第 35 卷第 11 期
2018 年 11 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 35 No. 11
Nov. 2018

DOI: 10.7641/CTA.2018.80316

基于扩张状态观测器的鲁棒迭代学习控制

谭程元, 王　晶[†]

(北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 针对一类包含模型不确定和外界干扰等非重复扰动的线性离散系统, 本文通过将迭代学习控制与自抗扰技术相结合, 提出一种新的基于扩张观测器的鲁棒迭代学习控制方法. 本文以时间轴和迭代轴两个方向同时出发考虑系统的非重复扰动估计和稳定收敛问题. 将与时间和迭代轴同时相关的模型不确定及外界干扰等因素归纳为系统总扰动, 针对其非重复变化特性给出了扩张观测器的设计, 保证在批次内快速、准确地估计系统总扰动; 基于上述扰动估计, 设计新型的迭代学习控制律, 利用线性矩阵不等式方法证明了整个鲁棒迭代学习系统的稳定性和收敛性, 并给出合理的控制器参数估计条件. 此外, 讨论了迭代学习控制中第一批次的控制律设计问题, 给出合理的自抗扰控制器设计. 最后通过仿真对比实验验证了本文方法的可行性和有效性.

关键词: 迭代学习控制; 扩张状态观测器; 非重复扰动; 自抗扰控制

引用格式: 谭程元, 王晶. 基于扩张状态观测器的鲁棒迭代学习控制. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1680 – 1686

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Robust iterative learning control based on extended state observer

TAN Cheng-yuan, WANG Jing[†]

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: In this paper, a new robust iterative learning control (ILC) method based on extended state observer is proposed, which combines ILC and active disturbance rejection control (ADRC) for a class of linear discrete systems with uncertainties and disturbances. The estimation of non-repetitive disturbances and system's stability are considered on two directions, time and iterative. The uncertainties and disturbances are treated as total disturbance, which is time and iterative related function. Extended state observer is proposed to ensure the total disturbance can be estimated quickly and accurately in a batch. A new ILC law is designed based on the above disturbance estimation. The stability and convergence of the robust iterative learning system are proved by linear matrix inequality (LMI). At the same time, a reasonable parameters estimation condition for the controller is given. In addition, the design of the first batch of the robust ILC is discussed, and a suitable ADRC is designed. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed method are verified by simulation experiments.

Key words: iterative learning control; extended state observer; non-repetitive disturbance; active disturbance rejection control

Citation: TAN Chengyuan, WANG Jing. Robust iterative learning control based on extended state observer. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1680 – 1686

1　引言(Introduction)

迭代学习广泛应用在具有重复运动特性的系统当中, 通过以前的信息对控制律的不断修正来提高系统的跟踪精度. 这种方法在机器人的控制和批量生产的工业过程中得到很好地应用[1–3]. 但实际中存在的不确定性和外部扰动, 不可避免的影响着控制的效果, 开展鲁棒迭代学习控制研究可以来很好地解决这些不可忽视的问题.

迭代学习控制几个重要指标之一就是其鲁棒性, 当系统存在干扰时如何确保系统的稳定和收敛性是问题的关键. 近年来许多学者都致力于研究迭代学习的鲁棒性问题[4–7]. 针对包含有不确定性的非线性多

收稿日期: 2018–04–30; 录用日期: 2018–11–08.

[†]通信作者. E-mail: jwang@mail.buct.edu.cn.

本文责任编委: 侯忠生.

国家自然科学基金项目(61573050), 中央高校基本科研业务费专项基金(XK1802–4), 东北大学流程工业综合自动化国家重点实验开放课题基金项目(PAL–N201702)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573050), Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (XK1802–4) and the Open-Project Grant Funded by the State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industry at the Northeastern University (PAL–N201702).

入多出系统, 文[4]设计了鲁棒迭代控制律, 并对其收敛性进行了证明. 在文[5]中，通过设计一种自适应迭代学习控制器来处理重复性扰动. 但以上研究中所涉及的不确定性和外部扰动都是与批次无关的重复性扰动, 对非重复扰动的研究较为少见. 但在实际应用中, 干扰与批次间是存在联系的, 并且对控制性能有着影响[8], 这就要求控制设计要考虑其所带来的影响.

针对非重复扰动研究工作取得了一定进展. 文[9]将滑模控制与迭代学习控制相结合, 对高阶非线性时变(single input single output, SISO)系统中的非重复扰动设计了滑模–迭代控制器, 但需要设计的参数过多. 文[10]对带有非重复扰动的一般线性系统设计了变增益的PD型迭代学习算法, 但是仅仅只引入幅值不同的阶跃扰动扰动, 且并未考虑到不确定性. 由于系统干扰在迭代过程的非重复性, 使得系统不能仅仅依靠上一批次的信息来修正控制律, 所以陈阳泉等人针对性地提出了用高阶迭代学习控制做抗扰[11], 在迭代中用前几个批次的信息来学习. 该方法使得非重复性的干扰影响变小并且对被控对象模型已知或未知的系统都得到了很好的控制效果. 随后又将高阶迭代学习与内模控制相结合, 将高阶迭代学习推广到时间域中[12]. 其他学者也提出了更多的高阶抗扰迭代学习方法[13–14], 如文[14]提出了一种迭代域中的高阶前馈–反馈控制, 从线性时不变系统推广应用到非线性时变系统中并取得了一定的抗扰效果. 但是高阶迭代学习中阶次的选择对控制性能有着很大的影响, 而该文中并没有给出阶次选择的具体方法.

对于非重复扰动, 有研究着重于设计观测器来对其进行估计, 再基于估计设计控制律[15–18]. 文[15]基于对象逆模型设计了扰动观测器, 通过输出误差求取扰动对应的补偿量, 然而求逆的难易度和模型辨识的准确性对该方影响很大. 文[16]用优化的方法设计了一个扰动观测器来实现无人机的轨迹跟踪, 但计算太过于繁琐难以应用. 在文[17]中提出了一种基于优化设计的前馈迭代学习方法, 其优化效果依赖于建模的准确性, 对有很大模型不确定性系统的控制效果并不理想.

对于抗扰迭代学习控制, 基于观测器的方法更为直观且易于实现. 从以上的研究中认识到, 控制的抗扰性强弱关键在于观测器的设计, 对扰动的估计越准则抗扰效果越强. 所以设计高效的观测器成为本文的重点. 扩张状态观测器将不确定性与外部扰动作为总扰动进行估计, 作为自抗扰控制的关键技术, 已经在众多的研究中显示了对未知扰动估计的准确性[19–21]. 在模型参数不准确的情况下, 依然能对系统进行很好的观测, 可见扩张状态观测器的适应性更好.

传统的鲁棒迭代学习控制方法中多先用鲁棒反馈方法进行闭环控制, 再对闭环系统应用迭代学习控制, 其中鲁棒反馈对非重复扰动先进行处理, 再通过输出误差进行迭代学习得到下一批次的控制量. 到下一批次时, 扰动不与前一批次相同, 但控制量只是针对于上一批次的扰动, 这就造成当前批次中的鲁棒控制难度会大大增加, 引起性能下降. 本文方法与传统鲁棒迭代学习控制方法不同, 将批次间的非重复扰动观测出来并在迭代控制律中进行补偿, 减少了之前批次误差信息对当前批次的影响, 较之传统的鲁棒迭代学习方法更有效地处理非重复扰动的影响.

本文以扩张状态观测器的思想设计观测器, 将其用于对系统中时间和迭代同时相关的非重复总扰动(包含外部扰动和模型不确定带来的系统内部扰动)进行估计, 通过在迭代控制中引入扰动估计项, 进而设计迭代控制律来减小总扰动对每一批次控制系统的影响. 同时对控制参数进行设计, 并证明了稳定性和收敛性. 不同于一般的迭代学习, 本文还参考自抗扰控制方法设计迭代学习控制中的初始批次控制律, 以改善系统初始批次的控制效果, 进而使系统更快地得到令人满意的效果.

本文结构安排: 第2节给出带有时间和迭代相关扰动的线性离散重复系统一般表达, 并对控制目标和方案进行说明; 第3节给出了非重复干扰的观测器设计和基于扰动估计的迭代学习控制器设计, 并分析控制系统的稳定性和输出误差沿迭代轴的收敛性; 第4节进行仿真实验并与文[6]中的方法进行对比, 分析控制效果; 第5节对全文进行了总结.

2　问题的提出与准备(Preparation)

考虑如下一个带有不确定性和外部干扰的线性时不变离散系统:

$$\begin{cases} x_k^{t+1} = (A+\Delta A_k^t)x_k^t + (B+\Delta B_k^t)u_k^t + w_k^t, \\ y_k^t = Cx_k^t, \end{cases} \tag{1}$$

其中: x, y, u分别表示系统状态、输出、输入, w代表外部扰动, 上标t为离散时刻, 下标k表示迭代次数, A, B, C为系统矩阵, ΔA和ΔB表示系统的建模误差. 将模型不确定性和外扰看做总扰动d来处理, 则系统(1)可写为

$$\begin{cases} x_k^{t+1} = Ax_k^t + Bu_k^t + d_k^t, \\ y_k^t = Cx_k^t, \end{cases} \tag{2}$$

其中$d_k^t = \Delta A_k^t x_k^t + \Delta B_k^t u_k^t + w_k^t$.

假设 1　每次迭代的初始条件相同, 即$x_k^0 = x_0$.

假设 2　矩阵CB是行满秩的.

假设 3　总扰动$\|d_k^t\|$是有界的.

传统的迭代学习要求每一批次的模型对象和外部

干扰等信息完全一致, 然而系统表达式(2)中包含的非重复扰动d_k^t使得该条件得不到满足. 当前批次在根据它之前的信息来修改控制律时, 会因模型的信息不匹配而造成迭代学习控制的效果下降, 所以需要设计新的控制律来对这一扰动进行补偿. 扩张状态观测器可以对扰动进行精确与快速的估计, 所以考虑利用它来估计扰动并在迭代控制进行补偿. 迭代控制过程结构如图1所示. 首先设计合适的观测器, 通过被控对象的状态和输入估计出对象的总扰动d_k, 再设计合适的迭代学习控制律, 通过当前批次的输出误差e_k和批次间的扰动估计差$\hat{d}_k-\hat{d}_{k-1}$作为修正项来得到下一批次的控制量u_{k+1}.

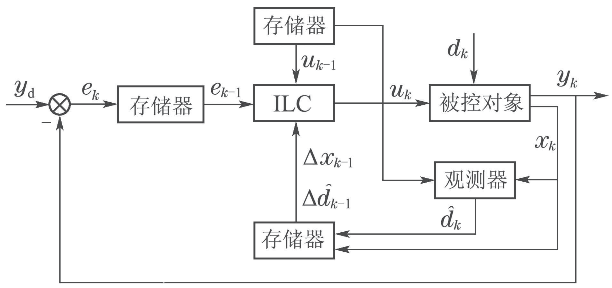

图 1 控制系统结构图

Fig. 1 Structure diagram of control system

3 控制系统设计(Controller design)

3.1 非重复扰动估计(Estimation of distrubance)

由于系统在迭代批次间的非重复扰动, 使得之前的扰动估计值并不与当前的扰动匹配, 这会造成控制效果下降. 所以需要对每一批次的扰动进行估计, 并通过设计合适的迭代控制律使得非重复扰动对系统的影响得到补偿.

设计如下的观测器对每一批次的非重复扰动进行估计:

$$\begin{cases} e_{z_k}^{t+1}=z_{1_k}^t-x_k^t,\\ z_{1_k}^{t+1}=Az_{1_k}^t+Bu_k^t+z_{2_k}^t-\beta_1 f(e_{z_k}^t),\\ z_{2_k}^{t+1}=z_{2_k}^t-\beta_2 f(e_{z_k}^t), \end{cases} \tag{3}$$

其中: z_1和z_2分别为对x和d的估计, $\beta_i(i=1,2)$为观测器增益, f为合适的非线性函数且$f(0)=0$.

假设 4 非线性函数f满足Lipschitz条件, 即对任意的x_1和x_2, 存在常数$l_\mathrm{p}>0$, 使得$\|f(x_1)-f(x_2)\|_2\leqslant l_\mathrm{p}\|x_1-x_2\|_2$成立.

定义系统状态及总扰动的估计误差分别为$e_{z_k}^t={z_1}_k^t-x_k^t$, $e_{d_k}^t=z_{2_k}^t-d_k^t$. 可得状态和总扰动的估计误差沿时间轴的动态变化分别为

$$\begin{aligned} &e_{z_k}^{t+1}=\\ &A{z_1}_k^t+Bu_k^t+z_{2_k}^t-\beta_1 f(e_{z_k}^t)-Ax_k^t-Bu_k^t-d_k^t=\\ &Ae_{z_k}^t+e_{d_k}^t-\beta_1 f(e_{z_k}^t), \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} &e_{d_k}^{t+1}=z_{2_k}^t-\beta_2 f(e_{z_k}^t)-d_k^{t+1}=\\ &e_{d_k}^t-\beta_2 f(e_{z_k}^t)-[d_k^{t+1}-d_k^t]. \end{aligned} \tag{5}$$

令$\tilde{e}_k^t=[e_{z_k}^t\ \ e_{d_k}^t]^\mathrm{T}$, 然后将上述两式联立得到

$$\begin{aligned} \tilde{e}_k^{t+1}=&\begin{bmatrix} A & I\\ 0 & I\end{bmatrix}\tilde{e}_k^t+\begin{bmatrix}-\beta_1\\ -\beta_2\end{bmatrix}F\left(\tilde{e}_k^t\right)+\begin{bmatrix}0\\ d_k^{t+1}-d_k^t\end{bmatrix}\triangleq\\ &\tilde{A}\tilde{e}_k^t+\tilde{\beta}F\left[\tilde{e}_k^t\right]+\tilde{D}_k^t, \end{aligned} \tag{6}$$

其中$F(\tilde{e}_k^t)=f(e_{z_k}^t)$.

定理 1 给定带有与时间和迭代相关非重复干扰的线性时不变离散系统(2), 若存在正定对称矩阵P_1和正数l_p1使得下式成立:

$$\begin{bmatrix} -P_1+l_\mathrm{p1}^2 I & 0 & P_1 & \tilde{A}^\mathrm{T}P_1\\ * & -I & 0 & \tilde{\beta}^\mathrm{T}P_1\\ * & * & -P_1 & 0\\ * & * & * & -P_1 \end{bmatrix}<0, \tag{7}$$

其中“$*$”表示该矩阵中对称部分的转置, 那么扩张观测器(3)对系统状态x_k^t和总扰动d_k^t的估计误差有界.

证 取如下类Lyapunov函数:

$${V_1}_k^t=(\tilde{e}_k^t-\tilde{D}_k^{t-1})^\mathrm{T}P_1(\tilde{e}_k^t-\tilde{D}_k^{t-1}), \tag{8}$$

$$\begin{aligned} &\Delta V_1={V_1}_k^{t+1}-{V_1}_k^t=\\ &(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}(\tilde{A}^\mathrm{T}P_1\tilde{A}-P)\tilde{e}_k^t+\\ &F^\mathrm{T}(\tilde{e}_k^t)\tilde{\beta}^\mathrm{T}P_1\tilde{\beta}F(\tilde{e}_k^t)-(D_k^{t-1})^\mathrm{T}P_1D_k^{t-1}+\\ &2(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}P_1D_k^{t-1}+2(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}\tilde{A}^\mathrm{T}P_1\tilde{\beta}F(\tilde{e}_k^t). \end{aligned} \tag{9}$$

根据假设4和$f(0)=0$可得

$$\|f(e_{z_k}^t)-f(0)\|_2\leqslant l_\mathrm{p1}\|e_{z_k}^t-0\|_2, \tag{10}$$

再根据$F(\tilde{e}_k^t)=f(e_{z_k}^t)$进一步推导得出

$$l_\mathrm{p1}^2(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}\tilde{e}_k^t-F^\mathrm{T}(\tilde{e}_k^t)F(\tilde{e}_k^t)\geqslant 0. \tag{11}$$

将式(11)与式(9)右端相加并推导可得

$$\begin{aligned} \Delta V_1\leqslant&(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}(\tilde{A}^\mathrm{T}P_1\tilde{A}-P_1)\tilde{e}(t,k)+\\ &F^\mathrm{T}(\tilde{e}_k^t)(\tilde{\beta}^\mathrm{T}P_1\tilde{\beta}-I)F(\tilde{e}_k^t)-\\ &(D_k^{t-1})^\mathrm{T}P_1D_k^{t-1}+2(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}P_1D_k^{t-1}+\\ &2(\tilde{e}_k^t)^\mathrm{T}\tilde{A}^\mathrm{T}P_1\tilde{\beta}F(\tilde{e}_k^t). \end{aligned} \tag{12}$$

由以上不等式可知, $\Delta V_1<0$可等价为

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^\mathrm{T}P_1\tilde{A}-P_1+l_\mathrm{p1}^2 I & \tilde{A}^\mathrm{T}P_1\tilde{\beta} & P_1\\ * & \tilde{\beta}^\mathrm{T}P_1\tilde{\beta}-I & 0\\ * & * & -P_1 \end{bmatrix}<0. \tag{13}$$

运用Schur补定理可将式(13)等价为

$$\begin{bmatrix} -P_1+l_\mathrm{p1}^2 I & 0 & P_1 & \tilde{A}^\mathrm{T}\\ * & -I & 0 & \tilde{\beta}^\mathrm{T}\\ * & * & -P_1 & 0\\ * & * & * & -{P_1}^{-1} \end{bmatrix}<0. \tag{14}$$

再左乘、右乘$\mathrm{diag}\{I,I,I,P\}$可得

$$\begin{bmatrix} -P_1+l_{\mathrm{p1}}^2 I & 0 & P_1 & \tilde{A}^{\mathrm{T}}P_1 \\ * & -I & 0 & \tilde{\beta}^{\mathrm{T}}P_1 \\ * & * & -P_1 & 0 \\ * & * & * & -P_1 \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

上式成立意味着$\Delta V_1 < 0$, 即观测误差动态系统(6)稳定, 因此状态和总扰动的估计误差$e_{z_k}^t$和$e_{d_k}^t$有界.

证毕.

假设扰动估计误差上界为$D/2$, $(D > 0)$, 并定义批次间扰动估计误差的差为$\Delta e_{d_k}^t = e_{dk+1}^t - e_{d_k}^t$, 通过以下推导可知$\Delta e_{d_k}^t$有界且上界为$D$.

$$\begin{aligned} &\|\Delta e_{d_k}^t\| \leqslant \|e_{d_{k+1}}^t - e_{d_k}^t\| \leqslant \\ &\|e_{d_{k+1}}^t\| + \|e_{d_k}^t\| \leqslant D. \end{aligned}$$

3.2 鲁棒迭代学习控制律设计(Design of robust ILC)

定义两个批次间t时刻的状态和控制量的差分别为$\eta_k^t = x_{k+1}^t - x_k^t$, $\Delta u_k^t = u_{k+1}^t - u_k^t$, 输出误差为$e_k^t = yr_r^t - y_k^t$, 可推导出如下所示的系统输出误差沿批次轴的关系:

$$\begin{aligned} e_{k+1}^t = &e_k^t - (y_{k+1}^t - y_k^t) = \\ &e_k^t - C(x_k^t - x_k^t) = \\ &e_k^t - C(A\eta_k^{t-1} + B\Delta u_k^{t-1} + \Delta d_k^{t-1}). \end{aligned} \quad (16)$$

设计如下的迭代学习控制律:

$$\Delta u_k^t = K_1 e_k^{t+1} + K_2\eta_k^t + K_3\Delta z_{2_k}^t. \quad (17)$$

与一般基于观测器的迭代学习控制不同, 并没有直接将每个批次的扰动估计值直接引入控制律中, 而是选择批次间扰动估计的差值作为修正量. 观测器将标称系统之外的模型的不确定性和外扰看作系统的扰动, 因此两个批次之间模型相差的部分(由非重复扰动造成)可以视为批次间扰动估计的差值, 它能补偿非重复性扰动带来的影响, 所以将其用于控制律的迭代更新.

定理 2 给定带有与时间和迭代相关非重复干扰的线性时不变离散系统(2)和迭代学习控制律(17), 若控制增益K_1, K_2, K_3分别满足:

1) $\rho = \|I - CBK_1\| < 1$,

2) $K_2 = -(CB)^{\mathrm{T}}[CB(CB)^{\mathrm{T}}]^{-1}CA$,

3) $K_3 = -(CB)^{\mathrm{T}}[CB(CB)^{\mathrm{T}}]^{-1}C$,

则输出误差沿迭代轴收敛, 且$\lim\limits_{k\to\infty}\|e_k^t\| \leqslant \dfrac{\|C\|D}{1-\rho}$.

证 将式(17)代入式(16)中可得

$$\begin{aligned} e_{k+1}^t = &(I - CBK_1)\,e_k^t - C[(A + BK_2)\,\eta_k^{t-1} + \\ &BK_3\Delta z_{2_k}^{t-1} + \Delta d_k^{t-1}]. \end{aligned} \quad (18)$$

由之前推导可得$\Delta e_{d_k}^t$, $\Delta z_{2_k}^t$和Δd_k^t有如下关系:

$$\begin{aligned} &\Delta e_{d_k}^t = e_{d_{k+1}}^t - e_{d_k}^t = \\ &(z_{2_{k+1}}^t - z_{2_k}^t) - (d_{k+1}^t - d_k^t) = \\ &\Delta z_{2_k}^t - \Delta d_k^t. \end{aligned} \quad (19)$$

将K_2, K_3以及式(17)(19)同时代入式(18)中, 可得

$$e_{k+1}^t = (I - CBK_1)e_k^t + C\Delta e_{d_k}^{t-1}. \quad (20)$$

将上式两边同时取范数可得

$$\begin{aligned} &\|e_{k+1}^t\| \leqslant \|I - CBK_1\|\|e_k^t\| + \|C\|\|\Delta e_{d_k}^{t-1}\| \leqslant \\ &\rho^k\|e_1^t\| + \|C\|D\sum_{i=0}^{k-1}\rho^i. \end{aligned} \quad (21)$$

若满足$\rho < 1$可得输出误差沿迭代轴收敛

$$\lim_{k\to\infty}\|e_k^t\| \leqslant (\|C\|D)/(1-\rho), \quad (22)$$

且收敛误差有界. 证毕.

从公式(22)中可看出收敛误差的上界大小由ρ和观测误差决定, 所以ρ的取值以及扰动估计的误差对控制性能有着重要影响.

3.3 初始批次控制律设计(Design of first batch control)

迭代学习是一种数据驱动的控制, 一般初始批次的控制量都是随机给定的, 这使得初始批次系统的输出与期望偏差很大. 自抗扰控制不依赖系统模型便能对系统进行较好地控制. 所以在初始批次应用自抗扰控制来得到较好的控制量, 这使得迭代过程中系统输出能更快地收敛到期望曲线. 以自抗扰控制为参考, 设计相应的扩张状态观测器和控制律如下:

$$\begin{cases} \bar{e}^t = \bar{z}_1^t - x_1^t, \\ \bar{z}_1^{t+1} = \bar{z}_1^t + h[\bar{z}_2^t - \bar{\beta}_1 f(\bar{e}^t) + b_0 u^t], \\ \bar{z}_2^{t+1} = \bar{z}_2^t - h\bar{\beta}_2 f(\bar{e}^t), \end{cases} \quad (23)$$

$$u^t = k_1(y_r - C\bar{z}_1^t) - k_2\bar{z}_2^t, \quad (24)$$

其中: $\bar{z}_1$和$\bar{z}_2$分别估计首批次状态和总扰动, $\bar{\beta}_i$和k_i为观测器和控制器增益, h为步长. 为便于稳定性分析, 令$y_r = 0$, $\bar{z}^t = [\bar{z}_1^t\ \ \bar{z}_2^t]^{\mathrm{T}}$, 再将式(24)代入式(23)中:

$$\bar{z}^{t+1} = \begin{bmatrix} I - hk_1b_0C & h(I - k_2b_0) \\ 0 & I \end{bmatrix}\bar{z}^t - \begin{bmatrix} h\bar{\beta}_1 \\ h\bar{\beta}_2 \end{bmatrix} f(\bar{e}^t). \quad (25)$$

定义$S^t = [x_1^t\ \ \bar{z}^t]^{\mathrm{T}}$并令$k = 1$, 然后将式(2)和式(25)联立得到如下的增广系统:

$$S^{t+1} = \left[\begin{array}{c|cc} A & \multicolumn{2}{c}{B[-k_1C\quad -k_2]} \\ \hline 0 & I - hb_0k_1C & h(I - k_2b_0) \\ & 0 & I \end{array}\right] S^t -$$

$$h\begin{bmatrix}0\\ \beta_1\\ \beta_2\end{bmatrix}f(\bar{e}^t)+\begin{bmatrix}I\\ 0\\ 0\end{bmatrix}d_1^t\triangleq \bar{A}S^t+\bar{B}f\left(\bar{e}^t\right)+\bar{d}^t,$$

$$\bar{e}^t=z_1^t-x_1^t=[-I\ \ I\ \ 0]S^t\triangleq\bar{C}S^t. \tag{26}$$

定理 3 对如式(2)所示的重复系统, 首批次控制分别采用设计的观测器(23)和控制律(24), 若存在一个正定对称矩阵P_2和一个正数$l_{\rm p2}$使得下式成立:

$$\begin{bmatrix}-P_2+l_{\rm p2}^2\bar{C}^{\rm T}\bar{C} & 0 & P_2 & \bar{A}^{\rm T}P_2\\ * & -I & 0 & \bar{B}^{\rm T}P_2\\ * & * & -P_2 & 0\\ * & * & * & -P_2\end{bmatrix}<0, \tag{27}$$

则初始批次系统能达到稳定且输出收敛于期望轨迹.

证 取类Lyapunov函数

$$V_2{}^t=[S^t-\bar{d}^{t-1}]^{\rm T}P_2[S^t-\bar{d}^{t-1}], \tag{28}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_2={}&V_2{}^{t+1}-V_2{}^t=\\ &(S^t)^{\rm T}(\bar{A}^{\rm T}P_2\bar{A}-P_2)S^t+\\ &f^{\rm T}[\bar{e}^t]\bar{B}^{\rm T}P_2Bf[\bar{e}^t]-(\bar{d}^{t-1})^{\rm T}P_2\bar{d}^{t-1}+\\ &2(S^t)^{\rm T}P_2\bar{d}^{t-1}+2(S^t)^{\rm T}\bar{A}^{\rm T}P_2Bf[\bar{e}^t].\end{aligned} \tag{29}$$

如同定理1证明中, 同样可得

$$l_{\rm p1}^2(S^t)^{\rm T}\bar{C}^{\rm T}\bar{C}S^t-f^{\rm T}(\bar{C}S^t)f(\bar{C}S^t)\geqslant 0, \tag{30}$$

并用上式对ΔV_2进行缩放, 可得

$$\begin{aligned}&\Delta V_2\leqslant\\ &(S^t)^{\rm T}(\bar{A}^{\rm T}P_2\bar{A}-P+l_{\rm p2}^2\bar{C}^{\rm T}\bar{C})S^t+\\ &f^{\rm T}[\bar{C}S^t](\bar{B}^{\rm T}P_2B-I)f[\bar{C}S^t]-(\bar{d}^{t-1})^{\rm T}P_2\bar{d}^{t-1}+\\ &2(S^t)^{\rm T}P_2\bar{d}^{t-1}+2(S^t)^{\rm T}\bar{A}^{\rm T}P_2Bf[\bar{C}S^t].\end{aligned} \tag{31}$$

则$\Delta V_2<0$可等价为

$$\begin{bmatrix}\bar{A}^{\rm T}P_2\bar{A}-P_1+l_{\rm p2}^2\bar{C}^{\rm T}\bar{C} & \bar{A}^{\rm T}P_2B & P_2\\ * & \bar{B}^{\rm T}P_2B-I & 0\\ * & * & -P_2\end{bmatrix}<0. \tag{32}$$

余下的证明过程和定理1中的类似, 不再详细写出.

证毕.

4 仿真(Simulation)

仿真采用如式(2)的系统, 其中$A=[1,-0.5;1,0]$, $B=[0.1;-0.01]$, $C=[0.5,-0.01]$, 系统不确定性及非重复外扰如下所示:

$$\Delta A_k^t=\begin{bmatrix}0.1\sin(\frac{t}{20}+k) & 0.05\cos(\frac{t}{20}-k)\\ -0.05\cos(\frac{t}{25}+\frac{k}{2}) & -0.1\sin(\frac{t}{15}-\frac{k}{3})\end{bmatrix},$$

$$\Delta B_k^t=[0.01\cos(\frac{t}{20}-k)\quad -0.005\sin(\frac{t}{10}-k)]^{\rm T},$$

$$w_k^t={\rm e}^{\sin(k-1)}\begin{bmatrix}0.05\sin(t+\frac{2}{k})\\ 0.025\sin(2t+\frac{k}{2})\end{bmatrix},$$

给定期望轨迹为$y_d^t=\sin(4t/25)$, $t\in[0,20]$, 采样周期为$h=0.02$ s, 最大迭代次数$N=15$, 初始状态设为$x_k^0=[0\ \ 0]^{\rm T}$. 将批次内每一采样时刻的误差总和作为控制性能参考标准, 其计算如下:

$$\hat{e}_k=\sum_{t=0}^{40}\left|y_d^t-y_k^t\right|. \tag{33}$$

观测器中的非线性函数选为

$$f(e,\alpha,\delta)=\begin{cases}e/(\delta^{1-\alpha}), & |e|\leqslant\delta,\\ |e|^{\alpha}{\rm sgn}\,e, & |e|>\delta,\end{cases} \tag{34}$$

其中: sgn为符号函数, 参数取值为$\alpha=0.5, \delta=0.01$, Lipschitz常数为$l_{\rm p1}=l_{\rm p2}=10.5$.

迭代控制律的增益K_1, K_2, K_3分别为11.9760, $[-9.7804, 4.9900]$, $[-9.9800, 0.1996]$. 通过求解定理1和3中的不等式得到参数分别为$\beta_1={\rm diag}\{0.0251, 0.0251\}$, $\beta_2={\rm diag}\{0.0434, 0.0434\}$, $\bar{\beta}_1={\rm diag}\{8.2166, 8.2166\}$, $\bar{\beta}_2={\rm diag}\{0.1037, 0.1037\}$, $k_1=10.4173$, $k_2=[1.2850, 3.1748]^{\rm T}$. 将本文方法与文献[6]中的前馈–反馈鲁棒迭代方法做控制比较.

例 1 先不考虑模型不确定性, 分别对标称系统加非重复性扰动w_k^t和重复性扰动$\tilde{w}^t=[0.05\sin t\ \ 0.025\sin(2t)]^{\rm T}$得到如下的控制效果图与对比图.

从图2中可以明显看出当有重复性扰动出现时文[6]的方法与本文的方法在迭代次数足够多后控制误差相差不大, 都达到了很好的控制效果, 前者的收敛速度甚至更快. 但引入非重复扰动后, 控制效果对比见图3, 本文方法的误差要明显比文[6]的方法要小, 能更好地补偿非重复扰动带来的影响.

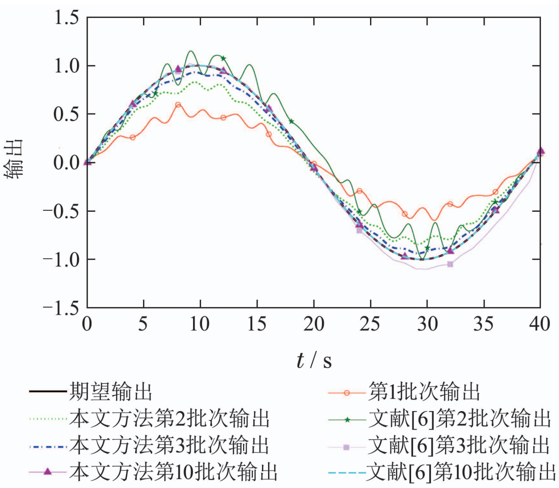

图 2(a) 有重复外扰$\tilde{w}^t$时输出对比

Fig. 2(a) Comparison of output with $\tilde{w}^t$

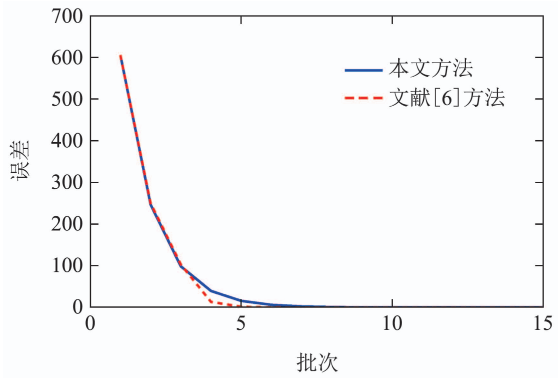

图 2(b) 有重复外扰$\tilde{w}^t$时沿批次轴输出误差对比

Fig. 2(b) Comparison of error along the iteration axis with $\tilde{w}^t$

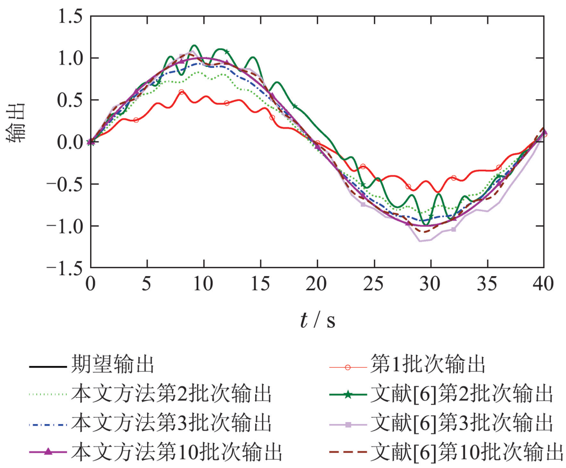

图 3(a) 有非重复外扰w_k^t时输出对比

Fig. 3(a) Comparison of output with w_k^t

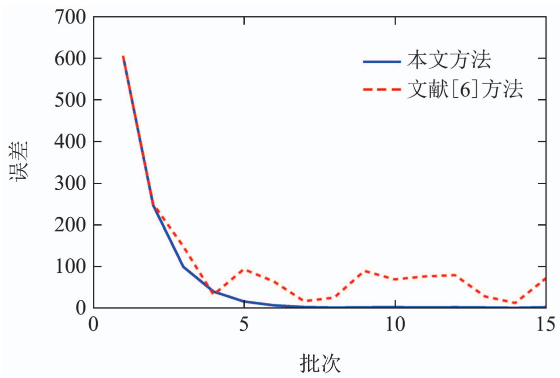

图 3(b) 有非重复外扰w_k^t时沿批次轴输出误差对比

Fig. 3(b) Comparison of error along the iteration axis with w_k^t

例 2　在有非重复外扰和不确定性时, 仍用这两种方法对系统进行控制, 对比如图4所示. 可以看出, 该方法对建模不确定性的处理能力远远强于文[6]中的前馈–反馈迭代控制. 从以上仿真中可看出, 本文所提出的方法不仅能有效应对外部的扰动, 还能处理系统中存在的内部扰动, 体现了该方法有效的抗干扰能力.

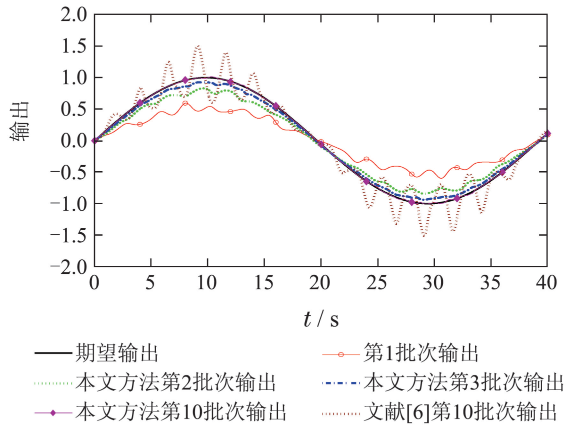

图 4(a) 有不确定性和非重复外扰w_k^t时输出对比

Fig. 4(a) Comparison of output with uncertainty and w_k^t

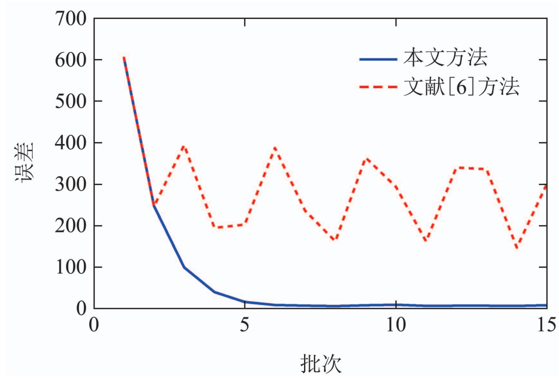

图 4(b) 有不确定性和非重复外扰w_k^t时沿批次轴误差对比

Fig. 4(b) Error along the iteration axis with uncertainty and w_k^t

5　结论(conclusions)

本文将迭代学习控制与自抗扰控制相结合, 提出了一种应对非重复扰动的鲁棒迭代学习控制方法. 通过扩张状态观测器对每一批次的扰动进行检测, 并在迭代控制律中对扰动进行补偿, 理论证明了本文方法沿迭代轴的收敛性. 通过仿真可看出, 该方法能有效地减小扰动带来的影响, 验证了所提方法的可行性和有效性, 文[6]的方法对比显示了该方法对扰动的抑制效果更好. 下一步的研究工作是将其推广到非线性系统中, 并提高系统沿迭代轴的收敛速度, 使得方法更具有普遍性和适用性.

参考文献(References):

[1] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning [J]. *Journal of Robotic Systems*, 2010, 1(2): 123 – 140.

[2] MANDRA S, GALKOWSKI K, ASCHEMANN H. Robust guaranteed cost ILC with dynamic feedforward and disturbance compensation for accurate PMSM position control [J]. *Control Engineering Practice*, 2017, 65: 36 – 47.

[3] AXEHILL J W, DRESSLER I, GUNNARSSON S, et al. Estimation-based ILC applied to a parallel kinematic robot [J]. *Control Engineering Practice*, 2014, 33: 1 – 9.

[4] LI X, HUANG D, CHU B. Robust iterative learning control for systems with norm-bounded uncertainties [J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2016, 26(4): 697 – 718.

[5] HA I J, PARK J W. A fast iterative learning control approach to rejection of periodic disturbances [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 2844 – 2849.

[6] LI Zhifu, HU Yueming, GUO Qiwei, et al. Robust monotonically convergent feedback-forward iterative learning control for uncertain linear discrete systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 485 – 492.
(李志富, 胡跃明, 郭琪伟, 等. 不确定离散线性系统的鲁棒单调反馈–前馈迭代学习控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 485 – 492.)

[7] PENG Bo, SHAO Cheng. A robust iterative learning control with parameter-optimization for discrete nonlinear systems [J]. *Control and Decision*, 2014, 29(3): 449 – 454.
(逄勃, 邵诚. 一种参数优化的非线性离散系统鲁棒迭代学习控制方法 [J]. 控制与决策, 2014, 29(3): 449 – 454.)

[8] MERRY R, VAN D M R, STEINBUCH M. The influence of disturbances in iterative learning control [C] //*Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications*. Toronto: IEEE, 2005: 974 – 979.

[9] LÜ Qing, FANG Yongchun, REN Xiao. Anti-disturbance iterative learning control for nonlinear systems with time-iteration-varying disturbances [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(9): 1190 – 1197.
(吕庆, 方勇纯, 任逍. 不确定离散线性系统的鲁棒单调反馈–前馈迭代学习控制 [J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 485 – 492.)

[10] CHEN Tiejun, CAI Li. Improved iterative learning control for resisting the non-repetitive disturbance in industrial process [J]. *Process Automation Instrumentation*, 2011, 32(12): 1 – 4.
(陈铁军, 蔡丽. 工业过程抗非重复性干扰改进的迭代学习控制 [J]. 自动化仪表, 2011, 32(12): 1 – 4.)

[11] CHEN Y Q, MOORE K L. Harnessing the non-repetitiveness in iterative learning control [C] //*IEEE Conference on Decision and Control*. Las Vegas: IEEE, 2002, 3: 3350 – 3355.

[12] MOORE K L, CHEN Y Q. A separative high-order framework for monotonic convergent iterative learning controller design [C] //*Proceedings of 2003 American Control Conference*. Denver: IEEE, 2003, 4: 3644 – 3649.

[13] GUNNARSSON S, NORRLF M. On the disturbance properties of high order iterative learning control algorithms [J]. *Automatica*, 2006, 42(11): 2031 – 2034.

[14] WANG H, DONG J, WANG Y. High order feedback-feedforward iterative learning control scheme with a variable forgetting factor [J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2016, 13(3): 1 – 7.

[15] MAEDA G J, MANCHESTER I R, RYE D C. Combined ILC and disturbance observer for the rejection of near-repetitive disturbances, With Application to Excavation [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(5): 1754 – 1769.

[16] SCHOELLIG A P, MUELLER F L, D'ANDREA R. Optimization-based iterative learning for precise quadrocopter trajectory tracking [J]. *Autonomous Robots*, 2012, 33(1/2): 103 – 127.

[17] JURGEN V Z, TOM O. On optimal feedforward and ILC: the role of feedback for optimal performance and inferential control [J]. *IFAC Papers OnLine*, 2017, 50(1): 6093 – 6098.

[18] NORRLF M. Disturbance rejection using an ILC algorithm with iteration varying filters [J]. *Asian Journal of Control*, 2010, 6(3): 432 – 438.

[19] WANG Haiqiang, HUANG Hai. Property and applications of extended state observer [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(7): 1078 – 1182.
(王海强, 黄海. 扩张状态观测器的性能与应用 [J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 1078 – 1082.)

[20] LI Jie, QI Xiaohui, WAN Hui, et al. Active disturbance rejection control: theoretical results summary and future researches [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(3): 281 – 295.
(李杰, 齐晓慧, 万慧, 等. 自抗扰控制: 研究成果总结与展望 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 281 – 295.)

[21] SHAO X, WANG H. Back-stepping active disturbance rejection control design for integrated missile guidance and control system via reduced-order ESO [J]. *ISA Transactions*, 2015, 57(4): 10 – 22.

作者简介:

谭程元 (1994–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为自抗扰控制理论及应用, E-mail: chengy_t@163.com;

王 晶 (1972–), 女, 教授, 博士, 目前研究方向为复杂工业过程的建模、控制与故障诊断, E-mail: jwang@mail.buct.edu.cn.