

# 一种基于无源性理论的模糊Hopfield神经网络学习律设计方法

王 婧<sup>1</sup>, 柏建军<sup>2,3†</sup>, 薛安克<sup>2,3</sup>

(1. 莱芜职业技术学院 机械与汽车工程系, 山东 莱芜 271100;

2. 浙江省物联感知与信息融合技术重点实验室, 浙江 杭州 310018; 3. 杭州电子科技大学 信息与控制研究所, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 本文研究了一类模糊Hopfield神经网络系统的稳定性问题. 首先, 基于无源性理论, 设计了一种新的权重学习律, 并通过构造的模糊Lyapunov函数证明了系统从输入到输出是无源的. 在此基础上, 证明了系统在该学习律下是输入到状态稳定的. 相比于传统的公共Lyapunov函数, 本文所提的模糊Lyapunov函数能保证系统具有更好的性能. 最后, 通过数值仿真验证了所提方法的有效性.

**关键词:** 模糊Hopfield神经网络; 无源性; 学习律; 输入-状态稳定

**引用格式:** 王婧, 柏建军, 薛安克. 一种基于无源性理论的模糊Hopfield神经网络学习律设计方法. 控制理论与应用, 2020, 37(2): 405 – 410

DOI: 10.7641/CTA.2019.80699

## Passivity-based learning law design for a class of fuzzy Hopfield neural networks

WANG Jing<sup>1</sup>, BAI Jian-jun<sup>2,3†</sup>, XUE An-ke<sup>2,3</sup>

(1. Mechanical and Automotive Engineering Department of Laiwu Vocational and Technical College, Laiwu Shandong 271100, China;

2. Key Lab for IOT and Information Fusion Technology of Zhejiang, Hangzhou Zhejiang 310018, China;

3. Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

**Abstract:** The stability problem of a class of fuzzy Hopfield neural networks is investigated in this paper. Based on the passivity theory, a new learning law is proposed to guarantee the system to be input-to-output passive by constructing a new fuzzy Lyapunov function, which will allow the system a better performance compared to the common Lyapunov function. Then the system is proved to be input-to-state stable by using the new learning law. Finally, a numerical example is given to show the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** fuzzy Hopfield neural networks; passivity; learning law; input-to-state stability

**Citation:** WANG Jing, BAI Jianjun, XUE Anke. Passivity-based learning law design for a class of fuzzy Hopfield neural networks. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(2): 405 – 410

## 1 引言

模糊神经网络由于集合了神经网络与模糊系统的优点, 得到了广泛的关注, 并已成功应用到了非线性辨识、优化控制等领域<sup>[1-5]</sup>. 对于动态神经网络而言, 系统的稳定性是网络能够正常工作的前提. 然而, 在实际中由于不可避免的会存在时间延迟现象, 系统稳定性会变差, 甚至会变得不稳定. 因此, 众多学者对具有时延的模糊神经网络系统的稳定性进行研究并取得了大量的成果<sup>[6-11]</sup>.

另一方面, 利用无源性理论, 只需要研究系统的输入及输出特征即可进行系统的稳定性分析<sup>[12]</sup>, 因此,

有许多研究者尝试利用无源性理论设计出使神经网络满足某些特性的权重矩阵的学习律. Yu等<sup>[9]</sup>对一类动态神经网络设计了基于无源性的学习律, 并在此基础上对一类不同时间尺度的神经网络设计了无源的权重矩阵学习律<sup>[10]</sup>. Ahn<sup>[11]</sup>将无源性理论引入到模糊Hopfield神经网络稳定性分析中, 设计了一种保证系统输入到输出无源的权重矩阵学习律, 并在该学习律基础上附加一定的条件可使系统满足输入到状态稳定. 然而, 文献[11]只对定常时滞情况进行了研究, 对于时变时滞的情况目前还没有人研究.

本文针对具有时变时滞的模糊神经网络系统稳定

收稿日期: 2018-09-13; 录用日期: 2019-05-09.

†通信作者. E-mail: baijianjun@hdu.edu.cn; Tel.: +86 571-86878566.

本文责任编辑: 詹宜巨.

国家自然科学基金项目(61773146, 61333009, U1509205, 61703132, 61427808) 资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61773146, 61333009, U1509205, 61703132, 61427808).

性问题进行研究. 首先, 基于无源性理论, 设计了一种权重矩阵学习律, 并通过构造模糊Lyapunov函数, 证明了该学习律可保证系统是无源的. 然后, 基于该学习律, 证明了系统是从输入到状态稳定的. 最后, 通过一个仿真例子验证了本文方法的有效性.

## 2 问题描述

考虑如下模糊神经网络模型<sup>[13-14]</sup>:

**规则*i*** 如果 $x_1(t)$ 是 $M_1^{\beta_{i1}}$ ,  $\dots$ ,  $x_n(t)$ 是 $M_n^{\beta_{in}}$ , 那么

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -A_i x(t) + W_{1i}(t)f(x(t)) + \\ & W_{2i}(t)f(x(t - \tau(t))) + G_i u(t), \\ & i = 1, 2, \dots, s, \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $i \in \mathbb{R}$ 表示第*i*条模糊规则;  $s \in \mathbb{R}$ 表示模糊规则个数;  $M_j^{(*)}$ 表示基于前提变量 $x_j$ 的论域;  $\beta_{ij} \in \{1, 2, \dots, s_j\}$ 标识前提变量 $x_j$ 属于论域 $M_j^{(*)}$ 上的第 $\beta_{ij}$ 个模糊子集;  $s_j$ 是基于前提变量 $x_j$ 的论域 $M_j^{(*)}$ 上模糊子集个数;  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T$ 是神经元状态向量;  $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_m(t)]^T \in \mathbb{R}^m$ 是外部输入向量;  $\tau(t)$ 表示系统时变时滞, 满足 $0 \leq \tau(t) \leq \tau_M$ ;  $\phi(t) (-\tau_M \leq t \leq 0)$ 表示系统状态初始值;  $A_i = \text{diag}\{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ( $a_{ij} > 0, j = 1, 2, \dots, n$ )是自反馈矩阵;  $W_{1i}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示神经网络内部联系权重矩阵;  $W_{2i}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示时滞联系权重矩阵;  $f(x(\cdot)) = [f_1(x_1(\cdot)) \ f_2(x_2(\cdot)) \ \dots \ f_n(x_n(\cdot))]^T \in \mathbb{R}^n$ 表示神经元激励函数, 通常是满足利普希茨条件的非线性函数;  $G_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 是已知常数矩阵, 反映外部输入对神经元状态的影响程度. 在不影响理解的前提下, 本文用 $x_t$ 来代表 $x(t)$ ,  $u_t$ 来代表 $u(t)$ .

令 $\omega_j^{\beta_{ij}}(x_j(t))$ 表示 $x_j(t) \in M_j^{\beta_{ij}}$ 的隶属度函数, 标准化后可得

$$\mu_j^{\beta_{ij}}(x_j(t)) = \frac{\omega_j^{\beta_{ij}}(x_j(t))}{\sum_{\beta_{ij}=1}^{s_j} \omega_j^{\beta_{ij}}(x_j(t))},$$

则规则*i*标准化后的隶属度函数为

$$\begin{aligned} h_i(x(t)) = & \prod_{j=1}^n \mu_j^{\beta_{ij}}(x_j(t)), \\ 0 \leq h_i(x(t)) \leq & 1, \sum_{i=1}^s h_i(x(t)) = 1. \end{aligned}$$

运用标准模糊推理方法进行处理, 再进行去模糊化, 得到的全局模糊神经网络模型可表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}_t = & \sum_{i=1}^s h_i \{-A_i x_t + W_{1i}(t)f(x_t) + \\ & W_{2i}(t)f(x_{t-\tau}) + G_i u_t\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$h_i$ 为 $h_i(x(t))$ 的简写,  $\tau$ 为 $\tau(t)$ 的简写.

以下为本文中比较重要的几个定义和引理. 考虑

如下的系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)), \\ y(t) = H(x(t)). \end{cases} \quad (3)$$

**定义 1**<sup>[12]</sup> 如果存在一个非负常数 $\delta$ 和半正定函数 $\Omega(\cdot) \geq 0$ 满足

$$\int_0^t u^T(\theta)y(\theta)d\theta + \delta \geq \int_0^t \Omega(x(\theta))d\theta, \quad \forall t \geq 0, \quad (4)$$

则称系统从输入 $u(t)$ 到输出 $y(t)$ 是无源的.

**引理 1**<sup>[15]</sup> 连续函数 $V(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ , 对于任意 $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $u(t) \in L_{\infty}^m$ , 如果存在 $\mathcal{K}_{\infty}$ 函数 $\alpha$ 和 $\beta$ 使得

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha(\|x(t)\|) + \beta(\|u(t)\|) \quad (5)$$

成立, 则称系统是输入到状态稳定的.

**引理 2**<sup>[11]</sup> 给定适当维数矩阵或向量 $\mathcal{U}$ 和 $\mathcal{V}$ , 对于任意正实数 $\alpha$ , 不等式

$$\mathcal{U}^T \mathcal{V} + \mathcal{V}^T \mathcal{U} \leq \alpha \mathcal{U}^T \mathcal{U} + \alpha^{-1} \mathcal{V}^T \mathcal{V} \quad (6)$$

总是成立的.

## 3 主要结论

本节基于模糊Lyapunov函数, 对如式(1)所描述的T-S模糊时滞神经网络系统设计了系统输入到输出无源的权重矩阵学习律, 并证明了在该学习律下, 系统是输入到状态稳定的.

**定理 1** 给定对称矩阵 $S > 0$ , 如果存在式(12)所定义的对称矩阵 $P_i > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ )使得线性矩阵不等式(7)和(9)成立, 且权重矩阵 $W_{1i}(t), W_{2i}(t)$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ )分别遵循式(9)和式(10)的学习律, 则系统(2)是从外部输入到输出无源的. 输出 $y(t) \in \mathbb{R}^m$ 如式(11)所示.

$$A_i^T P_i + P_i A_i < -S, \quad i = 1, 2, \dots, s, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_i^T P_j + P_j A_i + A_j^T P_i + P_i A_j & < -2S, \\ i, j = 1, 2, \dots, s, \quad i < j, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\dot{W}_{1i}(t) = x_t u_t^T G_i^T - h_i P_i x_t f^T(x_t), \quad (9)$$

$$\dot{W}_{2i}(t) = x_t u_t^T G_i^T - h_i P_i x_t f^T(x_{t-\tau}), \quad (10)$$

$$y(t) = 2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j G_i^T \{P_j + W_{1i}^T(t) + W_{2i}^T(t)\} x_t, \quad (11)$$

其中:

$$P_i = \bar{P} + D_i, \quad (12)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{12} & 0 & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1n} & p_{2n} & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad D_i = \begin{bmatrix} d_{11}^{\beta_{i1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22}^{\beta_{i2}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d_{nn}^{\beta_{in}} \end{bmatrix}.$$

证 考虑如下Lyapunov函数:

$$V(x_t) = V_1(x_t) + \sum_{i=1}^s \text{tr}\{W_{1i}^T(t)W_{1i}(t) + W_{2i}^T(t)W_{2i}(t)\}, \quad (13)$$

其中:

$$V_1(x_t) = 2 \int_{\Gamma(0,x)} \nu(\Psi) \cdot d\Psi$$

是沿路径 $\Gamma(0,x)$ 的积分函数,  $\nu(x_t) = \sum_{i=1}^s h_i P_i x_t$ .

对 $V(x_t)$ 沿着系统(2)的状态运动轨迹对时间 $t$ 求得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) = & \sum_{i=1}^s h_i (\dot{x}_t^T P_i x_t + x_t^T P_i \dot{x}_t) + \\ & 2 \sum_{i=1}^s \text{tr}\{\dot{W}_{1i}^T(t)W_{1i}(t) + \dot{W}_{2i}^T(t)W_{2i}(t)\} = \\ & \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j \{x_t^T (A_i^T P_j + P_j A_i) x_t + \\ & 2x_t^T P_j W_{1i}(t) f(x_t) + 2x_t^T P_j W_{2i}(t) f(x_{t-\tau}) + \\ & 2x_t^T P_j G_i u_t\} + 2 \sum_{i=1}^s \text{tr}\{\dot{W}_{1i}^T(t)W_{1i}(t) + \\ & \dot{W}_{2i}^T(t)W_{2i}(t)\}. \end{aligned}$$

分别加上再减去数据项 $2x_t^T W_{1i}(t)G_i u_t$ 和 $2x_t^T W_{2i}(t)G_i u_t$ ,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) = & \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j \{x_t^T (A_i^T P_j + P_j A_i) x_t\} + \\ & 2 \sum_{j=1}^s \text{tr}\{\sum_{i=1}^s h_i h_j f(x_t) x_t^T P_i W_{1j}(t) - \\ & h_j G_j u_t x_t^T W_{1j}(t) + \dot{W}_{1j}^T W_{1j}\} + \\ & 2 \sum_{j=1}^s \text{tr}\{\sum_{i=1}^s h_i h_j f(x_{t-\tau}) x_t^T P_i W_{2j}(t) - \\ & h_j G_j u_t x_t^T W_{2j}(t) + \dot{W}_{2j}^T W_{2j}\} + \\ & 2 \sum_{j=1}^s \sum_{i=1}^s h_i h_j x_t^T \{P_i + W_{1j}(t) + W_{2j}(t)\} G_j u_t. \end{aligned}$$

由 $\sum_{i=1}^s h_i = 1$ 可得

$$\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j = \sum_{i=1}^s h_i^2 + 2 \sum_{i=1}^s \sum_{i<j} h_i h_j = 1.$$

根据上式可知,若式(7)和式(9)成立,有

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j x_t^T (A_i^T P_j + P_j A_i) x_t = \\ & \sum_{i=1}^s h_i^2 x_t^T (A_i^T P_i + P_i A_i) x_t + \\ & \sum_{i=1}^s \sum_{i<j} h_i h_j x_t^T (A_i^T P_j + P_j A_i + A_j^T P_i + P_i A_j) x_t \leq \\ & - \sum_{i=1}^s h_i^2 x_t^T S x_t - 2 \sum_{i=1}^s \sum_{i<j} h_i h_j x_t^T S x_t = -x_t^T S x_t. \end{aligned}$$

如果权重矩阵 $W_{1i}(t)$ 和 $W_{2i}(t)$ 分别满足式(9)和式(10),则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) \leq & -x_t^T S x_t + 2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j x_t^T \{W_{1i}(t) + \\ & W_{2i}(t) + P_j\} G_i u_t = \\ & -x_t^T S x_t + y_t^T u_t. \end{aligned} \quad (14)$$

对上式两端从0到 $t$ 作积分,可以得到

$$\begin{aligned} V(x_t) - V(x_0) \leq & - \int_0^t x^T(\theta) S x(\theta) d\theta + \int_0^t y^T(\theta) u(\theta) d\theta. \end{aligned}$$

令 $V(x_0) = \delta \geq 0$ ,由于 $V(x_t) \geq 0$ ,由上式可得

$$\begin{aligned} & \int_0^t y^T(\theta) u(\theta) d\theta + \delta \geq \\ & \int_0^t x^T(\theta) S x(\theta) d\theta + V(x_t) \geq \int_0^t x^T(\theta) S x(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (15)$$

根据定义1可得,系统从外部输入到输出是无源的.定理1得证. 证毕.

以下定理证明了在上述学习律的条件下,系统是输入到状态稳定的.

**定理2** 在条件(7)和(9)满足的前提下,权重矩阵学习律(9)和(10)使得系统(2)是从输入到状态稳定的.

证 根据引理2可知

$$\begin{aligned} y_t^T u_t = & 2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i h_j x_t^T \{W_{1i}(t) + W_{2i}(t) + P_j\} G_i u_t \leq \\ & \alpha_1 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 x_t^T P_j G_j G_j^T P_i x_t + \\ & \alpha_2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 x_t^T W_{1i}(t) G_i G_i^T W_{1i}^T(t) x_t + \\ & \alpha_3 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 x_t^T W_{2i}(t) G_i G_i^T W_{2i}^T(t) x_t + \\ & \alpha_1^{-1} s^2 u_t^T u_t + \alpha_2^{-1} s^2 u_t^T u_t + \alpha_3^{-1} s^2 u_t^T u_t. \end{aligned}$$

由式(14)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) \leq & -\lambda(S) \|x_t\|^2 + (\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1} + \alpha_3^{-1}) s^2 \|u_t\|^2 + \\ & \alpha_1 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 \bar{\lambda}(P_i G_j G_j^T P_i) \|x_t\|^2 + \\ & \alpha_2 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 \bar{\lambda}(W_{1i}(t) G_i G_i^T W_{1i}^T(t)) \|x_t\|^2 + \\ & \alpha_3 \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 \bar{\lambda}(W_{2i}(t) G_i G_i^T W_{2i}^T(t)) \|x_t\|^2 = \\ & -\bar{h} \|x_t\|^2 + (\alpha_1^{-1} + \alpha_2^{-1} + \alpha_3^{-1}) s^2 \|u_t\|^2, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{h} = & \lambda(S) - \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s h_i^2 h_j^2 \{ \alpha_1 \bar{\lambda}(P_i G_j G_j^T P_i) + \\ & \alpha_2 \bar{\lambda}(W_{1i}(t) G_i G_i^T W_{1i}^T(t)) + \\ & \alpha_3 \bar{\lambda}(W_{2i}(t) G_i G_i^T W_{2i}^T(t)) \}, \end{aligned}$$

其中:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为任意大于0的正数,  $\bar{\lambda}(\cdot)$ 表示最大特征值,  $\lambda(\cdot)$ 表示最小特征值. 不难看出, 如果 $S$ 存在, 总能够找到任意的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 使得 $\bar{h} > 0$ . 根据引理1, 系统(2)是从输入到状态稳定的.

定理2得证. 证毕.

### 4 仿真实例

在这节中, 将通过数值仿真来验证本文所提方法的有效性.

**例1** 考虑以下模糊系统:

规则1 如果 $x_1(t)$ 是接近“0”的, 那么

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -A_1 x(t) + W_{11}(t) f(x(t)) + \\ & W_{21}(t) f(x(t - \tau(t))) + G_1 u(t), \end{aligned}$$

规则2 如果 $x_1(t)$ 是接近“1”或“-1”的, 那么

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -A_2 x(t) + W_{12}(t) f(x(t)) + \\ & W_{22}(t) f(x(t - \tau(t))) + G_2 u(t), \end{aligned}$$

其中相应参数为

$$\begin{aligned} A_1 = & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1.8 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 2.3 & 0 \\ 0 & 3.1 \end{bmatrix}, \\ G_1 = & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.5 \\ -0.4 & 0.34 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

隶属度函数定义如下:

$$\begin{aligned} h_1 = & \begin{cases} \cos^2(\frac{\pi}{2} x_1(t)), & -1 < x_1(t) < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \\ h_2 = & \begin{cases} \sin^2(\frac{\pi}{2} x_1(t)), & -1 < x_1(t) < 1, \\ 1, & \text{其他}. \end{cases} \end{aligned}$$

激活函数

$$f(x) = [f_1(x_1) \ f_2(x_2)]^T,$$

其中:

$$\begin{aligned} f_1(x_1) = & \frac{1}{1 + \exp(-x_1)}, \\ f_2(x_2) = & \frac{1}{1 + \exp(-x_2)}, \\ W_{11}(t) = & \begin{bmatrix} W_{11}^{11}(t) & W_{11}^{12}(t) \\ W_{11}^{21}(t) & W_{11}^{22}(t) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$W_{21}(t), W_{12}(t), W_{22}(t)$ 有类似定义,  $\tau(t) = 0.4 + 0.4 \cos t$ , 则 $\tau_M = 0.8$ ,  $u(t) = [0.2 \sin t \ 0.2 \cos t]^T$ ,  $\phi(t) \equiv [0.5 \ -0.4]^T (-\tau_M \leq t \leq 0)$ , 各个权重矩阵在 $t = 0$ 时刻的初始值为

$$\begin{aligned} W_{11}(0) = & \begin{bmatrix} 1.6 & -3 \\ 3 & -1.6 \end{bmatrix}, W_{21}(0) = \begin{bmatrix} 4.4 & -0.4 \\ 0.4 & -3.6 \end{bmatrix}, \\ W_{12}(0) = & \begin{bmatrix} 1.2 & -2.4 \\ 2.4 & -1.2 \end{bmatrix}, W_{22}(0) = \begin{bmatrix} 4 & -0.4 \\ 0.6 & -4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

本文在仿真时发现, 当 $P_i (i = 1, \dots, s)$ 较大时, 系统轨迹震荡较大. 为了避免系统剧烈的震荡, 在求解LMIs(7)–(9)时加入以下条件以求得尽可能小的 $P_i$ 值.

$$\min \lambda_i, \tag{16}$$

$$\text{s.t. } P_i < \lambda_i I, \ i = 1, \dots, s.$$

取 $S = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ . 运用MATLAB中LMI工具箱对

式(7)–(9)及式(16)求解, 可得

$$P_1 = \begin{bmatrix} 5.0474 & 0 \\ 0 & 2.7834 \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 2.5080 & 0 \\ 0 & 2.7834 \end{bmatrix},$$

$$\min \lambda_1 = 5.1, \min \lambda_2 = 2.8.$$

系统状态轨迹图如图1所示. 权重矩阵随时间变化如图2–5所示. 由图可知, 运用本文所提的方法, 系统是输入到状态稳定的.

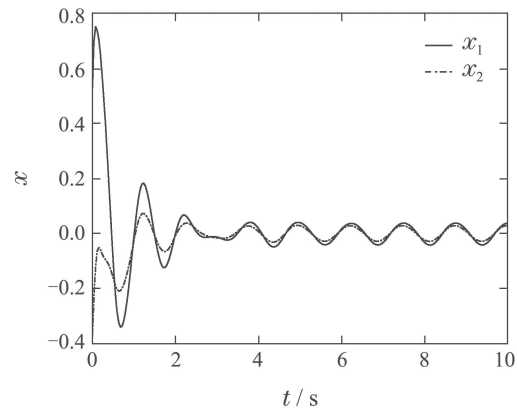


图1 系统状态轨迹图

Fig. 1 System state trajectories

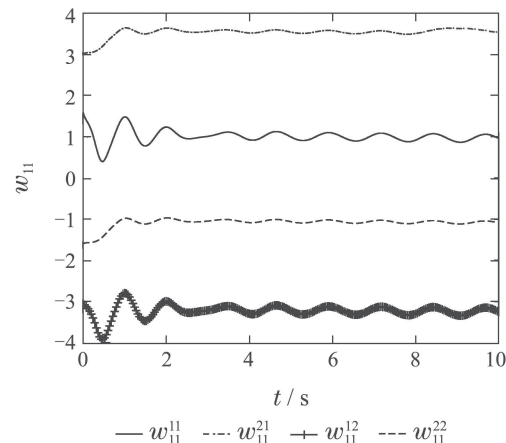


图2  $W_{11}(t)$ 更新过程

Fig. 2  $W_{11}(t)$  update process

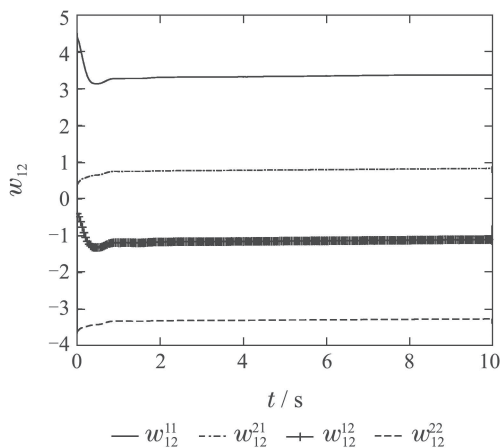


图 3  $W_{12}(t)$  更新过程  
Fig. 3  $W_{12}(t)$  update process

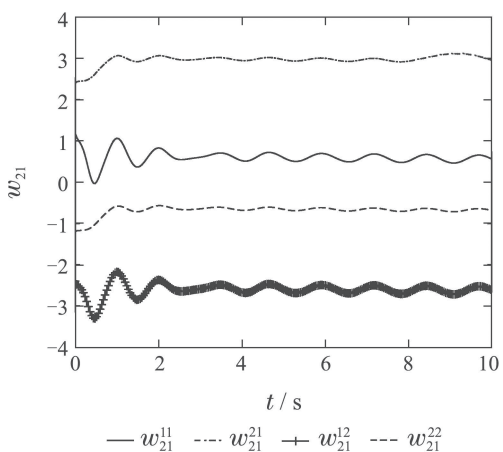


图 4  $W_{21}(t)$  更新过程  
Fig. 4  $W_{21}(t)$  update process

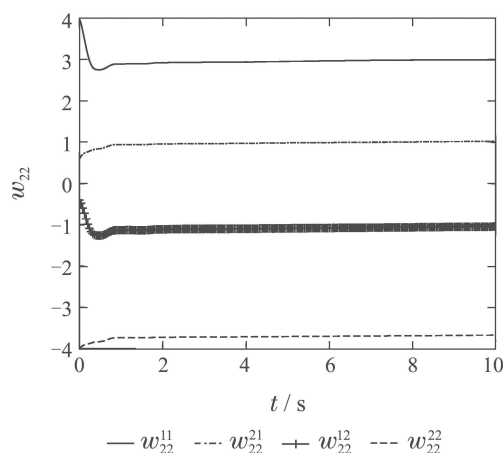


图 5  $W_{22}(t)$  更新过程  
Fig. 5  $W_{22}(t)$  update process

文献[11]基于公共Lyapunov的方法设计了模糊Hopfield神经网络的一种权值学习律. 令本文中的  $P_1 = P_2 = \dots = P_s = P$ , 则本文中的结论将退化为文[11]中的结论. 利用LMI工具箱可得如下解:

$$P = \begin{bmatrix} 5.0316 & 0 \\ 0 & 4.4801 \end{bmatrix}, \min \lambda = 5.1.$$

系统状态轨迹图的对比如图6-7所示, 不难看出, 采用本文给出的学习律, 系统的状态震荡比文[11]要小一些.

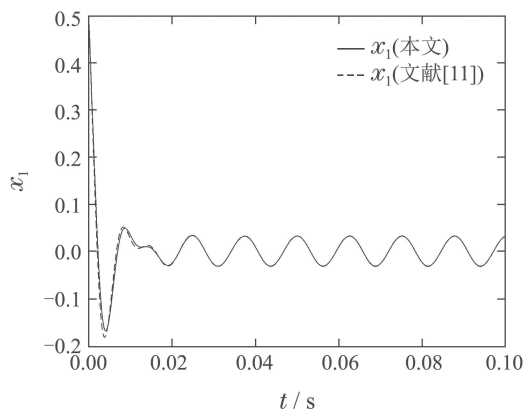


图 6  $x_1$  对比图  
Fig. 6  $x_1$  comparison

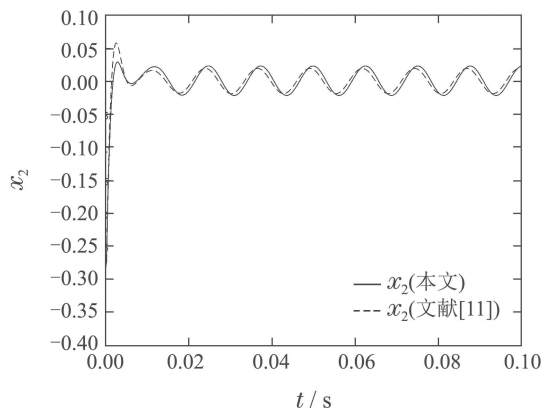


图 7  $x_2$  对比图  
Fig. 7  $x_2$  comparison

### 5 结论

本文对一类带有时变时滞的模糊神经网络系统的稳定性问题进行研究, 基于无源性理论, 给出了一种新的权重矩阵学习律, 通过构造模糊Lyapunov函数证明了系统是输入到输出无源的, 并在此基础上证明了系统是输入到状态稳定的. 最后, 通过数值仿真, 验证了本文所提方法的有效性.

### 参考文献:

- [1] YANG T, YANG L. The global stability of fuzzy cellular neural network. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1996, 43(10): 880 – 883.
- [2] KIM C J, CHWA D. Obstacle avoidance method for wheeled mobile robots using interval type-2 fuzzy neural network. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(3): 677 – 687.
- [3] LI H, WANG J, WU L, et al. Optimal guaranteed cost sliding-mode control of interval type-2 fuzzy time-delay systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(1): 246 – 257.
- [4] HAN Gaitang, QIAO Junfei, HAN Honggui. Waste water treatment control method based on adaptive recurrent fuzzy neural network.

- Control Theory & Application*, 2016, 33(9): 1252 – 1258.  
(韩改堂, 乔俊飞, 韩红桂. 基于自适应递归模糊神经网络的污水处理控制. 控制理论与应用, 2016, 33(9): 1252 – 1258.)
- [5] QIAO Junfei, ZHOU Hongbiao. Prediction of effluent total phosphorus based on self-organizing fuzzy neural network. *Control Theory & Application*, 2017, 34(2): 224 – 232.  
(乔俊飞, 周红标. 基于自组织模糊神经网络的出水总磷预测. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 224 – 232.)
- [6] WU Z, SHI P, SU H, et al. Dissipativity analysis for discrete-time stochastic neural networks with time-varying delays. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2013, 24(3): 345 – 355.
- [7] BALASUBRAMANIAM P, CHANDRAN R. Delay decomposition approach to stability analysis for uncertain fuzzy Hopfield neural networks with time-varying delay. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2011, 16(4): 2098 – 2108.
- [8] JIAN J, WAN P. Global exponential convergence of fuzzy complex-valued neural networks with time-varying delays and impulsive effects. *Fuzzy Sets and Systems*, 2018, 338(5): 23 – 39.
- [9] YU W, LI X. Some stability properties of dynamic neural networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2001, 48(2): 256 – 259.
- [10] YU W, LI X. Passivity analysis of dynamic neural networks with different time-scales. *Neural Processing Letters*, 2007, 25(2): 143 – 155.
- [11] AHN C K. Some new results on stability of Takagi–Sugeno fuzzy Hopfield neural networks. *Fuzzy Sets and Systems*, 2011, 179(1): 100 – 111.
- [12] WILLEMS J. Dissipative dynamical systems Part II: Linear systems with quadratic supply rates. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1972, 45(5): 352 – 393.
- [13] RHEE B, WON S. A new fuzzy Lyapunov function approach for a Takagi–Sugeno fuzzy control system design. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(9): 1211 – 1228.
- [14] BAI J, LU R, LIU X, et al. Fuzzy regional pole placement based on fuzzy Lyapunov functions. *Neurocomputing*, 2015, 167(11): 467 – 473.
- [15] SONTAG E D, WANG Y. On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems & Control Letters*, 1995, 24(5): 351 – 359.

#### 作者简介:

王 婧 讲师, 目前主要研究方向为模糊控制、神经网络, E-mail: 94250307@qq.com;

柏建军 副教授, 目前研究方向为模糊系统、网络化控制系统、滑模控制, E-mail: baijianjun@hdu.edu.cn;

薛安克 教授, 博士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制、优化控制, E-mail: akxue@hdu.edu.cn.