

转动惯量存在不确定性的挠性航天器滑模姿态控制

吴爱国, 董瑞琦[†], 张颖

(哈尔滨工业大学(深圳) 机电工程与自动化学院, 广东 深圳 518000)

摘要: 在转动惯量存在不确定性时, 采用滑动模态控制方法对挠性航天器设计了姿态镇定控制律. 由于挠性模态是不可量测的, 首先设计了部分状态观测器对挠性模态进行估计. 进而结合滑模控制方法, 提出了基于观测器的滑模姿态控制律. 采用Lyapunov方法证明了在存在转动惯量不确定性时, 所设计的滑模姿态控制律能使闭环航天器姿态系统稳定. 最后, 通过数值仿真例子验证了所提出方法的有效性.

关键词: 挠性航天器; 转动惯量不确定性; 姿态镇定; 滑模控制

引用格式: 吴爱国, 董瑞琦, 张颖. 转动惯量存在不确定性的挠性航天器滑模姿态控制. 控制理论与应用, 2018, 35(10): 1422 – 1429

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Sliding mode attitude control for flexible spacecraft with inertia uncertainty

WU Ai-guo, DONG Rui-qi[†], ZHANG Ying

(Department of Mechanical and Automation, Harbin Institute of Technology (Shenzhen), Shenzhen Guangdong 518000, China)

Abstract: In this paper, the sliding mode control approach is adopted to design attitude stabilization controller for flexible spacecraft with inertia uncertainty. First, a partial state observer is designed to estimate the flexible modal variables since the flexible modal variables are unmeasurable. By using the sliding mode control approach, a sliding mode control law based on observers is proposed for flexible spacecraft with inertia uncertainty. The Lyapunov method is utilized to show that the proposed sliding mode control law can stabilize the attitude system of the flexible spacecraft with the inertia uncertainty. Finally, a numerical example is employed to verify the effectiveness of the presented control law.

Key words: flexible spacecraft; inertia uncertainty; attitude stabilization; sliding mode control

Citation: WU Aiguo, DONG Ruiqi, ZHANG Ying. Sliding mode attitude control for flexible spacecraft with inertia uncertainty. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(10): 1422 – 1429

1 引言(Introduction)

随着航天技术发展, 新型航天器正在向大型化、结构轻量化方向发展. 当代航天器通常带有太阳能帆板、天线、空间机械臂等大型挠性附件, 这些挠性附件与航天器刚体有较强的耦合作用. 它们的振动会影响航天器的姿态运动, 进而影响航天器的姿态控制精度, 甚至直接导致航天器控制失灵^[1-2]. 此外, 挠性航天器在空间运行时, 由于内部燃料消耗、液体晃动等引起的质心偏移, 以及太阳能帆板的伸展和收缩等影响,

航天器的转动惯量会发生变化. 因此, 为挠性航天器设计一个具有较好鲁棒性、高精度、高稳定度以及高指向精度的姿态控制律成为研究热点.

关于航天器姿态控制, 已出现的方法主要有PID控制^[3]、状态依赖Riccati方程法^[4]、滑动模态控制(sliding mode control, SMC)法^[5-6]等. 其中滑动模态控制由于其具有快速响应、对参数变化以及扰动不灵敏、实现简单等优点, 在航天器姿态控制方面得到了广泛应用^[7-15]. 文[7]利用滑模变结构控制对刚性航天器的

收稿日期: 2017-11-23; 录用日期: 2018-09-13.

[†]通信作者. E-mail: rykidong@163.com; Tel.: +86 755-26033899.

本文责任编辑: 裴海龙.

国家自然科学基金重大项目(61690210, 61690212), 深圳市学科布局项目(JCYJ20170413112722597), 国家自然科学基金项目(61603111), 深圳市基础研究项目(JCYJ20170307150227897), 广东省自然科学基金项目(2017A030313340), 国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(61822305)资助.

Supported by the Major Program of National Natural Science Foundation of China (61690210, 61690212), the Shenzhen Municipal Basic Research Project for Discipline Layout (JCYJ20170413112722597), the National Natural Science Foundation of China (61603111), the Shenzhen Municipal Project for Basic Research (JCYJ20170307150227897), the Guangdong Natural Science Foundation of China (2017A030313340) and the National Natural Science Foundation for Excellent Young Scholars (61822305).

大角度姿态机动控制进行研究. 文[8–10]利用滑动模态技术研究刚体航天器的姿态跟踪问题. 在文[8]中, 航天器的姿态采用罗德里格描述方法. 文[9]利用姿态角的跟踪误差和罗德里格参数跟踪误差构造滑模面向量, 并且利用边界层法抑制了滑模控制出现的抖振. 为了改善到达滑模面之前的瞬态响应. 文[10]提出了平滑模型参考滑模控制律, 该控制律要求估计姿态信息的初始条件具有很高的精度. 文[11]提出终端滑模跟踪控制律, 保证了姿态跟踪误差在有限时间内收敛到零. 文[12]提出有限时间收敛的二阶滑模控制律, 该控制律是连续的并且具有很好的动态性能. 在设计滑动模态控制律的过程中, 有一个非常重要的假设条件: 不确定性是有界的并且是可获得的. 一般来说, 不确定性的界很难获得, 对此可采用自适应控制方法来改进滑模控制律设计^[13–14]. 文[13]提出了一种简单的自适应律估计不确定性的上界, 然后利用估计的上界设计滑模控制律. 文[14]提出了一种改进的自适应律来估计不确定性部分的上界. 文[15]提出的自适应控制律很好地解决了控制增益过估计的问题.

文[16–20]针对挠性航天器研究姿态控制问题. 文[16]利用无源性的概念对挠性航天器的姿态机动问题提出了一个动态控制律, 该控制律不需要姿态角的测量信息, 因此可以用于航天器上姿态敏感器失灵的情况. 文[17]提出了自适应滑模控制方法用来解决具有参数不确定性以及外部干扰下的挠性航天器的姿态控制和位置控制问题. 文[18]在挠性航天器存在非结构非线性和输入干扰时, 仅仅利用俯仰角的测量信息设计了基于参考模型自适应的滑模控制律. 目前, 针对挠性航天器存在参数不确定性尤其是存在转动惯量不确定性的研究还比较少. 文[19]在挠性航天器存在参数不确定性和外部干扰时, 设计了滑动模态控制律, 该控制律由PD项和符号函数项组成. 文[20]考虑挠性航天器存在转动惯量不确定性的情形, 采用滑模控制律实现了对挠性航天器的姿态跟踪. 该文设计的控制律默认转动惯量的不确定性与转动惯量成比例关系, 具有一定的局限性.

本文对转动惯量带摄动的挠性航天器的姿态镇定问题进行研究. 首先构建了挠性模态观测器, 进而得到基于挠性模态观测器的滑模控制律, 并且证明了该控制律的全局渐近稳定性. 仿真结果表明, 本文提出基于挠性模态观测器的滑模控制律对惯量不确定性具有良好的鲁棒性, 具有工程应用价值.

在本文中, $\|\cdot\|$ 代表向量的2范数或矩阵的Frobenius范数.

2 问题描述(Problem formulation)

挠性航天器通常由挠性附件和刚性主体构成, 其运动学方程由主体的姿态运动决定. 用姿态四元数描述挠性航天器的姿态运动学方程为

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}q_v^T \omega \\ \frac{1}{2}T(q_0, q_v)\omega \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: $q_v = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T \in \mathbb{R}^3$ 和 $q_0 \in \mathbb{R}$ 分别为单位四元数 q 的向量部分和矢量部分; $\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T \in \mathbb{R}^3$ 为挠性航天器刚性主体的角速度矢量; 矩阵 $T(q_0, q_v)$ 为

$$T(q_0, q_v) = q_0 I_3 + q_v^\times, \quad (2)$$

其中: I_3 是 3×3 的单位矩阵; 对任意三维向量 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3$, x^\times 定义为

$$x^\times = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

显然, x^\times 是一个反对称矩阵. 单位四元数 q 满足如下约束条件:

$$\|q\| = 1 \text{ 或 } q_0^2 + q_v^T q_v = 1.$$

定义

$$E(q_0, q_v) = \begin{bmatrix} -q_v^T \\ T(q_0, q_v) \end{bmatrix},$$

则运动学方程(1)可以写为

$$\dot{q} = \frac{1}{2}E(q_0, q_v)\omega. \quad (3)$$

注 1 本文将文[10]对刚体航天器的结果推广至挠性航天器情形. 类似地, 在本文中, 挠性航天器姿态的工作区间为 Y :

$$Y = \{ Q | Q = [q_0 \ q_v^T]^T, \|q_v\| \leq \beta < 1, q_0 \geq \sqrt{1 - \beta^2} > 0 \},$$

为了避免矩阵 $T(q_0, q_v)$ 在 $q_0 = 0$ 时出现奇异的情况, 欧拉角的变化范围限定在区间 $\pm \arccos \sqrt{1 - \beta^2}$.

首先给出矩阵 $T(q_0, q_v)$ 的性质.

引理 1^[10] 对于式(2)中的矩阵 $T(q_0, q_v)$, 有下式成立:

$$x^T T(q_0, q_v) x = q_0 \|x\|^2,$$

其中 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{R}^3$.

假设挠性附件的弹性形变很小, 利用欧拉定理, 带有挠性附件的航天器的姿态动力学方程可以描述为

$$\begin{cases} J\dot{\omega} + \delta^T \dot{\eta} = -\omega^\times (J\omega + \delta^T \dot{\eta}) + u, \\ \ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = -\delta\dot{\omega}, \end{cases} \quad (4)$$

其中: J (对称)为挠性航天器整体结构的转动惯量矩阵, 它是刚性主体的惯量矩阵 J_{mb} 和挠性附件的转动惯量矩阵的总和, 即 $J = J_{mb} + \delta^T \delta$; δ 为挠性附件与刚性主体之间的耦合矩阵, 用以描述挠性附件对刚性主体的影响; η 为挠性附件的挠性模态位移; u 为作用

在主体上的外部力矩; C, K 分别为挠性航天器的阻尼矩阵和刚度矩阵. 对于上述挠性航天器模型, 考虑存在 N 阶挠性模态的情形, 矩阵 C, K 具有以下形式:

$$C = \text{diag}\{2\zeta_i\omega_{ni}, i = 1, \dots, N\},$$

$$K = \text{diag}\{\omega_{ni}^2, i = 1, \dots, N\},$$

式中 $\omega_{ni}, i = 1, \dots, N, \zeta_i, i = 1, \dots, N$ 分别为挠性模态的振动频率和阻尼比.

根据挠性航天器运动学模型(4)的第2个方程, 可得

$$\ddot{\eta} = -(\delta\dot{\omega} + C\dot{\eta} + K\eta). \quad (5)$$

将式(5)代入到挠性航天器动力学模型(4)中的第1个方程得

$$J\dot{\omega} - \delta^T(\delta\dot{\omega} + C\dot{\eta} + K\eta) = -\omega^\times(J\omega + \delta^T\dot{\eta}) + u.$$

上式可以等价地写为

$$(J - \delta^T\delta)\dot{\omega} = -\omega^\times((J_{\text{mb}} + \delta^T\delta)\omega + \delta^T\dot{\eta}) + \delta^T(C\dot{\eta} + K\eta) + u.$$

利用 $J = J_{\text{mb}} + \delta^T\delta$, 有

$$\dot{\omega} = J_{\text{mb}}^{-1}[-\omega^\times((J_{\text{mb}} + \delta^T\delta)\omega + \delta^T\dot{\eta}) + \delta^T(C\dot{\eta} + K\eta) + u]. \quad (6)$$

定义

$$\psi = \dot{\eta} + \delta\omega, \quad (7)$$

则由式(5)可得

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \ddot{\eta} + \delta\dot{\omega} = \\ &= -(\delta\dot{\omega} + C\dot{\eta} + K\eta) + \delta\dot{\omega} = \\ &= -(C\psi + K\eta - C\delta\omega). \end{aligned} \quad (8)$$

将式(7)和式(8)代入到动力学方程(6)中可得

$$\dot{\omega} = J_{\text{mb}}^{-1}[-\omega^\times(J_{\text{mb}}\omega + \delta^T\psi) + \delta^T(C\psi + K\eta - C\delta\omega) + u]. \quad (9)$$

因此, 由式(3)(7)和(8)可以得到挠性航天器的系统模型为

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2}E(q_0, q_v)\omega, \\ \dot{\omega} = J_{\text{mb}}^{-1}[-\omega^\times(J_{\text{mb}}\omega + \delta^T\psi) + \delta^T(C\psi + K\eta - C\delta\omega) + u], \\ \dot{\eta} = \psi - \delta\omega, \\ \dot{\psi} = -(C\psi + K\eta - C\delta\omega). \end{cases} \quad (10)$$

此外, 本文考虑挠性航天器的转动惯量存在摄动的情况. 令 $J_{\text{mb}} = J_{\text{mb}0} + \Delta J$, ΔJ 为转动惯量的不确定部分, $J_{\text{mb}0}$ 是挠性航天器刚体中心体转动惯量的名

义部分, 是一个常值矩阵. 则挠性航天器整体转动惯量的名义部分为 $J_0 = J_{\text{mb}0} + \delta^T\delta$. 假设 $\|\Delta J\|, \|\Delta J\|$ 均有界, 令 $\|\Delta J\| \leq \sigma_j, \|\Delta J\| \leq \sigma_j$.

针对转动惯量存在不确定性的挠性航天器(10), 本文的控制律设计任务如下:

当挠性模态变量 η, ψ 不可测时, 设计控制律使闭环姿态变量 (q_0, q_v, ω) 稳定, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q_0(t) = 1, \lim_{t \rightarrow \infty} q_v(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = 0.$$

同时, 减小挠性附件的振动.

3 滑模姿态控制律设计 (Design of sliding mode attitude control law)

本节将采用滑模控制技术对挠性航天器设计控制律使闭环姿态系统是稳定的. 由于挠性模态变量 (η, ψ) 不可测, 将首先构建模态观测器估计挠性模态变量 (η, ψ) . 进而, 采用滑模控制方法设计挠性航天器系统模型(10)的动态滑模控制律.

为了估计不可测的挠性模态变量 (η, ψ) , 构造如下观测器:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\psi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I \\ -C \end{bmatrix} \delta\omega + \\ &P^{-1} \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} \times (\delta\omega + G\delta q_v) + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} G\delta\omega^\times q_v, \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\hat{\eta}, \hat{\psi}$ 分别为挠性模态变量 η, ψ 的估计; 矩阵 P 为下述Lyapunov方程的解:

$$P \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} P^T = -2Q, \quad (12)$$

其中矩阵 Q 满足 $Q = Q^T > 0$.

基于所构建的观测器(11), 用观测器得到的挠性模态估计值 $\hat{\eta}, \hat{\psi}$ 代替挠性航天器系统(10)中的挠性模态信息, 最终得到下述挠性航天器的动态系统:

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2}E(q_0, q_v)\omega, \\ \dot{\omega} = J_{\text{mb}}^{-1}[-\omega^\times(J_{\text{mb}}\omega + \delta^T\hat{\psi}) + \delta^T(C\hat{\psi} + K\hat{\eta} - C\delta\omega) + u], \\ \begin{bmatrix} \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\eta} \\ \hat{\psi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I \\ -C \end{bmatrix} \delta\omega + \\ P^{-1} \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} (\delta\omega + G\delta q_v) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} G\delta\omega^\times q_v. \end{cases} \quad (13)$$

为了设计滑模控制律, 首先设计如下切换函数:

$$s = \omega + Gq_v, \tag{14}$$

其中 G 是 3×3 对称正定常数矩阵. 当挠性航天器系统 (13) 被限制在切换面 $s = 0$ 上运动时, 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_0(t) = \frac{1}{2} q_v^T G q_v \geq 0.$$

结合条件 $s = 0$, 利用引理 1 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(t) &= q_v^T G \dot{q}_v = \\ &= \frac{1}{2} q_v^T G (T(q_0, q_v) \omega) = \\ &= -\frac{1}{2} q_v^T G T(q_0, q_v) G q_v = -\frac{q_0}{2} q_v^T G^2 q_v. \end{aligned}$$

因此, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} q_v = 0$ 成立. 根据式 (14) 可得, $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega = 0$. 通过引入切换函数 (14), 挠性航天器在切换面 $s = 0$ 上的稳定性可以保证.

然后, 对挠性航天器系统 (13) 考虑如下状态反馈控制律:

$$u = u_{eq} + u_d + u_h, \tag{15}$$

其中: u_{eq} 为名义系统的等效控制, u_d 为用以处理系统不确定性部分的控制, u_h 是用以保证滑模面的稳定性的附加控制部分. 等效控制 u_{eq} 用来迫使系统状态在滑模面上滑动, 进而保证名义系统保持在切换面上. 等效控制 u_{eq} 可以通过名义系统部分在 $\dot{s} = 0$ 推导得到

$$\dot{s} = \dot{\omega} + G \dot{q}_v = 0. \tag{16}$$

挠性航天器系统 (13) 的名义部分为

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= J_{mb0}^{-1} [-\omega^\times (J_{mb0} \omega + \delta^T \hat{\psi}) + \\ &= \delta^T (C \hat{\psi} + K \hat{\eta} - C \delta \omega) + u]. \end{aligned}$$

将上式以及式 (13) 的第 1 个方程代入式 (16) 可得

$$\begin{aligned} u_{eq} &= \\ &= \omega^\times (J_{mb0} \omega + \delta^T \hat{\psi}) - \delta^T (C \hat{\psi} + K \hat{\eta} - C \delta \omega) - \\ &= J_{mb0} G \left(\frac{1}{2} T(q_0, q_v) \omega \right). \end{aligned} \tag{17}$$

为了构造控制项 u_d , 首先定义

$$\Psi = -\omega^\times \Delta J \omega + \Delta J G \left(\frac{1}{2} T(q_0, q_v) \omega \right) + \frac{1}{2} \sigma_j s. \tag{18}$$

显然, Ψ 与 ΔJ , ω , q_0 , 和 q_v 有关. 由于 $\|\Delta J\|$ 是有界的, 则存在正值函数 $g_i(\omega, q_0, q_v)$ ($i = 1, 2, 3$) 满足如下的不等式

$$|\Psi_i| \leq g_i(\omega, q_0, q_v), \quad i = 1, 2, 3, \tag{19}$$

其中: Ψ_i 为向量 Ψ 的第 i 个元素, 并且 $g_i(\omega, q_0, q_v)$, $i = 1, 2, 3$ 仅与 ω , q_0 和 q_v 有关, 与 ΔJ 无关. 基于上面

的描述, 控制项 u_d 可以定义为

$$u_d = [u_{d1} \quad u_{d2} \quad u_{d3}]^T, \tag{20}$$

其中

$$u_{di} = -g_i(\omega, q_0, q_v) \operatorname{sgn} s_i, \quad i = 1, 2, 3. \tag{21}$$

构造控制项 u_h 为

$$u_h = -W s - DF(s), \tag{22}$$

其中矩阵 W 和 D 均为正定对角矩阵, 并且

$$F(s) = [f(s_1) \quad f(s_2) \quad f(s_3)]^T, \tag{23}$$

其中

$$f(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > 1, \\ \arctan(s_i \cdot \tan 1), & |s_i| \leq 1, \\ -1, & s_i < -1, \end{cases} \tag{24}$$

$i = 1, 2, 3$.

接下来, 证明在滑模控制律 (15) (17) (20) 和 (22) 的作用下, 挠性航天器系统 (13) 的状态可以到达滑模面上. 首先, 定义如下挠性模态观测误差:

$$e_\eta = \eta - \hat{\eta} \tag{25}$$

和

$$e_\psi = \psi - \hat{\psi}. \tag{26}$$

选择如下 Lyapunov 函数

$$V_1(t) = V_2(t) + V_3(t),$$

其中:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} s^T J_{mb} s, \tag{27}$$

$$V_3(t) = \frac{1}{2} [e_\eta^T \quad e_\psi^T] P \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix}. \tag{28}$$

对 $V_3(t)$ 求导, 由式 (14) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= s^T J_{mb} \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{J}_{mb} s = \\ &= s^T J_{mb} (\dot{\omega} + G \dot{q}_v) + \frac{1}{2} s^T \dot{J}_{mb} s. \end{aligned}$$

将式 (1) 的第 2 个方程和式 (13) 的第 2 个方程代入到式 (27), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= s^T [-\omega^\times (J_{mb} \omega + \delta^T \psi) + u + \\ &= \delta^T (C \psi + K \eta - C \delta \omega)] + \frac{1}{2} s^T \Delta J s + \\ &= \frac{1}{2} s^T J_{mb} G T(q_0, q_v) \omega. \end{aligned} \tag{29}$$

将控制律 (15) 代入式 (29), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \\ &= -s^T (W s + DF(s)) + s^T [-\omega^\times (J_{mb} \omega + \\ &= \delta^T \psi) + \delta^T (C \psi + K \eta - C \delta \omega) + u_d + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \omega^\times (J_{mb0}\omega + \delta^T \hat{\psi}) - \frac{1}{2} J_{mb0} G \times \\ & T(q_0, q_v)\omega - \delta^T (C\hat{\psi} + K\hat{\eta} - C\delta\omega) + \\ & \frac{1}{2} J_{mb} G T(q_0, q_v)\omega + \frac{1}{2} s^T \Delta J s = \\ & -s^T (W s + D F(s)) + s^T [-\omega^\times (\Delta J \omega + \\ & \delta^T \psi - \delta^T \hat{\psi}) + \frac{1}{2} \Delta J G T(q_0, q_v)\omega + \\ & \delta^T (C\psi - C\hat{\psi} + K\eta - K\hat{\eta}) + u_d] + \frac{1}{2} s^T \Delta J s. \end{aligned}$$

因为 $\|\Delta J\| \leq \sigma_j$ 成立, 由上式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & -s^T (W s + D F(s)) + s^T [-\omega^\times (\Delta J \omega + \\ & \delta^T \psi - \delta^T \hat{\psi}) + \delta^T (C\psi - C\hat{\psi} + K\eta - \\ & K\hat{\eta}) + \frac{1}{2} \Delta J G T(q_0, q_v)\omega + u_d] + \frac{1}{2} s^T \sigma_j s. \end{aligned}$$

由式(18)(25)和式(26)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & -s^T (W s + D F(s)) + s^T [-\omega^\times (\delta^T \psi - \delta^T \hat{\psi}) + \\ & \delta^T (C\psi - C\hat{\psi} + K\eta - K\hat{\eta}) + \Psi + u_d] = \\ & -s^T (W s + D F(s)) + s^T [-\omega^\times \delta^T e_\psi + \\ & \delta^T C e_\psi + \delta^T K e_\eta + \Psi(\omega, q_0, q_v) + u_d] = \\ & -s^T (W s + D F(s)) + s^T (\Psi + u_d) + \\ & (\omega + G q_v)^T [-\omega^\times \delta^T e_\psi + \delta^T [K \ C] \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix}] = \\ & -s^T (W s + D F(s)) + s^T (\Psi + u_d) + (\omega^T \delta^T + \\ & q_v^T G \delta^T) [K \ C] \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - q_v^T G \omega^\times \delta^T e_\psi. \end{aligned} \quad (30)$$

对 $V_3(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & [e_\eta^T \ e_\psi^T] P \begin{bmatrix} \dot{\eta} - \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\psi} - \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} = \\ & [e_\eta^T \ e_\psi^T] P \left[\begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} - \right. \\ & \left. \begin{bmatrix} I \\ -C \end{bmatrix} \delta\omega - \begin{bmatrix} \dot{\hat{\eta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{bmatrix} \right]. \end{aligned}$$

由观测器(11)和上式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & [e_\eta^T \ e_\psi^T] P \left[\begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - P^{-1} \times \right. \\ & \left. \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} (\delta\omega + G\delta q_v) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} G\delta\omega^\times q_v \right] = \\ & [e_\eta^T \ e_\psi^T] P \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K & -C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - [e_\eta^T \ e_\psi^T] \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\delta\omega + G\delta q) - [e_\eta^T \ e_\psi^T] \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} G\delta\omega^\times q_v = \\ & -[e_\eta^T \ e_\psi^T] Q \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - [e_\eta^T \ e_\psi^T] \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} \times \\ & (\delta\omega + G\delta q_v) - e_\psi^T G\delta\omega^\times q_v. \end{aligned} \quad (31)$$

利用式(30)和式(31), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & -s^T (W s + D F(s)) + s^T (\Psi + u_d) + \\ & (\omega^T \delta^T + q_v^T G \delta^T) [K \ C] \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - \\ & q_v^T G \omega^\times \delta^T e_\psi - [e_\eta^T \ e_\psi^T] Q \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - \\ & [e_\eta^T \ e_\psi^T] \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} (\delta\omega + G\delta q_v) - e_\psi^T G\delta\omega^\times q_v = \\ & -s^T (W s + D F(s)) + s^T (\Psi + u_d) - \\ & [e_\eta^T \ e_\psi^T] Q \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} \leq \\ & -s^T (W s + D F(s)) - [e_\eta^T \ e_\psi^T] Q \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} + \\ & \sum_{i=1}^3 |s_i| (\text{sgn } s_i \Psi_i - g_i(\omega, q_0, q_v)) = \\ & -s^T (W s + D F(s)) - [e_\eta^T \ e_\psi^T] Q \begin{bmatrix} e_\eta \\ e_\psi \end{bmatrix} - \\ & \sum_{i=1}^3 |s_i| (g_i(\omega, q_0, q_v) - \text{sgn } s_i \Psi_i) \leq 0. \end{aligned}$$

这表明当 t 趋于无穷时, 闭环系统的状态可以到达切换面 $s = 0$. 此外, 当时间 t 趋于无穷时, 观测器的观测误差 e_η, e_ψ 也趋于0. 因此, 基于挠性模态观测器(11)的控制律(15)(17)(20)和(22)可以使挠性航天器的角速度稳定.

至此, 本文已经提出了如下形式的滑模姿态镇定控制律:

$$\begin{cases} u = u_{eq} + u_d + u_h, \\ s = \omega + G q_v, \\ u_{eq} = \omega^\times (J_{mb0}\omega + \delta^T \hat{\psi}) - \delta^T (C\hat{\psi} + K\hat{\eta} - C\delta\omega) - J_{mb0} G (\frac{1}{2} T(q_0, q_v)\omega), \\ u_d = [u_{d1} \ u_{d2} \ u_{d3}]^T, \\ u_{di} = -g_i(\omega, q_0, q_v) \text{sgn } s_i, \\ u_h = -W s - D F(s), \\ F(s) = [f(s_1) \ f(s_2) \ f(s_3)]^T, \end{cases} \quad (32)$$

其中: G, W, D 均为 3×3 的对称正定矩阵, $f(s_i) (i = 1, 2, 3)$ 由式(24)定义. 该控制律可有效镇定挠性航天器系统(10).

为了处理转动惯量存在不确定性的挠性航天器的滑模姿态控制, 本文从两方面着手: 对挠性模态不可测的问题, 设计了部分状态观测器对挠性模态进行估计; 对挠性航天器的转动惯量不确定性, 通过构造一个函数对不确定性部分进行估计. 并采用滑模控制技术实现姿态镇定控制律.

4 算例(An example)

为验证所提出的基于观测器的滑模控制律(32)的有效性, 选取文[21]所描述的挠性航天器分别在标称参数以及在具有参数偏差两种情形下进行数值仿真. 转动惯量的标称部分 J_0 为

$$J_0 = \begin{bmatrix} 350 & 3 & 4 \\ 3 & 270 & 10 \\ 4 & 10 & 190 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2),$$

转动惯量的不确定性 ΔJ 为

$$\Delta J = \begin{bmatrix} 70 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2).$$

挠性航天器的刚性主体和挠性附件间的耦合矩阵为

$$\delta = \begin{bmatrix} 6.45637 & 1.27814 & 2.15629 \\ -1.25619 & 0.91756 & -1.67264 \\ 1.11687 & 2.48901 & -0.83674 \\ 1.23637 & -2.6581 & -1.12503 \end{bmatrix} (\text{kg}^{1/2} \cdot \text{m}).$$

本节考虑具有四阶挠性模态的情况, 自然频率(rad/s)为

$$\begin{aligned} \omega_{n1} &= 0.7681, \quad \omega_{n2} = 1.1038, \\ \omega_{n3} &= 1.8733, \quad \omega_{n4} = 2.5496; \end{aligned}$$

相应的阻尼为

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0.005607, \quad \xi_2 = 0.00862, \\ \xi_3 &= 0.01283, \quad \xi_4 = 0.02516. \end{aligned}$$

在仿真中, 角速度的初始值为

$$\omega(0) = [0 \ 0 \ 0]^T \text{rad/s}.$$

四元数的初始值为

$$q_0(0) = 0.173648, \quad q_v(0) = \begin{bmatrix} -0.263201 \\ 0.789603 \\ -0.526402 \end{bmatrix}.$$

采用控制律(32)对存在转动惯量不确定性的挠性航天器(10)进行仿真实验. 此外, 所得到的仿真结果与不存在转动惯量不确定性的挠性航天器进行对比. 给定挠性航天器挠性模态变量估计的初始值为

$$\hat{\eta}_i(0) = 0, \quad \dot{\hat{\psi}}_i(0) = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

并且控制律(32)的参数为

$$\begin{aligned} G &= 0.3I_{3 \times 3}, \quad W = 20I_{3 \times 3}, \\ D &= 5I_{3 \times 3}, \quad Q = 10I_{8 \times 8}. \end{aligned}$$

另外, 矩阵 P 由方程(12)可以得到. 仿真结果由图1-4所示.

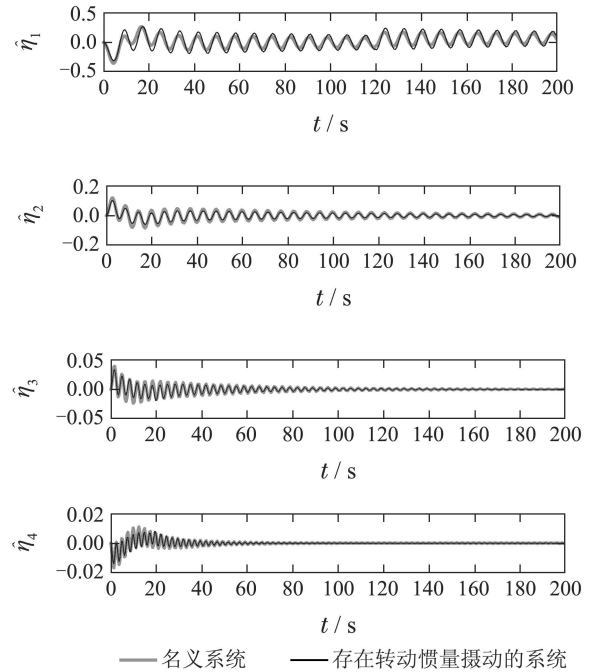


图 1 挠性模态 η 的位移

Fig. 1 Modal displacement η

图1是挠性模态位移估计值 $\hat{\eta}_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的演化曲线, 从图中可以看出挠性模态位移随时间会减小, 最终趋于稳态. 控制力矩 $u_i (i = 1, 2, 3)$ 的演化曲线由图2所示, 可以看出, 控制律(32)可以有效地解决挠性航天器系统姿态稳定的问题. 图3是姿态四元数 $q_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 的演化曲线, 图4是姿态角速度 $\omega_i (i = 1, 2, 3)$ 的演化曲线. 此外, 从图1-4中可以得到, 所设计的控制律(32)可以有效地补偿转动惯量摄动对挠性航天器姿态的影响.

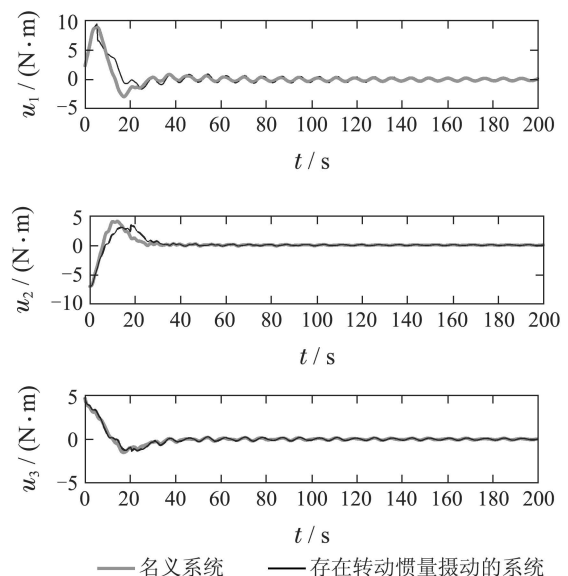


图 2 控制力矩 u 的演化曲线

Fig. 2 Control torque u

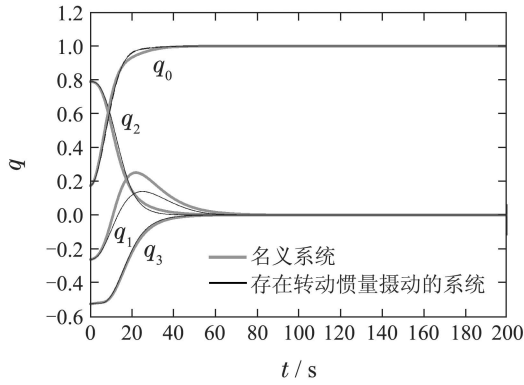


图3 姿态四元数 q 的演化曲线

Fig. 3 Response of the quaternion q

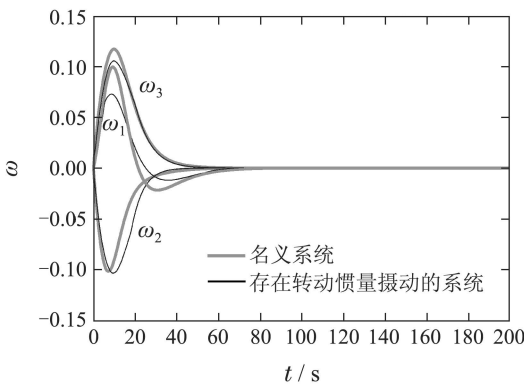


图4 姿态角速度 w 的演化曲线

Fig. 4 Attitude angular velocity w

另外,为了验证观测器的有效性,将模态位移的真实值 $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 与基于观测器的滑模控制律(32)得到的挠性模态的估计值 $\hat{\eta}_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 进行比较.针对模态位移的真实值 $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 挠性模态变量的初始值为

$$\eta_i(0) = 0.001, \psi_i(0) = 0.001, i = 1, 2, 3, 4;$$

对基于观测器的滑模控制律(32),控制律参数为

$$G = \text{diag}\{0.3, 0.3, 0.3\}, W = \text{diag}\{20, 20, 20\},$$

$$D = \text{diag}\{5, 5, 5\}, Q = 10I_{8 \times 8}.$$

通过矩阵 Q 和式(12)可以得到矩阵 P 的值.观测器(11)的初始值为

$$\hat{\eta}_i(0) = 0.02, \hat{\psi}_i(0) = 0.02, i = 1, 2, 3, 4,$$

挠性模态位移的真实值 $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 与基于状态观测器的滑模控制律的挠性模态估计值 $\hat{\eta}_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 在图5中.

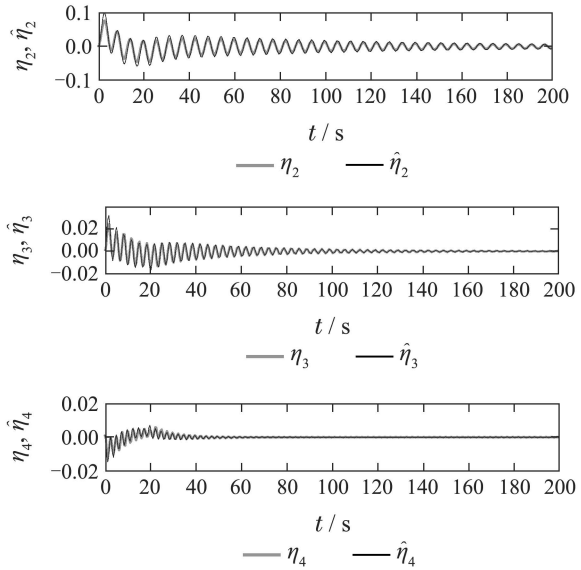
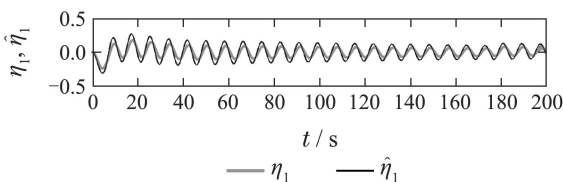


图5 模态估计值与实际值的比较

Fig. 5 Compared results of modal estimated and true value

从图5中可以看出,通过选择合适的 P 值,由观测器得到的挠性模态位移估计值与挠性模态位移的实际值非常相近,这说明了观测器(11)以及基于观测器的滑模控制律(32)的有效性.

5 结论(Conclusions)

本文针对存在转动惯量不确定性以及挠性模态不可测的挠性航天器的姿态镇定问题,提出了基于观测器的滑模控制律.在设计控制律的过程中,分别从保证名义系统稳定性、保证滑模面稳定性以及对转动惯量不确定性具有较好鲁棒性3个方面进行控制律的设计.仿真结果显示所设计的控制律对转动惯量不确定性具有很好的鲁棒性,挠性航天器的姿态可在短时间内达到稳态.

参考文献(References):

- [1] WIE B. Space vehicle dynamics and control, second edition [J]. *Embo Journal*, 1971, 32(12): 1745 – 1760.
- [2] MONACO S, STORNELLI S. A nonlinear attitude control law for a satellite with flexible appendages [C] // *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Decision and Control*. Fort Lauderdale: IEEE, 1985: 1654 – 1659.
- [3] LI G X, BU S H. Nonlinear PID attitude tracking control research of flexible spacecraft [J]. *Aerospace Control*, 2009, 27(4): 28 – 30.
- [4] ZHANG J, XU S J. Control of flexible spacecraft via state-dependent Riccati equation technique [J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(1): 138 – 144.
- [5] ZLATEVA P. Variable-structure control of nonlinear systems [J]. *Control Engineering Practice*, 1996, 4(7): 1023 – 1028.
- [6] GAO W, HUNG J C. Variable structure control of nonlinear systems: a new approach [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1993, 40(1): 45 – 55.
- [7] DWYER T A W, SIRA-RAMIREZ H. Variable-structure control of spacecraft attitude maneuvers [J]. *Journal of Guidance*, 1988, 11(3): 262 – 270.

- [8] UTKIN V I. *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems* [M]. Moscow, Soviet Union: MIR Publishers, 1978.
- [9] CHEN Y P, LO S C. Sliding-mode controller design for spacecraft attitude tracking maneuvers [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(4): 1328 – 1333.
- [10] LO S C, CHEN Y P. Smooth sliding-mode control for spacecraft attitude tracking maneuvers [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(6): 1345 – 1349.
- [11] GUO Y, SONG S M, LI X H. Terminal sliding mode control for attitude tracking of spacecraft based on rotation matrix [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 11(3): 305 – 313.
- [12] PUKDEBOON C. Finite-time second-order sliding mode controllers for spacecraft attitude tracking [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013(4): 1104 – 1116.
- [13] YOO D S, CHUNG M J. A variable structure control with simple adaptation laws for upper bounds on the norm of the uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(6): 860 – 865.
- [14] WHEELER G, SU C Y, STEPANENKO Y. A sliding mode controller with improved adaptation laws for the upper bounds on the norm of uncertainties [J]. *Automatica*, 1998, 34(12): 1657 – 1661.
- [15] DONG Q, ZONG Q, TIAN B, et al. Adaptive gain multivariable super twisting sliding mode control for reentry RLV with torque perturbation [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(4): 620 – 638.
- [16] GENNARO S D. Passive attitude control of flexible spacecraft from quaternion measurements [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2003, 116(1): 41 – 60.
- [17] SONG B, MA G, LI C. Position and attitude control of a spacecraft based on adaptive sliding mode approach [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2008, 40(3): 1353 – 1357.
- [18] ZENG Y, ARAUJO A D, SINGH S N. Output feedback variable structure adaptive control of a flexible spacecraft [J]. *Acta Astronautica*, 1999, 44(1): 11 – 22.
- [19] YE D, SUN Z. Variable structure tracking control for flexible spacecraft [J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, 2016, 88(4): 508 – 514.
- [20] JIN Yongqiang, LIU Xiangdong, HOU Chaozhen. Sliding-mode attitude tracking control for a flexible spacecraft with parametric uncertainty [J]. *Control Theory and Applications*, 2009, 26(3): 299 – 304. (靳永强, 刘向东, 侯朝桢. 含有参数不确定性的挠性航天器姿态跟踪滑模控制 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(3): 299 – 304.)
- [21] WANG Q, WEI Q. Sliding mode attitude control for flexible spacecraft [C] // *Proceedings of International Conference on Mechatronics*. Shenyang, China: [s.n.], 2014: 1734 – 1742.

作者简介:

吴爱国 (1980–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为航天器控制, E-mail: ag.wu@163.com.cn;

董瑞琦 (1992–), 女, 博士研究生, 研究方向为挠性航天器的姿态控制, E-mail: rykidong@163.com;

张颖 (1977–), 女, 副教授, 目前研究方向为挠性航天器的姿态控制, E-mail: zhangyinghit@126.com.