# 推力矢量垂直短距飞机轨迹优化与控制

程志强<sup>1,2</sup>,朱纪洪<sup>1†</sup>,袁夏明<sup>1</sup>,王向阳<sup>1</sup>

(1. 清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084; 2. 复杂舰船系统仿真重点实验室, 北京 100161)

摘要: 推力矢量垂直短距起降(V/STOL)飞机是一种兼顾巡航飞行速度和起降灵活性的新型飞机.本文首先建立 了包含执行器饱和的V/STOL飞机动力学模型; 然后针对V/STOL飞机在过渡过程阶段面临的强耦合、强非线性的 特点, 使用梯度下降法进行最优过渡过程轨迹优化并采用适应性矩估计算法(Adam)加速了优化过程; 在此基础上, 以最优轨迹为基础设计前馈控制器, 同时通过对比真实飞行状态与所设计的最优状态给出反馈补偿量, 保证了实际 的过渡过程沿着最优轨迹进行. 经过仿真实验可以发现, 该方法具有过渡过程时间短、姿态平稳、鲁棒性强的优点.

关键词: 推力矢量; 过渡过程; 最优化

**引用格式**: 程志强, 朱纪洪, 袁夏明, 等. 推力矢量垂直短距飞机轨迹优化与控制. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 38-46

DOI: 10.7641/CTA.2019.80515

## Trajectory optimization and control design for transition of thrust-vectored vertical and/or short take-off and landing aircraft

CHENG Zhi-qiang<sup>1,2</sup>, ZHU Ji-hong<sup>1†</sup>, YUAN Xia-ming<sup>1</sup>, WANG Xiang-yang<sup>1</sup>

(1. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Key Laboratory of Complex Ship System Simulation, Beijing 100161, China)

Abstract: Thrust-vectored vertical and/or short take-off and landing (V/STOL) aircraft which combines the merits of fast cruise speeds and take-off flexibility has attracted much attentions those years. Firstly, this paper builds the aerodynamic model of thrust-vectored V/STOL aircraft including saturation of actuators. Secondly, aiming at the characteristic of strong coupling and strong nonlinearity faced by transition process, optimal trajectories for V/STOL aircraft transitions is generated through gradient descent method and the computing process is accelerated by adaptive moment (Adam) algorithm. Thirdly, a new method has been designed in this paper which takes optimal trajectory as a special feedforward which will be compensated according to the real flight states. Through a series of simulation, the performance of the proposed method is verified and it can be easily seen that this method has the advantages of short time, stable attitude and strong robustness during transition process.

Key words: thrust vector; transition process; optimization

**Citation:** CHENG Zhiqiang, ZHU Jihong, YUAN Xiaming, et al. Trajectory optimization and control design for transition of thrust-vectored vertical and/or short take-off and landing aircraft. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 38 – 46

## 1 引言

近年来,无人机控制与编队飞行<sup>[1-2]</sup>受到了广泛关注.其中具有垂直短距起飞能力的固定翼飞机是无人机控制中的研究热点.这种飞机既具有固定翼飞机高效的气动效率,又具有传统旋翼飞机灵活的起降能力, 在军事和民用上具有很大的应用价值.垂直短距飞机 具有低速悬停、高速巡航和过渡过程3种飞行状态,其 中低速悬停阶段和高速巡航阶段均可以使用线性控 制器进行控制,而过渡过程控制则面临强耦合、强非 线性的控制难题<sup>[3]</sup>.常见的垂直短距飞机有3种,分别 是倾转旋翼飞机、尾座式飞机和推力矢量垂直短距飞 机.其中推力矢量垂直短距飞机可用作战斗机,如 F-35B.该类型飞机是由三轴承推力矢量喷管和升力 风扇以及滚转喷管组成.

当前,对于垂直短距飞机过渡过程的研究主要集中在倾转旋翼和垂直短距飞机上.尾座式飞机除了面

本文责任编委: 高会军.

收稿日期: 2018-07-12; 录用日期: 2019-05-09.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: jhzhu@mail.tsinghua.edu.cn.

国家自然科学基金项目(61603210, 61673240)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61603210, 61673240).

39

临起降上的问题[4-6]外,在进行过渡过程转换时也面 临较强的非线性. 在文献[7]中, 一种基于增益预制的 过渡过程轨迹控制方法被应用于尾座式无人机控制, 其过渡过程轨迹是由预训练的人工神经网络生成的. 虽然该方法仿真结果较好,但由于真实的状态分布很 可能与训练中的状态分布不同,神经网络生成轨迹的 质量仍有待进一步论证. 在文献[8]中, 通过限制尾座 式无人机高度的变化并优化水平加速度,离线生成了 过渡过程参考轨迹. 而文献[9]针对尾座式飞机, 使用 最速下降法优化出一条过渡过程轨迹,却没有讨论在 实际控制器中如何使用该轨迹. 尾座式飞机最常用的 控制方法是寻找一条关于俯仰角的过渡过程轨迹,原 因是尾座式飞机过渡过程中的非线性主要是俯仰角 变化引起的,这与倾转旋翼以及推力矢量垂直短距飞 机均有很大的不同.在文献[10]中设计了一种针对倾 转旋翼飞机过渡过程的速度控制器,而统一速度控制 器[11]是该控制器的改进版.统一速度控制器的优点在 于可以同时控制悬停、巡航和过渡过程,而不必在不 同的控制器之间切换. 但该型控制器的缺点是过渡过 程轨迹是由一阶滤波器生成. 另一种鲁棒控制方法在 文献[12]中提出,其通过设计目标函数,评估并选取不 同的配平点形成轨迹,然后针对轨迹上的每一点设计 鲁棒控制律.在执行过渡过程时,根据当前状态选择 相应配平点的鲁棒控制律进行控制,从而完成过渡过 程. 而在文献[13-15]中提出了多种基于增广系统的 鲁棒控制器,但他们均没有考虑过渡过程轨迹的设计 问题. 倾转旋翼飞机过渡过程一般的设计思路是根据 不同的机翼倾转角和飞行速度预制增益,原因是该型 飞机过渡过程的非线性主要是由于机翼倾转角以及 动压变化引起的.

虽然推力矢量垂直短距飞机与倾转旋翼以及尾座 式飞机有很多共性,但该飞机仍然有自身特性需要在 设计过渡过程控制器的时候进行考虑.首先最为明显 的一点是由于推力矢量垂直短距飞机布局的差异,引 起过渡过程中非线性的变量主要有3项: 三轴承推力 矢量喷管转角,升力风扇转角以及飞行速度.如果直 接套用倾转旋翼增益预置与生成轨线的方法将会极 大的增加内存使用的数量和设计的难度.如果固定升 力风扇转角,部分倾转旋翼的过渡过程方法将可以使 用,但这必定会损坏控制效果.在文献[16]中,过渡过 程控制器就建立在固定的升力风扇转角的基础上.其 次,对于其倾转旋翼来讲,由于机翼本身转动惯量较 大,机翼倾转角的带宽要远低于其它执行器的带宽. 故对于倾转旋翼飞机来讲, 机翼倾转角并不参与姿态 控制.但对于推力矢量垂直短距飞机来讲,三轴承推 力矢量喷管和升力风扇转角带宽要比涡喷发动机高. 故在过渡过程控制中仅使用推力和舵面控制姿态将

会取得较差的控制效果.反之,如果使用3BSD喷管转 角和升力风扇进行控制将会面临非线性控制的难题.

目前关于推力矢量垂直短距飞机过渡过程控制的 文献较少,大部分是洛克希德公司发布的关于F-35B 飞机的控制方法. F-35B的控制特点在于可以通过分 配主发动机的推力来直接进行俯仰控制[17]. 但其机械 传动结构过于复杂.本文使用了一个电动涵道来作为 升力风扇的动力,在控制结构上与F-35B有较大的不 同.针对推力矢量垂直短距飞机涡喷发动机低动态的 特点,在全面考虑执行器动态和饱和的基础上,本文 使用梯度下降法优化得到最优过渡过程轨迹.优化所 得轨迹非配平点组成的,这一点与文献[12]有很大不 同,也使得传统针对配平点设计控制器的方法失效. 针对过渡过程轨迹上的点是非配平点的问题,设计了 一种特殊的前馈加反馈控制器.为了验证新方法的鲁 棒性和有效性,本文对气动参数等进行了参数摄动, 并进行了仿真验证. 作为对比, 本文亦实现了文献[12] 中过渡过程算法,仿真结果说明了本文提出的算法具 有良好的动态特性和鲁棒性.

## 2 推力矢量垂直短距飞机气动建模与分析

由于推力矢量垂直短距飞机的滚转喷嘴可以很好 地控制横行向状态并使之可以与纵向状态解耦,本节 将会建立推力矢量垂直短距飞机的纵向状态方程并 忽略横行向对飞机的影响.在本文中,对F-35B飞机进 行了9:1的缩比研究.图1和图2展示了缩比F-35B战斗 机的布局.









为了简化F-35B复杂的轴承驱动升力风扇动力系统<sup>[17]</sup>,本文使用电动涵道作为升力风扇的动力装置. 缩比模型还包括了一个推力矢量喷管和涡喷发动机. 图3展示了推力矢量垂直短距飞机纵向推进系统,其 主要参数列在表1中.

飞机纵向状态变量包括9个变量,依次是V<sub>xg</sub>,V<sub>zg</sub>,

 $q, \theta, \delta_{\rm e}, T_{\rm F}, \delta_{\rm F}, T_{\rm N}, \delta_{\rm N}$ .其中 $V_{\rm xg}$ 和 $V_{\rm zg}$ 是地面坐标系的x轴和z轴的速度.本文z轴的正方向指向地面. q是俯仰角速度而 $\theta$ 代表飞机俯仰角.  $\delta_{\rm e}$ 是升降舵偏角.  $T_{\rm F}$ 和 $T_{\rm N}$ 分别代表升力风扇推力和主发动机推力.  $\delta_{\rm N}$ 是推力矢量喷管的纵向偏转角,  $\delta_{\rm F}$ 是升力风扇的偏转角.



图 3 推力矢量垂直短距飞机纵向推进系统 Fig. 3 Vectored forces of the propulsion system

飞机的纵向状态方程可以列写为式(1):

$$\begin{cases} \dot{V}_{\rm xg} = \frac{1}{m} [(T_{\rm N} \cos \delta_{\rm N} + T_{\rm F} \sin \delta_{\rm F}) \cos \theta - \\ \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{\rm L}(\alpha, q, \delta_{\rm e}) \sin \gamma - \\ (T_{\rm N} \sin \delta_{\rm N} + T_{\rm F} \cos \delta_{\rm F}) \sin \theta - \\ \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{\rm D}(\alpha, q, \delta_{\rm e}) \cos \gamma], \\ \dot{V}_{\rm zg} = \frac{1}{m} [-(T_{\rm N} \cos \delta_{\rm N} + T_{\rm F} \sin \delta_{\rm F}) \sin \theta - \\ \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{\rm L}(\alpha, q, \delta_{\rm e}) \cos \gamma - \\ (T_{\rm N} \sin \delta_{\rm N} + T_{\rm F} \cos \delta_{\rm F}) \cos \theta + \\ \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{\rm D}(\alpha, q, \delta_{\rm e}) \sin \gamma] + g, \\ \dot{q} = \frac{1}{I_{\rm yy}} [-T_{\rm N} \sin \delta_{\rm N} x_{\rm N} + T_{\rm N} \cos \delta_{\rm N} z_{\rm N} + \\ T_{\rm F} \cos \delta_{\rm F} x_{\rm F} + T_{\rm F} \sin \delta_{\rm F} z_{\rm F} + \\ \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} C_{\rm m}(\alpha, q, \delta_{\rm e})], \\ \dot{\theta} = q, \end{cases}$$

式中:  $\gamma$ 是航迹角,  $\rho$ 是空气密度, V是真空速.  $C_L$ ,  $C_D$ 和 $C_m$ 分别是飞机的升力系数、阻力系数和俯仰力矩 系数. 为了全面考虑执行器动态, 本文使用 $u_s$ 代表执 行器的真实状态, 即 $u_s = [\delta_e \ T_F \ \delta_F \ T_N \ \delta_N]^T$ .  $u_{s,i}$ 代 表向量 $u_s$ 中第i个分量.  $u_c$ 代表执行器的输入指令, 同 样 $u_{c,i}$ 代表向量 $u_c$ 的第i个分量. 本文将推力矢量垂直 短距飞机执行器的动态用一阶惯性环节来建模, 可得

$$\begin{cases} \dot{u}_{\mathrm{s},i} = k_i \times (u_{\mathrm{c},i} - u_{\mathrm{s},i}), \\ |\dot{u}_{\mathrm{s},i}| \leqslant r_i, \\ p_{\mathrm{l},i} \leqslant u_{\mathrm{c},i} \leqslant p_{\mathrm{h},i}, \end{cases}$$
(2)

其中: *i*是大于0小于4的整数, *r<sub>i</sub>*代表第*i*个执行器的速度极限, 而*p<sub>1,i</sub>*和*p<sub>h,i</sub>*代表第*i*个执行器的位置极限. 所有的执行器参数均在表2中列出. 从表中可以看出, 主发动机的带宽要远低于其他执行器的带宽, 这客观上加大了垂直短距飞机过渡过程控制的难度. 在过渡过程分析与设计的过程中忽略的执行器动态会导致控制效果恶化甚至会出现不稳定的情况.

#### 表1 缩比F-35B主要参数

Table 1 General characteristics of reduced ration

F-35B	
参数	数值
质量加	20 kg
$y$ 轴转动惯量 $I_{yy}$	$5.0033\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$
机翼面积S	$0.61048 \mathrm{m}^2$
平均气动弦长ō	0.57075 m
$x_{ m N}$	$-0.42 \mathrm{m}$
$x_{ m F}$	0.46 m
$z_{ m N}$	0.01 m
$z_{ m F}$	0.068 m

表 2 执行器带宽及饱和参数

Table 2 The bandwidth and limit of the actuator

执行器	带宽/(rad·s <sup>-1</sup> )	最大值	最大速度
$\delta_{ m e}$	20	$[-30, 30]^{\circ}$	50 (°)/s
$T_{\rm F}$	20	[0,120] N	120 N/s
$T_{\rm N}$	6	[0,120] N	120 N/s
$\delta_{ m F}$	20	$[-5, 45]^{\circ}$	50 (°)/s
$\delta_{ m N}$	20	$\left[0,96 ight]^{\circ}$	50 (°)/s

为了将执行器动态包含到过渡过程控制器的分析 与设计过程中,本文增广了系统的状态方程.增广后 的状态可表示为 $\boldsymbol{x} = [V_{xg} \ V_{zg} \ q \ \theta \ \delta_{e} \ T_{F} \ \delta_{F} \ T_{N} \ \delta_{N}]^{T}$ . 则总的状态方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + B\boldsymbol{u}_{c}, \\ \boldsymbol{p}_{l} \leq \boldsymbol{u}_{c} \leq \boldsymbol{p}_{h}, \end{cases}$$
(3)

其中: f(x)和B包含了飞机动力学和执行器动态,  $p_1$ 和 $p_h$ 是执行器的位置极限.

#### 3 过渡过程最优轨迹设计

#### 3.1 过渡过程代价函数

一般动态最优问题是寻找一个随时间变化的控制 函数**u**<sub>c</sub>(*t*)使得如下的代价函数最小:

$$J = \phi(\boldsymbol{x}(t_{\rm f}), t_{\rm f}) + \int_0^{t_{\rm f}} L(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}_{\rm c}(t), t) \mathrm{d}t, \quad (4)$$

且该函数 $u_c(t)$ 应满足方程(3)的约束.在式(4)中, $\phi$ 衡量了过渡过程终点与期望终点的距离,而L函数则 衡量了在整个过渡过程中控制量和状态量是否满足 实际要求. $t_f$ 是整个过渡过程所用的时间.在本文, $t_f$ 也是一个待训练的参数,具体方法将在下节展开.

为了统一考虑飞行状态和执行器动态及饱和,本 文对系统状态和控制输入的不等式约束引入罚函数. 对于一般的不等式约束:

$$C_i(t) = g_i(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}_{\rm c}(t)) \leqslant 0, \qquad (5)$$

其中: *g*<sub>i</sub>表示第*i*个不等式约束, *C*<sub>i</sub>表示*g*<sub>i</sub>的函数值.则罚函数具有如下形式:

$$c_{i}(t) = \begin{cases} -1/C_{i}(t), & C_{i}(t) \leqslant -\sigma, \\ \frac{1}{\sigma}(3 + \frac{3C_{i}(t)}{\sigma} + \frac{C_{i}^{2}(t)}{\sigma^{2}}), & C_{i}(t) > -\sigma, \end{cases}$$
(6)

其中σ是罚函数参数,一般可设为1或者更小的数值. 对于系统状态而言,本文期望所得最优轨迹中的状态 均满足

$$x_{\mathbf{l},i} \leqslant x_i \leqslant x_{\mathbf{h},i}, \ i = 1, \cdots, 9, \tag{7}$$

其中x<sub>l,i</sub>和x<sub>h,i</sub>是第*i*个状态的上下边界.飞机纵向的 9个状态的边界值在表3中展示.为了防止飞机触底, Vzg应当为负数,且在过渡过程中保持较小的绝对值.

在明确边界的情况下,飞机状态的不等式约束*g*<sub>i</sub> 具有以下表达形式:

$$g_i(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}_{\rm c}(t)) = (x_{{\rm l},i} - x_i)(x_{{\rm h},i} - x_i),$$
 (8)

其中*i*的变化范围为1到9.为了考虑执行器速度饱和的情况, *u*<sub>c</sub>(*t*)也应当建立合适的罚函数防止速率饱和.本文中给关于*u*<sub>c</sub>(*t*)的不等式为

$$-r_j/k_j \leqslant u_{\mathrm{s},j} - u_{\mathrm{c},j} \leqslant r_j/k_j,\tag{9}$$

相应g<sub>i</sub>函数形式为

$$g_j(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}_{\rm c}(t)) = (-u_{{\rm s},j} + u_{{\rm c},j})^2 - (r_j/k_j)^2,$$
 (10)

其中j的变化范围为1到14. 可见本文共引入14个罚函

数来对状态和控制输入进行约束.

表 3	状态变化范围	
-----	--------	--

Table 3 Bounds for states				
状态	最小值	最大值		
$V_{\rm xg}/({\rm m\cdot s^{-1}})$	0	35		
$V_{\rm zg}/({\rm m\cdot s^{-1}})$	-10	0		
$q/(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	-1	1		
$\theta$ /rad	-0.1	0.2618		
$\delta_{ m e}/(^{\circ})$	-30	30		
$T_{\rm F}/{ m N}$	0	120		
$\delta_{ m F}/(^{\circ})$	-5	45		
$T_{\rm N}/{ m N}$	0	120		
$\delta_{ m N}/(^{\circ})$	0	96		

在引入罚函数的基础上,系统的代价函数可以扩 展为

$$J = \phi(\boldsymbol{x}(t_{\rm f}), t_{\rm f}) + \int_0^{t_{\rm f}} L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) + \rho \sum_{i=1}^{c_n} c_i(t) \mathrm{d}t.$$
(11)

进一步,衡量了过渡过程终点与期望终点的函数*φ*具 有如下形式:

$$\phi(\boldsymbol{x}(t_{\rm f}), t_{\rm f}) = 100 \|\boldsymbol{x}(t_{\rm f}) - \bar{\boldsymbol{x}}_{t_{\rm f}}\|_{\rm H}^2 + 0.1t_{\rm f}^2, \quad (12)$$

其中 $\bar{x}_{t_{f}}$ 是期望的过渡过程终点.

考虑起飞过渡过程(悬停到巡航)与着陆过渡过程 (巡航到悬停)的不同,函数L(x(t),u(t),t)也应具有 不同的过渡过程特性.对于起飞过渡过程来讲,为了 确保飞机安全,飞机在整个过程中应该处于爬升状态. 但考虑到由发动机与升力风扇提供推力的情况下,在 过渡过程中向上爬升过多必然会浪费大量燃料.故向 上爬升的约束只在状态罚函数c<sub>i</sub>(t)中体现,而在起飞 过渡过程中最重要的是节省燃料.L函数具有以下表 达形式:

$$L(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t) = T_{\rm F}^2(t) + T_{\rm N}^2(t).$$
 (13)

而对于着陆过渡过程而言,过渡爬升将会导致悬 停下降时消耗过多的燃料.故着陆过渡过程需要限制 飞机的爬升,其L函数可表示为

$$L(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t) = -V_{\rm zg}(t).$$
(14)

以上便建立了轨迹优化中的优化目标.

#### 3.2 最优化方法

由于系统状态方程中包含有大量的非线性项,故 无法求出解析解.本文使用最速下降法来计算控制变 量的数值解.为了优化过渡过程时间t<sub>f</sub>,本文采取文 献[18]中的处理方法,将结束时间视为常数值1,则对 于N个采样点来说,采样周期等价为T = 1/N,相应 的系统状态方程变为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = t_{\rm f} \times (f(\boldsymbol{x}) + B\boldsymbol{u}_{\rm c}) = h(\boldsymbol{x}) + B^*\boldsymbol{u}_{\rm c}, \\ \boldsymbol{p}_{\rm l} \leqslant \boldsymbol{u}_{\rm c} \leqslant \boldsymbol{p}_{\rm h}, \end{cases}$$
(15)

其中 $h(\mathbf{x}) = t_{f} \times f(\mathbf{x}) \square B^{*} = t_{f} \times B$ .则 $t_{f}$ 和向量组  $\mathbf{u}_{c}(t_{0}), \cdots, \mathbf{u}_{c}(t_{N-1})$ 就是待优化参数.根据最速梯 度下降法,哈密顿方程可被定义为

$$H = L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) + \rho \sum_{i=1}^{c_n} c_i(t) + \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(f(\boldsymbol{x}) + B\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}),$$
(16)

其中 $\lambda$ 是拉格朗日乘子.通过龙格库塔积分方法,  $\lambda(i), i = 0, \dots, t_{N-1}$ 可以根据解微分方程(16)和边 界条件(17)来解得.

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}}{\mathrm{d}t} = \frac{-\partial H}{\partial \boldsymbol{x}(t)},\tag{17}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t_{\rm f}) = \frac{\partial \phi(\boldsymbol{x}(t_{\rm f}))}{\partial \boldsymbol{x}(t_{\rm f})}.$$
(18)

则 
$$\boldsymbol{u}_{c}(t_{0}), \cdots, \boldsymbol{u}_{c}(t_{N-1})$$
 的导数  $\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{u}_{c}(t_{i})}$  可以直

接通过式(15)求导得到. 则 $u_{c}(t_{i})$ 可通过如下公式进行更新:

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}(t_{i}) = \boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}(t_{i}) - l \times \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}(t_{i})},$$
 (19)

其中1是学习率.

在实践中,按照该方法计算所得导数变化非常剧 烈,直接应用会导致较慢的收敛速率甚至发散.因此 本文采用了Adam (adaptive moment)<sup>[19]</sup>方法对导数进 行优化.该方法在使用导数优化参数时,Adam方法采 用如下步骤:

$$\begin{cases} V_{\rm dw} = \beta_1 V_{\rm dw} + (1 - \beta_1) dw, \\ S_{\rm dw} = \beta_2 S_{\rm dw} + (1 - \beta_2) dw \cdot dw, \\ V_{\rm dw}^{\rm corrected} = V_{\rm dw} / (1 - \beta_1^t), \\ S_{\rm dw}^{\rm corrected} = S_{\rm dw} / (1 - \beta_2^t), \\ dw' = \frac{V_{\rm dw}^{\rm corrected}}{\sqrt{S_{\rm dw}^{\rm corrected}} + \varepsilon}, \\ w = w - l \times dw', \end{cases}$$
(20)

其中: $\beta_1 = 0.9, \beta_2 = 0.999, \varepsilon = 10^{-8}, V_{dw}和S_{dw}初$ 始值都是0.除了应用Adam方法来提高算法的收敛效率,还对<math>dw'进行了归一化处理,使得最终更新参数 时,导数的最大数值不超过1.即

$$w = w - l \times dw' / \max(dw'). \tag{21}$$

在使用Adam方法时,学习率一般在0.1到0.001间 选取,本文中使用的学习率是0.01. 通过以上方法,训 练的稳定性得到了极大的提高,收敛速率也明显加快.

## 3.3 最优化结果

本文中的推力矢量垂直短距飞机在悬停时的配平 状态和过渡过程结束时的目标状态如下:  $\begin{cases} \boldsymbol{x}(t_0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 85.65 \ 0 \ 93.81 \ 90], \\ \bar{\boldsymbol{x}}_{t_f} = [33 \ 0 \ 0 \ 0.10 \ -0.82 \ 0 \ 0 \ 26.38 \ 0], \end{cases} (22)$ m在巡航状态下,配平状态和过渡过程目标状态如下:  $\begin{cases} \boldsymbol{x}(t_0) = [33 \ 0 \ 0.10 \ -0.82 \ 0 \ 0 \ 26.38 \ 0], \end{cases}$ 

$$\left\{ \bar{\boldsymbol{x}}_{t_{\rm f}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 85.65 & 0 & 93.81 & 90 \end{bmatrix} \right\}.$$
(23)

事实上在实际操作过程中,飞机切换时的状态未必是 严格的配平状态.这就要求过渡过程控制器要具有足够的鲁棒性.具体如何使用最优化轨迹设计控制器, 将在下一节介绍.在明确了过渡过程初始状态和目标 状态后,起飞过渡过程最终t<sub>f</sub>优化为7.4 s,而对于着陆 过渡过程则优化为12.7 s.本文的采样点为500个,且 所有积分采用四阶龙格库塔积分方法.在经过最优化 后,起飞过渡过程的轨迹如图4和5中所示.而着陆过 渡过程如图6和图7所示.









图 6 着陆过渡过程最优轨迹中的飞行状态







从图中可以看出,在进行起飞过渡过程时,升力风 扇偏角 $\delta_{\rm F}$ 较大,代表最优过渡过程曲线使用了升力风 扇进行前向加速.而在进行着陆过渡过程时主要依靠 较大的推力 $T_{\rm F}$ 和 $T_{\rm N}$ 进行减速.总体而言,最优化轨迹 有过渡过程时间短俯仰角变化小的优点,可以在实际 过渡过程中使用.

## 4 基于最优轨迹的过渡过程控制器设计

在计算得到最优轨线后,极少有公开的论文探讨 如何使用最优轨线.显然过渡过程轨迹计算量大,难 以在飞控计算机上实时计算得到.同时对于一条优化 完毕的最优过渡过程轨迹而言,由于实际模型和标称 模型之间一定存在差异,开环控制不能帮助飞机完成 过渡过程.本文通过引入反馈控制,并将最优轨迹作 为一种特殊的前馈控控制,提出了一种基于最优过渡 过程轨迹的控制器.本文将最优过渡过程轨迹状态表 示为 $\bar{x}(t_i)$ ,控制量表示为 $\bar{u}(t_i)$ .控制结构框图见图8.



## 图 8 控制结构框图 Fig. 8 Control structure

在图8中:  $u^{b}(t)$ 表示反馈控制量,  $u^{f}(t)$ 表示前馈 控制输入. 最优化轨迹根据现在飞机状态找到轨迹中 最相近的状态, 并将返回下一状态的期望状态和预制 的控制量值. 则期望状态和真实状态之间的差值  $\Delta x(t) = \bar{x}(t) - x(t)$ . 由于最优过渡过程轨迹是由 离散点组成的, 离散点以外的状态和控制量应由插值 得到. 即对于时间 $t_i \leq t < t_{i+1}, \bar{x}(t) \wedge u(t)$ 应通过 式(22)计算得到.

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{x}}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} \times (\bar{\boldsymbol{x}}(t_{i+1}) - \bar{\boldsymbol{x}}(t_i)) + \bar{\boldsymbol{x}}(t_i), \\ \bar{\boldsymbol{u}}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} \times (\bar{\boldsymbol{u}}(t_{i+1}) - \bar{\boldsymbol{u}}(t_i)) + \bar{\boldsymbol{u}}(t_i). \end{cases}$$
(24)

由于建模误差、测量噪声、大气扰动等存在, 真实 飞行状态**x**(t)和期望的最优过渡过程轨迹状态**x**(t)一 定存在差异.因此应通过反馈控制的方法使得真实飞 机状态**x**(t)能够追踪过渡过程轨迹并完成过渡过程. 首先可以使用Δ**x**(t)计算系统状态**x**(t)所需的额外加 速度.本文将使用上角标d来表示期望的额外加速度.

$$\begin{cases} \dot{V}_{\rm xg}^{\rm d} = k_{\rm p_1} \times (\bar{V}_{\rm xg} - V_{\rm xg}), \\ \dot{V}_{\rm zg}^{\rm d} = k_{\rm p_2} \times (\bar{V}_{\rm zg} - V_{\rm zg}), \\ \dot{q}^{\rm d} = k_{\rm p_3} \times (\bar{q}' - q), \\ \dot{\theta}^{\rm d} = k_{\rm p_4} \times (\bar{\theta} - \theta), \\ \bar{q}' = 0.9 \times \bar{q} + 0.1 \times \dot{\theta}^{\rm d}, \end{cases}$$
(25)

其中 $\vec{q}'$ 是一个 $\bar{q}$ 和 $\dot{\theta}^{d}$ 的线性组合,两者之间的比例可 以灵活调整.通过上式可以计算得到期望的额外加速 度 $\dot{V}_{xg}^{d}$ , $\dot{V}_{zg}^{d}$ 和 $\dot{q}^{d}$ .进一步,本文用 $F_{xg}$ , $F_{zg}$ 分别表示x轴 和y轴的力,用 $M_{y}$ 表示y轴的力矩,这3个值均可从公 式(1)中计算得到.则可以计算 $F_{xg}$ , $F_{zg}$ , $M_{y}$ 对 $u_{s}$ 的偏 导数为

$$\begin{bmatrix} m \dot{V}_{xg}^{d} \\ m \dot{V}_{zg}^{d} \\ I_{yy} \dot{q}^{d} \end{bmatrix} = M_{\rm D} \boldsymbol{u}^{\rm b}, \qquad (26)$$

其中 $M_{\rm D}$ 分别是 $F_{\rm xg}$ ,  $F_{\rm zg}$ ,  $M_{\rm y}$  对 $\delta_{\rm e}$ ,  $T_{\rm F}$ ,  $\delta_{\rm F}$ ,  $T_{\rm N}$ ,  $\delta_{\rm N}$  的 导数.则问题转化为了一个控制分配问题,可以通过 多种方法求解.本文使用最简单的计算矩阵 $M_{\rm D}$ 的伪 逆来计算 $u^{\rm b}(t)$ , 即

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{b}}(t) = (M_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}M_{\mathrm{D}} + \varepsilon I)^{-1}M_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} mV_{\mathrm{xg}}^{\mathrm{d}} \\ m\dot{V}_{\mathrm{zg}}^{\mathrm{d}} \\ I_{\mathrm{yy}}\dot{q}^{\mathrm{d}} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

其中 $\varepsilon I$ 是范数很小的对角矩阵,用来防止 $M_{\rm D}^{\rm T}M_{\rm D}$ 奇异的.最终控制量可以表示为

$$\boldsymbol{u}_{\rm s}(t) = \boldsymbol{u}^{\rm f}(t) + \boldsymbol{u}^{\rm b}(t). \tag{28}$$

最后,通过尝试可以得到过渡过程控制器和平飞控制器以及悬停控制器之间的切换条件.考虑到升降舵效率随着真空速的变大而不断提高,切换条件应当由最低空速和足够小的TF组成.该条件可以用(27)来表示.如果飞机的飞行状态满足该条件,则飞机控制器应当切换为平飞控制器.

$$V > 30 \,\mathrm{m/s}, T_{\mathrm{F}} < 5 \,\mathrm{N}.$$
 (29)

如果飞机从开始过渡过程到达到该条件所用的时间小于标称的过渡过程时间,意味着过渡过程轨迹并没有完成,推力矢量喷管转角离0°还有一定距离,在这种情况下通过仿真分析可以得出结论,在满足该条件下的切换控制器并不会对飞行安全造成威胁.原因是在悬停以及过渡过程开始时, $T_N$ 产生的低头力矩主要由 $T_F$ 产生的抬头力矩所抵消,而当 $T_F$ 足够小时, $T_N$ 产生生的低头力矩己可以由升降舵抵消,当切换控制器后, $\delta_N$ 会快速减小,随之其产生的低头力矩也会快速减小.由于此时升降舵控制效能已较大,且带宽与推力矢量转角相同,故由 $\delta_N$ 减小产生的低头力矩减小会快速的由升降舵补偿掉.此时飞机虽有轻微的抬头动作,但不会危及飞行安全.

相对的是着陆过渡过程切换条件:

$$V_{\rm xg} < 5 \,{\rm m/s}, \ \delta_{\rm N} > 85^{\circ},$$
 (30)

该条件限定了在着陆过渡过程中,如果速度足够低, $\delta_N$ 足够接近90°,便可切换为悬停控制器.

本文平飞控制器和悬停控制器都由线性控制器进 行控制.为了模拟噪声对控制器的影响,本文引入了 ADIS16488传感器噪声作为加速度计和陀螺的标准 噪声.为了验证控制器的鲁棒性,对飞机参数*c*,*S*,*m*, *x*<sub>F</sub>,*x*<sub>N</sub>,*I*<sub>yy</sub>,*z*<sub>N</sub>,*z*<sub>F</sub>加入了±10%的参数摄动.对于起 飞过渡过程初始状态,*V*<sub>xg</sub>误差为±2 m/s, *mV*<sub>zg</sub>误差 为±1 m/s, θ为±2°.对于着陆过渡过程,*V*<sub>xg</sub>误差为 ±5 m/s,其余摄动与起飞过渡过程相同.对摄动参数 排列组合后进行仿真,均取得了较好的控制效果.为 了对比,本文选择文献[12]中的过渡过程控制器作为 对比控制器.该控制器的优点是在设计时可以很方便 的考虑执行器动态,避免了因忽略动态而造成的控制 失稳的情况.同时该控制器也是基于轨迹的控制器, 方便与本文的控制器进行对比.仿真结果如图9–12所 示.



















图 12 着陆过渡过程控制量对比曲线 Fig. 12 The response of landing control values

在图9中可以看出,本文提出的控制器可以在8s左 右的时间完成起飞过渡过程,相比较而言文献[12]中 的控制器用了20s才完成过渡过程,而其空速依然较 慢.在着陆过渡过程控制中,本文提出的控制器依然 具有时间短,过渡过程平稳的特性.为了进一步对比 两种方法的控制精度,本文计算了两种方法在过渡过 程阶段的状态跟踪误差的2-范数,如图13所示.从中 可以看出,所提出的的方法具有较好的控制精度.





## 5 总结

本文提出了一种针对推力矢量垂直短距飞机过渡 过程的控制方法.该方法通过系统的考虑执行器动态 和饱和条件,使用Adam方法加速优化,最终给出了不 同过渡过程时间下的最优轨迹.在控制器设计时,将 该轨迹的控制量作为控制前馈,根据实际状态和参考 轨迹状态给出反馈量,实时修正当前状态,使之按照 预设轨迹进行过渡.新方法具有在线计算量小和物理 意义明确的优点.通过与文献[12]仿真结果对比,进 一步验证了本文方法具有更好的动态特性和平稳性. 同时,通过大量的参数摄动仿真,验证了该方法具有 较强的鲁棒性.

## 参考文献:

- ZONG Qun, WANG Dandan, SHAO Shikai, et al. Research status and development of multi UAV coordinated formation flight control. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2017, 49(3): 1 – 14. (宗群, 王丹丹, 邵士凯, 等. 多无人机协同编队飞行控制研究现状及 发展. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(3): 1 – 14.)
- [2] DUAN Haibin, QIU Huaxin, FAN Yanming. Unmanned aerial vehicle close formation cooperative control based on predatory escaping pigeon-inspired optimization. *Scientia Sinica: Techologica*, 2015, 45(6): 559-572.
  (段海滨, 邱华鑫, 范彦铭. 基于捕食逃逸鸽群优化的无人机紧密编队协同控制. 中国科学: 技术科学, 2015, 45(6): 559-572.)
- [3] BORDIGNON K, BESSOLO J. Control allocation for the X–35B. *Bi-ennial International Powered Lift Conference and Exhibit*. Virginia: AIAA, 2015, 94(7): 1306 – 1323.
- [4] KUANG Minchi, ZHU Jihong, WU Degui. Tail-sitter vertical takeoff and landing control for thrust-vectored unmanned aerial vehicle. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(11): 1449 – 1456.
  (匡敏驰,朱纪洪,吴德贵. 推力矢量无人机尾坐式垂直起降控制. 控 制理论与应用, 2015, 32(11): 1449 – 1456.)
- [5] WU Liqiang, HAN Jingqing. Active disturbance rejection controller scheme for the linear inverted pendulum. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(5): 665 669.
  (武利强,韩京清.直线型倒立摆的自抗扰控制设计方案. 控制理论与应用, 2004, 21(5): 665 669.)
- [6] ZHANG Jianfeng, LIU Binghua, JIA Caijuan. Automatic landing-control for an unmanned aerial vehicle. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(12): 1383 1386.
  (张剑锋, 刘秉华, 贾彩娟. 无人机的自动着陆控制. 控制理论与应用, 2009, 26(12): 1383 1386.)
- [7] KUBO D, SUZUKI S. Transitional flight control of tail-sitter vertical takeoff and landing mini unmanned aerial vehicle. AIAA Infotech@Aerospace 2007 Conference and Exhibit. California: AIAA, 2013, 31(4): 797 – 805.
- [8] KITA K, KONNO A, UCHIYAMA M. Transition between level flight and hovering of a tail-sitter vertical takeoff and landing aerial robot. *Advanced Robotics*, 2010, 24(5/6): 763 – 781.
- [9] BANAZADEH A, TATMOURTASH N. Optimal control of an aerial tail sitter in transition flight phases. *Journal of Aircraft*, 2015, 53(4): 1 – 8.
- [10] HARTMANN P, SCHUTT M, MOORMANN D. Control of departure and approach maneuvers of tiltwing VTOL aircraft. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Texas: AIAA, 2017, 36(12): 3919 – 3929.
- [11] HARTMANN P, MEYER C, MOORMANN D. Unified velocity control and flight state transition of unmanned tilt-wing aircraft. *Journal* of Guidance Control & Dynamics, 2017, 40(6): 1 – 12.
- [12] DICHESON J J, MILES D, CIFDALOZ O, et al. Robust LPV H gainscheduled hover-to-cruise conversion for a tilt-wing rotorcraft in the presence of CG variations. *American Control Conference*. New York: IEEE, 2007: 5266 – 5271.

- [13] TRAN A T, SAKAMOTO N, SATO M, et al. Control augmentation system design for quad-tilt-wing unmanned aerial vehicle via robust output regulation method. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, 2017, PP(99): 1 – 15.
- [14] SATO M, MURAOKA K. Flight controller design and demonstration of quad-tilt-wing unmanned aerial vehicle. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 2014, 38(6): 1 – 12.
- [15] TOTOKI H, OCHI Y, SATO M, et al. Flight testing of a gainscheduled stability and control augmentation system for a quad-tiltwing UAV. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. New York: IEEE, 2015: 5732 – 5737.
- [16] YANG X, FAN Y, ZHU J. Transition flight control of two vertical/short takeoff and landing aircraft. *Journal of Guidance Control* & Dynamics, 2008, 31(2): 371 – 385.
- [17] WALKER G, ALLEN D. X–35B STOVL flight control law design and flying qualities. *Biennial International Powered Lift Conference* & *Exhibit.* Virginia: AIAA, 2013, 50(1): 282 – 289.
- [18] AGRAWAL S K, FABIEN B C. Optimization of dynamic systems. Solid Mechanics and Its Applications, 1999, 12(4): 167 – 173.

[19] KINGMA D, BA J. Adam: a method for stochastic optimization. 3rd International Conference for Learning Representations. San Diego: ICLR, 2015, 27(1): 34 – 39.

作者简介:

**程志强**博士研究生,主要研究方向为无模型自适应控制以及飞行控制, E-mail: czq92@foxmail.com;

**朱纪洪** 教授,博士生导师,主要研究方向为飞行控制与导航、鲁 棒控制以及非线性控制,E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn;

**袁夏明**博士,目前在清华大学做校博士后研究工作,主要研究方向为飞行控制、非线性控制、信息融合,E-mail: wangxy668@tsinghua. edu.cn;

**王向阳**博士,目前在清华大学做校博士后研究工作,主要研究方向为飞行控制与导航、鲁棒控制以及非线性控制,E-mail: summers bright@126.com.