

## 时滞分布参数系统的移动传感器/执行器防碰撞控制

付焕森<sup>1,2†</sup>, 崔宝同<sup>1</sup>

(1. 轻工过程先进控制教育部重点实验室; 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122;

2. 泰州学院 船舶与机电工程学院, 江苏 泰州 225300)

**摘要:** 针对一类状态时滞的分布参数系统, 考虑了传感器/执行器间的防碰撞问题和最大通讯距离的最小通讯能耗问题, 以及系统的稳定性问题. 利用抽象发展方程理论和Lyapunov稳定性方法, 设计了一种基于时滞分布参数系统的智能体移动控制策略, 包括输出反馈控制器和移动控制力. 通过理论推导和仿真实验验证, 文中设计的控制策略能够使得时滞分布参数系统是渐近稳定的, 同时智能体在移动过程中是防碰撞的, 也验证了智能体在最大通讯距离的最小能耗.

**关键词:** 时滞; 分布参数系统; 移动传感器/执行器; 稳定控制; 防碰撞控制

**引用格式:** 付焕森, 崔宝同. 时滞分布参数系统的移动传感器/执行器防碰撞控制. 控制理论与应用, 2020, 37(2): 245 – 252

DOI: 10.7641/CTA.2019.80622

## Collision avoidance control of mobile sensor and actuator networks for distributed parameter systems with time-delay

FU Huan-sen<sup>1,2†</sup>, CUI Bao-tong<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education);

School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;

2. School of Shipping and Mechatronic Engineering, Taizhou University, Taizhou Jiangsu 225300, China)

**Abstract:** A class of distributed parameter systems with state delay has been studied, including the collision avoidance among the sensors/actuators, and the minimum energy consumption of communication under the maximum distance problem, and also involving the stability control of this system. Using the theory of abstract evolution equations and Lyapunov stability method, this paper has designed a mobile control strategy for some intelligent agents based on the distributed parameter systems with time-delay, including output feedback controller and mobile control force. Through theoretical derivation and simulation experiments, the designed control strategy can make the distributed parameter systems with time-delay asymptotically stable and avoidable collision among the intelligent agents in the process of moving, which also verify the agent the maximum communication distance with the minimum energy consumption.

**Key words:** time-delay; distributed parameter systems; mobile sensor and actuator networks; stability and control; collision avoidance

**Citation:** FU Huansen, CUI Baotong. Collision avoidance control of mobile sensor and actuator networks for distributed parameter systems with time-delay. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(2): 245 – 252

### 1 引言

物联网技术的快速发展提升了传感器和执行器的智能处理能力, 使得以移动传感器/执行器网络 (mobile sensor and actuator networks, MSAN) 为基础的人工智能 (artificial intelligence, AI) 技术成为当前研究的热点问题. 该技术在军事领域的战场实时监控和目标定位、生态环境的自动监测与控制、仓储物流管

理以及智能交通安全等方面得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>.

移动传感器/执行器的控制系统要求执行器能够根据传感器检测的数据智能做出处理, 不同于传统的固定控制系统, 该系统是以时间和空间为变量的分布参数系统, 一般用偏微分方程描述. 对于以偏微分方程描述的系统, 相关控制方法较为典型, 有直接求解线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 和无穷

收稿日期: 2019-08-20; 录用日期: 2019-05-16.

†通信作者. E-mail: fuhuansen@163.com.

本文责任编辑: 周杰.

国家自然科学基金项目 (61473136, 61807016) 资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61473136, 61807016).

维算子理论方法, 各类方法都有优缺点. Demetriou<sup>[4-5]</sup>利用算子理论和Lyapunov稳定性分析了移动传感器/执行器的分布参数系统估计与控制. 在移动控制过程中, 如果大面积范围布置大量的传感器和执行器, 防碰撞问题是较为典型的安全问题<sup>[6-8]</sup>; Demetriou等人<sup>[9]</sup>研究了分布参数系统的估计问题, 在文中分析了传感器的防碰撞问题, 并给出了传感器最小安全距离; Stipanovic等人<sup>[10-11]</sup>进一步研究了传感器/执行器的防碰撞问题, 并给出了最小安全距离和最大通讯距离; 文献[12-14]从一致性、预测控制角度考虑了智能体运动过程中的防碰撞问题; 张建中等人<sup>[15]</sup>研究了一类具有活动边界的分布参数系统的控制策略. 时滞现象是各类系统研究不可避免的问题, 在化学反应、大气海洋运动等分布参数系统的控制过程中都存在时滞延迟问题, 文献[16]研究了一类时滞分布参数系统的反馈控制和鲁棒容错控制; 戴喜生等人<sup>[17]</sup>研究了一类控制时滞的分布参数系统迭代学习方法; Jiang等人<sup>[18]</sup>利用算子理论研究了时滞分布参数系统的传感器/执行器控制问题; 文献[19-22]研究了智能体运动过程的能量消耗问题.

本文是基于移动传感器/执行器研究时滞分布参数系统的稳定性控制, 主要是针对分布参数系统中的状态时滞, 重点研究了防碰撞问题; 文中利用无穷维算子理论和李雅普洛夫稳定性原理, 推导出传感器/执行器的控制策略, 使得该系统在此控制策略下能够尽快收敛, 并且智能体之间是防碰撞的, 以及实现了智能体在最大通讯距离下的能耗最低, 最后通过仿真实验验证了该控制策略的有效性.

## 2 问题描述

考虑如下由 $n$ 个传感器和执行器组成的多输入多输出时滞分布参数系统模型<sup>[18]</sup>:

$$\frac{\partial x(t, z)}{\partial t} = a_1 \Delta x(t) + a_2 x(t, z) + a_3 x(t - \tau(t), z) + \sum_{i=1}^n b(z; \theta_i^a(t)) u_i(t), \quad (1)$$

$$y_i(t) = \int_0^l c(z; \theta_i^s(t)) x(t, z) dz, \quad (2)$$

系统对应的初始条件

$$x(t, z) = \psi(t, z), (t, z) \in [-\tau, 0] \times \Omega, \quad (3)$$

以及边界条件

$$x(t, 0) = x(t, l) = 0. \quad (4)$$

上述模型中,  $x(t, z)$ 是系统的状态,  $t$ 和 $z$ 分别是系统状态下的时间和位置坐标,  $(t, z) \in \mathbb{R}^+ \times \Omega$ ,  $\Omega = [0, l]$ ,  $l$ 为位置坐标 $z$ 的上限,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 是区域 $\Omega$ 上的Laplace算子;  $a_1 > 0$ , 表示系统的扩散系数,  $a_2$ 和 $a_3$

都为某一正常数; 变时滞因子满足  $0 \leq \tau(t) \leq \tau$  和  $\dot{\tau}(t) \leq \eta < 1$ ;  $\theta_i^s(t)$ 和 $\theta_i^a(t)$ 分别表示第 $i$ 个传感器和执行器的空间位置,  $c(z; \theta_i^s(t))$ 和 $b(z; \theta_i^a(t))$ 分别为第 $i$ 个传感器和执行器的已知空间分布函数;  $\psi(t, z)$ 为  $[-\tau, 0] \times \Omega$ 上的光滑函数;  $u_i(t)$ 为系统的控制输入,  $y_i(t)$ 为系统的输出.

**假设 1** 为简化理论计算和稳定性分析, 假设传感器和执行器的空间分布函数相同, 即将同一组传感器和执行器归属于同一个智能体, 该假设也符合实际工程应用, 即

$$\begin{aligned} b(z; \theta_i^a(t)) &= b(z; \theta_i(t)), \\ c(z; \theta_i^s(t)) &= c(z; \theta_i(t)). \end{aligned} \quad (5)$$

上述假设可以表示成

$$\begin{cases} b(z; \theta_i^a(t)) = c(z; \theta_i^s(t)) = \\ 1, z \in [\theta_i(t) - \varepsilon, \theta_i(t) + \varepsilon], \\ 0, \text{其他}. \end{cases} \quad (6)$$

式(6)也可以表示为

$$\begin{aligned} b(z; \theta(t)) &= c(z; \theta(t)) = \\ H(\theta_i(t) - \varepsilon) - H(\theta_i(t) + \varepsilon), \end{aligned} \quad (7)$$

其中:  $\varepsilon > 0$ ;  $H(\theta_i(t) \pm \varepsilon)$ 是Heaviside阶跃函数. 根据上述传感器和执行器并列的假设, 统一以智能体阐述, 即智能体包含传感器和执行器的组合, 具有传感器检测信息和执行器实现控制的功能. 根据式(7)可以得到移动智能体的测量信息, 可以得到

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \int_0^l c(z; \theta_i(t)) x(t, z) dz = \\ &\int_{\theta_i(t) - \varepsilon}^{\theta_i(t) + \varepsilon} x(t, z) dz \approx \\ &2\varepsilon \times \frac{x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) + x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)}{2}. \end{aligned} \quad (8)$$

**问题 1** 如何选择设计时滞分布参数系统的控制器, 使得智能体在最小通讯能耗下接受其他信息, 避免智能体间的碰撞.

**问题 2** 如何选择设计智能体的控制力, 使得系统在时滞的影响下能够尽快收敛并得到控制.

本文利用抽象发展方程理论和Lyapunov稳定性来解决控制器和控制力的设计, 根据文献[4]的方法, 假设 $X \triangleq L_2(\Omega)$ 表示Hilbert空间,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 和 $\| \cdot \|$ 分别表示其内积和范数.

在 $X$ 上定义内积和范数分别为<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \langle \phi_1, \phi_2 \rangle &= \int_{\Omega} \phi_1(z) \phi_2(z) dz, \\ \|\phi\|_2 &= \langle \phi, \phi \rangle^{1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

定义 $V$ 为自反Banach空间, 其范数为 $\| \cdot \|_p$ ;  $V^*$ 表示 $V$ 的对偶空间,  $\| \cdot \|_*$ 为其范数, 且 $V \rightarrow X \rightarrow V^*$ ,

上述嵌入是稠密且连续的, 并满足

$$\|\phi\| \leq c\|\phi\|_p, \phi \in V, c > 0. \quad (10)$$

二阶椭圆算子 $A_1$ 定义为

$$A_1\phi = a_1 \frac{d^2\phi}{dz^2}. \quad (11)$$

根据文献[4]得到,  $\text{Dom}(A_1) = \{\psi \in L_2(\Omega) | \psi, \dot{\psi}$  绝对连续,  $\ddot{\psi} \in L_2(\Omega)$ , 且 $\psi(0) = \psi(l) = 0\}$ .

算子 $A_2$ 定义为 $A_2\phi = a_2\phi$ ,  $a_2$ 为某一常数; 算子 $A_3\phi = a_3\phi$ ,  $a_3$ 为某一常数, 则可以得到

$$A_{cl}\phi = a_1 \frac{d^2\phi}{dz^2} + a_2\phi. \quad (12)$$

由上述定义可以推导出算子 $A_{cl}$ 具备有界性、强制性和对偶性等性质<sup>[4]</sup>,

$$\begin{cases} \|\langle A_{cl}\phi, \psi \rangle\| \leq \alpha\|\phi\|_p\|\psi\|_p, \\ \langle -A_{cl}\phi, \phi \rangle \geq \beta\|\phi\|^2, \\ \langle A_{cl}\phi, \psi \rangle = \overline{\langle \phi, A_{cl}\psi \rangle}, \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $\phi \in V; \psi \in V$ ; 且 $\alpha$ 和 $\beta$ 为正常数.

为降低智能体在防碰撞的移动过程中的通讯能耗, 设计反馈控制器

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t), i = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

其中:  $N_i = \{j \in \{1, 2, \dots, n\} | r < |\theta_i - \theta_j| < R\}$ , 表示可以向第 $i$ 个智能体传送信息的邻居智能体的集合;  $r$ 表示智能体的防碰撞最小距离;  $R$ 表示智能体的最小通讯能耗下的最大通讯距离;  $r_{ij} > 0$ 表示第 $i$ 个智能体和第 $j$ 个智能体交换的信息;  $\Gamma = [r_{ij}]_{n \times n}$ 为实对称正定矩阵.

所以式(14)可以表示为

$$\begin{cases} u(t) = -\Gamma y(t), \\ u(t) = [u_1(t) \ \dots \ u_n(t)]^T, \\ y(t) = [y_1(t) \ \dots \ y_n(t)]^T. \end{cases} \quad (15)$$

**注 1** 在文献[7, 9]中, 江正仙和Demetriou针对分布参数系统的MSAN防碰撞问题设定了最小安全距离, 未考虑最大通讯距离; 文献[10]中, Stipanovic考虑了最小安全距离和最大通讯距离, 但未考虑系统的时滞问题; 本文针对时滞分布参数系统考虑了最小安全距离和最小通讯能耗下的最大通讯距离.

**假设 2** 根据动力学方程, 假设移动智能体满足

$$\begin{cases} m_i\ddot{\theta}_i(t) + d_i\dot{\theta}_i(t) + k_i\theta_i(t) = f_i(t), \\ \theta_i(0) = \theta_{i0}, \dot{\theta}_i(0) = 0. \end{cases} \quad (16)$$

移动智能体的位置状态 $\theta_i(t)$ 和速度 $\dot{\theta}_i(t)$ 都是可测的,  $\ddot{\theta}_i(t)$ 表示速度 $\dot{\theta}_i(t)$ 求导后得到的加速度;  $\theta_i(0) = \theta_{i0}$ 表示智能体的起始位置,  $\dot{\theta}_i(0) = 0$ 表示智能体的起始速度为零, 这里假设智能体在控制力作用下的

速度 $\dot{\theta}_i(t) \neq 0$ ;  $m_i$ 代表第 $i$ 个移动智能体的质量, 其中 $d_i$ 表示摩擦系数,  $k_i$ 表示弹性系数. 上述假设在理想状态时,  $d_i = 0, k_i = 0$ , 即 $m_i\ddot{\theta}_i(t) = f_i(t)$ , 满足牛顿第二运动定律的表达式. 但在考虑实际情况时, 智能体在运动过程中存在摩擦力, 因与 $f_i(t)$ 方向相反, 可设定 $d_i < 0$ ; 对于柔性智能体, 弹性系数 $k_i > 0$ , 而对于刚性智能体, 弹性系数 $k_i = 0$ , 所以弹性系数 $k_i \geq 0$ .

在Hilbert空间中, 系统的输入可以表示为

$$B_i(\theta_i(t))u_i(t) = b(z; \theta_i(t))u_i(t). \quad (17)$$

由于 $b(z; \theta_i(t)) = c(z; \theta_i(t))$ , 输入算子和输出算子互为共轭, 则输出算子为 $C_i(\theta_i(t)) = B_i^*(\theta_i(t))$ , 所以系统输出方程为

$$y_i(t) = C_i(\theta_i(t))x(t) = B_i^*(\theta_i(t))x(t) = \int_0^l b_i(z; \theta_i(t))x(t)dz, i = 1, 2, \dots, n. \quad (18)$$

时滞分布参数系统(1)的方程演变为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & A_1x(t) + A_2x(t) + A_3x(t - \tau(t)) + \\ & B(\theta(t))u(t) = \\ & A_1x(t) + A_2x(t) + A_3x(t - \tau(t)) - \\ & B(\theta(t))\Gamma y(t) = \\ & A_1x(t) + A_2x(t) + A_3x(t - \tau(t)) - \\ & B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))x(t) = \\ & (A_1 - B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t)))x(t) + \\ & A_2x(t) + A_3x(t - \tau(t)) = \\ & (A_1 + A_2 - B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t)))x(t) + \\ & A_3x(t - \tau(t)) = \\ & (A_{cl} - B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t)))x(t) + A_3x(t - \tau(t)), \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $A_{cl} = A_1 + A_2$ .

**引理 1**  $\lambda_{1\max}$ 和 $\lambda_{3\max}$ 分别表示算子 $A_{cl}$ 和 $A_3$ 的上界,  $\lambda_{2\max}$ 表示 $B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))$ 的上界, 则有

$$\begin{cases} \|A_{cl}x(t)\|^2 \leq \lambda_{1\max}^2\|x(t)\|^2, \\ \|A_3x(t - \tau(t))\|^2 \leq \lambda_{3\max}^2\|x(t - \tau(t))\|^2, \\ \|B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))x(t)\|^2 \leq \lambda_{2\max}^2\|x(t)\|^2. \end{cases} \quad (20)$$

**证** 易证算子 $A_{cl}$ 和 $A_3$ 的有界性, 故存在实数 $\lambda_{1\max}$ 和 $\lambda_{3\max}$ , 使得 $\|A_{cl}x(t)\|^2 \leq \lambda_{1\max}^2\|x(t)\|^2$ 和 $\|A_3x(t - \tau(t))\|^2 \leq \lambda_{3\max}^2\|x(t - \tau(t))\|^2$ 成立.

在文献[18]中已经对 $B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))$ 自伴算子进行了有界性和正定性证明, 且 $\Gamma = [r_{ij}]_{n \times n}$ 为实对

称矩阵, 所以 $\Gamma$ 存在最大特征值.

在文献[4]中已给出 $\|B^*(\theta(t))\|=c\mu(\Omega)$ 的证明, 其中 $\mu(\Omega)$ 为 $\Omega$ 的测度. 综上, 则可以证明

$$\|B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))x(t)\|^2 \leq \lambda_{2\max}^2 \|x(t)\|^2$$

成立,  $\lambda_{2\max}$ 为 $B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))$ 的上界. 证毕.

### 3 主要结果

**定理 1** 对于时滞分布参数系统(1)-(4), 控制器设计为式(14)时, 移动智能体的运动控制力设计为

$$f_i(t) = -\frac{M}{n\dot{\theta}_i(t)} + 2w_2(x(t, \theta_i(t) + \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon)) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) - w_4 \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} + d_i\dot{\theta}_i(t). \quad (21)$$

当满足 $w_1\lambda_{3\max}^2 + w_2\lambda_{3\max}^2 - w_3 + w_3\eta < 0$ , 时滞分布参数系统是渐近稳定的, 且智能体是防碰撞的, 以及能够在最大通讯距离条件下的最小能耗, 其中:  $M = (w_2\lambda_{1\max}^2 + w_1\lambda_{2\max}^2 + w_3)\|x(t)\|^2$ ,  $w_1, w_2, w_3, w_4$ 和 $M$ 是正常数.

**证** 构造Lyapunov函数<sup>[4,10,18]</sup>

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) + V_5(t), \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned} V_1(t) &= -w_1 \langle x(t), A_{cl}x(t) \rangle, \\ V_2(t) &= w_2 \langle x(t), B(\theta(t))\Gamma B^*(\theta(t))x(t) \rangle, \\ V_3(t) &= w_3 \int_{t-\tau(t)}^t \langle x(s), x(s) \rangle ds, \\ V_4(t) &= \frac{1}{2} w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} P_{ij}(\theta_i(t), \theta_j(t)), \\ V_5(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i(\dot{\theta}_i(t))^2 + k_i(\theta_i(t))^2). \end{aligned}$$

在 $V_4(t)$ 中引入防碰撞函数

$$P_{ij}(\theta_i, \theta_j) = \left\{ \min\left(0, \frac{\|\theta_i - \theta_j\|^2 - R^2}{\|\theta_i - \theta_j\|^2 - r^2}\right) \right\}^2. \quad (23)$$

现将 $V_1(t), V_2(t), V_3(t)$ 和 $V_4(t)$ 沿着系统(19)对时间 $t$ 进行求导, 为证明简便, 算子中的变量 $\theta(t)$ 省略, 记 $B(\theta(t)) = B$ , 其他类同.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= -2w_1 \langle \dot{x}(t), A_{cl}x(t) \rangle, \\ \dot{V}_2(t) &= 2w_2 \langle \dot{x}(t), B\Gamma B^*x(t) \rangle + w_2 \langle x(t), \frac{d}{dt}(B\Gamma B^*)x(t) \rangle, \\ \dot{V}_3(t) &= w_3 \langle x(t), x(t) \rangle - w_3(1 - \dot{\tau}(t)) \times \langle x(t - \tau(t)), x(t - \tau(t)) \rangle, \\ \dot{V}_4(t) &= w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} \dot{\theta}_i(t), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = \begin{cases} 0, & \theta_{ij} \geq R, \\ \frac{4(R^2 - r^2)(\theta_{ij} - R)^2 \theta_{ij}}{(\theta_{ij}^2 - r^2)^3}, & R > \theta_{ij} > r, \\ \text{无定义}, & \theta_{ij} = r, \\ 0, & \theta_{ij} < r, \end{cases}$$

其中 $\theta_{ij} = \|\theta_i - \theta_j\|^2$ , 表示两个移动智能体之间的距离.

基于式(16), 推导 $\dot{V}_5(t)$ , 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_5(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (2m_i\dot{\theta}_i(t)\ddot{\theta}_i(t) + 2k_i\theta_i(t)\dot{\theta}_i(t)) = \\ &= \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t)(m_i\ddot{\theta}_i(t) + k_i\theta_i(t)) = \\ &= \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t)(f_i(t) - d_i\dot{\theta}_i(t)) = \\ &= \sum_{i=1}^n (\dot{\theta}_i(t)f_i(t) - d_i\dot{\theta}_i^2(t)), \end{aligned} \quad (24)$$

则可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t) + \dot{V}_5(t) = \\ &= -2w_1 \langle \dot{x}(t), A_{cl}x(t) \rangle + 2w_2 \langle \dot{x}(t), B\Gamma B^*x(t) \rangle + \\ &= w_2 \langle x(t), \frac{d}{dt}(B\Gamma B^*)x(t) \rangle + w_3 \langle x(t), x(t) \rangle - \\ &= w_3(1 - \dot{\tau}(t)) \langle x(t - \tau(t)), x(t - \tau(t)) \rangle + \\ &= w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} \dot{\theta}_i(t) + \sum_{i=1}^n (\dot{\theta}_i(t)f_i(t) - d_i\dot{\theta}_i^2(t)). \end{aligned} \quad (25)$$

令 $\dot{V}(t)$ 的前两项为 $W_1$ , 得到

$$\begin{aligned} W_1 &= -2w_1 \langle \dot{x}(t), A_{cl}x(t) \rangle + 2w_2 \langle \dot{x}(t), B\Gamma B^*x(t) \rangle = \\ &= -2 \langle \dot{x}(t), w_1 A_{cl}x(t) \rangle + 2 \langle \dot{x}(t), w_2 B\Gamma B^*x(t) \rangle = \\ &= -2 \langle \dot{x}(t), (w_1 A_{cl}x(t) - w_2 B\Gamma B^*x(t)) \rangle. \end{aligned} \quad (26)$$

进一步推导 $W_1$ , 得到

$$\begin{aligned} W_1 &= -2 \langle A_{cl}x(t), w_1 A_{cl}x(t) \rangle + \\ &= 2 \langle B\Gamma B^*x(t), w_1 A_{cl}x(t) \rangle - \\ &= 2 \langle A_3x(t - \tau(t)), w_1 A_{cl}x(t) \rangle + \\ &= 2 \langle A_{cl}x(t), w_2 B\Gamma B^*x(t) \rangle - \\ &= 2 \langle B\Gamma B^*x(t), w_2 B\Gamma B^*x(t) \rangle + \\ &= 2 \langle A_3x(t - \tau(t)), w_2 B\Gamma B^*x(t) \rangle. \end{aligned} \quad (27)$$

由内积和范数的定义进一步推导 $W_1$ , 可以得到

$$W_1 = -2w_1 \|A_{cl}x(t)\|^2 - 2w_2 \|B\Gamma B^*x(t)\|^2 +$$

$$\begin{aligned} & (2w_1 + 2w_2)\langle B\Gamma B^*x(t), A_{cl}x(t) \rangle - \\ & 2w_1\langle A_3x(t - \tau(t)), A_{cl}x(t) \rangle + \\ & 2w_2\langle A_3x(t - \tau(t)), B\Gamma B^*x(t) \rangle. \end{aligned} \quad (28)$$

令  $\dot{V}(t)$  的第 3 项为  $W_2$ , 得到

$$\begin{aligned} W_2 = & w_2\langle x(t), \frac{d}{dt}(B\Gamma B^*)x(t) \rangle = \\ & 2w_2 \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \\ & \sum_{i=1}^n \int_0^l \dot{\theta}_i(t) \frac{\partial b(z; \theta_i(t))}{\partial \theta_i(t)} x(t, z) dz = \\ & 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \int_0^l \frac{\partial}{\partial t} (H(\theta_i(t) - \varepsilon) - \\ & H(\theta_i(t) + \varepsilon)) x(t, z) dz = \\ & 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \\ & \int_0^l (\delta(\theta_i(t) - \varepsilon) - \delta(\theta_i(t) + \varepsilon)) x(t, z) dz = \\ & 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)). \end{aligned} \quad (29)$$

令  $\dot{V}(t)$  的第 4 项和第 5 项为  $W_3$ ,  $W_{13} = W_1 + W_3$ , 则得到

$$\begin{aligned} W_{13} = & -2w_1\|A_{cl}x(t)\|^2 - 2w_2\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & (2w_1 + 2w_2)\langle B\Gamma B^*x(t), A_{cl}x(t) \rangle - \\ & 2w_1\langle A_3x(t - \tau(t)), A_{cl}x(t) \rangle + \\ & 2w_2\langle A_3x(t - \tau(t)), B\Gamma B^*x(t) \rangle + \\ & w_3\langle x(t), x(t) \rangle - \\ & w_3(1 - \dot{\tau}(t))\langle x(t - \tau(t)), x(t - \tau(t)) \rangle. \end{aligned} \quad (30)$$

由内积性质可知

$$\langle x, x \rangle + \langle y, y \rangle \geq \pm 2\langle x, y \rangle, \quad (31)$$

则可以得到

$$\begin{aligned} W_{13} \leq & -2w_1\|A_{cl}x(t)\|^2 - 2w_2\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & (w_1 + w_2)\langle A_{cl}x(t), A_{cl}x(t) \rangle + \\ & (w_1 + w_2)\langle B\Gamma B^*x(t), B\Gamma B^*x(t) \rangle + \\ & w_1\langle A_{cl}x(t), A_{cl}x(t) \rangle + \\ & w_1\langle A_3x(t - \tau(t)), A_3x(t - \tau(t)) \rangle + \\ & w_2\langle A_3x(t - \tau(t)), A_3x(t - \tau(t)) \rangle + \\ & w_2\langle B\Gamma B^*x(t), B\Gamma B^*x(t) \rangle + \\ & w_3\langle x(t), x(t) \rangle - \\ & w_3(1 - \dot{\tau}(t))\langle x(t - \tau(t)), x(t - \tau(t)) \rangle, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} W_{13} \leq & -2w_1\|A_{cl}x(t)\|^2 - 2w_2\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & w_1\|A_{cl}x(t)\|^2 + w_2\|A_{cl}x(t)\|^2 + \\ & w_1\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + w_2\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & w_1\|A_{cl}x(t)\|^2 + w_1\|A_3x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & w_2\|A_3x(t - \tau(t))\|^2 + w_2\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & w_3\|x(t)\|^2 - w_3(1 - \dot{\tau}(t))\|x(t - \tau(t))\|^2. \end{aligned} \quad (33)$$

进一步推导  $W_{13}$ , 得到

$$\begin{aligned} W_{13} \leq & w_2\|A_{cl}x(t)\|^2 + w_1\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & (w_1 + w_2)\|A_3x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & w_3\|x(t)\|^2 - w_3(1 - \dot{\tau}(t))\|x(t - \tau(t))\|^2, \end{aligned} \quad (34)$$

故可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & w_2\|A_{cl}x(t)\|^2 + w_1\|B\Gamma B^*x(t)\|^2 + \\ & (w_1 + w_2)\|A_3x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & w_3\|x(t)\|^2 - w_3(1 - \dot{\tau}(t))\|x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) + \\ & w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} \dot{\theta}_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^n (\dot{\theta}_i(t)f_i(t) - d_i\dot{\theta}_i^2(t)). \end{aligned} \quad (35)$$

进一步推导  $\dot{V}(t)$ , 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & (w_1\lambda_{3\max}^2 + w_2\lambda_{3\max}^2 - w_3 + w_3\eta) \times \\ & \|x(t - \tau(t))\|^2 + 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) + \\ & w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} \dot{\theta}_i(t) + \sum_{i=1}^n (\dot{\theta}_i(t)f_i(t) - d_i\dot{\theta}_i^2(t)) + \\ & (w_2\lambda_{1\max}^2 + w_1\lambda_{2\max}^2 + w_3)\|x(t)\|^2. \end{aligned} \quad (36)$$

这里假设

$$\begin{aligned} \dot{V}_p(t) = & 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij}y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) + \\ & M + w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} \dot{\theta}_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t)(f_i(t) - d_i\dot{\theta}_i(t)) = \\ & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \frac{M}{n\dot{\theta}_i(t)} + w_4 \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} \dot{\theta}_i(t) \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2w_2 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i} r_{ij} y_j(t) \times \\
& (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) + \\
& \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (f_i(t) - d_i \dot{\theta}_i(t)) = \\
& \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \left( \frac{M}{n \dot{\theta}_i(t)} + 2w_2 (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - \right. \\
& \left. x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) \sum_{j \in N_i} r_{ij} y_j(t) + \right. \\
& \left. w_4 \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} + f_i(t) - d_i \dot{\theta}_i(t) \right), \quad (37)
\end{aligned}$$

其中

$$M = (w_2 \lambda_{1 \max}^2 + w_1 \lambda_{2 \max}^2 + w_3) \|x(t)\|^2.$$

若智能体的控制力满足式(21), 则可得到  $\dot{V}(t) \leq (w_1 \lambda_{3 \max}^2 + w_2 \lambda_{3 \max}^2 - w_3 + w_3 \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2$ , 且当  $w_1 \lambda_{3 \max}^2 + w_2 \lambda_{3 \max}^2 - w_3 + w_3 \eta < 0$  成立时, 可以得到  $\dot{V}(t) < 0$ , 说明时滞分布参数系统在  $f_i(t)$  的控制下能够实现渐近稳定的, 并且智能体之间防碰撞的。

从控制力的角度分析通讯能耗, 式(21)可改写成

$$\begin{aligned}
f_i(t) = & -\frac{M}{n \dot{\theta}_i(t)} + 2\varepsilon \times \\
& \frac{2w_2 (x(t, \theta_i(t) + \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon))}{2\varepsilon} \times \\
& \sum_{j \in N_i} r_{ij} y_j(t) - w_4 \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} + d_i \dot{\theta}_i(t), \quad (38)
\end{aligned}$$

其中:  $-\frac{M}{n \dot{\theta}_i(t)}$  表示智能体速度的反馈对控制力  $f_i(t)$  的影响;

$-w_4 \sum_{j \in N_i} \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i(t)} + d_i \dot{\theta}_i(t)$  是为了实现防碰撞控制;  $\frac{2w_2 (x(t, \theta_i(t) + \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon))}{2\varepsilon} \times 2\varepsilon \times \sum_{j \in N_i} r_{ij} y_j(t)$  是为了保证智能体沿着  $\theta_i(t)$  所在位置处系统状态的梯度方向移动。

从电路结构的角分析通讯能耗, 智能体通讯能耗模型<sup>[19-22]</sup>如下:

$$\begin{aligned}
E_{\text{Tx}}(k, d) = & E_{\text{Tx-elec}}(k) + E_{\text{Tx-amp}}(k, d) = \\
& \begin{cases} k(E_{\text{elec}} + \varepsilon_{\text{fs}} d^2), & d < d_0, \\ k(E_{\text{elec}} + \varepsilon_{\text{mp}} d^4), & d \geq d_0, \end{cases} \quad (39)
\end{aligned}$$

$$E_{\text{Rx}}(k, d) = E_{\text{Rx-elec}}(k) = k E_{\text{elec}}, \quad (40)$$

其中:  $d = \theta_j - \theta_i$ , 为第  $i$  个智能体到第  $j$  个智能体的通讯距离;  $d_0$  为距离阈值;  $k$  为两个智能体传输消息的比特数;  $E_{\text{Tx}}(k, d)$  和  $E_{\text{Rx}}(k, d)$  分别表示智能体间传输  $k$  个比特消息数所需的发送能耗和接收能耗;  $E_{\text{Tx-elec}}(k)$  和  $E_{\text{Rx-elec}}(k)$  分别为发送能耗大小和接

收能耗大小;  $E_{\text{Tx-amp}}(k, d)$  为信号放大器能耗;  $\varepsilon_{\text{fs}} d^2$  和  $\varepsilon_{\text{mp}} d^4$  放大器的能耗参数;  $E_{\text{elec}}$  表示电路常数, 与智能体的电路结构有关。则智能体的通讯能耗为

$$\begin{aligned}
E_{\text{Com}}(k, d) = & E_{\text{Tx}}(k, d) + E_{\text{Rx}}(k, d) = \\
& \begin{cases} 2k(E_{\text{elec}} + k\varepsilon_{\text{fs}} d^2), & d < d_0, \\ 2k(E_{\text{elec}} + k\varepsilon_{\text{mp}} d^4), & d \geq d_0. \end{cases} \quad (41)
\end{aligned}$$

由式(41)可知, 通讯能耗  $E_{\text{Com}}(k, d)$  与通讯距离  $d$  和电路常数  $k$ ,  $E_{\text{elec}}$  以及能耗参数有关, 文中设计的智能体通讯结构仅为  $j$  个智能体到第  $i$  个智能体的通讯, 其中  $j = i + 1$ , 所以式(41)中  $d$  可以取得最小值, 即通讯能耗  $E_{\text{Com}}(k, d)$  最低。证毕。

#### 4 数值仿真

为验证文中提出的智能体移动控制策略有效性, 基于时滞分布参数系统(1)-(4), 扩散系数  $a_1 = 0.002$ , 常数  $a_2 = 0.03$ , 常数  $a_3 = 0.01$ ; 系统的初始条件设置如下:

$$\begin{aligned}
\psi(t, z) = & 0.2 \sin(\pi z) e^{-3z^2} (t + 0.2), \\
\tau = & 0.2, (t, z) \in [-0.2, 0] \times [0, 2].
\end{aligned}$$

假设系统中移动智能体的个数  $n = 5$ , 智能体动力学方程(16)和控制力(21)中相关参数设置为

$$\begin{aligned}
m_i = & 1, k_i = 0.005, d_i = -1, w_1 = 1.2, \\
w_2 = & 1.1, w_3 = 15, w_4 = 1.2, \varepsilon = 0.04;
\end{aligned}$$

防碰撞最小安全距离  $r = 0.1$ , 最大通讯距离  $R = 0.6$ , 5个智能体初始位置设置为

$$\begin{aligned}
\theta_1(0) = & 0.1, \theta_2(0) = 0.5, \\
\theta_3(0) = & 0.7, \theta_4(0) = 0.9, \theta_5(0) = 1.8.
\end{aligned}$$

图1是时滞分布参数系统的空间  $L_2$  范数演变, 图2是智能体在控制力的作用下, 时滞分布参数系统的状态空间分布。从图1和图2中可以看出系统在移动控制策略下能够很快地趋向稳定。

图3是未考虑防碰撞和最大通讯距离, 智能体在移动过程中出现位置交叉, 发生了碰撞。

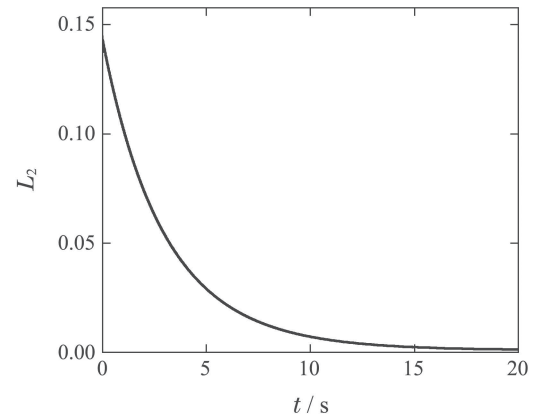


图1 空间  $L_2$  范数演变

Fig. 1 Evolution of state  $L_2$  norm

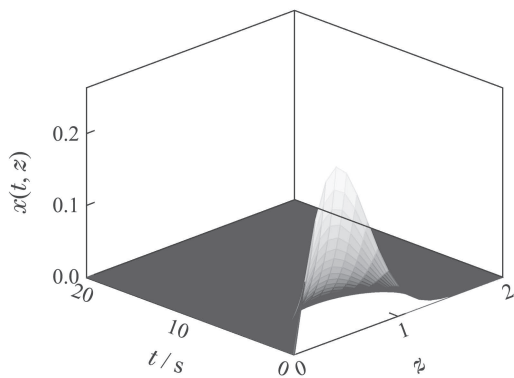


图 2 系统状态空间分布  $x(t, z)$   
Fig. 2 Spatial state of  $x(t, z)$

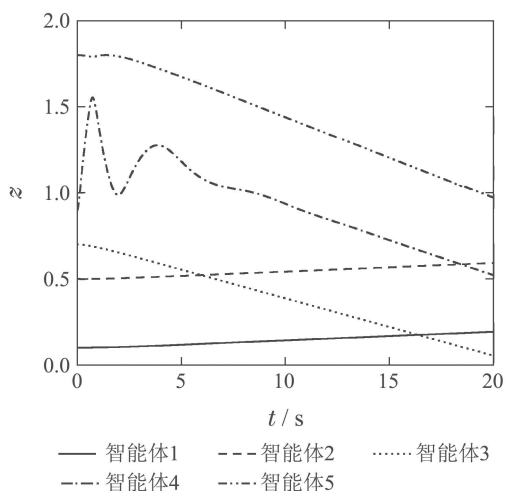


图 3 智能体移动轨迹无防碰撞

Fig. 3 Each agent trajectory without collision avoidance

图4是移动智能体在设计控制力时增加了智能体间的防碰撞控制, 最小安全距离和最大通讯距离, 从图4中可以看出智能体在移动过程中未发生碰撞, 而且智能体的间距也控制在最大通讯距离范围之内。

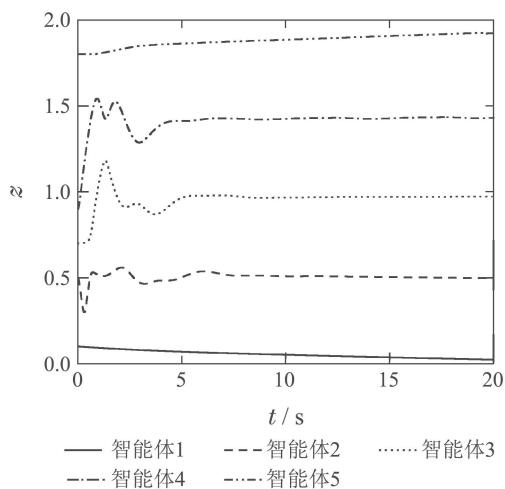


图 4 智能体移动轨迹有防碰撞

Fig. 4 Each agent trajectory with collision avoidance

通过对比图2、图3和图4, 进一步验证了文中设计

的控制策略的有效性, 说明时滞分布参数系统是渐近稳定的, 并且智能体之间是防碰撞的。

图5为相邻智能体在运动过程中的距离, 由图5可以发现, 在控制力的作用下, 相邻智能体的距离稳定在  $d = 0.46$  处, 通讯距离的稳定决定了  $E_{elec}$  能耗在设定间距条件下最低, 即间接验证了式(41)可以取得最小值, 即通讯能耗  $E_{Com(k,d)}$  最低。

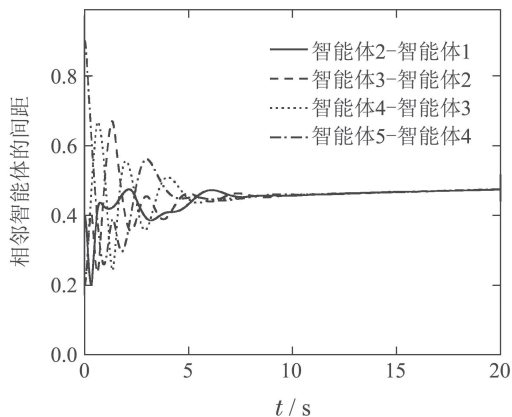


图 5 相邻智能体的距离

Fig. 5 The distance between adjacent agents

## 5 结论

本文考虑了一类针对状态时滞的分布参数系统移动传感器/执行器的控制问题, 运用抽象发展方程理论和Lyapunov稳定性方法, 设计了系统的控制器和移动控制力. 经理论证明和仿真实验, 时滞分布参数系统在此控制策略下是渐近稳定的, 通过智能体的移动轨迹证明了防碰撞控制的有效性, 以及在最大通讯距离条件下的通讯能耗最低. 文中不足之处, 尽管已经完成时滞分布参数系统的稳定和防碰撞控制理论性证明, 但由于时滞因子较小, 难以在仿真实验中给出明显区别, 这也是下一步要考虑的问题。

## 参考文献:

- [1] AKYILDIZ I F, KASIMOGLU I H. Wireless sensor and actor networks: research challenges. *Ad Hoc Networks*, 2004, 2(4): 351 – 367.
- [2] TANG Wenjun, ZHANG Guoliang, ZENG Jing, et al. Parallel fusion distributed unscented information filter algorithm for sparse dynamic wireless sensor network. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(7): 903 – 914.  
(汤文俊, 张国良, 曾静, 等. 适用于稀疏动态无线传感器网络的并行融合分布式无迹信息滤波算法. *控制理论与应用*, 2016, 33(7): 903 – 914.)
- [3] DONG Kangli, YIN Hong, PENG Zhenrui. Structural response reconstruction oriented to optimal multi-type sensor placement. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(9): 1339 – 1346.  
(董康立, 殷红, 彭珍瑞. 面向多类型传感器优化布置的结构响应重构. *控制理论与应用*, 2018, 35(9): 1339 – 1346.)
- [4] DEMETRIOU M A. Guidance of mobile actuator plus sensor networks for improved control and estimation of distributed parameter systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(7): 1570 – 1584.

- [5] DEMETRIOU M A. Simplified controller design for distributed parameter systems using mobile actuator with augmented vehicle dynamics. *American Control Conference*. San Francisco: IEEE, 2011: 3140 – 3145.
- [6] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 – 1001.
- [7] JIANG Zhengxian, CUI Baotong, LOU Xuyang, et al. Controlling distributed parameter systems utilizing mobile sensor-actuator networks with guaranteed collision avoidance. *Control and Decision*, 2014, 29(12): 2242 – 2246.  
(江正仙, 崔宝同, 楼旭阳, 等. 基于防碰撞的移动SAN对分布参数系统的控制. *控制与决策*, 2014, 29(12): 2242 – 2246.)
- [8] CHANG D, SHADDEN S C, MARSDEN J E, et al. Collision avoidance for multiple agent systems. *IEEE Conference on Decision Control*. Hawaii: IEEE, 2003: 539 – 543.
- [9] DEMETRIOU M A, UCIŃSKI D. State estimation of spatially distributed processes using mobile sensing agents. *American Control Conference*. San Francisco: IEEE, 2011: 1770 – 1776.
- [10] HUSSEIN I I, STIPANOVIC D M. Effective coverage control for mobile sensor networks with guaranteed collision avoidance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(4): 642 – 657.
- [11] HOKAYEM P F, STIPANOVIC D M, SPONG M W. Coordination and collision avoidance for Lagrangian systems with disturbances. *Applied Mathematics & Computation*, 2010, 217(3): 1085 – 1094.
- [12] JIN Zhiqun, NIU Yugang, ZOU Yuanyuan. Consensus for multi-agent systems with sliding-mode observer. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(2): 251 – 259.  
(金治群, 牛玉刚, 邹媛媛. 带有滑模观测器的多智能体一致性控制. *控制理论与应用*, 2017, 34(2): 251 – 259.)
- [13] HOU Jian, ZHENG Ronghao. Distributed multi-agent consensus via a novel randomized group partition approach. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(4): 517 – 522.  
(侯健, 郑荣濠. 随机分组策略下的分布式多智能体一致性. *控制理论与应用*, 2018, 35(4): 517 – 522.)
- [14] DAI L, CAO Q, XIA Y Q, et al. Distributed MPC for formation of multi-agent systems with collision avoidance and obstacle avoidance. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(4): 2068 – 2085.
- [15] ZHANG Jianzhong, CUI Baotong. Mobile control strategies for a class of distributed parameter systems with moving boundaries. *Control and Decision*, 2018, 33(4): 621 – 626.  
(张建中, 崔宝同. 一类活动边界分布参数系统的移动控制策略. *控制与决策*, 2018, 33(4): 621 – 626.)
- [16] GAO Cunchen, LIU Zhen, XU Ruiping. Feedback control for a class of distributed parameter systems with continuous distributed time-delay. *Control and Decision*, 2013, 28(3): 445 – 450.  
(高存臣, 刘振, 徐瑞萍. 一类具有连续分布时滞的分布参数系统的反馈控制. *控制与决策*, 2013, 28(3): 445 – 450.)
- [17] DAI Xisheng, TIAN Senping. Iterative learning control for uncertain linear distributed parameter systems with control delay. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(10): 2117 – 2120.  
(戴喜生, 田森平. 具有控制时滞的不确定分布参数系统迭代学习控制. *系统工程与电子技术*, 2012, 34(10): 2117 – 2120.)
- [18] JIANG Z X, CUI B T, LOU X Y. Improved control of distributed parameter systems with time-varying delay based on mobile actuator-sensor networks. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, 47(3): 6490 – 6495.
- [19] DEMETRIOU M A. Energy-based schemes for the guidance of mobile actuator/sensor pairs in the control of first order infinite dimensional systems. *2015 European Control Conference*. Linz: IEEE, 2015: 503 – 508.
- [20] JAGRITI, LOBIYAL D K. Energy consumption reduction in S-MAC protocol for wireless sensor network. *International Conference on Advances in Computing and Communication*. Kochi: Elsevier, 2018: 757 – 764.
- [21] SAMIA A F, MOUNIR A, AHMED E O, et al. PLA compression schemes assessment in multi-hop wireless sensor networks. *International Conference on Ambient Systems, Networks and Technologies*. Porto: Elsevier, 2018: 279 – 286.
- [22] ELSHRKAWAY M, ELSHERIF S M, WAHED M E. An enhancement approach for reducing the energy consumption in wireless sensor networks. *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*, 2017, 30(2): 259 – 267.

#### 作者简介:

**付焕森** 副教授, 博士研究生, 研究方向为分布参数系统控制理论与应用, E-mail: fuhuansen@163.com;

**崔宝同** 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统控制理论与应用, E-mail: btcui@jiangnan.edu.cn.