# 考虑风场高维相依性的电网动态经济调度优化算法

谢 敏<sup>1</sup>, 柯少佳<sup>2†</sup>, 胡昕彤<sup>1</sup>, 韦 薇<sup>1</sup>, 杜余昕<sup>3</sup>, 刘明波<sup>1</sup>

(1. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510640; 2. 国网福建省电力有限公司福州供电公司, 福建 福州 350009;

3. 国网江西省电力有限公司赣州供电公司, 江西 赣州 341000)

摘要: 大规模风电并网给电力系统的调度运行带来了巨大的挑战. 本文提出改进的二阶段带补偿随机优化算法, 用于考虑风场出力高维相依性的电网动态经济调度问题求解. 首先, 利用Copula函数描述多风场出力的高维相依 性, 获得多风场出力的联合分布; 随后, 引入二阶段带补偿随机优化算法解耦求解动态经济调度模型中的常规变量 与随机变量; 求解过程中, 针对补偿费用期望值的计算受限于相依性风场维数, 且对迭代方向指导不明确, 导致算法 收敛耗时长的问题, 引入基于整体最小二乘的递推动态多元线性回归法对二阶段带补偿随机优化算法进行改进, 通 过补偿费用期望值的动态更新, 促使两阶段模型的迭代求解快速收敛, 克服了传统随机优化方法的"维数灾"弊端, 使该算法能够用于考虑风场高维相依性的电网动态经济调度模型求解. 最后利用IEEE 118节点系统和某省级实际 电网系统验证了所提算法的有效性和实用性.

关键词: Copula; 风场高维相依性; 最小二乘法; 递推动态多元线性回归法; 二阶段带补偿随机优化算法 引用格式: 谢敏, 柯少佳, 胡昕彤, 等. 考虑风场高维相依性的电网动态经济调度优化算法. 控制理论与应用, 2019, 36(3): 353 – 362

DOI: 10.7641/CTA.2018.80159

# Optimization algorithm of dynamic economic dispatching considering the high-dimensional correlation of multiple wind farms

XIE Min<sup>1</sup>, KE Shao-jia<sup>2†</sup>, HU Xin-tong<sup>1</sup>, WEI Wei<sup>1</sup>, DU Yu-xin<sup>3</sup>, LIU Ming-bo<sup>1</sup>

(1. School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;

2. State Grid Fujian Fuzhou Electric Power Supply Company, Fuzhou Fujian 350009, China;

3. State Grid Jiangxi Ganzhou Electric Power Supply Company, Ganzhou Jiangxi 341000, China)

**Abstract:** Large-scale wind power connected to power grid has brought great challenges to power system scheduling operation. In this paper, an improved two-stage compensation stochastic optimization algorithm is proposed to solve the dynamic economic dispatching problem considering the high-dimensional correlation of multiple wind farms. Firstly, Copula function is used to describe the correlation of high-dimensional wind farms, and the joint distribution of wind output is obtained. Secondly, a two-stage compensation stochastic optimization algorithm is proposed to decouple the conventional and stochastic variables in the dynamic economic scheduling model solving. The calculation of the expected value of compensation cost is usually limited by the dimension of the correlated wind farms, and the direction of the iterative is not clear enough to lead the convergence, all this lead to long computation time consumed. So the recursive dynamic multivariable linear regression method based on global least squares is introduced to improve the proposed algorithm. By dynamic updating of compensation penalty expectation, computation time is greatly shortened. This improved two-stage compensation algorithm proposed in this paper overcomes the dimensional disaster of the traditional stochastic optimization method, and is capable of solving the dynamic economic dispatching problem considering the high-dimensional correlation of multiple wind farms. Finally, the practicability and efficiency of the proposed algorithm is verified by the examples of IEEE 118 system and an actual provincial system.

**Key words:** Copula; high-dimensional correlation of multiple wind farms; least squares method; recursive dynamic multivariable linear regression; two-stage compensation stochastic optimization algorithm

**Citation:** XIE Min, KE Shaojia, HU Xintong, et al. Optimization algorithm of dynamic economic dispatching considering the high-dimensional correlation of multiple wind farms. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(3): 353 – 362

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: 454840356@qq.com; Tel.: +86 17850075530.

Supported by Guangdong Natural Science Foundation Free Application Project (2018A0303130134).

收稿日期: 2018-03-07; 录用日期: 2018-09-04.

本文责任编委: 邹云.

广东省自然科学基金自由申请项目(2018A0303130134)资助.

## 1 引言

2016年11月,国家能源局发布的《风电发展"十三 五"规划》指出,到2020年底,风电累计并网装机容量 确保达到2.1亿千瓦以上,年发电量确保达到4200亿 千瓦时,占全国总发电量的6%<sup>[1]</sup>.风电的大力发展缓 解了传统能源面临的日益严重的环境污染问题,能满 足负荷不断增长的需要.由于温度、气压、地理位置等 因素的影响,风电具有随机性强,确定性大等特点,它 的大规模并网给电网的调度运行带来巨大挑战,如何 解决风电消纳问题成为了当前电网经济调度的热点.

目前,含风电接入的电网动态经济调度主要有3类 实现途径:1)随机优化的方法[2-5]:它是在给定约束 条件成立概率的置信水平下对目标期望值的优化,需 要得知随机变量的完整分布等统计特性. 2) 鲁棒优化 的方法:不需要获知随机变量具体概率分布,而是假 设不确定参数属于一个不确定集合,将不确定集中最 严重情况下的最优化问题构建成一个min-max优化问 题<sup>[6]</sup>. 如, 文献 [7] 将鲁棒优化引入到机组组合问题, 提 出了考虑变量不确定性的两阶段鲁棒优化机组组合 典型模型; 文献[8]将鲁棒优化与博弈思想相结合, 利 用双层规划法提出了风场-系统主从博弈模型;文 献[9] 提出针对风电机组鲁棒区间的调度模式; 3) 自 适应控制的方法:将自适应控制的理论引入到有功调 度中,使调度结果能够较好适应风电功率的波动[10]. 结合这3类求解思路的特点,出现了一些混合型求解 方法,如,文献[11]将随机优化与鲁棒优化相结合,在 蒙特卡洛抽样点的概率不确定基础之上,提出基于概 率密度函数分布的鲁棒优化方法,但变量规模庞大; 文献[12]将鲁棒优化与自适应理论相结合,提出了经 济调度的自适应鲁棒优化模型,并引入动态不确定性 集和相关性方法来模拟不确定性时空相关性; 文献 [13-15]将自适应的思想与粒子群等智能算法相结合, 克服传统智能算法初值敏感、计算时间长等问题.

可见,上述3类电网经济调度的求解思路各有其特 点:随机优化方法用于求解电网动态经济调度时,风 电功率的概率分布函数是关键,直接关系到调度结果 的有效性,且当求解系统较大时,往往存在计算规模 大、耗时长的问题;鲁棒优化方法采用不确定集的方 式来描述不确定参数的波动范围,但极限场景以及不 确定参量边界取值的不恰当将导致调度结果偏保守 或冒进,且调度方案的经济性难以保证;而自适应的 思路用于电网调度时,考虑随机随机变量的不确定性 难度较大,且大多忽略相邻时段场景发生变化的概率, 当机组数量和时段增加时求解困难,故目前大多用于 确定型的电网调度问题.此外,鲁棒优化和自适应控 制方法用于电网调度,都无法刻画变量的随机性所带 来的后果,即,无法量化风电等随机出力可能为电网 调度带来的风险;而随机优化方法则能够通过期望值的方式弥补该不足.

本文对电网日前动态经济调度的随机优化方法进 行研究,提出考虑多风场出力高维相依性的电网动态 经济调度改进二阶段带补偿随机优化方法.首先通 过Copula函数将多风场随机出力的边缘分布函数连 接成联合概率分布函数,实现对接入电网的多风场随 机性进行整体的考虑与处理;随后,引入二阶段带补 偿算法对24点电网动态经济调度模型中的常规变量 和随机变量进行解耦求解;求解过程中,针对补偿费 用期望值的计算受限于相依性风场维数,且对迭代方 向指导不明确,导致算法收敛耗时长的问题,引入基 于整体最小二乘的递推动态多元线性回归法对二阶 段带补偿随机优化算法进行改进,通过补偿费用期望 值的动态更新,促使两阶段模型的快速迭代收敛,克 服了传统随机优化方法的"维数灾"弊端,使该算法 能够用于考虑风场高维相依性的电网动态经济调度 模型的求解. 最后, 以IEEE 118节点系统和某省级实 际电网为例,验证了本文所提方法的实用有效.

#### 2 电网动态经济调度的数学模型

#### 2.1 目标函数

2007年,国家发展改革委、环保总局、电监会、能源办共同发布的《节能发电调度办法(试行)》指出,电网的调度应以节能、环保为目标,以电网经济运行为基础,实现电力工业调整、技术进步和可持续发展<sup>[16]</sup>.因此,本文设置的经济调度目标函数为机组燃料成本、排污成本和上网电价三者之和,能够反映经济、节能和环保3大方面的调度要求<sup>[17]</sup>,综合体现了发电厂、电网公司和电力需求侧的效益.

$$f_{c} = \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} C_{ri} (A_{i,2} P_{i}^{2}(t) + A_{i,1} P_{i}(t) + A_{i,0}) + \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} C_{p} (B_{i,2} P_{i}^{2}(t) + B_{i,1} P_{i}(t) + B_{i,0}) + \sum_{t=1}^{T} (\sum_{i=1}^{N} (C_{Gi} P_{i}(t)) + C_{wind} \sum_{k=1}^{N_{W}} P_{W_{k}}(t)), \quad (1)$$

其中: t为调度时刻, T为调度周期总的时段数, t = 1, 2, ..., T; i为常规发电机编号, N为常规发电机组个 数, i = 1, 2, ..., N;  $C_{ri}$ 为第i台常规机组燃料单价,  $A_{i,2}A_{i,1}$ 和 $A_{i,0}$ 分别为第i台常规机组的消耗特性系 数, 水电和抽水蓄能机组该系数均为0,  $P_i(t)$ 为常规机 组i在时段t的有功发电功率;  $C_p$ 为常规机组排放处理 单价<sup>[18]</sup>,  $B_{i,2}B_{i,1}$ 和 $B_{i,0}$ 分别为第i台常规机组的污染 排放特性系数, 燃气机组、水电机组和抽水蓄能机组 该系数均为0;  $C_{Gi}$ 为常规机组i的上网单价;  $C_{wind}$ 为 风电机组的上网单价, k为风电机组编号,  $N_W$ 为风电 场总数,  $k = 1, 2, ..., N_W$ ,  $P_{W_k}(t)$ 为风电场k在时段 的有功发电功率.

#### 2.2 约束条件

#### 2.2.1 系统运行约束

1) 功率平衡约束

$$\sum_{i=1}^{N} P_i(t) + \sum_{k=1}^{N_{\rm W}} P_{{\rm W}_k}(t) = P_{\rm Load}(t).$$
(2)

2) 旋转备用约束

$$\sum_{i=1}^{N} P_{i,\max} + \sum_{k=1}^{N_{W}} P_{W_{k}}(t) \ge (1+\gamma) P_{\text{Load}}(t), \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N} P_{i,\min} \leqslant (1-\gamma) P_{\text{Load}}(t).$$
(4)

3) 线路潮流约束

$$|P_{mn}(t)| \leq P_{mn,\max}, P_{mn}(t) \in \mathbb{R}^l.$$
 (5)

4) 关键输电断面潮流约束

$$\left|\sum_{j=1}^{S_l} P_{s,j}(t)\right| \leq P_{\text{cut,max}}(s), \ s = 1, 2, \cdots, N_{\text{S}}, \ (6)$$

式中:  $P_{\text{Load}}(t)$ 为系统在第t时段的负荷预测值;  $\gamma$ 为负 荷预测偏差百分值, 一般取5%sim10%;  $P_{mn}(t)$ 为支路 mn在时段t 的实际有功传输量, 采用直流潮流模型,  $P_{mn,\max}$  为支路mn有功功率传输上限, l为系统的支 路数; j是关键断面包含的线路编号, s是关键断面编 号,  $S_l$ 为关键输电断面s所包含的线路条数, j = 1, 2, $\dots, S_l, P_{s,j}(t)$ 为关键输电断面s中第j条支路的有功 潮流,  $P_{\text{cut,max}}(s)$ 为关键输电断面s传输的有功潮流上 限,  $N_{\text{S}}$ 为电网中所包含的关键输电断面总数,  $s = 1, 2, \dots, N_{\text{S}}$ .

#### 2.2.2 机组运行约束

1) 常规机组出力上、下限约束

$$P_{i,\min} \leqslant P_i(t) \leqslant P_{i,\max}.$$
 (7)

2) 常规机组爬坡约束

$$\begin{cases} P_i(t-1) - P_i(t) \leqslant r_{\mathrm{d}i} \times T_{\mathrm{r}}, \\ P_i(t) - P_i(t-1) \leqslant r_{\mathrm{u}i} \times T_{\mathrm{r}}. \end{cases}$$
(8)

3) 水电机组水量约束

$$\sum_{i \in G_{\text{hyd}}, t=1}^{T} P_i(t) \leqslant E_{i,\text{hydmax}}.$$
(9)

4) 气电机组气量约束

$$\sum_{i \in G_{\text{gas}}, t=1}^{T} P_i(t) \leqslant E_{i,\text{gasmax}}.$$
 (10)

5) 抽水蓄能机组抽发平衡约束

$$\xi \times \sum_{i \in G_{\rm ps}, t \in T_{\rm p}} P_i(t) + \sum_{i \in G_{\rm ps}, t \in T_{\rm g}} P_i(t) = 0.$$
(11)

6) 抽水蓄能电站库容约束

$$\sum_{\in G_{\rm ps}, t \in T_{\rm p}} P_i(t) \leqslant E_{i, \rm psmax}.$$
 (12)

7) 风电机组出力上、下限约束

$$P_{\mathbf{W}_{k,\min}} \leqslant P_{\mathbf{W}_{k}}(t) \leqslant P_{\mathbf{W}_{k,\max}}.$$
 (13)

#### 8) 风电机组爬坡约束

$$\begin{cases} P_{W_k}(t-1) - P_{W_k}(t) \leqslant r_{wdk} \times T_r, \\ P_{W_k}(t) - P_{W_k}(t-1) \leqslant r_{wuk} \times T_r, \end{cases}$$
(14)

式中:  $P_{i,\min}$ 和 $P_{i,\max}$ 为机组i的有功出力上下限值;  $r_{di}$ 和 $r_{ui}$ 分别为机组的向下和向上爬坡率,  $T_r$ 为一个运行时段;  $G_{hyd}$ 和 $E_{i,hydmax}$ 分别表示水电机组和日水量上限;  $G_{gas}$ 和 $E_{i,gasmax}$ 分别表示气电机组和日气量上限;  $\xi$ 为抽水蓄能机组的抽水储能转换效率, 一般取为75%,  $G_{ps}$ 表示抽水蓄能机组,  $T_p$ 和 $T_g$ 分别表示一天中抽水和发电时段的集合, 抽水时 $P_i(t)$ 为负, 发电时 $P_i(t)$ 为正;  $E_{i,psmax}$ 表示抽水蓄能机组的库容上限;  $P_{W_{k,max}}$ 为风电机组k的有功出力上下限值;  $r_{wdk}$ 和 $r_{wuk}$ 分别为风电机组k的向下和向上爬坡率.

# 3 多风场的高维Copula相依性建模

Copula函数是一种研究相依性测度的方法,能够 扑捉变量之间的非线性、非对称性以及尾部相关性, 可用于多元模型分布和随机模拟,因此Copula函数在 描述相关性时,对边缘分布没有限制,且几乎包含了 随机变量所有的相依信息,使变量之间相依性的刻画 更加趋于完善<sup>[19-20]</sup>.

常用的5类Copula函数有Normal-Copula、t-Copula、Gumbel-Copula、Clayton-Copula和Frank-Copula、通过计算Spearman相关性系数 $\rho_s$ , kendall 相关性系数 $\rho_k$ , 欧氏距离 $d_{Gu}$ 和最大距离 $d_Z$ 这4个评价指标可进行Copula函数的选取<sup>[21]</sup>.

采用Copula函数进行多风场高维相依性建模的步骤如下<sup>[22]</sup>: 1)确定 $N_W$ 个风电场各自出力的边缘分布函数 $F_1(P_{W_1}), F_2(P_{W_2}), \cdots, F_{N_W}(P_{W_{N_W}}); 2)根据风电场出力的相关性特点以及4个评价指标,按照评价规则选取合适的Copula函数; 3)采用极大似然方法估计已选取的Copula函数模型中的未知参数,构建<math>N_W$ 个风电场出力的联合分布函数 $C(F_1(P_{W_1}), F_2(P_{W_2}), \cdots, F_{N_W}(P_{W_{N_W}})); 4)对联合分布C以及边缘分布函数<math>F_k(P_{W_k})$ 求导,根据式(15)获得 $N_W$ 个风电场出力的联合密度函数 $h(P_{W_1}, \cdots, P_{W_{N_W}})$ :

$$h(P_{W_1}, \cdots, P_{W_{N_W}}) = c(F_1, \cdots, F_{N_W})f_1(P_{W_1}) \cdots f_{N_W}(P_{W_{N_W}}), \quad (15)$$
$$\partial C(F_1, F_2, \cdots, F_{N_W})$$

其中
$$c(F_1, F_2, \cdots, F_{N_W}) = \frac{\partial \mathcal{E}(F_1, F_2, \cdots, F_{N_W})}{\partial F_1 \partial F_2 \cdots \partial F_{N_W}},$$
边

缘密度函数
$$f_k(x_k) = \frac{\partial F_k(P_{W_k})}{\partial P_{W_k}}$$

# 4 二阶段带补偿随机优化方法在电网动态 经济调度中的应用

# 4.1 二阶段带补偿随机优化理论

二阶段带补偿算法<sup>[23]</sup>最早由G. Dantzig提出,运 用于航线班机最优次数的设计,不同于其他随机规划 求解算法,二阶段带补偿算法以期望值的形式量化变 量随机性引发的后果,能够解耦含常规变量的约束与 含随机变量的约束,并且保证了可行解集合的严格凸 性,适用于求解含多个随机变量的动态规划问题<sup>[24]</sup>. 因此,它不但能够削减待求随机优化问题的求解规模, 计算速度快,而且能够在一定程度上克服传统随机规 划场景法的"维数灾"弊端. 用*x*表示常规变量(决策 变量), ω表示随机变量,以下给出随机规划的简化模 型:

min 
$$f(x, \omega)$$
  
s.t. 
$$\begin{cases} A(x, \omega) \leq b, \\ Dx \leq d, \\ C\omega \leq e. \end{cases}$$
 (16)

二阶段带补偿算法通过在含有*x*和ω的约束条件 中引入补偿量*y*(ω)来允许决策变量不满足相应约束 条件,只需为此付出适当的补偿代价来惩罚,因此具 有很强的适应变量不确定性的能力.式(15)所示的随 机优化模型可转化为如式(16)所示的二阶段带补偿模 型:

第1阶段: min {
$$f(x, \omega) + EQ(x, \omega)$$
},  
s.t.  $Dx \leq d, x \geq 0$ ,  
第2阶段:  $Q(x, \omega) = \min q(\omega)y(\omega)$ ,  
s.t.  $\begin{cases} A(x, \omega) + y(\omega) \leq b, \\ y(\omega) \geq 0, \\ C\omega \leq e, \end{cases}$  (17)

其中:第2阶段模型中的Q(x,ω)是引入补偿量所产生的补偿费用, EQ(x,ω)是补偿费用的期望值, 以惩罚项的形式加入到原始目标函数f(x,ω)中, 用来评估引入补偿量所带来的后果.

可见,第1阶段模型仅含常规变量*x*的约束条件, 因此该阶段模型用于常规变量*x*的求解;第2阶段模 型仅含随机变量ω的约束,因此,当确定*x*的取值后, 该阶段模型能够求解ω.该算法是通过两个阶段的交 替迭代进行收敛求解的,而联系两个阶段模型的关键 是补偿费用期望值*EQ*(*x*,ω)的计算.

#### 4.2 电网动态经济调度的二阶段模型解耦

在式(1)-(14)所示的电网动态经济调度模型中,以 常规机组出力 $P_i(t)$ 为常规变量x,风电机组出力  $P_{W_k}(t)$ 为随机变量 $\omega$ ,根据二阶段带补偿随机优化原 理,式(1)-(14)所示的模型可转式(18)-(19)所示的二 阶段带补偿模型.

$$\min\{f_{c} + EQ(P_{i}, P_{W_{k}})\}, \\ \begin{cases} P_{i,\min} \leqslant P_{i}(t) \leqslant P_{i,\max}, \\ P_{i}(t-1) - P_{i}(t) \leqslant r_{di} \times T_{r}, \\ P_{i}(t) - P_{i}(t-1) \leqslant r_{ui} \times T_{r}, \\ \sum_{i \in G_{hyd}, t=1}^{T} P_{i}(t) \leqslant E_{i,hydmax}, \\ \sum_{i \in G_{gas}, t=1}^{T} P_{i}(t) \leqslant E_{i,gasmax}, \\ \xi \times \sum_{i \in G_{ps}, t \in T_{p}} P_{i}(t) + \sum_{i \in G_{ps}, t \in T_{g}} P_{i}(t) = 0, \\ \sum_{i \in G_{ps}, t \in T_{p}} P_{i}(t) \leqslant E_{i,psmax}, \end{cases}$$
(18)

$$Q(P_{i}, P_{W_{k}}) = \min \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{y}(P_{W_{k}}),$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} P_{i}(t) + \sum_{k=1}^{Nw} P_{W_{k}}(t) + p = P_{\text{Load}}(t), \\ |P_{mn}(t)| - u_{1} \leqslant P_{W_{k},\max}, \\ |\sum_{k=1}^{S_{1}} P_{s,k}(t)| - u_{2} \leqslant P_{\text{cut},\max}(s), \\ P_{W_{k,\min}} \leqslant P_{W_{k}}(t) \leqslant P_{W_{k,\max}}, \\ P_{W_{k}}(t-1) - P_{W_{k}}(t) \leqslant r_{\text{wd}k} \times T_{r}, \\ P_{W_{k}}(t) - P_{W_{k}}(t-1) \leqslant r_{\text{wu}k} \times T_{r}, \\ \sum_{i=1}^{N} P_{i,\max} + \sum_{k=1}^{Nw} P_{W_{k}}(t) \geqslant (1+\gamma)P_{\text{Load}}(t), \\ \sum_{i=1}^{N} P_{i,\min} \leqslant (1-\gamma)P_{\text{Load}}(t). \end{cases}$$
(19)

在阶段1模型中,目标函数为原目标函数 $f_c$ 和补偿 费用期望值 $EQ(P_i, P_{W_k})$ 之和.在阶段2模型中,分别 为功率平衡约束、线路潮流约束和关键输电断面约束 引入补偿变量 $p \in \mathbb{R}^{T \times 1}$ ,  $u_1 \in \mathbb{R}^{l \times 1}$ ,  $u_2 \in \mathbb{R}^{N_S \times 1}$ , 且  $u_1, u_2 \ge 0$ ,形成相应的补偿矩阵 $y(P_{W_k}) = (p; u_1; u_2)$ ; 而 $Q(P_i, P_{W_k})$ 为引进上述补偿变量产生的补偿费用,  $EQ(P_i, P_{W_k})$ 是其期望值,用于量化风电出力不确定 所导致的功率不平衡、线路潮流越限、关键输电断面 传输功率越限所带来的风险; q为费用系数矩阵,具体 根据调度人员所关注的侧重点不同来设定, 且 $q = (q_p, q_{u_1}, q_{u_2})$ ,各向量维数依次为 $q_p \in \mathbb{R}^{1 \times T}, q_{u_1} \in \mathbb{R}^{1 \times l},$  $q_{u_2} \in \mathbb{R}^{1 \times N_S}$ .

#### 4.3 求解过程中存在的问题和难点

如第4.2节所述,电网动态经济调度是通过式(18) 和式(19)所示的2个阶段模型间的交替迭代进行收敛 求解的,而连接2个阶段模型的关键是补偿费用期望 值*EQ*(*P<sub>i</sub>*, *P*<sub>W<sub>k</sub></sub>)的计算.

若多风电出力相关性的高维Copula函数已知(如

第3节所示),则*EQ*(*P<sub>i</sub>*, *P*<sub>W<sub>k</sub></sub>)将表示为一个多重积分,如式(20)所示,积分重数等于考虑相依性的风电场数量.

$$EQ(P_i, P_{W_k}) = \int \dots \int \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{y}(P_{W_k}) \cdot h(P_{W_1}, \cdots, P_{W_{N_W}}) dP_{W_k}.$$
(20)

EQ(P<sub>i</sub>, P<sub>W<sub>k</sub></sub>)的求取是二阶段带补偿算法的关 键(为描述方便,以下将EQ(P<sub>i</sub>, P<sub>W<sub>k</sub></sub>)简写为EQ),每 一次求解阶段2模型(18)时,将获取新的EQ值,该值 的大小直接体现风电随机出力对常规机组出力的调 整所带来的影响.常规计算EQ值的方法是直接计算 积分数值或者采用复化Simpson数值积分方法进行近 似计算,这两种做法均存在以下问题:1)当风电场数 量增加时,积分的重数也随之增加,将造成计算时间 大大增加,甚至出现算不出来的情况;2)计算出来 的EQ值为一定值,通常需要对比前后两次迭代所得 的EQ值的变化来体现优化过程的收敛情况,从而指 导下一次迭代的方向.因此,传统的二阶段模型中采 用直接积分或数值积分的方式所求取EQ将是常规变 量*x*和随机变量ω的隐式表达,其对于2个阶段模型的 迭代收敛方向指导不明确,且存在收敛耗时长的问题.

## 4.4 改进的二阶段带补偿求解算法

针对传统二阶段带补偿求解方法存在的上述问题,本文引入基于整体最小二乘的递推动态多元线性 回归法对二阶段带补偿随机优化算法进行改进,通过 补偿惩罚期望值*EQ*的动态和显式自动更新,促使两 阶段模型的快速迭代收敛.

改进的基本思路是:由于阶段2模型是典型的线 性规划模型,因此,其目标函数Q与常规变量x与随机 变量ω必成线性关系,因此,对于阶段1模型中Q的数 学期望EQ而言,EQ也一定能表示为x的线性表达式. 那么,通过引入基于整体最小二乘的递推动态多元线 性回归算法在每次迭代时动态更新EQ为x的显示线 性表达式,从而明确迭代收敛的方向,提高计算效率.

#### 4.4.1 递推动态多元线性回归算法原理

传统的多元线性回归仅考虑因变量z中的偶然误差,采用最小二乘准则使得因变量残差的范数平方和极小.但是在实际应用中,自变量r中的元素往往不可避免存在误差,当z和r都存在误差时,采用一般最小二乘估计准则是有偏的,而采用整体最小二乘法准则更优<sup>[25]</sup>.

多元线性回归法的拟合精度除了与求解准则有 关之外,还取决于模型随新增信息*z*<sub>n+1</sub>和*r*<sub>n+1</sub>的动态 性,一种改进方式是将新观测数据纳入历史数据,采 用最小二乘法重新算一次拟合系数,但是这种精度的 提高是以计算时间的增长为代价的.本文对多元线性 回归法进行改进,采用整体最小二乘法准则计算拟合 系数,再根据新观测信息运用递推算法<sup>[26]</sup>对模型参数 进行修正,以达到拟合精度更好,计算时间更短的效果,具体流程如图1所示,其中z<sub>n</sub>和r<sub>n</sub>分别是由因变量z和自变量r的n组历史观测数据所组成的矩阵.



图 1 基于整体最小二乘的递推动态多元线性回归法流程

# Fig. 1 Flow chart of the recursive dynamic multivariable linear regression method based on global least squares

当把该方法应用到电网动态经济调度的二阶段 带补偿模型中时,可以根据阶段2模型(19)离线生成 EQ和常规机组出力P<sub>i</sub>的线性回归模型;由于每一次 迭代过程中,阶段2模型(19)的求解都会产生新的常规 机组出力P<sub>i</sub>和新的EQ值,将新的P<sub>i</sub>和EQ值作为新 的观测数据对EQ关于P<sub>i</sub>的线性回归模型进行递推动 态修正.该方法将离线回归与在线动态递推相结合, 不受限于相依性风场的维数,使得每次迭代中EQ的 显式表达具有非常好的拟合精度,明确地指导了收敛 方向,大大缩短二阶段带补偿算法的求解时间.

#### 4.4.2 改进的二阶段带补偿求解算法的具体实现

本文采用蒙特卡罗算法对EQ进行积分计算,该 积分法在计算多重积分时对积分维数没有限制,通过 向量化编程还可加快速度<sup>[27]</sup>.根据多风场的Copula联 合概率分布进行蒙特卡洛抽样,从而对EQ数值进行 积分计算,形成EQ与常规机组出力P<sub>i</sub>的样本集,然后 采用第4.4.1节所述的基于整体最小二乘的递推动态 多元线性回归法将EQ训练成关于常规机组出力P<sub>i</sub>的 线性表达式EQ(P<sub>i</sub>, P<sub>W<sub>k</sub></sub>),并带入阶段1模型,从而对 阶段1模型的求解起到带补偿惩罚作用.具体实现的 流程框图如图2所示.

具体步骤如下:

步骤1 输入电力系统原始网络参数,各发电机相关参数信息,以及多风电场历史同步出力数据,建立 $N_W$ 个电场24小时出力的Copula联合分布函数 $C(F_1(P_{W_1})F_2(P_{W_2})\cdots F_{N_W}(P_{W_{N_W}})),$ 由式(14)求得风电场间的联合概率密度函数 $h(P_{W_1},\cdots,P_{W_{N_W}}).$ 

步骤 2 设置常规机组的出力初值 P<sub>i</sub>(0)为潮流

计算结果,目标函数初值为0,计数器置零,即n=0.

**步骤 3** 将*P<sub>i</sub>(n)*代入式(19),求得对应约束中的补偿量**p**(*n*),**u**<sub>1</sub>(*n*),**u**<sub>2</sub>(*n*),形成补偿矩阵

 $\boldsymbol{y}(P_{W_k}(n)) = (\boldsymbol{p}(n); \boldsymbol{u}_1(n); \boldsymbol{u}_2(n)).$ 

**步骤 4** 根据补偿矩阵 $y(P_{W_k}(n))$ ,利用蒙特卡 罗法求得期望值 $EQ(P_i(n), P_{W_k}(n))$ ,并采用改进的 多元线性回归法训练

$$EQ(P_i(n), P_{W_k}(n)) = \sum_{i=1}^N B_i(n)P_i(n)$$

B<sub>i</sub>为多元线性回归系数.

**步骤 5** 将训练所得*EQ*(*P<sub>i</sub>*(*n*), *P*<sub>W<sub>k</sub></sub>(*n*))代入式(18),求得常规机组出力*P<sub>i</sub>*(*n*+1)和目标函数 *f<sub>c</sub>*(*n*+1).

步骤6 判断收敛条件是否已经满足如下:

 $|f_{\rm c}(n+1) - f_{\rm c}(n)| / f_{\rm c}(n) < \varepsilon,$ 

若满足则输出常规机组出力 $P_i(n+1)$ 和目标函数 $f_c(n+1)$ ,否则返回 $P_i(n+1)$ 到式(19),置n = n+1,重复步骤(3)至步骤(5),直至满足收敛条件.



图 2 考虑风场高维相依性的电网动态经济调度改进二阶段 带补偿随机优化方法具体实现流程

Fig. 2 Flow chart of improved two-stage compensation stochastic optimization method for dynamic economic dispatching considering the high-dimensional correlation of multiple wind farms 5 算例分析

#### 5.1 IEEE 118节点系统

对IEEE 118标准测试系统的24点日前经济调度 问题运用式(18)-(19)模型进行求解,其中第1阶段为 非线性规划模型,采用GAMS的CONOPT求解器进行 求解,第2阶段属于线性规划模型,采用GAMS的CP-LEX求解器进行求解.该系统总装机容量11177 MW, 包含54台机组,2个潮流断面(如表1所示).负荷预测 曲线如图3所示,调度当日最大负荷为5620 MW,负荷 预测偏差百分值γ取为5%.

表1 关键断面线路信息

Table 1 Lines information of critical section

关键输电断面	组成线路
断面1	L15-33, L19-34, L30-38, L23-24
断面2	L70-74, L70-75, L69-75, L69-77, L68-8



Fig. 3 Load prediction curve

#### 5.1.1 多风场出力相依性的Copula联合概率分布

风电出力数据来源于美国德克萨斯州的风电场, 采样时间跨度为一年,采样周期为15 min/次. 根据 第3节Copula函数的选取要求,计算了5类常用Copula 函数的4个评价指标. 为表述方便,选取其中2个典型 风场为例,具体结果见表2.

表 2 评价指标计算结果

Table 2 The calculation result of evaluation index

函数类型	$ ho_{ m s}$	$ ho_{ m k}$	$d_{\rm Gu}$	$d_{\mathrm{Z}}$
样本数据	0.5725	0.7448		
Gaussian-Copula	0.5318	0.7254	0.6315	0.0801
<i>t</i> –Copula	0.5708	0.7664	0.4935	0.0777
Gumbel-Copula	0.5453	0.7323	0.7497	0.0759
Clayton-Copula	0.5211	0.7057	0.7799	0.089
Frank-Copula	0.5552	0.7556	0.7633	0.0857

可知, t-Copula函数的Spearman相关性系数 $\rho_s$ 和 kendall相关性系数 $\rho_k$ 与样本数据是最接近的, 欧氏距

离 $d_{Gu}$ 是最小的,最大距离 $d_Z$ 仅大于Gumbel-Copula 函数,根据指标的评价原则,本文选取t-Copula函数 进行多风场的联合概率密度建模.

#### 5.1.2 考虑多风场高维相依性的调度结果

以下对该系统中分别接入2,3,5,8,10个风电场的情况进行了调度计算,收敛精度设为 $\varepsilon = 0.0001$ ,调度结果如表3所示,其中2,3,5个风场每个风场容量设置为100 MW,而8,10个风场接入时,每个风场容量设置为50 MW.

由表3可知,随着接入系统风电容量的增加,风电 日发电量增加,符合t-Copula函数的上尾相依特性, 即各风场间出力同调性增强;且补偿惩罚费用EQ值 呈现上升趋势,表明随着系统所含随机风电容量的增 大,调度风险增加,补偿惩罚费用提供了风电随机性 对电网调度运行带来的风险量化判据;此外,购电费 用亦呈上升趋势,而煤耗费用以及排放费用呈减少趋势,由于费用的上升幅度小于减少幅度,故,随着接入 系统风电容量的增加,总费用呈减少趋势,满足多消 纳风电等可再生能源,实现节能调度的原则,符合实 际需求.在计算效率方面,随着相关性风场数量的增 加,算法求解时间增加,但是均在1000 s 以内,对于日 前调度而言是可以接受的.

表 3 不同数量的相依性风场接入电网的调度结果

Table 3 Calculation results for cases with different number of correlated wind farms connected to power grid

风场数	总费用/	煤耗费用/	排放费用/	购电费用/	惩罚费用/	风电日	迭代	求解
量/个	10 <sup>6</sup> 元	10 <sup>6</sup> 元	$10^4$ 元	10 <sup>6</sup> 元	10 <sup>6</sup> 元	发电量/MWh	次数/次	时间/s
2	8.215	3.5242	2.15	4.669	3.0762	1559.87	77	109.5335
3	8.1706	3.4174	2.0846	4.7324	33.949	1686.96	162	234.2856
5	8.0158	3.2058	1.9555	4.7904	69.585	1716.3	228	410.3379
8	8.1121	3.3308	2.0317	4.761	49.8498	1694.24	469	563.0666
10	8.0174	3.204	1.9544	4.7938	123.5432	1779.09	327	731.5699

#### 5.1.3 多风场高维相依性对调度结果的影响分析

为便于分析和比较,以下以5个出力相依性风场 接入系统为例,分别对考虑这些风场的出力相依性 和不考虑风场出力相依性进行调度计算,结果如 表4所示.

可见,虽然不考虑多风场间出力相依性的调度 计算时间较短,但是风电日发电量较少,总费用较 考虑相依性的调度结果而言高了0.53%.

表 4 是否考虑高维风场出力间相依性的调度结果比较 Table 4 Comparison of whether to consider the correlation of high-dimensional wind farms

-				-		
总费用/	煤耗费用/	排放费用/	购电费用/	风电日	收敛	计算
10 <sup>6</sup> 元	10 <sup>6</sup> 元	$10^4$ 元	$10^{6}$ 元	发电量/MWh	次数/次	时间/s
8.0158	3.2058	1.9555	4.7904	1716.3	228	410.3379
8.0581	3.3114	2.0199	4.7265	1578.85	79	134.0451
	总费用/ 10 <sup>6</sup> 元 8.0158 8.0581	总费用/ 煤耗费用/ 10 <sup>6</sup> 元 10 <sup>6</sup> 元 8.0158 3.2058 8.0581 3.3114	总费用/ 煤耗费用/ 排放费用/ 10 <sup>6</sup> 元 10 <sup>6</sup> 元 10 <sup>4</sup> 元 8.0158 3.2058 1.9555 8.0581 3.3114 2.0199	总费用/ 煤耗费用/ 排放费用/ 购电费用/ 10 <sup>6</sup> 元 10 <sup>6</sup> 元 10 <sup>4</sup> 元 10 <sup>6</sup> 元 8.0158 3.2058 1.9555 4.7904 8.0581 3.3114 2.0199 4.7265	总费用/       煤耗费用/       排放费用/       购电费用/       风电日         10 <sup>6</sup> 元       10 <sup>6</sup> 元       10 <sup>6</sup> 元       20 <sup>6</sup> 元       发电量/MWh         8.0158       3.2058       1.9555       4.7904       1716.3         8.0581       3.3114       2.0199       4.7265       1578.85	总费用/       煤耗费用/       排放费用/       购电费用/       风电日       收敛         10 <sup>6</sup> 元       10 <sup>6</sup> 元       10 <sup>4</sup> 元       10 <sup>6</sup> 元       发电量/MWh       次数/次         8.0158       3.2058       1.9555       4.7904       1716.3       228         8.0581       3.3114       2.0199       4.7265       1578.85       79

#### 5.1.4 改进二阶段带补偿算法与场景法的对比

仍以5个出力相依性风场接入系统为例,采用场 景法<sup>[28]</sup>对式(1)-(13)所示动态经济调度模型进行求 解,先采用拉丁超立方抽样的方法进行场景抽样, 抽取场景样本1000个,之后利用概率距离的快速前 代消除技术消除场景,生成50个误差场景,运用 GAMS软件进行模型求解,调度结果见表5.由表5 数据可知,场景法计算时间长,接近二阶段带补偿 算法计算时间的7倍,且由于消纳的风电较少,造成 总费用的增加.相比于场景法,本文所提的改进二 阶段带补偿算法无论在计算时间,还是在调度结果 上,都更具优势.

表 5 场景法与改进二阶段带补偿算法调度结果比较

Table 5 Comparison of scenario method and improved two-stage compensation stochastic optimization method

求解方法	总费用/	煤耗费用/	排放费用/	购电费用/	风电日	收敛
	10 <sup>6</sup> 元	10 <sup>6</sup> 元	$10^{4} 元$	10 <sup>6</sup> 元	发电量/MWh	时间/s
二阶段带补偿	8.0158	3.2058	1.9555	4.7904	1716.3	410.3379
场景法	8.0587	3.2766	1.9987	4.7621	1610.49	2857.2247

#### 5.1.5 本文所提算法的收敛性分析

对改进二阶段带补偿算法每次迭代的目标函数 值进行记录,绘制目标函数值关于迭代次数的曲线 图,如图4所示,算法经过228次迭代后收敛,随着收 敛次数的增加,收敛曲线的震荡幅度减小,趋于平 稳,并最终满足所设置的收敛精度,可见,基于改进 多元线性回归法的考虑多风场相关性的二阶段带补 偿算法收敛性能佳,能满足所设置的收敛精度.





number of iteration times

## 5.1.6 收敛精度对计算结果的影响分析

以5个出力相依性风场接入系统为例,图5绘制 了总费用以及计算时间随收敛精度的变化曲线,从 图中可以看出,随着收敛精度的提高,虽然算法的 计算时间呈现上升的趋势,但是总费用不断下降, 而且总费用曲线的倾斜程度趋于平缓,说明收敛精 度越高,经济调度的总费用越低,总费用的变化程 度也越小,即本文所提算法的计算结果能够随着收 敛精度的提升不断趋向稳定.





#### 5.2 省级实际电力系统

为进一步验证本文所提算法在实际应用中的有效性,以某省级电网接入5个相依性风电场为例,用

2015年该电网实际数据进行调度模型的计算分析. 该省级电网包含2517条支路,5个关键输电断面,共 有186台发电机组参与调度,火电机组容量为 57132 MW,核电机组12280 MW,燃气机组6090 MW, 水电机组832 MW,抽水蓄能机组6680 MW,风电机 组1500 MW,风电场均位于东部沿海区域.调度当 天电网的最大负荷为71500 MW,具体负荷曲线如 图6所示.

由5个风场的风电实际出力数据可得,位于东部沿海的5个风场出力间存在较强的*t*-Copula相依性,在实际调度时应该对风场出力的相依性予以考虑.

图7-8给出了该省级电网典型机组的出力情况, 其中抽水蓄能机组在负荷低谷的1-8时段进行抽水 运行,负荷高峰的10-12时段、15-18时段运行与发 电工况,实现了削峰填谷的作用;气电机组在1-9时 段出力为零,因为这个时段负荷处于低谷状态,但 是在10-12和15-18这两个个负荷需求较大的时段, 气电出力大于零;核电机组出力平稳,与该类型机 组的耗量特性系数低相关,多出力以满足经济性需 求;水电、火电机组以及风电机组的出力曲线趋势 均与图6所示的负荷需求预测曲线趋势一致,能够 随负荷需求的变化进行出力的调整,符合实际情况.



Fig. 6 Load prediction curve of a real provincial system







第3期





采用本文所提算法对该实际电网进行调度计算, 算法经过426次迭代后收敛,耗时900.1473 s,总费 用为15.7374×109元,其中煤耗费用为7.3836 109元, 排放费用为0.3522 109元,购电费用为8.0016 109元, 风电日发电量达到23850.64 MWh.由于该省级电 网网络过于复杂,包含的节点数、线路众多,在保证 满足一定求解精度的情况下,场景法计算时间长达 几十小时甚至计算不出,在实际调度中无法应用; 相比之下,本文所提算法具有较好的计算效率,能 够满足工程实际的需要.

为了验证本文所提算法在实际系统的应用中具 有较好的计算效率性能,本文绘制了实际系统中计 算时间随风场数量的变化曲线,如图9所示.从图9 的曲线走势可以看出,随着接入电网的风电场数量 增加,算法的计算时间是逐渐增加的;从曲线的斜 率来看,计算时间的增加幅度随风电场数量的增加 是逐渐减小的,因此计算效率对风电场数量的灵敏 度随风电场接入数量的增加是降低的,说明本文所 提算法的计算效率受风电场数量的影响随着风电场 数量的增加而减小,能够适应实际系统中越来越多 风电场接入的电网经济调度问题求解.



Fig. 9 Curve of calculation time with the number of wind farms

# 6 结论

本文引入基于整体最小二乘的递推动态多元线 性回归法对二阶段带补偿随机优化算法进行改进, 并将该算法应用到考虑多风场高维相依性的电网日前动态经济调度模型的求解中,算例结果对本文所提算法的有效性和实用性进行了验证.本文所提模型和方法具有以下特点:

1) 在电网调度过程中考虑了多个风电场出力的 随机性和相依性,并采用高维Copula函数来描述多 风场的出力相依性.

2) 引入基于整体最小二乘的递推动态多元线性 回归法对二阶段带补偿随机优化算法进行改进,将 离线回归与在线动态递推相结合,实现补偿惩罚期 望值*EQ*的动态和显式自动更新,促使二阶段模型 的快速迭代收敛.

3) 克服了传统随机规划方法计算规模大、求解时间长的缺点,不受限于相依性风场的维数,通过 解耦常规变量与随机变量,克服了"维数灾"问题, 且具有较好的计算效率.

4) 该算法利用补偿费用期望值为调度人员提供 了风电随机性对电网调度运行带来的风险量化判 据,弥补了鲁棒优化算法与自适应算法的缺憾.

#### 参考文献:

- LIU Bojing, WU Mengyao. Solve the problem of wind power consumption. *China Power News*, 2016, 12: 08002.
   (刘泊静, 伍梦尧. 核心任务: 解决风电消纳问题. 中国电力报, 2016, 12: 08002.)
- [2] LEE T Y. Optimal spinning reserve for a wind-thermal power system using EIPSO. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2007, 22(4): 1612 1621.
- [3] WANG J, SHAHIDEHPOUR M, LI Z. Security-constrained unit commitment with volatile wind power generation. *IEEE Transactions* on Power Systems, 2008, 22(4): 1319 – 1327.
- [4] SHAHIRINIA A H, SOOFI E S, YU D C. Probability distributions of outputs of stochastic economic dispatch. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2016, 81: 308 – 316.
- [5] SUN Yuanzhang, WU Jun, LI Guojie, et al. Dynamic economic dispatch considering wind power penetration based on wind speed forecasting and stochastic programming. *Proceedings of the CSEE*, 2009, 29(4): 41 – 47.

(孙元章, 吴俊, 李国杰, 等. 基于风速预测和随机规划的含风电场电力系统动态经济调度. 中国电机工程学报, 2009, 29(4): 41-47.)

- [6] MALCOLM S A, ZENIOSS A. Robust optimization for power systems capacity expansion under uncertainty. *Journal of the Operational Research Society*, 1994, 45(9): 1040 – 1049.
- [7] ZHANG M H, GUAN Y P. Two-stage Robust Unit Commitment Problem. Tempe, AZ, USA: Arizona State University, 2009.
- [8] ZHANG Menglin, AI Xiaomeng, WEN Jinyu. Economic dispatch for power system integrated with wind power using stackelberg game. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(5): 653 – 661. (仉梦林, 艾小猛, 文劲宇. 含风电电力系统的主从博弈经济调度. 控 制理论与应用, 2018, 35(5): 653 – 661.)
- [9] WU W C, CHEN J H, ZHANG B M, et al. A robust wind power optimization method for look-ahead power dispatch. *IEEE Transactions* on Sustainable Energy, 2014, 5(2): 507 – 515.
- [10] NIKNAM T, AZIZIPANAH-ABARGHOOSE R, ROOSTA A. Reserve constrained dynamic economic dispatch: A new fast self-

- [11] LIUS D, JIAN J B, WANG Y Y, et al. A robust optimization approach to wind farm diversification. *International Journal of Electrical Pow*er & Energy Systems, 2013, 53(53): 409 – 415.
- [12] ALVARO L, XU A S. Adaptive robust optimization with dynamic uncertainty sets for multi-period economic dispatch under significant wind. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015, 30(4): 1702 – 1713.
- [13] TAHER N, HASSAN D M, MAJID N. A new fuzzy adaptive particle swarm optimization for non-smooth economic dispatch. *Energy*, 2010, 35(4): 1764 – 1778.
- [14] NIKNAM T, GOLESTANEH. Enhanced adaptive particle swarm optimization algorithm for dynamic economic dispatch of units considering valve-point effects and ramp rates. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2012, 6(5): 424 – 435.
- [15] CHEN Yuanyuan. Implementation of "energy-saving generation dispatching measures (trial)". *China Environment News*, 2007–08–20 (003).
  (陈媛媛.《节能发电调度办法(试行)》实施. 中国环境报, 2007–08

-20(003).)

- [16] XIE Min, ZHU Yanhan, WU Yaxiong, et al. Application of ordinal optimization theory in solving large-scale unit commitment. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(4): 542 551.
  (谢敏,诸言涵,吴亚雄,等.序优化理论在大规模机组组合求解中的应用.控制理论与应用, 2016, 33(4): 542 551.)
- [17] FARHAT I A, EL-HAWARY M E. Dynamic adaptive bacterial foraging algorithm for optimum economic dispatch with valve-point effects and wind power. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2010, 4(9): 989 – 999.
- [18] SUN Mingsheng, GE Yanxiang. Sulfur dioxide emissions trading system and its application in shandong province. Shandong: Shandong Agricultural University, 2010.
  (孙明晟, 葛颜祥. 二氧化硫排放权交易制度及其在山东省的应用研究. 山东: 山东农业大学, 2010.)
- [19] LING H. Dependence patterns across financial markets: a mixed copula approach. *Applied Financial Economics*, 2006, 16(10): 717 – 729.
- [20] KAUT M, STEIN W W. Shape-based scenario generation using copulas. Computational Management Science, 2011, 8(1/2): 181 – 199.
- [21] LEHMANN E L. Nonparametrics: statistical methods based on ranks. *International Biometric Society*, 1976, 32(2): 287 – 317.

- [22] ROGER B. An Introduction to Copulas. New York: Springer Series in Statistics, 1999.
- [23] DANTZIG G B. Linear programming under uncertainty. *Management Science*, 1955, 1(2): 197 206.
- [24] KALL P. *Stochastic Linear Programming*. Berlin Heidelberg: Springer, 1976.
- [25] TOUTOUNIAN F, KARIMI S. Global least squares method (Gl-LSQR) for solving general linear systems with several right-hand sides. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 178(2): 452 – 460.
- [26] ZHEN Guoping, ZHAO Liqiang, YU Baiyin, et al. A recurrence algorithm and error analysis in parameter estimate of multivariate linear regression. *College Mathematics*, 2007, 23(3): 78 82.
  (郑国萍, 赵立强, 俞百印, 等. 多元线性回归模型参数估计的递推算 法及误差分析. 大学数学, 2007, 23(3): 78 82.)
- [27] REN Minghui, LIU Lifang, MEI Hanfei. Editing program with monte-carlo method for calculating multiple integral. *Journal of Hunan University of Arts and Science (Natural Science)*, 2011, 23(4): 1 - 2.

(任明慧,刘丽芳,梅汉飞.多重积分的蒙特卡罗算法编程.湖南文理 学院学报(自然科学版),2011,23(4):1-2.)

[28] RADELJAK K, PETRA. Scenario method in spatial research and planning. *Croatian Geographical Bulletin*, 2016, 78(1): 45 – 71.

作者简介:

谢 敏 博士,副教授,研究方向为电力系统优化运行与控制,

E-mail: minxie@scut.edu.cn;

**柯少佳**硕士,研究方向为电力系统优化运行与控制, E-mail: 454840356@qq.com;

**胡昕彤**硕士研究生,主要研究方向为电力系统优化运行与控制, E-mail: 894685795@qq.com;

**韦 薇** 硕士研究生,研究方向为电力系统优化运行与控制, E-mail: 147125283@qq.com;

**杜余**昕 硕士,研究方向为电力系统优化运行与控制, E-mail: 380555746@qq.com;

**刘明波** 教授,博士生导师,主要研究方向为电力系统优化运行与 控制,E-mail: epmbliu@scut.edu.cn.