

进化高维多目标优化研究进展

孙 靖¹, 巩敦卫^{2†}

(1. 淮海工学院 理学院, 江苏 连云港 222005; 2. 中国矿业大学 信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 高维多目标优化问题是目标个数多于3的多目标优化问题. 尽管进化优化方法在多目标优化问题求解中显示了卓越的性能, 但是, 对于高维多目标优化问题, 已有方法存在目标维数难以扩展、Pareto占优关系无法区分进化个体, 以及多样性维护策略失效等困难. 因此, 高维多目标优化问题的高效求解引起进化优化界的高度关注. 本文将分别从新型占优关系、多样性维护策略、目标缩减、目标聚合、基于性能指标的选择、融入偏好、集合进化、变化算子、可视化技术, 以及应用等10个方面分类总结近年来进化高维多目标优化的研究成果, 通过分析已有研究存在的问题, 指出今后可能的研究方向.

关键词: 高维多目标优化; 进化优化; Pareto占优; 目标缩减; 偏好; 集合进化; 变化算子

引用格式: 孙靖, 巩敦卫. 进化高维多目标优化研究进展. 控制理论与应用, 2018, 35(7): 928 – 938

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Recent advances in evolutionary many-objective optimization

SUN Jing¹, GONG Dun-wei^{2†}

(1. College of Sciences, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang Jiangsu 222005, China;

2. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu 221116, China)

Abstract: Many-objective optimization problems are multi-objective ones with more than three objectives. Evolutionary optimization methods have outstanding performances on multi-objective optimization problems. State-of-the-art evolutionary multi-objective optimization methods, however, exist a plenty of severe shortcomings when solving many-objective optimization problems, such as the curse of the objective dimensionality, the incapability of the Pareto dominance in distinguishing evolutionary individuals, and the inefficacy of the diversity maintenance strategies. Therefore, how to efficiently tackle many-objective optimization problems have been attracting scholars in the evolutionary optimization community. In this paper, we will comprehensively review recent advances in evolutionary many-objective optimization from such aspects as novel dominance relations, diversity maintenance strategies, objective reduction, objective aggregation, indicator-based selection, preference integration, set-based evolution, variation operators, visualization technology as well as applications, and suggest several important topics to be further researched by analyzing the existing problems.

Key words: many-objective optimization; evolutionary optimization; pareto dominance; objective reduction; preference; set-based evolution; variation operator

Citation: SUN Jing, GONG Dunwei. Recent advances in evolutionary many-objective optimization. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(7): 928 – 938

1 引言(Introduction)

在自然科学、社会科学, 以及工程技术等领域, 存在许多含有多个目标的优化问题, 如流水车间调度^[1]和电力系统规划^[2]. Farina等将目标函数多于3个的优化问题称为高维多目标优化问题^[3]. 目标个数多且相互冲突, 使得上述问题的求解复杂度和搜索难度急剧增加, 因此, 成为目前国内外进化优化领域极具挑战

和备受关注的课题之一.

近几十年的研究表明, 进化多目标优化能够有效解决目标个数不多于3的多目标优化问题, 其中, 最具代表性且应用广泛的包括NSGA-II^[4], MOEA/D^[5], IBEA^[6]和SPEA^[7]等. 然而, 已有进化多目标优化方法求解高维多目标优化问题时, 面临如下3个困难: 1) 进化种群中互不占优的个体随目标个数的增加急

收稿日期: 2018-01-22; 录用日期: 2018-06-01.

†通信作者. E-mail: dwgong@vip.163.com; Tel.: +86 516-83995312.

本文责任编辑: 丛爽.

“2017年智能控制研讨会”论文, 黄琳院士推荐.

国家“973”计划项目(2014CB046306-2), 国家重点研发计划子课题(2018YFB1003802-01), 国家自然科学基金项目(61773384, 61703188, 61673404, 61763026)资助.

Supported by the National Basic Research Program of China (“973” Program) (2014CB046306-2), the National Key R&D Program of China (2018YFB1003802-01) and the National Natural Science Foundation of China (61773384, 61703188, 61673404, 61763026).

剧增长,使得进化种群的选择压力迅速下降,从而降低了基于Pareto占优的进化多目标优化算法的搜索性能;2)逼近高维目标空间中Pareto前沿所需进化个体数量呈指数增长,增加了问题求解的空间和时间复杂度;3)随着目标空间维数的增加,进化种群的搜索行为难以考察,从而增加了变化算子的设计难度。因此,寻求有效的方法求解高维多目标优化问题,成为进化优化界的研究热点。

目前的研究成果多针对上述前2个困难展开,方法大致分为如下7类:1)定义新型占优关系,提高进化种群的选择压力;2)改进选择策略,维护进化种群的多样性;3)通过目标维度缩减,删除优化问题中冗余的目标函数,将高维多目标优化问题简化为多目标优化问题,以降低问题求解的难度;4)聚合目标函数,将高维多目标优化问题转化为单目标优化问题;5)基于性能指标评价进化个体,以避免占优关系比较;6)在进化进程中,融入决策者的偏好,引导进化种群向期望的Pareto前沿搜索;7)以若干候选解形成的集合作为新的决策变量,以性能指标作为新的优化目标,将高维多目标优化问题转化为新的优化问题,并采用集合进化策略求解。

Ishibuchi等^[8]、孔维健等^[9]和Li等^[10]分别于2008、2010和2015年综述了进化高维多目标优化的研究成果。经过近10年的发展,对于高维多目标优化问题的研究,在各方面均取得了长足进展。最近,刘建昌等^[11]等重点综述了基于R2性能指标的进化高维多目标优化方法。本文主要综述近几年发表在国内外重要刊物和顶级国际会议上的研究成果,并指出进一步的研究方向。

2 问题描述及面临的挑战(Problem description and challenges)

高维多目标优化问题可以采用如下数学模型描述:

$$\begin{cases} \min \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})), \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in S \subseteq \mathbb{R}^n, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}$ 为 n 维决策向量, S 为 $\mathbf{x}$ 的可行域; $f_i(\mathbf{x})$ 为第 i 个目标函数, $i = 1, 2, \dots, m$, m 为目标函数的个数,且 $m > 3$ 。

目前,采用进化优化方法求解高维多目标优化问题时,面临如下3个困难:

1) 传统的Pareto占优关系难以有效区分进化个体,种群中非被占优解比例随目标个数的增加急剧增长,使得Pareto最优解的选择压力严重丧失,从而导致种群进化动力不足,甚至停滞。

2) 目标函数个数的增加,使得逼近问题真实Pareto前沿所需的候选解个数大幅度增多。这是因为描述近似Pareto前沿的候选解个数随目标个数的增加指

数级增长。如图1所示,如果2维空间中,采用5个解描述近似Pareto前沿的话,那么,3维空间中,需要25个解描述近似Pareto前沿;当目标维数为 m 时,需要 5^{m-1} 个解描述近似Pareto前沿,也就是说,对于10维目标空间,约需200万个解描述近似Pareto前沿,如此庞大的候选解规模,几乎是不可能的。

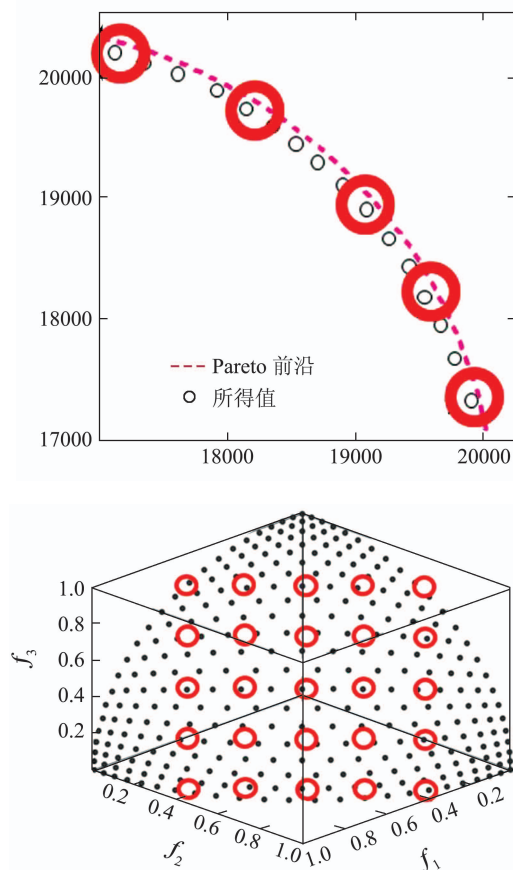
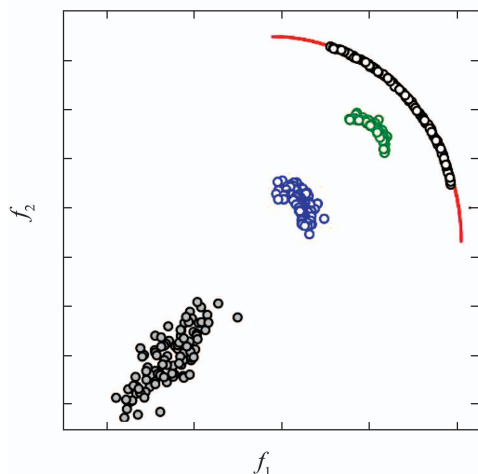


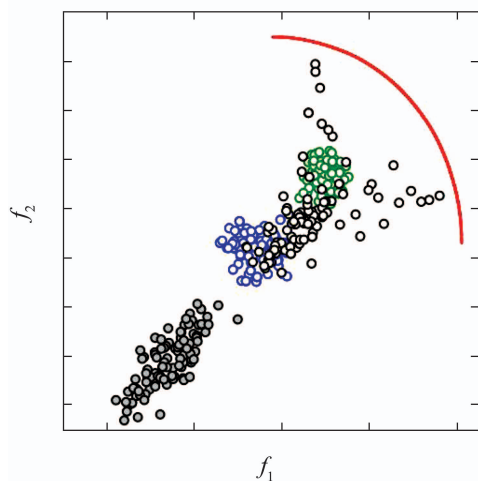
图1 描述Pareto前沿所需候选解示意图

Fig. 1 Figure of candidates for describing a Pareto front

3) 目标个数的增加使得进化种群搜索行为的随机性更强,难以考察,从而增大了设计变化算子的难度。图2跟踪了进化算法分别求解2和8目标优化问题时,进化种群的分布,其中,8目标优化问题是在2目标优化的基础上增加了6个目标所得,图中展现的是在同一2目标空间中的种群,不同颜色的个体表示种群所处的不同进化时期。由该图可以看出,对于同一个初始种群,2目标优化问题随着种群的进化,搜索方向越来越清晰,搜索行为越来越统一;对于8目标优化问题,种群中个体虽然也向着Pareto前沿进化,但是,不同进化个体的搜索方向杂乱无章,导致进化数代后,种群中个体在进化方向上仍然比较松散,这说明,种群进化缓慢,收敛性较差。因此,高维目标空间对进化算子的设计提出了更高的要求。



(a) 2目标



(b) 8目标

图2 种群搜索行为示意图

Fig. 2 Figure of a population search

3 研究进展(Research advances)

3.1 新型占优关系(New dominance relations)

对于高维多目标优化问题,改变传统的Pareto占优关系,以提高Pareto最优解的选择压力,是求解高维多目标优化问题常用的方法之一。

Sato等^[12]利用预先设定的参数控制解占优区域的膨胀度或收缩度,从而改变解的占优关系;Zou等^[13]基于一个解的目标函数值优于另一个解的个数和在某范数下优于的程度,定义了2个解的 L -占优关系;Sato等^[14]又每隔一定的进化代数,选择不同的部分目标函数比较个体,以提高Pareto最优解的选择压力,并优化所有目标;Yang等^[15]将目标空间划分为若干网格,提出网格占优和网格差异的概念,以确定网格环境下个体的性能;此外,还提出网格排序、网格拥挤距离,以及网格坐标点距离,将进化种群排序;He等^[16]借鉴模糊集合,提出模糊Pareto占优关系;肖婧等^[17]利用个体的标量化函数值,改进Farina和Amato提出

的 K -占优^[18]关系,以避免该占优关系可能导致的循环占优问题;毕晓君等^[19]利用隶属度函数,改进上述 K -占优关系;Yuan等^[20]提出基于 θ 占优的进化算法,该占优关系将解分配到分布均匀的参考点对应的类中,且仅比较同类中解的占优关系,从而增加了Pareto最优解的选择压力,并保证了解的分布性;Zhang等^[21]提出一个近似非被占优排序方法,该方法不论目标个数,仅经过至多3次比较,确定解的占优关系;如果3次比较后,仍不能确定二者的关系,那么,已经处于非被占优前沿的解占优另一个解;基于Sato等^[12]提出的解占优区域,Zhu等^[22]利用预先设置的扩张角控制占优区域,提出对称的和非对称的广义Pareto占优关系,以增加Pareto最优解的选择压力。

上述成果在很大程度上增加了Pareto最优解的选择压力,提高了算法的收敛性。但是,大部分改进的占优关系需要设置参数,而参数的选择往往比较困难,且合适的参数对最优解集的选择压力非常重要;此外,改进的占优关系可能使非被占优解仅局部占优,而非全局占优。

3.2 多样性维护策略(Diversity maintenance strategies)

进化多目标优化方法的主要目的是,均衡算法的收敛性和多样性。当Pareto占优关系无法有效区分高维多目标优化问题的解时,维护种群多样性的环境选择策略成为推动种群进化的另一有效措施。

Adra和Fleming^[23]通过不同进化时期对多样性的不同需求,提出多样性管理算子,以权衡种群的分布性和多样性;Denysiuk等^[24]采用聚类的方法提出一种选择策略,以引导种群的搜索;Li等^[25]同时兼顾个体的分布和收敛信息,提出基于变换的密度估计策略,该策略通过变换稀疏个体在目标空间的位置,使其具有较大的密度值,将该方法应用于多个基准高维多目标优化问题,取得了很好的效果;鉴于NSGA-II的拥挤距离难以适应高维目标空间,Deb和Jain^[26]提出一个改进版本—NSGA-III,该算法利用基于参考点的选择策略代替拥挤距离,求解高维多目标优化问题非常具有竞争性;陈振兴等^[27]采用2个解在目标空间的夹角,度量个体间的差异性,以进一步区分个体的性能,并基于上述夹角,设计多样性控制策略,以维护种群的多样性;Zhang等^[28]通过优先选择非被占优解集中的局部拐点,提高种群的收敛性和分布性;基于生物多样性测度,Wang等^[29]采用 L_p 范数度量解的差异性,并提出一个新的多样性指标,该指标是种群差异性的和,不仅能够精确地评价解的多样性,而且能在高维情形下,加强种群多样性的维护和参考集的生成;Xiang等^[30]在环境选择中基于最大向量角优先原则,从临界层中选择个体,以保证种群的多样性,并利用

其他个体条件代替收敛性最差个体,以权衡收敛性和多样性;Liu等^[31]提出基于逐一选择的进化高维多目标优化算法,该算法利用聚合函数评价个体,以提高Pareto最优解的性能,并采用基于余弦相似度的分布性指标,提高种群的多样性;Yu等^[32]提出基于二分搜索的边界淘汰选择策略,其中,二分搜索通过自适应调整 ϵ 占优中的 ϵ 值,搜索精英个体附近分布均匀的个体,边界淘汰选择通过修改个体适应值和基于目标轴的乱序选择个体,淘汰占优阻抗解;He等^[33]将高维目标空间的个体投射到2维径向空间划分的网格中,通过选择不同网格的解,维护种群的多样性,并提出自适应惩罚方法,从网格中选择收敛性好的解,以提高算法的收敛性。

上述研究成果从维护种群多样性的角度出发,设计基于多样性的选择策略,不仅提高了种群的多样性,同时也加快了算法的收敛性。

3.3 目标缩减(Objective reduction)

当多个目标函数具有较强的相关性时,利用聚类、目标相似性等减少目标函数的个数,然后采用多目标进化优化方法求解,是解决高维多目标优化问题的另一可行途径。

López-Jaimes等^[34]基于无监督特征选择方法^[35],识别相关性强的目标,以减少目标个数,从而降低问题的求解难度;Hemant等^[36]首先搜索Pareto前沿边界上的角解,然后利用这些解分析Pareto前沿的真实维数,以达到降维的目的;Saxena等^[37]利用机器学习,提出基于主成分分析法的线性目标约简算法和基于最大方差展开的非线性目标约简算法,所提方法适用于多种具有不同冗余度的高维多目标优化问题;López-Jaimes等^[38]利用当前Pareto前沿上的冲突信息,将目标空间划分,并基于此把高维多目标优化问题分成若干子问题,使得每个子问题尽可能保留原问题的结构;基于目标之间的相关性,Bandyopadhyay和Mukherjee^[39]定期将目标函数重新排序,并从中选择一组相互冲突的目标函数子集,作为下一期进化的目标函数;陈小红等^[40]采用稀疏投影矩阵度量目标的重要性,并结合Pareto占优关系改变度选取目标函数子集,以实现目标缩减;He和Yen^[41]通过快速定位真实Pareto前沿附近的少量目标点,将搜索空间限制在较小的目标空间上;Cheung等^[42]首先构建原目标函数的多个线性组合,然后通过最小化上述组合函数间的相关性,减少高维多目标优化问题的目标函数;此外,他们^[43]在快速减少目标个数的同时,最大可能的保留占优结构;Pal等^[44]将近似Pareto前沿中的目标函数按照相关性聚类,得到缩减的目标集,优化过程中,目标集定期在全目标和缩减目标中转换,从而保证全局搜索和局部探索的有效进行。

需要指出的是,上述目标缩减仅适用于目标函数具有较强相关性的情形,如果优化问题的目标函数不存在冗余目标或冗余目标少,那么,该方法将难以奏效。

3.4 目标聚合(Objective aggregation)

利用权重向量将多个目标聚合为一个,是解决多目标优化问题的经典方法.该方法虽然简便,但是,一次只能找到一个解,从而难以适应多目标优化的需求.Zhang和Li^[5]将多目标优化问题分解为多个标量化子问题,利用每个子问题附近的若干信息优化该子问题,提出了一类基于聚合函数分解的多目标进化优化方法.自该方法提出后,迄今为止,已被引用2000余次,在进化优化领域掀起了研究该方法的热潮。

Li和Zhang^[45]又将差分进化算子和多项式变异引入上述方法中,并设计2个测度,以维护种群的多样性;Tan等^[46]采用均匀设计方法,生成子问题的权重向量,该方法的优点在于,种群规模不随目标函数的增多快速增长,也不必考虑权重向量的表示问题;Giagkiozis等^[47]通过求解一个优化问题,得到一组权重向量,进而引导进化种群向期望的Pareto前沿搜索;巩敦卫等^[48]将原问题分解为由少量目标函数和其他目标函数的聚合函数构成的若干子问题,并采用多种群并行进化算法求解,通过充分利用其他种群的进化信息,提高Pareto最优解的选择压力;Asafuddoula等^[49]采用系统抽样法生成权重向量,以权重向量为参考方向,用解沿着参考方向的距离度量收敛性,解到参考方向的垂直距离度量多样性,以平衡高维多目标情形下的收敛性和多样性;Li等^[50]将基于聚合函数分解和基于占优的方法结合,充分利用两种方法的优势,权衡算法的收敛性和多样性;为了克服聚合方法难以解决非凸函数优化问题的困难,Cai等^[51]仅将与各子问题最近的多个解排序,以加快收敛性并减少计算代价,此外,他们还利用目标空间中解之间的夹角信息,实现细粒度多样性的维护;Doi等^[52]研究了倒三角权重生成方法对部分算法性能的影响;Wang等^[53]提出局部使用聚合函数的方法,该方法仅从以超锥表示的领域中,采用聚合函数选择优化解。

基于聚合函数分解的进化多目标优化方法的核心是权重向量的生成,在高维目标空间中生成均匀分布的或反映Pareto前沿特性的权重向量并非易事。

3.5 基于性能指标的选择(Indicator-based selection)

评价近似Pareto最优解集的性能指标也可用于评价候选解,从而将进化种群中的个体排序.由于该方法不涉及Pareto占优关系,因此,节省了非被占优解排序的计算复杂度,在高维多目标情形下,也解决了Pareto占优关系无效的难题。

Ishibuchi等^[54]利用大量具有不同权重向量的成就标量函数, 计算超体积参考点到近似Pareto前沿的距离, 并用距离均值近似超体积, 实验表明, 近似精度随权重向量个数的增多而增加; Bader和Zitzler^[55]指出, 超体积是唯一关于Pareto占优严格单调的性能指标, 基于个体排序比精确指标值更重要的思想, 他们通过蒙特卡洛模拟近似精确超体积, 提出解决高维多目标优化问题的快速搜索算法; 为了进一步降低超体积的计算复杂度, Rostami和Neri^[56]提出超体积自适应网格算法, 该算法将目标空间划分为若干网格后, 用网格中的解计算超体积, 大大降低了超体积的计算代价; R2指标是与超体积具有高度相关性的性能指标, 关于Pareto占优弱单调, 且分布更均匀^[57]. 基于此, Gómez和Coello^[58]利用R2指标, 以归一化的加权切比雪夫函数作为效用函数, 将种群个体分层排序; 由于单一性能指标评价个体不够全面, 有时还使种群收敛到Pareto前沿的子区域, 因此, Li等^[59]采用多个性能指标评价个体, 并利用随机冒泡排序法, 每次随机选择一个性能指标比较相邻个体, 将种群排序.

基于性能指标的选择策略使得算法能够直接生成符合期望性能的最优解集, 并且已有成果在一定程度上降低了算法的计算复杂度, 但是其计算代价仍然是影响算法性能的重要因素.

3.6 融入偏好(Integrating preferences)

决策者的偏好可以引导种群向偏好区域搜索, 从而增加Pareto最优解的选择压力, 加快进化过程; 此外, 目标空间中均匀分布的参考点或参考向量等, 又能够维护种群的多样性, 因此, 融入偏好是提高高维多目标优化问题求解效率的另一有效举措.

Purshouse等^[60]提出偏好驱动的高维多目标协同进化优化方法, 该方法以参考向量为偏好, 个体的适应值由特定参考向量集确定, 并与满足偏好的其他个体共享适应值贡献, 使偏好自适应的引导种群进化; Qiu等^[61]采用正负2个参考点表达决策者偏好, 提出基于双极偏好占优的高维多目标进化算法, 该算法首先利用正参考点划分搜索空间, 将进化个体非被占优排序; 然后, 利用负参考点计算进化个体的相似性, 以进一步区分相同序值的个体, 从而提高Pareto最优解集的选择压力; 在Purshouse等^[60]的基础上, Wang等^[62]给出了偏好驱动的高维多目标协同进化算法框架, 基于该框架, 进化个体的适应值由偏好集确定, 各偏好的适应值与进化种群规模和满足该偏好的进化个体数量相关, 实现进化种群和偏好集的协同进化; Duro等^[63]通过保留非被占优解之间的相关性, 提取目标函数的偏好结构, 引导种群向偏好区域搜索; López-Jaimes等^[64]等根据给定的参考点, 基于成就标量函数确定偏好区域, 并利用该区域确定个体之间的占优关

系; Cai等^[65]首先生成均匀分布的参考点, 然后, 根据进化个体到对应参考线的距离, 将个体聚类; 最后, 利用聚合函数将聚类中的个体排序, 从而加快算法的收敛速度; Cheng等^[66]依据目标函数的尺度动态生成参考向量, 利用上述参考向量, 将进化种群分为若干子种群, 并采用结合进化个体到理想点的距离和与参考向量夹角的角惩罚距离, 评价个体的性能, 以平衡算法的收敛性与分布性; Goulart和Campelo^[67]采用参考点表达决策者的偏好, 进化个体的成就标量函数值决定了偏好区域的大小, 通过优先选择位于偏好区域内的进化个体, 引导种群向决策者偏好区域进化; Jiang和Yang^[68]采用先多样性后收敛性的选择策略, 提出基于参考方向的SPEA算法, 预先给定的参考方向集将目标空间分为若干相互独立的子空间, 引导种群向整个Pareto前沿搜索的同时, 保证种群的多样性; 基于当前种群, Gong等^[69]自适应地生成收敛性好且分布均匀的一系列参考点, 通过构造进化个体与参考点之间的标量函数, 评价个体的性能; Sun等^[70]基于参考方向构建估计模型, 以采样具有良好接近度的解, 并通过选择近似Pareto前沿中具有显著多样性的解, 提高算法的收敛性和多样性. 张恩泽和陈庆伟^[71]将决策者偏好融入占优关系中, 并和粒子群优化算法相结合, 以增加非被占优解的选择压力; Fu等^[72]利用随机生成的参考点集增加选择压力, 并将目标空间划分为子空间以维护种群的多样性.

可以看出, 上述融入偏好的进化高维多目标优化方法多采用参考点或参考向量表达决策者的偏好, 其目的是生成收敛性好且分布均匀的Pareto前沿, 参考点的选择和参考向量的均匀性直接影响算法的多样性和分布性. 基于参考向量分解与基于聚合函数分解的进化多目标优化方法统称为基于分解的进化多目标优化方法, 是当前解决高维多目标优化问题较有前景的技术之一^[73].

3.7 集合进化(Set-based evolution)

近年来, 已有学者从多目标集合进化优化框架、优化性能指标的选择与转换, 以及集合进化策略等方面开展相关研究. 由于该方法能够将高维多目标优化问题, 转化为以性能指标为目标的多目标优化问题, 降低了目标维数和原问题求解的难度, 因此, 集合进化优化成为解决高维多目标优化问题的又一重要途径.

Zitzler等^[74]提出基于集合的多目标进化优化方法, 该方法利用性能指标评价集合进化个体, 定义个体的偏好关系, 将进化种群中的集合个体排序, 此外, 还提出关于集合个体偏好描述、算法设计, 以及性能评估的集合进化优化框架; Bader等^[75]将种群中的个体分为若干规模相同的集合, 采用超体积评价集合个体的性能, 并设计了基于超体积的集合个体重组策略;

Li等^[76]提出元目标优化方法,该方法将优化问题转化为以接近度和多样性为目标的2目标优化问题,并在转化后的目标空间中,应用Pareto占优关系将个体分层排序;巩敦卫等^[77]采用反映收敛性、分布性和延展性的性能指标,将高维多目标优化问题转化为3目标优化问题,通过定义基于集合的Pareto占优关系、构建聚合适度函数,以及集合进化策略,设计高维多目标优化问题的集合进化优化求解方法;基于含区间参数的高维多目标优化问题的高维和不确定性,他们^[78]又采用区间超体积和不确定度,将其转化为2目标优化问题,并提出基于集合的进化策略,以求解转化后的优化问题。

他们还提出一系列将决策者偏好融入集合进化优化框架的高维多目标优化问题求解方法,包括:1) 基于决策者偏好构建效用函数,将原优化问题转化为上述效用函数和超体积为目标的2目标优化问题,采用集合进化策略,得到满足决策者偏好,且收敛性和分布性俱佳的Pareto最优解集^[79];2) 基于决策者满意度,将区间高维多目标优化问题转化为确定型3目标优化问题,并在延展性测度中融入决策者偏好,以得到进化种群的全序排列^[80];3) 基于参考点,动态确定高维目标空间的偏好区域,使偏好区域随进化进程自适应变化,并利用该偏好区域,设计集合个体的选择和交叉操作,以引导种群向偏好区域进化,得到性能优越的近似Pareto前沿^[81];4) 利用上述偏好区域,设计偏好区域引导的变异策略,以得到收敛性和分布性更好的近似Pareto前沿^[82]。

不难发现,集合进化优化为高维多目标优化问题的求解提供了一条非常有竞争力的途径。但是,由于多采用超体积作为问题转化的性能指标,因此,超体积的昂贵计算代价是制约其进一步发展的瓶颈。

3.8 变化算子(Variation operators)

变化算子是进化优化方法在决策空间中平衡广泛开发与深度探索的重要进化操作。Sato等^[83]考察了在高维多目标情形下,传统两点交叉、局部重组和控制最大交叉基因数的均匀交叉算子对算法性能的影响;他们^[84]还对比了上述变化算子在解决高维多目标背包问题时的性能;Ishibuchi等^[85]利用父代和子代个体的距离设计了一个基于距离的交叉算子,实验表明,对于高维多目标背包问题,当上述距离非常小的时候,算法性能会有明显的改进;Yuan等^[86]认为模拟二进制交叉和多项式变异制约了NSGA-III算法的性能,他们将3种不同差分进化算子引入NSGA-III中,在多组基准优化问题上的实验结果表明,所提的改进算法具有良好的探索能力。

由上可见,变化算子对算法性能有着一定程度的

影响,但是,在高维多目标优化领域,对于该问题的研究成果相对较少。因此,对于变化算子的研究具有更大的机遇和挑战。

3.9 可视化技术(Visualization technology)

目标空间维数的增加,使得Pareto前沿难以在传统的直角坐标系中展现,给决策者从Pareto最优解集中选择偏好解增加了难度,因此,研究高维目标空间的可视化是非常有必要的。

已有高维目标空间的可视化技术大致分为2类:一类在平行坐标系中表示高维目标空间的解,其中,平行坐标系含有若干坐标轴,每个坐标轴对应一个目标函数,如热图^[87]和平行坐标系^[88]。Walker等^[89]采用光谱顺序排列,将解和目标重新排列,使热图能更清晰的表示目标间的占优关系。

另一类通过构建高维目标空间到2维空间的映射,保留高维空间中每对解之间的距离信息,如径向坐标可视化^[90]、雷达图^[91]、自组织图^[92]和塞曼映射^[93]。Freitas等^[94]将目标间的冲突信息表示在基于目标迭代聚合的聚合树上,该树能够反映目标或目标群间的调和程度、目标间的冲突,以及有利于降低问题维度的聚合;He和Yen^[95]将高维目标空间映射到2维极坐标系中,其中,径坐标反映收敛性,由目标函数值和高维目标空间中近似Pareto前沿的形状决定,角坐标表示个体在近似Pareto前沿上的分布性和在高维目标空间的拥挤度。

3.10 基准高维多目标优化问题和应用(Benchmark many-objective optimization problems and applications)

Deb等^[96]提出的DTLZ基准测试函数集和Huband等^[97]提出的WFG基准测试函数集,因目标维度的可扩展性,且不同测试函数具有不同的特性,而被广泛应用于进化高维多目标优化方法的性能测试中。最近,Cheng等^[98]精心挑选、改编了15个具有不同性质的函数,构成MaF测试函数集,以更真实描述实际优化问题的复杂性质,特别是已有方法难以有效解决的具有凸Pareto前沿的测试问题,各测试函数的具体表达式请参见文献[98]。表1总结Pareto前沿的凹凸性和多模态等特性对应的测试函数,基于表1,可以检测进化高维多目标优化方法处理各种复杂特性的能力;表2列出10个常用高维多目标优化方法解决不同特性测试函数的性能,其中IGD和HV分别表示反世代距离和超体积,是2个评价算法性能的指标,空白表示算法对相应特性尚未测试结果;表1和表2能够为具有相同特性实际问题的求解提供方法指导。此外,多目标旅行商问题^[99]和Pareto箱问题^[100-101]也是常用的基准测试问题。

表 1 测试函数集的特性

Table 1 Characteristics of test suites

特 性	问 题
线性Pareto前沿	DTLZ1, WFG3, MaF1, MaF8–MaF10, MaF14
凹Pareto前沿	DTLZ2–DTLZ6, WFG4–WFG9, MaF2, MaF4, MaF6, MaF12, MaF13
凸Pareto前沿	WFG2, MaF3, MaF5, MaF11, MaF15
混合前沿	DTLZ7, WFG1, MaF7
退化前沿	DTLZ5, DTLZ6, WFG3, MaF6, MaF8–MaF10, MaF13
决策空间偏斜	DTLZ4, DTLZ6, WFG1, WFG5, WFG7–WFG9
目标尺度不同	DTLZ7, WFG1–WFG9, MaF4, MaF5, MaF10
多模态	DTLZ1, DTLZ3, DTLZ7, WFG2, WFG4, WFG9, MaF3, MaF4, MaF7

表 2 进化高维多目标优化方法解决具有不同特性测试函数的性能

Table 2 Performances of some state-of-the-art evolutionary many-objective optimization methods solving test functions with different characteristics

	线性前沿	凹前沿	凸前沿	混合前沿	退化前沿	目标尺度不同	多模态
GrEA ^[15]	IGD较好	IGD一般	IGD一般	IGD较好	IGD一般	IGD较好	IGD一般
NSGA-III ^[26]	IGD较好	IGD一般	IGD一般	IGD一般	IGD一般	IGD一般	IGD较好
KnEA ^[28]	IGD一般	IGD较好	IGD较好	IGD一般	IGD一般	IGD一般	IGD较好
lby1EA ^[31]	IGD较好	IGD一般	IGD一般	IGD较好	IGD较好	IGD一般	IGD一般
MOEA-DD ^[50]	HV较好	HV较好	HV较好	HV较好	HV较好	HV较好	HV较好
MOEA/D-SAS ^[51]	IGD较好	IGD较好		IGD较好	IGD一般	IGD较好	IGD较好
HypE ^[55]	IGD一般	IGD一般	IGD较好	IGD一般	IGD较好	IGD一般	IGD一般
PICEA-g ^[62]	IGD较好	IGD一般	IGD一般	IGD较好	IGD较好	IGD较好	IGD一般
SPEA-R ^[68]	IGD一般	IGD较好	IGD较好	IGD较好	IGD较好	IGD较好	IGD较好
P-SEA ^[81]	多样性较好	多样性较好		多样性较好		多样性较好	多样性较好

Tian等^[102]开发了多目标进化优化MATLAB平台,该平台融合了50余个多目标进化优化算法、100余个多目标函数,以及若干广泛使用的性能指标,借助友好的人机交互界面和开源程序环境,用户可以添加新算法,并与已有算法比较,得到对比统计结果。

随着对进化高维多目标优化研究的深入,该方法也应用到实际优化问题中,如热力学相关问题^[101–103]和水资源分配^[106]。

Lygoe等^[107]以燃烧质量和控制系统灵敏度等为目标,将实际汽车发动机标定问题建模为10目标优化问题,并通过结合问题特性减少目标函数个数和决策者偏好,得到了标定解;López-Jaimes等^[108]建立了6目标空间弹道优化设计模型,并将Chebyshev偏好关系应用于NSGA-III中,求解上述模型;周宇等^[109]以多种能力需求、各能力发展风险和总发展费用预算为目标,建立武器装备体系的高维多目标优化模型,通过将能力需求和发展风险分别聚合,将模型转化为3目标优化问题,并采用多目标差分进化算法求解转化后的问题;Chikumbo等^[110]将拥有315个围场的农场土地管理问题,建立为最大化木质纸浆等10个目标、最

小化成本等4个目标的14目标优化问题,并用NSGA-III求解,借助交互虚拟仿真方法和超雷达图,便于决策者直观选择合理的折衷解;张永建和毕晓君^[111]以变形机器人在陆地上常规越障能力、变形越障能力、跨越沟壑能力,以及稳定性和在水中的推进性能和稳定性为目标,建立变形机器人设计高维多目标优化模型,并采用基于分解的进化模式,结合差分算子和模拟二进制交叉,得到一组机器人优化设计参数,为设计人员提供了更多、更好的选择;Cheng等^[112]构建了7目标混合动力汽车优化控制模型,此外,他们还提出基于权重向量的偏好表达方式,并将该方式融入3个已有进化高维多目标优化算法中,求解上述模型;Ramírez等^[113]通过对比不同进化高维多目标优化算法解决9目标基于服务质量感知的网络服务问题的性能,寻找求解该问题的有效方法;Ye等^[114]构建以最大完工时间、平均完工时间、可靠性和完成工作流的成本为目标的云 workflow 调度模型,通过改进拐点驱动的进化算法^[28],求解构建的模型。

上述成果表明进化高维多目标优化方法已成功应用于多个领域,但是,还有广阔的应用有待进一步开

发。

4 结论与展望(Conclusions and outlook)

在进化优化领域, 高维多目标优化问题是一类备受关注而富有挑战性的问题。近年来, 研究该问题的进化算法层出不穷, 取得了突飞猛进的进展。

本文分类总结了近年来进化高维多目标优化的主要研究成果, 可以看出, 对于该问题的研究, 从采用各种方法提升算法的性能, 到高维目标空间可视化技术的开发、测试函数集的构造, 以及高维多目标优化问题的应用, 都取得了丰硕的成果。然而, 仍存在如下3个问题亟待解决:

1) 各类方法具有各自在收敛性与多样性上的优势, 也不可避免的存在着或多或少的劣势, 这意味着, 已有方法很少同时兼顾收敛性和多样性。

2) 在融入偏好的算法中, 偏好大多由参考点和参考向量表示, 然后采用一定的选择策略, 提高算法的收敛性和多样性, 这说明, 算法的目的还是找到完整的近似Pareto前沿, 而非决策者偏好的解或偏好区域。

3) 对于算法搜索行为的研究不够。已有算法极少探究高维情形下种群的搜索过程, 并利用种群的进化信息, 设计相应的进化策略, 以加快算法的收敛速度, 并提高算法的性能。

鉴于此, 可以从如下4个方面入手, 进一步研究进化高维多目标优化方法:

1) 融合多种方法, 利用各种方法的优势, 进一步提高算法的收敛性、多样性和分布性。目前, 已经有学者在这方面取得初步进展, 例如: 结合NSGA-III和MOEA/D的基于 θ 占优进化高维多目标优化^[20]、结合MOEA/D和密度选择的基于分解排序和角选择进化高维多目标优化^[51]。多方法融合与集成有利于克服单一方法的缺点, 扬长避短, 开发性能更卓越的算法。

2) 挖掘进化知识, 指导进化策略设计。大数据技术的蓬勃发展, 使高维目标空间中种群搜索方向的跟踪和进化信息的挖掘成为可能。每种算法均具有特有的进化轨迹和搜索特性, 充分利用进化信息, 设计反映进化特性的进化策略和变化算子, 引导种群的后续进化, 将有利于同时提高算法在目标空间上的收敛性和多样性, 并且均衡算法在决策空间上的开发和探索能力。

3) 交互的融入决策者偏好, 为决策者提供性能更佳且反映其偏好的最优解。高维目标空间中, 决策者偏好的表达和偏好信息的利用, 直接影响高维多目标优化问题的求解效率和优化解的质量, 这需要基于多准则决策的进化个体排序, 也需要融入决策者偏好的变化算子, 因此, 简便的偏好表达和有效的融入策略, 是提高进化高维多目标优化算法性能的另一切实可行的途径。

4) 进一步开拓高维多目标优化问题的应用领域。一方面, 实际优化问题是方法的源泉和立足之本; 实际应用中, 往往全方位、多角度的综合考虑优化问题, 因此, 需要利用专业知识, 构建优化问题的高维多目标优化模型, 以反映实际应用问题的真实需求。另一方面, 为了解决实际问题, 既需要开发适用于大多数优化问题、普适性强的求解方法, 也需要根据优化问题的具体特点, 开发个性化的解决方案。这是因为, 不同实际优化问题具有不同的特性, 基于特性感知的进化策略, 能够针对性的分析、解决问题, 从而获得更好的求解效果, 提高进化高维多目标优化解决实际问题的能力。

参考文献(References):

- [1] HAN Y, GONG D, SUN X, et al. An improved NSGA-II algorithm for multi-objective lot-streaming flow shop scheduling problem [J]. *International Journal of Production Research*, 2014, 52(8): 2211 – 2231.
- [2] ZHANG Y, GONG D, DING Z. A bare-bones multi-objective particle swarm optimization algorithm for environmental/economic dispatch [J]. *Information Sciences*, 2011, 192: 213 – 227.
- [3] FARINA M, AMATO P. On the optimal solution definition for many-criteria optimization problems [C] // *Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society*. New York: IEEE, 2002: 232 – 238.
- [4] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182 – 197.
- [5] ZHANG Q, LI H. MOEA/D: A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712 – 731.
- [6] ZITZLER E, KUNZLI S. Indicator-based selection in multiobjective search [C] // *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin: Springer, 2004: 832 – 842.
- [7] ZITZLER E, THIELE L. Multi-objective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4): 257 – 271.
- [8] ISHIBUCHI H, TSUKAMOTO N, NOJIMA Y. Evolutionary many-objective optimization: a short review [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2008: 2424 – 2431.
- [9] KONG Weijian, DING Jinliang, CHAI Tianyou. Survey on large-dimensional multi-objective evolutionary algorithms [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(3): 321 – 326.
(孔维健, 丁进良, 柴天佑. 高维多目标进化算法研究综述 [J]. *控制与决策*, 2010, 25(3): 321 – 326.)
- [10] LI B, LI J, TANG K, et al. Many-objective evolutionary algorithms: a survey [J]. *ACM Computer Survey*, 2015, 48(1), DOI: <http://dx.doi.org/10.1145/2792984>.
- [11] LIU Jianchang, LI Fei, WANG Honghai, et al. Survey on evolutionary many-objective optimization algorithms [J]. *Control and Decision*, 2018, 33(5): 879 – 887.
(刘建昌, 李飞, 王洪海, 等. 进化高维多目标优化算法研究综述 [J]. *控制与决策*, 2018, 33(5): 879 – 887.)
- [12] SATO H, AGUIRRE H E, TANAKA K. Controlling dominance area of solutions and its impact on the performance of MOEAs [C] // *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2007: 5 – 20.

- [13] ZOU X, CHEN Y, LIU M, et al. A new evolutionary algorithm for solving many-objective optimization problems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—part B: Cybernetics*, 2008, 38(5): 1402 – 1412.
- [14] SATO H, AGUIRRE H E, TANAKA K. Pareto partial dominance MOEA and hybrid archiving strategy included CDAS in many-objective optimization [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2010: 1 – 8.
- [15] YANG S, LI M, LIU X, et al. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5): 721 – 736.
- [16] HE Z, YEN G G, ZHANG J. Fuzzy-based Pareto optimality for many-objective evolutionary algorithms [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(2): 269 – 285.
- [17] XIAO Jing, WANG Kejun, BI Xiaojun. Multi-objective evolutionary algorithm based on improved K-dominated sorting [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(12): 2165 – 2170.
(肖婧, 王科俊, 毕晓君. 基于改进K支配排序的高维多目标进化算法 [J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2165 – 2170.)
- [18] FARINA M, AMATO P. A fuzzy definition of “optimality” for many-criteria optimization problems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2004, 34(3): 315 – 326.
- [19] BI Xiaojun, ZHANG Yongjian, CHEN Chunyu. A many-objective evolutionary algorithm based on fuzzy dominance: MFEA [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(8): 1653 – 1659.
(毕晓君, 张永建, 陈春雨. 基于模糊支配的高维多目标进化算法MFEA [J]. 电子学报, 2014, 42(8): 1653 – 1659.)
- [20] YUAN Y, XU H, WANG B, et al. A new dominance relation-based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(1): 16 – 37.
- [21] ZHANG X, TIAN Y, JIN Y. Approximate non-dominated sorting for evolutionary many-objective optimization [J]. *Information Sciences*, 2016, 369: 14 – 33.
- [22] ZHU C, XU L, GOODMAN E D. Generalization of Pareto-optimality for many-objective evolutionary optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(2): 299 – 315.
- [23] ADRA S F, FLEMING P J. Diversity management in evolutionary many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, 15(2): 183 – 195.
- [24] DENYSIUK R, COSTA L, SANTO I E. Clustering-based selection for evolutionary many-objective optimization [C] // *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin: Springer, 2014: 538 – 547.
- [25] LI M, YANG S, LIU X. Shift-based density estimation for Pareto-based algorithms in many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(3): 348 – 365.
- [26] DEB K, JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: Solving problems with box constraints [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 577 – 601.
- [27] CHEN Zhenxing, YAN Xuanhui, WU Kunan, et al. Many-objective optimization integrating open angle based congestion control strategy [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(6): 1145 – 1158.
(陈振兴, 严宣辉, 吴坤安, 等. 融合张角拥挤控制策略的高维多目标优化 [J]. 自动化学报, 2015, 41(6): 1145 – 1158.)
- [28] ZHANG X, TIAN Y, JIN Y. A knee point-driven evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(6): 761 – 776.
- [29] WANG H, JIN Y, YAO X. Diversity assessment in many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(6): 1510 – 1522.
- [30] XIANG Y, ZHOU Y, LI M, et al. A vector angle-based evolutionary algorithm for unconstrained many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(1): 131 – 152.
- [31] LIU Y, GONG D, SUN J, et al. A many-objective evolutionary algorithm using a one-by-one selection strategy [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 2689 – 2702.
- [32] YU G, SHEN R, ZHENG J, et al. Binary search based boundary elimination selection in many-objective evolutionary optimization [J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 60: 689 – 705.
- [33] HE C, TIAN Y, JIN Y, et al. A radial space division based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 61: 603 – 621.
- [34] LÓPEZ-JAÍMES A, COELLO C A C, CHAKRABORTY D. Objective reduction using a feature selection technique [C] // *Proceedings of Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM, 2008: 673 – 680.
- [35] MITRA P, MURTHY C A, PAL S K. Unsupervised feature selection using feature similarity [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(3): 301 – 312.
- [36] HEMANT K S, AMITAY I, TAPANRATA R. A Pareto corner search evolutionary algorithm and dimensionality reduction in many-objective optimization problems [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, 15(4): 539 – 556.
- [37] SAXENA D, DURO J, TIWARI A, et al. Objective reduction in many-objective optimization: Linear and nonlinear algorithms [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(1): 77 – 99.
- [38] JAÍMES A L, COELLO C A C, AGUIRRE H, et al. Objective space partitioning using conflict information for solving many-objective problems [J]. *Information Sciences*, 2014, 268: 305 – 327.
- [39] BANDYOPADHYAY S, MUKHERJEE A. An algorithm for many-objective optimization with reduced objective computations: a study in differential evolution [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(3): 400 – 413.
- [40] CHEN Xiaohong, LI Xia, WANG Na. Objective reduction with sparse feature selection for many objective optimization problem [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(7): 1300 – 1307.
(陈小红, 李霞, 王娜. 高维多目标优化中基于稀疏特征选择的目标降维方法 [J]. 电子学报, 2015, 43(7): 1300 – 1307.)
- [41] HE Z, YEN G. Many-objective evolutionary algorithm: objective space reduction and diversity improvement [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 20(1): 145 – 160.
- [42] CHEUNG Y, GU F, LIU H. Objective extraction for many-objective optimization problems: algorithm and test problems [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 755 – 772.
- [43] GU F, LIU H, CHEUNG Y. A fast objective reduction algorithm based on dominance structure for many objective optimization [C] // *Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution and Learning*. Berlin: Springer, 2017: 260 – 271.
- [44] PAL M, SAHA S, BANDYOPADHYAY S. DECOR: Differential evolution using clustering based objective reduction for many-objective optimization [J]. *Information Sciences*, 2018, 423: 200 – 218.
- [45] LI H, ZHANG Q. Multiobjective optimization problems with complicated pareto sets, MOEA/D and NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(2): 284 – 302.
- [46] TAN Y, JIAO Y, LI H, et al. MOEA/D + uniform design: A new version of MOEA/D for optimization problems with many objectives [J]. *Computers & Operations Research*, 2013, 40: 1648 – 1660.
- [47] GIAGKIOZIS I, PURSHOUSE R C, FLEMING P J. Generalized decomposition and cross entropy methods for many-objective optimization [J]. *Information Sciences*, 2014, 282: 363 – 387.

- [48] GONG Dunwei, LIU Yiping, SUN Xiaoyan, et al. Parallel many-objective evolutionary optimization using objective decomposition [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(8): 1438 – 1451. (巩敦卫, 刘益萍, 孙晓燕, 等. 基于目标分解的高维多目标并行进化优化方法 [J]. 自动化学报, 2015, 41(8): 1438 – 1451.)
- [49] ASADUDDOULA M, RAY T, SARKER R. A decomposition-based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(3): 445 – 460.
- [50] LI K, DEB K, ZHANG Q, et al. An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(5): 694 – 716.
- [51] CAI X, YANG Z, FAN Z, et al. Decomposition-based-sorting and angle-based-selection for evolutionary multiobjective and many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 2824 – 2837.
- [52] DOI K, IMADA R, NOJIMA Y, et al. Use of inverted triangular weight vectors in decomposition-based many-objective algorithms [C] // *Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution and Learning*. Berlin: Springer, 2017: 321 – 333.
- [53] WANG R, ZHOU Z, ISHIBUCHI H, et al. Localized weighted sum method for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, DOI: 10.1109/TEVC.2016.2611642.
- [54] ISHIBUCHI H, TSUKAMOTO N, SAKABE Y, et al. Hypervolume approximation using achievement scalarizing functions for evolutionary many-objective optimization [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2009: 530 – 537.
- [55] BADER J, ZITZLER E. HypE: an algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization [J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45 – 76.
- [56] GÓMEZ R H, COELLO C A C. MOMBI: a new metaheuristic for many-objective optimization based on the R2 indicator [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2013: 2488 – 2495.
- [57] BROCKHOFF D, WAGNER T, TRAUTMANN H. On the properties of the R2 indicator [C] // *Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference*. New York: ACM, 2012: 465 – 472.
- [58] LI B, TANG K, LI J, et al. Stochastic ranking algorithm for many-objective optimization based on multiple indicators [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(6): 924 – 938.
- [59] ROSTAMI S, NERI F. A fast hypervolume driven selection mechanism for many-objective optimisation problems [J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2017, 34: 50 – 67.
- [60] PURSHOUSE R C, JALBA C, FLEMING P J. Preference-driven co-evolutionary algorithms show promise for many-objective optimization [C] // *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2011: 135 – 152.
- [61] QIU F Y, WU Y S, WANG L P, et al. Bipolar preferences dominance based evolutionary algorithm for many-objective optimization [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Brisbane: IEEE, 2012: 1 – 8.
- [62] WANG R, PURSHOUSE R C, FLEMING P J. Preference-inspired coevolutionary algorithms for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(4): 474 – 494.
- [63] DURO J A, SAXENA D K, DEB K, et al. Machine learning based decision support for many-objective optimization problems [J]. *Neurocomputing*, 2014, 146: 30 – 47.
- [64] LÓPEZ-JAIMEA A, COELLO C A C. Including preferences into a multiobjective evolutionary algorithm to deal with many-objective engineering optimization problems [J]. *Information Sciences*, 2014, 277: 1 – 20.
- [65] CAI L, QU S, YUAN Y, et al. A clustering-ranking method for many-objective optimization [J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 35: 681 – 694.
- [66] CHENG R, JIN Y, OLHOFFER M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 773 – 791.
- [67] GOULART F, CAMPELO F. Preference-guided evolutionary algorithms for many-objective optimization [J]. *Information Science*, 2016, 329: 236 – 255.
- [68] JIANG S, YANG S. A strength Pareto evolutionary algorithm based on reference direction for multiobjective and many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 21(3): 329 – 346.
- [69] LIU Y, GONG D, SUN X, et al. Many-objective evolutionary optimization based on reference points [J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 50: 344 – 355.
- [70] SUN Y, YEN G G, YI Z. Reference line-based estimation of distribution algorithm for many-objective optimization [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2017, 132: 129 – 143.
- [71] ZHANG Enze, CHEN Qingwei. Improved r -dominance-based particle swarm optimization for multi-objective optimization [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(5): 623 – 630. (章恩泽, 陈庆伟. 改进的 r 支配高维多目标粒子群优化算法 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(5): 623 – 630.)
- [72] FU X, SUN J, ZHANG Q. A reference-inspired evolutionary algorithm with subregion decomposition for many-objective optimization [C] // *UK Workshop on Computational Intelligence*. Berlin: Springer, 2017: 145 – 156.
- [73] YUAN Y. *Decomposition-based multi-objective evolutionary algorithms and their applications* [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015.
- [74] ZITZLER E, THIELE L, BADER J. On set-based multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(1): 58 – 79.
- [75] BADER J, BROCKHOFF D, WELTEN S, et al. On using populations of sets in multi-objective optimization [C] // *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2009: 140 – 154.
- [76] LI M, YANG S, LIU X. Bi-goal evolution for many-objective optimization problems [J]. *Artificial Intelligence*, 2015, 228: 45 – 65.
- [77] GONG Dunwei, JI Xinfang, SUN Xiaoyan. Solving many-objective optimization problems using set-based evolutionary algorithms [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(1): 77 – 83. (巩敦卫, 季新芳, 孙晓燕. 基于集合的高维多目标优化问题的进化算法 [J]. 电子学报, 2014, 42(1): 77 – 83.)
- [78] GONG D, SUN J, MIAO Z. A set-based genetic algorithm for interval many-objective optimization problems [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(1): 47 – 60.
- [79] GONG Dunwei, WAN Gengxing, SUN Xiaoyan. Set-based evolutionary optimization algorithms integrating decision-maker's preferences for many-objective optimization problems [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(5): 933 – 939. (巩敦卫, 王更星, 孙晓燕. 高维多目标优化问题融入决策者偏好的集合进化优化方法 [J]. 电子学报, 2014, 42(5): 933 – 939.)
- [80] GONG Dunwei, JI Xifang. Optimizing interval higher-dimensional multi-objective problems using set-based evolutionary algorithms incorporated with preferences [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(11): 1369 – 1383. (巩敦卫, 季新芳. 融入偏好的区间高维多目标集合进化优化方法 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(11): 1369 – 1383.)

- [81] GONG D, SUN F, SUN J, et al. Set-based many-objective optimization guided by a preferred region [J]. *Neurocomputing*, 2017, 228: 241 – 255.
- [82] SUN J, SUN F, GONG D, et al. A mutation operator guided by preferred regions for set-based many-objective evolutionary optimization [J]. *Complex & Intelligent System*, 2017, 3: 265 – 278.
- [83] SATO H, AGUIRRE H E, TANAKA K. Genetic diversity and effective crossover in evolutionary many-objective optimization [C] // *International Conference on Learning and Intelligent Optimization*. Berlin: Springer, 2011: 91 – 105.
- [84] SATO H, AGUIRRE H E, TANAKA K. Variable space diversity, crossover and mutation in MOEA solving many-objective knapsack problems [C] // *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*. Berlin: Springer, 2013: 197 – 224.
- [85] ISHIBUCHI H, TANIGAKI Y, MASUDA H, et al. Distance-based analysis of crossover operators for many-objective knapsack problems [C] // *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin: Springer, 2014: 600 – 610.
- [86] YUAN Y, XU H, WANG B. An experimental investigation of variation operators in reference-point based many-objective optimization [C] // *Proceedings of Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM, 2015: 775 – 782.
- [87] PRYKE A, MOSRAGHIM S, NAZEMI A. Heatmap visualisation of population based multi objective algorithms [C] // *Proceedings of Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2007: 361 – 375.
- [88] INSELBERG A. *Parallel Coordinates: Visual Multidimensional Geometry and its Applications* [M]. New York: Springer, 2009.
- [89] WALKER D J, EVERSON R M, FIELDSEND J E. Visualising mutually non-dominating solution sets in many-objective optimisation [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(2): 165 – 184.
- [90] HOFFMAN P E, GRINSTEIN G G, MARX K, et al. DNA visual and analytic data mining [C] // *Proceedings of IEEE Visual Conference*. New York: IEEE, 1997: 437 – 441.
- [91] MIETTINEN K. *Nonlinear Multiobjective Optimization* [M]. Boston: Kluwer, 1998.
- [92] KOHONEN T. *Self-Organizing Maps* [M]. Berlin: Springer, 2001.
- [93] VALDES J J, BARTON A J. Visualizing high dimensional objective spaces for multi-objective optimization: A virtual reality approach [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2007: 4199 – 4206.
- [94] FREITAS A R R, FLEMING P J, GUIMAEAES F G. Aggregation trees for visualization and dimension reduction in many-objective optimization [J]. *Information Sciences*, 2015, 298: 288 – 314.
- [95] HE Z, YEN G G. Visualization and performance metric in many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(3): 386 – 402.
- [96] DEB K, THIELE L, LAUMANN S M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2002: 825 – 830.
- [97] HUBAND S, HINGSTON P, BARONE L, et al. A review of multi-objective test problems and a scalable test problem toolkit [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(5): 477 – 506.
- [98] CHENG R, LI M, TIAN Y, et al. A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization [J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2017, 3: 67 – 81.
- [99] CORNE D W, KNOWLES J D. Techniques for highly multiobjective optimisation: some nondominated points are better than others [C] // *Proceedings of Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM, 2007: 773 – 780.
- [100] KOPPEN M, YOSHIDA K. Substitute distance assignments in NSGA-II for handling many-objective optimization problems [C] // *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2007: 727 – 741.
- [101] ISHIBUCHI H, HITOTSUYANAGI Y, TSUKAMOTO N, et al. Many-objective test problems to visually examine the behavior of multiobjective evolution in a decision space [C] // *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin: Springer, 2010: 91 – 100.
- [102] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X, et al. PlatEMO: a MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73 – 87.
- [103] RAJA B D, JHALA R L, PATEL V. Many-objective optimization of shell and tube heat exchanger [J]. *Thermal Science and Engineering Progress*, 2017, 2: 87 – 101.
- [104] RAJA B D, JHALA R L, PATEL V. Many-objective optimization of cross-flow plate-fin heat exchanger [J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2017, 118: 320 – 339.
- [105] PATEL V, SAVSANI V, MUDGAL A. Many-objective thermodynamic optimization of stirling heat engine [J]. *Energy*, 2017, 125: 629 – 642.
- [106] YAN D, LUDWIG F, HUANG H, et al. Many-objective robust decision making for water allocation under climate change [J]. *Science of the Total Environment*, 2017: 294 – 303.
- [107] LYGOE R J, CARY M, FLEMING P J. A real-world application of a many-objective optimisation complexity reduction process [C] // *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin: Springer, 2013: 641 – 655.
- [108] LÓPEZ-JAÍMES A, OYAMA A, FUJII K. Space trajectory design: analysis of a real-world many-objective optimization problem [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Cancun: IEEE, 2013: 2809 – 2816.
- [109] ZHOU Yu, JIANG Jiang, ZHAO Qingsong, et al. Many-objective optimization and decision-making for portfolio planning of armament system of systems [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2014, 34(11): 2944 – 2954.
(周宇, 姜江, 赵青松, 等. 武器装备体系组合规划的高维多目标优化决策 [J]. *系统工程理论与实践*, 2014, 34(11): 2944 – 2954.)
- [110] CHIKUMBO O, GOODMAN E, DEB K. Triple bottomline many-objective-based decision making for a land use management problem [J]. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 2015, 22(3/4): 133 – 159.
- [111] ZHANG Yongjian, BI Xiaojun. Optimization design of shape-shifting robot based on many-objective directional hybrid evolutionary algorithm [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(1): 72 – 78.
(张永建, 毕晓君. 基于高维多目标定向混合进化的可变形机器人优化设计 [J]. *机械工程学报*, 2016, 52(1): 72 – 78.)
- [112] CHENG R, RODEMANN T, FISCHER M, et al. Evolutionary many-objective optimization of hybrid electric vehicle control: From general optimization to preference articulation [J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2017, 1(2): 97 – 111.
- [113] RAMIREZ A, PAREJO J A, ROMERO J R, et al. Evolutionary composition of QoS-aware web services: a many-objective perspective [J]. *Expert Systems with Applications*, 2017, 72: 357 – 370.
- [114] YE X, LIU S H, YIN Y L, et al. User-oriented many-objective cloud workflow scheduling based on an improved knee point driven evolutionary algorithm [J]. *Knowledge-based systems*, 2017, 135: 113 – 124.

作者简介:

孙靖 (1975–), 女, 副教授, 博士, 目前研究方向为智能优化,

E-mail: sunj@hhit.edu.cn;

巩敦卫 (1970–), 男, 教授, 博士, 目前研究方向为智能优化和软

件测试, E-mail: dwgong@vip.163.com.