum_{r=1}^m p_{rk} \delta_r, \quad \Xi_2 = \frac{1}{L-1} p_{jk}^2 \tau,$$

得到正常运行与故障状态下KL距离为

$$K(\tilde{f}_z, f_z) = \frac{(\Xi_1 a + \frac{3}{2} \Xi_2 a^2)^2}{(\lambda_k^* + \sigma_v^2)(\lambda_k^* + \sigma_v^2 + 2\Xi_1 a + 3\Xi_2 a^2)}. \quad (29)$$

当系统变量符合正态分布,利用计算得到的KL距离值,可通过如下公式计算得到故障偏差 a 的估计值:

$$\hat{a} = \frac{-\Xi_1 + \sqrt{(\Xi_1)^2 + 3\Xi_2(\lambda_k^* + \sigma_v^2)(K + \sqrt{K^2 + 2K})}}{3\Xi_2}, \quad (30)$$

其中式(30)可通过求解式(29)中故障偏差 a 的一元二次方程得到.

4 在线检测与估计实现

步骤1 利用系统无故障运行数据构造数据矩阵 $\mathbf{X}^* \in \mathbb{R}^{N \times d_m}$ 并将其中心化得 $\bar{\mathbf{X}}^* \in \mathbb{R}^{N \times d_m}$.

步骤2 利用 $\bar{\mathbf{X}}^*$ 计算 $\mathbf{P}^*, \mathbf{T}^*, \mathbf{b}^*, \boldsymbol{\mu}^*, \boldsymbol{\Sigma}^*, \boldsymbol{\Lambda}^*$ 并选取主元空间^[8].

步骤3 利用文献[7]第3.4节近似卡方分布假设确定故障检测阈值.

步骤4 记 $\boldsymbol{\mu}^*, \mathbf{b}^*$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}^*$ 分别为初始值 $\boldsymbol{\mu}(0), \mathbf{b}(0)$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}(0)$.

步骤5 当获得新的采样值将其记为 $\mathbf{x}_{k+1}$ 并计算均值 $\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{b}^*$,然后计算其得分向量值 $\mathbf{t}_{k+1} = (\mathbf{P}^*)^T \bar{\mathbf{x}}_{k+1}$.

步骤6 利用式(31)–(35)计算得分向量的均值与方差更新值^[15]:

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}} = \frac{1}{L-1} (L\boldsymbol{\mu}_k - \mathbf{t}_k), \quad (31)$$

$$\Delta \tilde{\boldsymbol{\mu}} = \boldsymbol{\mu}_k - \tilde{\boldsymbol{\mu}}, \quad (32)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{k+1} = \frac{1}{L} ((L-1)\tilde{\boldsymbol{\mu}} + \mathbf{t}_{k+L}), \quad (33)$$

$$\Delta \boldsymbol{\mu}_{k+1} = \boldsymbol{\mu}_{k+1} - \tilde{\boldsymbol{\mu}}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{k+1}(i)^2 &= \\ &= \sigma_k(i)^2 + \Delta \boldsymbol{\mu}_{k+1}(i)^2 - \Delta \boldsymbol{\mu}_k(i)^2 + \\ &= \frac{(\mathbf{t}_{k+L}(i) - \boldsymbol{\mu}_{k+1}(i))^2 - (\mathbf{t}_k(i) - \boldsymbol{\mu}_k(i))^2}{L-1}. \end{aligned} \quad (35)$$

步骤7 利用式(2)计算不同得分向量的KL距离 $K(\mathbf{t}^f, \mathbf{t}^*)$.

步骤8 利用文献[7]中式(9)检测微小故障.

步骤9 利用式(30)估计故障幅值 $\hat{a}$.

步骤10 令 $k = k + 1$ 并返回步骤5.

5 仿真实验

参考文献[16],一个单输入单输出伺服闭环控制模型被用于验证所提理论方法的有效性.系统状态矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -21.6 & -13.6 & -4.2 & 16 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

输出矩阵为

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (37)$$

在仿真过程中,假设扰动输入与测量噪声分别满足 $v \sim N\{\mu_d, \sigma_d^2\}$ 和 $w \sim N\{0_n, \sigma_n^2\}$ 的正态分布.

同时,为定量描述故障严重程度,本文引入故障—噪声比(fault-noise ratio, FNR)^[8]来刻画故障征兆大小,其定义如式(38)所示:

$$\text{FNR} = 10 \times \log_{10} \frac{\sigma_f^2}{\sigma_v^2}, \quad (38)$$

其中 σ_v^2 和 σ_f^2 分别是噪声方差和故障方差.由于假设每个移动窗口内所有采样均受增益故障影响.因此,根据式(6)的传感器故障模型,故障方差 σ_f^2 可表示为

$$\sigma_f^2 = \sigma_s^2 a^2, \quad (39)$$

其中 σ_s 表示系统变量无故障输出的方差.

首先,为验证所提方法对微小故障检测的有效性,将其与已有改进的PCA方法进行对比.当反馈传感器受乘性故障,基于指数加权移动平均(exponentially weighted moving average, EWMA)的主成分分析法检测结果如图3所示.其中:系统仿真时间为15 s,乘性故障出现的起始点为第10 s,故障增益偏差 a 分别为0.1和0.01,其对应的FNR = -6.7 dB和-26.9 dB.

从图3可以发现,当闭环系统传感器乘性故障偏差 $a = 0.01$ 时,基于 T^2 统计的故障检测方法未能达到预期目标.显然,根据FNR的定义可知,当故障幅值减小而噪声扰动不变时,故障征兆显著性降低,导致故障

检测难度增加。

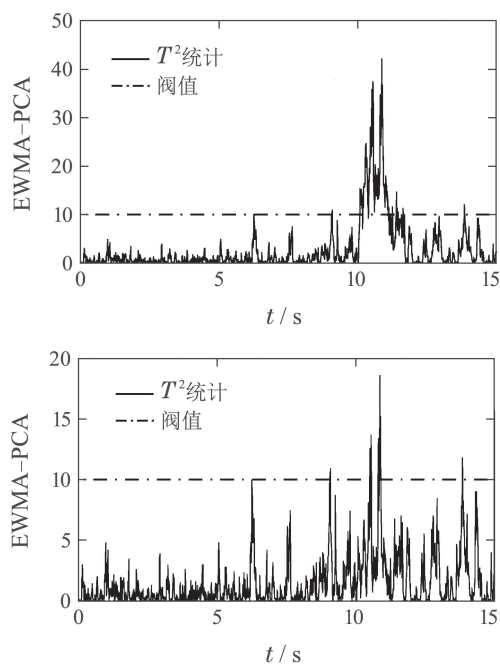


图3 当 $a = 0.1$ 和 0.01 时EWMA-PCA故障检测结果

Fig. 3 The fault detection results utilizing EWMA-PCA method when $a = 0.1$ and 0.01

当故障增益偏差 $a = 0.01$ 时, 基于KL距离的闭环系统传感器微小故障检测结果如图4所示。其中: 实线表示KL距离统计量, 点虚线表示故障阈值, 带星号实线表示故障点, 相关参数选取见文献[6]。

对比分析图3-4的检测结果可以发现, 基于KL距离的主成分分析方法比传统的基于 T^2 统计量的方法, 对微小异常或故障的检测更为敏感, 与文献[9]中的结论一致。

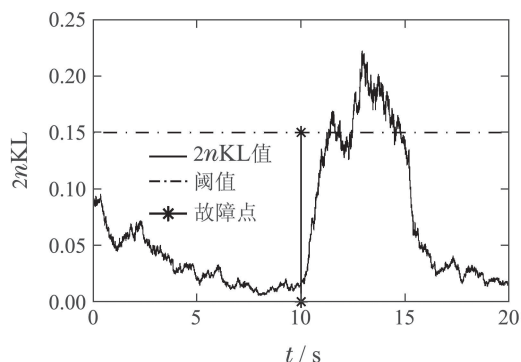


图4 $a = 0.01$ 时基于KL距离的故障检测结果

Fig. 4 The detection results utilizing Kullback-Leibler divergence when $a = 0.01$

此外, 为验证本文所提故障估计理论模型的有效性, 分别设置故障幅值 $a = 0.1, 0.05$ 和 0.01 , 其故障估计结果如图5所示。

图5的仿真结果表明, 本文所提方法针对不同未知故障偏差均能达到很好的估计效果。同时可以发现,

不同故障幅值的在线估计曲线, 在故障发生后均有一个斜坡上升过程, 然后接近于实际值。这是因为该故障估计方法引入了移动窗的概念, 每一次更新移动窗内数据时, 首先剔除移动窗内第一个变量, 然后将更新的采样值作为移动窗内最后一个变量, 保证移动窗长度不变。所以, 故障幅值估计曲线存在的斜坡上升过程, 是由移动窗内采样值的逐次更新造成的。在线估计曲线的斜坡下降过程类似, 区别在于前者由无故障采样值更新为故障值, 后者则相反。因此, 本文选取梯形斜坡上升以及下降两个拐点之间的估计值作为故障偏差 a 的估计, 并取其均值作为故障偏差 a 的最终估计结果。

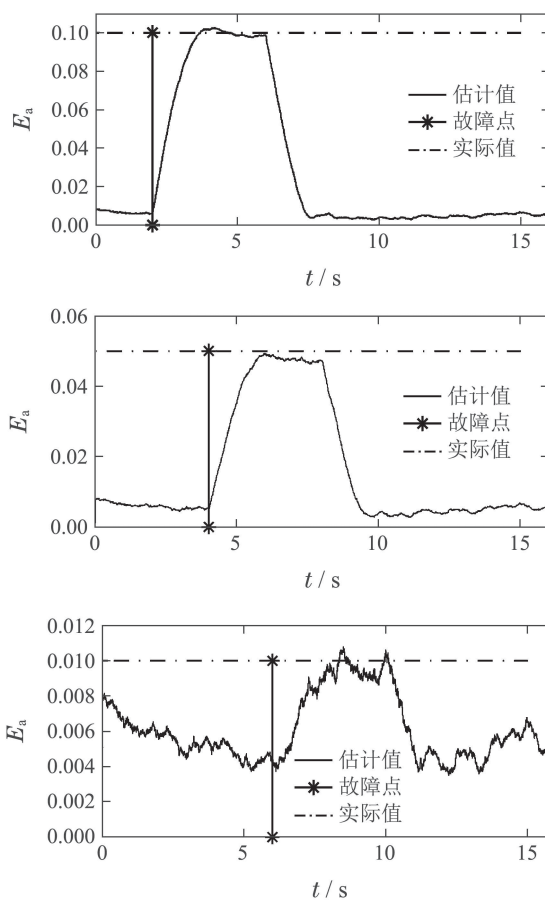


图5 当 $a = 0.1, 0.05$ 和 0.01 时在线故障估计结果

Fig. 5 The online fault estimation results when $a = 0.1, 0.05$ and 0.01

为进一步定量分析所提算法的估计性能, 引入如下相对误差概念, 以定量描述故障幅值的估计精度。

若故障区间中故障变量估计值可写为如下形式:

$$\hat{y}(i) = (1 + \hat{a})x(i) + v(i), \quad (40)$$

则相对误差^[8]可定义为

$$E_r = \frac{\hat{y} - y}{y} \cong \frac{\hat{a} - a}{1 + a}. \quad (41)$$

当闭环系统传感器故障偏差 a 在 $[0.01, 0.2]$ 区间变化时, 故障估计值与实际值对比结果及其相对误差如

图6所示。

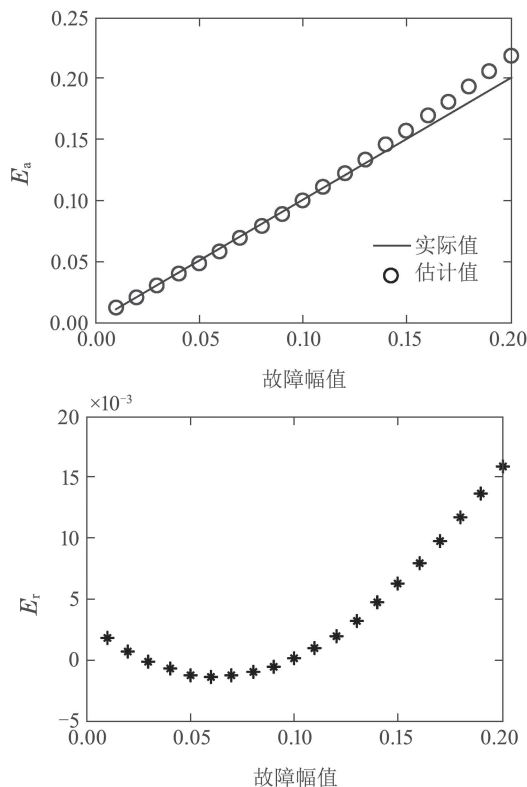


图6 故障幅值估计及其相对误差结果

Fig. 6 The results of the fault amplitude estimation and corresponding relative errors

在图6中,当传感器故障偏差 a 在区间 $[0.01, 0.2]$ 变化时,本文所提故障估计算法均能很好地估计其故障偏差。其中,当故障偏差 a 增加时,相对误差增加,估计精度下降。这是因为,本文所提故障幅值估计算法,对闭环反馈输出进行了式(34)的近似线性化处理。当故障幅值增加时,其近似线性假设条件减弱,因而故障估计性能下降。

6 结论

论文利用Kullback-Leibler距离对微小故障的敏感性实现了闭环系统传感器微小故障检测,建立了基于变量协方差矩阵特征值变化与KL距离变化的微小故障幅值估计模型。通过引入移动窗口对主成分得分向量的均值与方差实现在线更新,并将其用于微小故障幅值的在线估计。仿真结果表明,本文所提方法能更有效地解决具有低故障噪声比的微小故障诊断问题。

参考文献:

- [1] ZHOU Donghua, LIU Yang, HE Xiao. Review on fault diagnosis techniques for closed-loop systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1933 – 1943.
(周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述. 自动化学报, 2013, 39(11): 1933 – 1943.)
- [2] LI Juan, ZHOU Donghua, SI Xiaosheng, et al. Review of incipient fault diagnosis methods. *Control Theory & Applications*, 2012,

29(12): 1517 – 1529.

(李娟, 周东华, 司小胜, 等. 微小故障诊断方法综述. 控制理论与应用, 2012, 29(12): 1517 – 1529.)

- [3] LI X, YANG G. Adaptive fault detection and isolation approach for actuator stuck faults in closed-loop systems. *International Journal of Control Automation & Systems*, 2012, 10(4): 830 – 834.
- [4] SIMANDL M, PUNCOCHAR I. Active fault detection and control: Unified formulation and optimal design. *Automatica*, 2009, 45(9): 2052 – 2059.
- [5] QIU Tian, BAI Xiaojing, ZHENG Xiyu, et al. Incipient fault detection of multivariate exponentially weighted moving average principal component analysis. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 19 – 26.
(邱天, 白晓静, 郑茜予, 等. 多元指数加权移动平均主元分析的微小故障检测. 控制理论与应用, 2014, 31(1): 19 – 26.)
- [6] ZENG J, KRUGER U, GELUK J, et al. Detecting abnormal situations using the Kullback-Leibler divergence. *Automatica*, 2014, 50(11): 2777 – 2786.
- [7] JI H, HE X, SHANG J, et al. Incipient sensor fault diagnosis using moving window reconstruction-based contribution. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2016, 55(10): 2746 – 2759.
- [8] HARMOUCHE J, DELPHA C, DIALLO D. Incipient fault detection and diagnosis based on Kullback-Leibler divergence using principal component analysis: Part II. *Signal Processing*, 2015, 109(1): 334 – 344.
- [9] CHAI Y, TAO S, MAO W, et al. Online incipient fault diagnosis based on Kullback-Leibler divergence and recursive principle component analysis. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2018, 96(2): 426 – 433.
- [10] TAO S, CHAI Y, VI N Q. Incipient fault online estimation based on Kullback-Leibler divergence and fast moving window PCA. *The 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Beijing, China: IECON, 2017: 8065 – 8069.
- [11] KULLBACK S, LEIBLER R A. On Information and sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics*, 1951, 22(1): 79 – 86.
- [12] TAO S, LI N, WEI B, CHAI Y. Weighted window sliding multivariate empirical mode decomposition for online multichannel filtering. *IEEE Access*, 2018, 6: 43170 – 43178.
- [13] CALLIER F M, DESOER C A. *Linear System Theory*. New York: Springer, 1991.
- [14] ZHU Xuefeng, XIAO Shujun, WANG Xiu. A new practical method for closed-loop identification with PI control. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1240 – 1244.
(朱学峰, 肖树俊, 王秀. 一种新的实用PI控制闭环辨识方法. 控制理论与应用, 2010, 27(9): 1240 – 1244.)
- [15] WANG X, UWE KRUGER K A, IRWIN G W. Process monitoring approach using fast moving window PCA. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2005, 44(15): 5691 – 5702.
- [16] WILLIAMS R L, LAWRENCE D A. *Linear State-Space Control Systems*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.

作者简介:

陶松兵 博士研究生, 主要研究方向为故障诊断、信号处理、风电并网、变流器控制等, E-mail: taosongbing@gmail.com;

柴毅 博士生导师, 主要研究方向为信息处理、融合与控制、工业过程控制理论与技术、智能系统理论及其应用等, E-mail: chaiyi@cqu.edu.cn;

王一鸣 博士研究生, 主要研究方向为可靠性评估、耗散系统等, E-mail: cquawang1ming@cqu.edu.cn;

吴光伟 博士研究生, 主要研究方向为控制理论、风电并网控制等, E-mail: vinq@hpu.edu.vn.