# 比例阀控电液系统抗扰换向滞后补偿反步控制

刘胜斐, 孙青林<sup>†</sup>, 陈增强, 丁祉峰

(南开大学人工智能学院,天津 300350)

摘要:针对比例阀存在换向滞后,电液系统受到的外部干扰,液压油弹性模量随渗入的空气变化、未建模动态,这些因素增加了设计电液位置控制器的难度,本文使用线性扩张状态观测器(LESO)对比例阀控电液系统的内部扰动、外部扰动、未建模动态进行估计,将虚拟控制量的非线性函数纳入抗扰反步控制器设计,实现比例阀控电液系统换向滞后补偿.分析了闭环系统的稳定性,证明当扰动导数有界时,观测误差和跟踪误差都有界,调整控制器增益与非线性项参数可使跟踪误差收敛到原点附近,仿真和实验表明,本文设计的控制器能显著缩短比例阀换向滞后、提高电液位置控制系统的跟踪速度、精度与抗扰能力.

关键词: 抗扰反步控制; 线性扩张状态观测器; 换向滞后补偿; 电液位置控制系统; 比例阀

**引用格式**: 刘胜斐, 孙青林, 陈增强, 等. 比例阀控电液系统抗扰换向滞后补偿反步控制. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1521-1534

DOI: 10.7641/CTA.2020.80972

## Switch delay compensation and disturbance rejection control for proportional valve controlled electro-hydraulic system with backstepping method

LIU Sheng-fei, SUN Qing-lin<sup>†</sup>, CHEN Zeng-qiang, DING Zhi-feng

(College of Artificial Intelligence, Nankai University, Tianjin 300350, China)

**Abstract:** It is difficult to design the controller for the electro-hydraulic system regulated by the proportional valve, because there are the switch delay, the external disturbance, the nonlinear friction, and the unmodeled dynamics as well as oil effective bulk modulus variation due to the entrained air. The linear extended state observer (LESO) is used to estimate the generalized disturbance including internal disturbance, the external disturbance and the unmodeled dynamics. Furthermore, the nonlinear function is designed in the disturbance rejection backstepping controller to compensate the dead-zone so that the load can follow the desired trajectory precisely. The stability of the system is analyzed, and it has been proven that both the estimation error and the tracking error are bounded when the derivative of the disturbance is bounded; moreover, the tracking error can converge to the neighborhood of the origin by adjusting controller gain and parameters of the nonlinear term. Simulations and experiments show that the switch delay can be reduced and the load can track the desired trajectory quickly and accurately under the external disturbance.

**Key words:** disturbance rejection backstepping control; linear extended state observer; switch delay compensation; electro-hydraulic control system; proportional valve

**Citation:** LIU Shengfei, SUN Qinglin, CHEN Zengqiang, et al. Switch delay compensation and disturbance rejection control for proportional valve controlled electro-hydraulic system with backstepping method. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(7): 1521 – 1534

## 1 引言

电液系统因响应快、出力大、功率重量比大<sup>[1-7]</sup>在 重型机械、机床制造、机器人等领域有广泛应用.常 见的电液系统由电机驱动油泵将液压油吸入油管,采 用伺服阀控制液压油的流量与压力,液压油流入油缸 推动活塞带动负载移动,为了实现闭环控制,需要使 用位移传感器和压力传感器分别检测位置信号和压 力信号.

本文责任编委: 夏元清.

收稿日期: 2018-12-12; 录用日期: 2020-04-23.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: sunql@nankai.edu.cn; Tel.: +86 22-23508547.

国家自然科学基金项目(61973172, 61273138, 61973175, 61573197), 天津市重点技术研究计划项目(19JCZDJC32800), 天津市科技计划项目(15Z XGTSF00020)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61973172, 61273138, 61973175, 61573197) and the Key Technologies R&D Program of Tianjin (19JCZDJC32800) and the Science & Technology Program of Tianjin (15ZXGTSF00020).

与伺服阀相比,比例阀制造成本低,对油液的清洁 度要求低,抗污染能力强,为了降低电液系统成本,同 时考虑到比例阀的控制精度与响应特性都能满足大 多数工业控制系统实际需要<sup>[8]</sup>,所以本文使用比例阀 控制液压油的流量和方向.但是比例阀由于阀口重叠 量而导致存在不灵敏区<sup>[9]</sup>,进而引起换向滞后,负载 移动过程中会受到外部干扰,液压油弹性模量随渗入 油液的空气而变化,比例阀节流孔流量系数随雷诺数 和阀口开度变化,以及液压系统中存在的未建模动态, 这些因素使得采用比例阀实现电液系统精确位置控 制的难度加大.

液压系统含有多种非线性特性<sup>[10]</sup>,如流量压力非 线性和负载与导轨间的摩擦非线性等,这些非线性特 性加大了控制器设计难度.文献[11]使用反馈线性化 方法实现了对油源压力波动的非线性电液系统精确 位置控制.文献[12]设计自适应积分鲁棒控制器对双 杆液压缸驱动的负载实现精确渐进跟踪.文献[13]研 究了一种输出反馈非线性控制器,并将该控制器用于 电液位置跟踪,使用奇异摄动理论分析了闭环系统的 稳定性.文献[14]讨论了车辆电液制动系统在不同轮 胎路面摩擦状况与初速变化下的鲁棒性,为电液制动 系统设计了一种非线性模型预测控制器.文献[15]深 入研究了电液主动悬架系统的非线性摩擦模型.

扰动会显著影响电液位置跟踪效果, 文献[16]设 计了一种二阶高通滤波器形式的扰动观测器用于估 计扰动, 采用变结构控制补偿扰动观测误差. 为了使 液压马达跟踪设定轨迹, 文献[17]将未建模非线性摩 擦和外部扰动看作总扰动设计了误差符号积分鲁棒 控制器. 文献[18]设计鲁棒柔顺控制器对含有关节角 约束的电液机械臂实现角度控制. 文献[19]提出一种 鲁棒前馈观测器, 用于飞行模拟器电液控制加载系统 的感觉力控制.

为缩短比例阀换向滞后,使负载能迅速跟踪设定 值并抑制干扰,本文使用线性扩张状态观测器对液压 系统的外部扰动和内部扰动进行估计,将广义扰动看 作扩张状态,进而为比例阀控电液系统设计抗扰反步 控制器补偿参数不确定性和外部扰动,并分析了闭环 系统的稳定性.

#### 2 电液系统模型

图1为比例阀控电液系统原理图,该系统工作原理 如下:电机驱动油泵从油箱中吸入液压油,油液通过 过滤器和单向阀进入比例方向阀,控制器依据跟踪误 差调整比例方向阀的控制电压,比例电磁铁得电后推 动阀芯,比例阀的开度变化,液压油的流量和方向随 之变化,油液通过比例方向阀进入液压缸,推动活塞 移动,进而带动负载移动.比例阀控电液系统模型参 数含义见表1.

根据牛顿第二定律,得到负载的动力学模型,如

式(1):

 $m\ddot{y} = P_1A_1 - P_2A_2 - b\dot{y} - \operatorname{sgn}\dot{y}f_1 + f_2$ , (1) 式中: m为负载质量, y为负载位移,  $P_1$ 为有杆腔压力,  $P_2$ 为无杆腔压力,  $A_1$ 为有杆腔活塞作用面积,  $A_2$ 为无 杆腔活塞作用面积, b为活塞与液压缸之间的阻尼系 数, sgn为符号函数,  $f_1$  为负载与导轨之间的滑动摩擦 力,  $f_1 = \mu mg$ ,  $\mu$ 为滑动摩擦系数, g为重力加速度,  $f_2$ 为未建模动态, 包括未建模的摩擦非线性特性及其他 难以建模部分.

液压缸动力学方程<sup>[20]</sup>如式(2):

式中:  $V_1$ ,  $V_2$ 分别为有杆腔和无杆腔容积,  $\beta_e$ 为液压油 弹性模量,  $C_{ip}$ 为液压缸内泄漏系数,  $C_{em1}$ ,  $C_{em2}$ 为液 压缸外泄漏系数,  $P_T$ 为油箱压力,  $Q_1$ ,  $Q_2$ 分别为有杆 腔流量和无杆腔流量.  $V_1$ ,  $V_2$ 如式(3):

$$V_1 = V_{01} + A_1 y, V_2 = V_{02} - A_2 y,$$
 (3)

式中V<sub>01</sub>, V<sub>02</sub>分别为有杆腔和无杆腔的初始容积.由于液压缸密封技术的进步,外泄漏系数可忽略,本文将C<sub>em1</sub>, C<sub>em2</sub>都取为0,于是得

$$\begin{cases} \dot{P}_{1} = -\frac{A_{1}\beta_{e}}{V_{1}}\dot{y} - \frac{C_{ip}\beta_{e}}{V_{1}}(P_{1} - P_{2}) + \frac{\beta_{e}}{V_{1}}Q_{1}, \\ \dot{P}_{2} = \frac{A_{2}\beta_{e}}{V_{2}}\dot{y} + \frac{C_{ip}\beta_{e}}{V_{2}}(P_{1} - P_{2}) - \frac{\beta_{e}}{V_{2}}Q_{2}. \end{cases}$$
(4)







#### 表1 比例阀控电液系统模型参数含义

Table 1 The meanings of parameters for the electrohydraulic system regulated by the proportional directional valve

参数	含义
m	负载质量
y	负载位移
$P_1$	有杆腔压力
$P_2$	无杆腔压力
$A_1$	有杆腔活塞作用面积
$A_2$	无杆腔活塞作用面积
b	活塞与液压缸之间的阻尼系数
$f_1$	负载与导轨之间的滑动摩擦力
$\mu$	滑动摩擦系数
g	重力加速度
$f_2$	未建模动态
$V_{01}$	有杆腔初始容积
$V_{02}$	无杆腔初始容积
$\beta_{e}$	液压油弹性模量
$C_{i\mathrm{p}}$	液压缸内泄漏系数
$C_{\rm em1}$	液压缸外泄漏系数
$C_{\rm em2}$	液压缸外泄漏系数
$P_{\mathrm{T}}$	油箱压力
$Q_1$	有杆腔流量
$Q_2$	无杆腔流量
$V_1$	有杆腔容积
$V_2$	无杆腔容积
$C_{\rm d}$	比例方向阀节流孔流量系数
w	节流孔面积梯度
$x_{nv}$	阀芯净位移
$\rho$	液压油密度
$P_{\rm S}$	油泵压力
$x_{\mathbf{v}}$	比例方向阀的阀芯位移
$k_0$	比例方向阀的增益
u	控制电压
$d_1$	重叠量
$d_2$	重叠量

本文使用三位四通比例方向阀调节液压油的流量 和方向,液压油流量与比例方向阀阀芯净位移之间的 关系[21]由式(5)-(6)描述为

$$Q_{1} = \begin{cases} C_{\rm d} w x_{\rm nv} \sqrt{\frac{2}{\rho}} |P_{\rm S} - P_{1}|, \ x_{\rm nv} \ge 0, \\ C_{\rm d} w x_{\rm nv} \sqrt{\frac{2}{\rho}} |P_{1} - P_{\rm T}|, \ x_{\rm nv} < 0, \end{cases}$$
(5)  
$$Q_{2} = \begin{cases} C_{\rm d} w x_{\rm nv} \sqrt{\frac{2}{\rho}} |P_{2} - P_{\rm T}|, \ x_{\rm nv} \ge 0, \\ C_{\rm d} w x_{\rm nv} \sqrt{\frac{2}{\rho}} |P_{\rm S} - P_{2}|, \ x_{\rm nv} < 0, \end{cases}$$
(6)

式中: C<sub>d</sub>, w, x<sub>nv</sub>分别为比例方向阀节流孔流量系数、 节流孔面积梯度、阀芯净位移, ρ为液压油密度, Ps为 油泵压力.

$$\sqrt{2}$$

$$\begin{split} k_{\mathbf{q}} &= C_{\mathbf{d}} w \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \ P_3 = |P_{\mathbf{S}} - P_1|, \ P_4 = |P_1 - P_{\mathbf{T}}|, \\ P_5 &= |P_2 - P_{\mathbf{T}}|, \ P_6 = |P_{\mathbf{S}} - P_2|. \\ &\chi 函数 \end{split}$$

定

令

$$\sigma_1(*) = \begin{cases} 1, & * \ge 0, \\ 0, & * < 0. \end{cases}$$
(7)

$$\begin{cases} Q_1 = k_{\rm q} x_{\rm nv} (\sigma_1(x_{\rm nv}) \sqrt{P_3} + \sigma_1(-x_{\rm nv}) \sqrt{P_4}), \\ Q_2 = k_{\rm q} x_{\rm nv} (\sigma_1(x_{\rm nv}) \sqrt{P_5} + \sigma_1(-x_{\rm nv}) \sqrt{P_6}). \end{cases}$$
(8)

由式(8)知,调节比例方向阀的阀芯净位移可改变液压 油的流量和方向. 阀芯净位移和阀芯位移之间的关 系[22]如式(9):

$$x_{\rm nv} = \begin{cases} x_{\rm v} - d_1, & x_{\rm v} > d_1, \\ 0, & -d_2 \leqslant x_{\rm v} \leqslant d_1, \\ x_{\rm v} + d_2, & x_{\rm v} < -d_2, \end{cases}$$
(9)

式中: x<sub>v</sub>为比例方向阀的阀芯位移, x<sub>v</sub>=k<sub>0</sub>u, 其中k<sub>0</sub>, u分别为比例方向阀的增益和控制电压, d1, d2为阀口 的重叠量. 阀芯净位移与控制电压之间的关系为

$$x_{\rm nv} = \sigma_2(u) = \begin{cases} k_0 u - d_1, & u > \frac{d_1}{k_0}, \\ 0, & -\frac{d_2}{k_0} \leqslant u \leqslant \frac{d_1}{k_0}, \\ k_0 u + d_2, & u < -\frac{d_2}{k_0}. \end{cases}$$
(10)

从式(10)可以看出, 当 $-\frac{d_2}{k_0} \le u \le \frac{d_1}{k_0}$ 时,  $x_{nv}$ 等于0, 由 式(8)知,此时流量为零,负载保持静止,因此比例阀控 电液系统存在不灵敏区,从而引起换向滞后.

由以上分析可以得出单杆液压缸电液系统的输入 输出关系为

$$\begin{cases} \dot{P}_{1} = -\frac{A_{1}\beta_{e}}{V_{01} + A_{1}y}\dot{y} - \frac{C_{ip}\beta_{e}}{V_{01} + A_{1}y}P_{7} + \\ \frac{\beta_{e}}{V_{01} + A_{1}y}Q_{1}, \\ \dot{P}_{2} = \frac{A_{2}\beta_{e}}{V_{02} - A_{2}y}\dot{y} + \frac{C_{ip}\beta_{e}}{V_{02} - A_{2}y}P_{7} - \\ \frac{\beta_{e}}{V_{02} - A_{2}y}Q_{2}, \\ Q_{1} = k_{q}\sigma_{2}(u)(\sigma_{3}(u)\sqrt{P_{3}} + \sigma_{4}(u)\sqrt{P_{4}}), \\ Q_{2} = k_{q}\sigma_{2}(u)(\sigma_{3}(u)\sqrt{P_{5}} + \sigma_{4}(u)\sqrt{P_{6}}), \end{cases}$$

$$(11)$$

$$\ddot{y} = \frac{A_1}{m} P_1 - \frac{A_2}{m} P_2 - \frac{b}{m} \dot{y} - \operatorname{sgn} \dot{y} \mu g + \frac{f_2}{m}, \quad (12)$$

其中:

$$P_7 = P_1 - P_2, \ \sigma_3(u) = \sigma_1(\sigma_2(u)),$$
  
$$\sigma_4(u) = \sigma_1(-\sigma_2(u)).$$

调节比例方向阀的控制电压可以改变阀芯位移, 进而改变进入油缸的液压油流量和方向,而流量的大 小决定了活塞移动的快慢,所以调节流量可以改变活 塞移动的速度,进而改变负载移动的速度,负载位移 随之改变.当控制电压为零时,阀芯回到中位,此时阀 芯位移为零,油缸的进油口和回油口同时关闭,液压 油流量为零,活塞停止移动,与活塞相连的负载停止 移动.因此,调节比例方向阀的控制电压可以改变负 载位移.

#### 3 线性扩张状态观测器设计

扩张状态观测器<sup>[23-25]</sup>(extended state observer, ESO) 由我国著名系统与控制专家韩京清研究员提出,采用 ESO可将难以处理的非线性、不确定因素看作总扰动, 进而设计控制器对总扰动进行补偿<sup>[26-27]</sup>,为了减小观 测器的调试难度,文献[28]提出了观测器带宽,通过调 整带宽可以确定线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)参数.由于比例阀控电液系统存 在不灵敏区非线性、摩擦非线性与未建模动态,这些 因素都会对负载位置造成影响,但很难测量,可将这 些因素看作影响负载位置的扰动,进而将该扰动扩张 成新的状态变量得到线性扩张状态观测器.本文使用 线性扩张状态观测器根据测量到的比例方向阀控制 电压和负载位置,估计电液系统受到的扰动,利用估 计出的扰动信息设计控制器消除扰动对负载位置的 影响.

由以上分析知:为了改变负载位移,需要调节比例 方向阀的控制电压,而式(11)却不显含控制电压,因此 需从式(11)中寻找与控制电压有关的量.由于比例方 向阀调节的是液压油的流量与方向,而流量改变会引 起活塞移动速度变化,进而引起负载速度变化,所以 式(11)中与速度有关的量都与流量有关,进而都与控 制电压有关,因此得

$$-\operatorname{sgn} \dot{y}\mu g - \frac{b}{m}\dot{y} = b_1 u, \qquad (13)$$

其中:  $b_1$ 是控制电压的放大系数,  $b_1 \neq 0$ , 可以根据控制效果确定 $b_1$ . 将式(13)代入式(11)得

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} (P_1 A_1 - P_2 A_2) + \frac{f_2}{m} + b_1 u = \frac{1}{m} (P_1 A_1 - P_2 A_2) + \frac{f_2}{m} + (b_1 - b_0)u + b_0 u,$$
(14)

其中:  $b_0$ 是补偿因子,  $b_0 \approx b_1$ ,  $u = u_1 + w_1$ ,  $u_1$ 为控制器的输出,  $w_1$ 为外部扰动.因此, 得

$$\ddot{y} = \frac{1}{m}(P_1A_1 - P_2A_2) + \frac{f_2}{m} + b_0w_1 + (b_1 - b_0)(u_1 + w_1) + b_0u_1.$$
(15)

Ŷ

$$f = \frac{1}{m}(P_1A_1 - P_2A_2) + \frac{f_2}{m} + b_0w_1 + (b_1 - b_0)(u_1 + w_1),$$
  
$$\tilde{b}_1 = b_1 - b_0,$$

则

$$f = \frac{1}{m} (P_1 A_1 - P_2 A_2) + \frac{f_2}{m} + b_0 w_1 + \tilde{b}_1 (u_1 + w_1),$$
  
其中 $\tilde{b}_1$ 为估计误差. 忽略估计误差, 得

$$f = \frac{1}{m}(P_1A_1 - P_2A_2) + \frac{f_2}{m} + b_0w_1, \quad (16)$$

其中 $P_1$ ,  $P_2$ ,  $f_2$ ,  $w_1$ 有界连续可导, 且 $\dot{P}_1$ ,  $\dot{P}_2$ ,  $\dot{f}_2$ ,  $\dot{w}_1$ 有界, 则式(15)可化为

$$\ddot{y} = f + b_0 u_1,\tag{17}$$

其中f为广义扰动,包含内部扰动、外部扰动和未建模动态.将广义扰动看作扩张状态,选取状态变量 $x_1 = y, x_2 = \dot{y}, x_3 = f, 则式(17)可化为$ 

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0 u_1, \\ \dot{x}_3 = h, \\ y = x_1, \end{cases}$$
(18)

式中:  $x_3$ 是扩张状态,  $h = \dot{f}$ . 式(18)可写成矩阵形式

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu_1 + Eh, \\ y = Cx, \end{cases}$$
(19)

其中:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \ A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

 $E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{1}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$ 

为系统(19)设计线性扩张状态观测器

$$\begin{cases} \hat{x} = A\hat{x} + Bu_1 + L(y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C\hat{x}, \end{cases}$$
(20)

其中:  $\hat{x}$ 是状态向量x的估计值,  $\hat{x} = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \hat{x}_3]^T$ ,  $\hat{y}$ 是负载位置y的估计值, *L*是观测器增益矩阵, *L* = [ $\beta_1$  $\beta_2 \ \beta_3]^T$ , 为了确定*L*, 需要计算观测误差 $\varepsilon(t), \varepsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t),$ 求导得 $\dot{\varepsilon}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}(t),$ 将式(19)–(20)代入, 得

$$\dot{\varepsilon}(t) = (A - LC)\varepsilon(t) + Eh(t), \qquad (21)$$

其中h(t)是广义扰动的导数,由式(16)知,h(t)有界,

$$A - LC = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0\\ -\beta_2 & 0 & 1\\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

A-LC的特征多项式为

$$\det(sI - (A - LC)) = s^{3} + \beta_{1}s^{2} + \beta_{2}s + \beta_{3}.$$

因为h(t)有界,为了线性扩张状态观测器有界输入有 界输出稳定,需将A - LC的特征根都配置在左半复 平面. 用 $\omega_o(\omega_o > 0)$ 表示观测器带宽,可将A - LC的 特征根都配置在 $-2\omega_o$ ,

令
$$s^{3} + \beta_{1}s^{2} + \beta_{2}s + \beta_{3} = (s + 2\omega_{o})^{3}$$
,得  
 $\beta_{1} = 6\omega_{o}, \beta_{2} = 12\omega_{o}^{2}, \beta_{3} = 8\omega_{o}^{3}.$  (22)

#### 4 控制器设计

由于本文采用比例方向阀控制液压油的流量和方向,然而比例方向阀具有不灵敏区非线性特性,从而导致换向滞后,同时电液系统存在外部干扰,液压油弹性模量随渗入的空气而变化,这些因素增加了设计电液位置控制器的难度.可以使用反步法(backstepping)<sup>[29-30]</sup>为含有不确定性的非线性系统设计鲁棒控制器,本文使用线性扩张状态观测器实时估计电液系统中存在的内外扰动,进而设计抗扰反步控制器补偿比例阀的换向滞后与其他扰动,将所得控制电压作用于比例方向阀,缩短换向滞后并提高电液系统的抗扰能力.

本文使用正弦信号和阶跃信号作为电液系统的设定值.跟踪正弦信号时, $r(t) = A_3 \sin(\omega t)$ ,其中r(t)为设定值, $A_3, \omega$ 分别为正弦信号的幅值、频率;跟踪阶跃信号时,为了减少动态过程的超调,使用双曲正切函数对阶跃设定值进行柔化,如式(23)所示:

$$r(t) = r_0 \tanh(at),\tag{23}$$

其中:  $r_0$ 为阶跃设定值, tanh为双曲正切函数, a(a>0)为柔化因子, 调节a可改变收敛速度, r(t)为柔化后的设定值. 由式(23)得式(24)–(26)

$$\lim_{t \to +\infty} r(t) = r_0 \lim_{t \to +\infty} \frac{e^{at} - e^{-at}}{e^{at} + e^{-at}} = r_0,$$
(24)

$$\dot{r}(t) = r_0 \frac{\mathrm{d}\tanh(at)}{\mathrm{d}t} = r_0 \frac{4a\mathrm{e}^{2at}}{\left(\mathrm{e}^{2at}+1\right)^2} > 0, \quad (25)$$

$$\ddot{r} = r_0 \frac{8a^2 e^{2at} (1 - e^{2at})}{(e^{2at} + 1)^3}.$$
(26)

从式(24)--(25)看出,随着时间的推移,r(t)单调递增收 敛至 $r_0$ ,因此只要负载能够跟踪r(t),负载最终必然到 达设定位置 $r_0$ .

为计算控制量u1,首先定义李雅普诺夫函数

$$V_3 = \frac{1}{2}\xi_1^2,$$
 (27)

其中跟踪误差
$$\xi_1 = r - y$$
. 由式(27)得

$$\dot{V}_3 = \xi_1 \dot{\xi}_1 = \xi_1 (\dot{r} - x_2).$$

定义虚拟控制量ξ2为

$$\xi_2 = \dot{r} + \frac{\kappa}{2}\xi_1 - x_2,$$

$$\dot{V}_3 = \xi_1(\xi_2 - \frac{k}{2}\xi_1) = \xi_1\xi_2 - \frac{k}{2}\xi_1^2.$$
 (28)

定义李雅普诺夫函数

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2}\xi_2^2, \tag{29}$$

则

则

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + \xi_2 \dot{\xi}_2 = -\frac{k}{2}\xi_1^2 + \xi_1 \xi_2 + \xi_2 \dot{\xi}_2, \quad (30)$$

其中

$$\dot{\xi}_{2} = \ddot{r} + \frac{k}{2}\dot{\xi}_{1} - \dot{x}_{2} = \\ \ddot{r} + \frac{k}{2}\dot{\xi}_{1} - (f + b_{0}u_{1}) = \\ \ddot{r} + \frac{k}{2}\dot{\xi}_{1} - x_{3} - b_{0}u_{1},$$

所以

$$\dot{V}_4 = -\frac{k}{2}\xi_1^2 + \xi_1\xi_2 + \xi_2(\ddot{r} + \frac{k}{2}\dot{\xi}_1 - x_3 - b_0u_1).$$
(31)

为保证闭环系统稳定, u1设计为

$$u_{1} = \frac{1}{b_{0}} (\xi_{1} + \frac{k}{2} \dot{\xi}_{1} + \frac{k}{2} \xi_{2} + \beta \varphi(\xi_{2}) + \ddot{r} - \hat{x}_{3}) = \frac{1}{b_{0}} (\xi_{1} + \frac{k}{2} \dot{\xi}_{1} + \frac{k}{2} \xi_{2} + \beta \frac{\frac{\xi_{2}}{\theta}}{|\frac{\xi_{2}}{\theta}| + \alpha} + \ddot{r} - \hat{x}_{3}),$$
(32)

其中: k为控制器增益, β为广义扰动的观测误差上界,

$$\varphi(\xi_2) = \frac{\frac{\xi_2}{\theta}}{|\frac{\xi_2}{\theta}| + \alpha}, \ \theta > 0, \ \alpha > 0,$$

*x̂*<sub>3</sub>是广义扰动的估计值.比例阀控电液系统结构图如 图2所示,其中D表示微分运算, |·|表示取绝对值.

#### 5 稳定性分析

为保证比例阀控电液系统长期稳定运行,需要进行稳定性分析.由于本文的控制器设计与扰动的估计 值有关,所以首先对线性扩张状态观测器的观测误差 作分析,然后分析电液系统的跟踪误差.通过稳定性 分析,可以找到与观测误差和跟踪误差有关的控制器 参数<sup>[31]</sup>,进而选择合适的参数取值范围,确保电液系 统能稳定运行,同时提高系统的跟踪精度.







#### 5.1 观测误差分析

参考文献[32]的分析方法,下面讨论当观测器增 益取值为式(22)时的观测误差.由式(20)得

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} (y - \hat{x}_1).$$

因为 $y = x_1$ ,所以有

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \beta_1 (x_1 - \hat{x}_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + \beta_2 (x_1 - \hat{x}_1) + b_0 u_1, \\ \dot{\hat{x}}_3 = \beta_3 (x_1 - \hat{x}_1). \end{cases}$$
(33)

由于
$$\varepsilon$$
为观测误差,  $\varepsilon = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^{\mathrm{T}}$ , 得

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1, \\ \dot{\varepsilon}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2, \\ \dot{\varepsilon}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\hat{x}}_3. \end{cases}$$
(34)

将式(18)(33)代入式(34),得观测误差状态方程

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = -\beta_1 \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 = -\beta_2 \varepsilon_1 + \varepsilon_3, \\ \dot{\varepsilon}_3 = -\beta_3 \varepsilon_1 + h. \end{cases}$$
(35)

将式(22)代入式(36),得

$$\dot{\eta} = \omega_{\rm o} A_{\eta} \eta + B_{\eta} \frac{n}{\omega_{\rm o}^2},\tag{37}$$

其中:

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix}, \ A_\eta = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 \\ -12 & 0 & 1 \\ -8 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ B_\eta = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

**定理1** 假设h有界,则存在一个正数 $M_i(i = 1, 2, 3)$ ,及有限时间 $T_1 > 0$ ,当 $t \ge T_1$ 时,  $|\varepsilon_i(t)| \le M_i$ ;  $M_i = \omega_0$ 有关,且 $\frac{dM_i}{d\omega_0} < 0$ ,其中:  $\int M_1 = \frac{|\varepsilon_1(0)|}{|\varepsilon_0|^3} + \frac{|\varepsilon_2(0)|}{|\varepsilon_0|^4} + \frac{|\varepsilon_3(0)|}{|\varepsilon_0|^5} + \frac{H}{8\omega_0^3}$ ,

$$\begin{cases}
\omega_{0}^{3} & \omega_{0}^{3} & \omega_{0}^{3} & 8\omega_{0}^{3} \\
M_{2} = \frac{|\varepsilon_{1}(0)|}{\omega_{0}^{2}} + \frac{|\varepsilon_{2}(0)|}{\omega_{0}^{3}} + \frac{|\varepsilon_{3}(0)|}{\omega_{0}^{4}} + \frac{3H}{4\omega_{0}^{2}}, \\
M_{3} = \frac{|\varepsilon_{1}(0)|}{\omega_{0}} + \frac{|\varepsilon_{2}(0)|}{\omega_{0}^{2}} + \frac{|\varepsilon_{3}(0)|}{\omega_{0}^{3}} + \frac{3H}{2\omega_{0}}.
\end{cases}$$

证 微分方程组(37)的解为

$$\eta(t) = e^{\omega_o A_\eta t} \eta(0) + \int_0^t e^{\omega_o A_\eta(t-\tau)} B_\eta \frac{h}{\omega_o^2} d\tau.$$
(38)

$$q(t) = \int_{0}^{t} e^{\omega_{o} A_{\eta}(t-\tau)} B_{\eta} \frac{h}{\omega_{o}^{2}} d\tau = \begin{bmatrix} q_{1}(t) \\ q_{2}(t) \\ q_{3}(t) \end{bmatrix}.$$
 (39)

由于 $A_\eta$ 的特征根是-2(三重),所以 $\omega_o A_\eta$ 的特征根是 $-2\omega_o$ (三重),得

$$e^{\omega_{o}A_{\eta}(t-\tau)} = \\ e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} \sum_{k=0}^{2} \frac{(t-\tau)^{k}}{k!} \omega_{o}^{k} (A_{\eta} + 2I_{3})^{k} =$$

$$e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \frac{(t-\tau)^{2}}{2}\omega_{o}^{2} \\ \cdot & p_{1}(\tau) \\ \cdot & \cdot & p_{2}(\tau) \end{bmatrix}, \quad (40)$$

其中: I3为3阶单位矩阵,

$$\begin{cases} p_1(\tau) = (t-\tau)\omega_0 + 2(t-\tau)^2\omega_0^2, \\ p_2(\tau) = 1 + 2(t-\tau)\omega_0 + 2(t-\tau)^2\omega_0^2. \end{cases}$$

将式(40)代入式(39),得

$$\begin{cases} q_{1}(t) = \frac{1}{\omega_{o}^{2}} \int_{0}^{t} \frac{(t-\tau)^{2} \omega_{o}^{2}}{2} h(\tau) e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} d\tau, \\ q_{2}(t) = \frac{1}{\omega_{o}^{2}} \int_{0}^{t} p_{1}(\tau) h(\tau) e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} d\tau, \\ q_{3}(t) = \frac{1}{\omega_{o}^{2}} \int_{0}^{t} p_{2}(\tau) h(\tau) e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} d\tau. \end{cases}$$
(41)

因为 $h(\tau)$ 有界,所以存在H > 0,  $|h(\tau)| \leq H$ , 当t > 0时,由式(41)得

$$|q_{1}(t)| = \frac{1}{2} |\int_{0}^{t} (t-\tau)^{2} h(\tau) e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} d\tau| \leq \frac{1}{2} \int_{0}^{t} |(t-\tau)^{2} h(\tau) e^{-2\omega_{o}(t-\tau)}| d\tau \leq \frac{H}{2} \int_{0}^{t} (t-\tau)^{2} e^{-2\omega_{o}(t-\tau)} d\tau = \frac{H}{8\omega_{o}^{3}} [1 - (2\omega_{o}^{2}t^{2} e^{-2\omega_{o}t} + 2\omega_{o}t e^{-2\omega_{o}t} + e^{-2\omega_{o}t})] < \frac{H}{8\omega_{o}^{3}}.$$
(42)

同理可得

$$q_2(t)| < \frac{3H}{4\omega_o^3},$$
 (43)

$$q_3(t)| < \frac{3H}{2\omega_0^3}.\tag{44}$$

因为 $\omega_o A_\eta$ 的特征根是 $-2\omega_o$ (三重),所以

$$e^{\omega_{o}A_{\eta}t} = e^{-2\omega_{o}t} \sum_{k=0}^{2} \frac{t^{k}}{k!} \omega_{o}^{k} (A_{\eta} + 2I_{3})^{k} = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & c_{13}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & c_{23}(t) \\ c_{31}(t) & c_{32}(t) & c_{33}(t) \end{bmatrix}.$$
 (45)

. ...

因为

$$\begin{split} &\lim_{t \to +\infty} \mathrm{e}^{-2\omega_{\mathrm{o}}t} = 0, \ \lim_{t \to +\infty} t\omega_{\mathrm{o}} \mathrm{e}^{-2\omega_{\mathrm{o}}t} = 0, \\ &\lim_{t \to +\infty} t^2 \omega_{\mathrm{o}}^2 \mathrm{e}^{-2\omega_{\mathrm{o}}t} = 0, \end{split}$$

所以
$$\lim_{t \to +\infty} c_{ij}(t) = 0, \ i, j = 1, 2, 3.$$
因此,存在 $T_1 > 0$ ,当 $t \ge T_1$ 时,  $|c_{ij}(t)| \le \frac{1}{\omega_o^3}$ .  
将式(39)(45)代入式(38),得

$$\eta(t) = e^{\omega_{0}A_{\eta}t}\eta(0) + q(t) = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & c_{13}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & c_{23}(t) \\ c_{31}(t) & c_{32}(t) & c_{33}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{1}(0) \\ \eta_{2}(0) \\ \eta_{3}(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{1}(t) \\ q_{2}(t) \\ q_{3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{1}(t) \\ \eta_{2}(t) \\ \eta_{3}(t) \end{bmatrix}.$$
(46)

首先分析状态变量 $x_1(t)$ 的观测误差上界. 当 $t \ge T_1$ 时,  $|c_{ij}(t)| \leq \frac{1}{\omega_0^3}$ . 由式(42)知 $|q_1(t)| < \frac{H}{8\omega_0^3}$ ,所以  $|\eta_1(t)| \leq$  $|c_{11}(t)\eta_1(0)| + |c_{12}(t)\eta_2(0)| +$  $|c_{13}(t)\eta_3(0)| + |q_1(t)| \leq$  $\frac{1}{\omega_{0}^{3}}(|\eta_{1}(0)|+|\eta_{2}(0)|+|\eta_{3}(0)|)+\frac{H}{8\omega_{0}^{3}}.$ (47)

将

$$\varepsilon_{1}(t) = \eta_{1}(t), \ |\eta_{1}(0)| = |\varepsilon_{1}(0)|,$$
$$|\eta_{2}(0)| = \frac{|\varepsilon_{2}(0)|}{\omega_{o}}, \ |\eta_{3}(0)| = \frac{|\varepsilon_{3}(0)|}{\omega_{o}^{2}}$$

代入式(47), 得  
$$|\varepsilon_1(t)| \leq \frac{|\varepsilon_1(0)|}{\omega_0^3} + \frac{|\varepsilon_2(0)|}{\omega_0^4} + \frac{|\varepsilon_3(0)|}{\omega_0^5} + \frac{H}{8\omega_0^3} = M_1,$$
 (48)

由式(48)知, 
$$M_1 = \omega_0$$
有关, 对 $\omega_0$ 求导, 得  

$$\frac{dM_1}{d\omega_0} = -\frac{3|\varepsilon_1(0)|}{\omega_0^4} - \frac{4|\varepsilon_2(0)|}{\omega_0^5} - \frac{5|\varepsilon_3(0)|}{\omega_0^6} - \frac{3H}{8\omega_0^4} < 0.$$
(49)

同理可得状态变量x2(t)的观测误差上界.

$$|\varepsilon_2(t)| \leqslant M_2,\tag{50}$$

 $对\omega_o$ 求导,得

$$\frac{\mathrm{d}M_2}{\mathrm{d}\omega_\mathrm{o}} < 0. \tag{51}$$

同理

$$|\varepsilon_3(t)| \leqslant M_3,\tag{52}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_3}{\mathrm{d}\omega_\mathrm{o}} < 0. \tag{53}$$

从以上分析知,当扰动导数有界时,线性扩张状态 观测器的观测误差也是有界的,增大观测器带宽可 减小观测误差,当观测器带宽增大时,观测误差趋 近于零. 证毕.

#### 5.2 跟踪误差分析

为了分析比例阀控电液系统的跟踪误差,需要以下引理.

**引理1** 对于任意
$$z \in \mathbb{R}, \theta > 0, \alpha > 0, \hbar$$
  
 $|z| - z \frac{\frac{z}{\theta}}{|\frac{z}{\theta}| + \alpha} < \theta \alpha.$ 

**证** 当*z* > 0时,

$$\begin{aligned} |z| - z \frac{\frac{z}{\theta}}{|\frac{z}{\theta}| + \alpha} &= z - z \frac{\frac{z}{\theta}}{\frac{z}{\theta} + \alpha} = \frac{z\theta\alpha}{z + \theta\alpha} < \theta\alpha. \end{aligned}$$
$$\stackrel{\text{tr}}{=} z = 0 \text{ ft}, \end{aligned}$$

$$z|-z\frac{\ddot{\overline{\theta}}}{|\frac{z}{\overline{\theta}}|+\alpha}=0<\theta\alpha$$

当z < 0时,

**定理** 2 假设h有界,则控制量 $u_1$ 使电液系统的跟踪误差 $\xi_1$ 与跟踪误差导数 $\xi_1$ 最终一致有界.

**证** 将式(32)代入式(31),得  

$$\dot{V}_4 = -\frac{k}{2}\xi_1^2 + \xi_1\xi_2 + \xi_2(\ddot{r} + \frac{k}{2}\dot{\xi}_1 - x_3 - (\xi_1 + \frac{k}{2}\dot{\xi}_1 + \frac{k}{2}\xi_2 + \beta\varphi(\xi_2) + \ddot{r} - \hat{x}_3)) = -\frac{k}{2}\xi_1^2 + \xi_1\xi_2 + \xi_2(\hat{x}_3 - x_3 - \xi_1 - \frac{k}{2}\xi_2 - \beta\varphi(\xi_2)) = -\frac{k}{2}\xi_1^2 - \frac{k}{2}\xi_2^2 + \xi_2(\hat{x}_3 - x_3) - \xi_2\beta\varphi(\xi_2).$$
(54)

因为h有界,由定理1知,存在 $M_3 > 0, T_1 > 0.n$ 当  $t \ge T_1$ 时, $|x_3 - \hat{x}_3| \le M_3, \Leftrightarrow \beta \ge M_3, \bigcup |x_3 - \hat{x}_3| \le \beta$ ,进而有 $\xi_2(\hat{x}_3 - x_3) \le \beta |\xi_2|$ ,所以

$$\xi_{2}(\hat{x}_{3} - x_{3}) - \xi_{2}\beta\varphi(\xi_{2}) \leqslant \beta|\xi_{2}| - \xi_{2}\beta\varphi(\xi_{2}).$$
  
由引理1知,  $|\xi_{2}| - \xi_{2}\frac{\frac{\xi_{2}}{\theta}}{|\frac{\xi_{2}}{\theta}| + \alpha} < \theta\alpha$ , 因为 $\varphi(\xi_{2}) =$ 

 $\frac{\frac{\tilde{\theta}}{\theta}}{|\frac{\xi_2}{\theta}|+\alpha},$ 所以,  $|\xi_2| - \xi_2 \varphi(\xi_2) < \theta \alpha$ , 进而, 有 $\beta |\xi_2| - \beta \xi_2 \varphi(\xi_2) \leq \beta \theta \alpha$ , 所以

$$\xi_2(\hat{x}_3 - x_3) - \xi_2 \beta \varphi(\xi_2) \leqslant \beta \theta \alpha, \tag{55}$$

由式(54)-(55)得

$$\dot{V}_4 \leqslant -\frac{k}{2}\xi_1^2 - \frac{k}{2}\xi_2^2 + \beta\theta\alpha,$$
  

$$\Box \mathcal{H}V_4 = \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{1}{2}\xi_2^2, \text{ ff U},$$
  

$$\dot{V}_4 \leqslant -kV_4 + \beta\theta\alpha,$$

解得

$$V_4(t) \leq e^{-k(t-T_1)}V_4(T_1) + \frac{eta heta lpha}{k} (1 - e^{-k(t-T_1)}),$$
  
进而有

$$\xi_1^2 \leqslant 2\mathrm{e}^{-k(t-T_1)}V_4(T_1) + \frac{2\beta\theta\alpha}{k}(1 - \mathrm{e}^{-k(t-T_1)}),$$

所以

$$|\xi_1| \leqslant \sqrt{2e^{-k(t-T_1)}V_4(T_1) + \frac{2\beta\theta\alpha}{k}(1 - e^{-k(t-T_1)})},$$
取极限, 得

$$\lim_{t \to \infty} |\xi_1(t)| \leqslant \sqrt{\frac{2\beta\theta\alpha}{k}},\tag{56}$$

同理可得

$$\lim_{t \to \infty} |\xi_2(t)| \leqslant \sqrt{\frac{2\beta\theta\alpha}{k}}.$$
 (57)

由
$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 - \frac{k}{2}\xi_1$$
, 得  
 $|\dot{\xi}_1| = |\xi_2 - \frac{k}{2}\xi_1| \le |\xi_2| + \frac{k}{2}|\xi_1|.$  (58)

由式(56)-(58)得

$$\lim_{t \to \infty} |\dot{\xi}_1(t)| \leq \lim_{t \to \infty} |\xi_2(t)| + \frac{k}{2} \lim_{t \to \infty} |\xi_1(t)| \leq \sqrt{\frac{2\beta\theta\alpha}{k}} + \frac{k}{2}\sqrt{\frac{2\beta\theta\alpha}{k}} = \sqrt{\beta\theta\alpha}\sqrt{\frac{2}{k} + \frac{k}{2} + 2}.$$
(59)

由式(56)知,为了减小跟踪误差,需要增大k,由式 (59)知,当k > 2时,随着k增大,跟踪误差导数的上 界增大,从而引起振荡,为减小振荡,需要减小θ,α. 由上述分析知,当扰动导数有界时,控制量u1使电 液系统的跟踪误差与跟踪误差导数最终一致有界, 调整控制器参数k,θ,α可使跟踪误差收敛到原点附 近. 证毕.

### 6 仿真

为了验证电液位置的控制效果,本文进行了 MATLAB仿真,仿真采用的电液系统参数如表2.跟 踪阶跃信号时,为减少负载位置的超调,本文使用 双曲正切函数对设定值进行柔化.

表 2 电液系统参数表

Tab	le 2	Parameters	for	the e	lectro-	hyċ	Irauli	c sys	tem
-----	------	------------	-----	-------	---------	-----	--------	-------	-----

参数	值	参数	值
$V_{01}/m^3$	$6.03 \times 10^{-5}$	$\mu$	0.1
$V_{02}/m^3$	$8.04 \times 10^{-5}$	<i>m</i> /kg	3.65
$A_1/m^2$	$6.03 \times 10^{-4}$	$C_{\rm d}$	0.65
$A_2/m^2$	$8.04 \times 10^{-4}$	$\beta_{\rm e}$ /bar	2700
$\rho/(\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3})$	840	w/mm	3
$b/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	$5 \times 10^3$	$P_{\rm S}$ /bar	60
$C_{ip}/(\mathrm{m}^5 \cdot (\mathrm{N} \cdot \mathrm{s})^{-1})$	$9 \times 10^{-13}$	$P_{\rm T}$ /bar	0
$g/(m \cdot s^{-2})$	9.8	$d_1$ /mm	1.5
$k_0/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{V}^{-1})$	$2.5 \times 10^{-4}$	$d_2$ /mm	1

如图3所示,设定值为20mm,若未对设定值柔 化,在0.25 s时负载到达22.02mm处,超调量为10.1%, 而采用双区正切对设定值柔化后可显著减小负载位 置超调量.



图 3 对设定值柔化后的跟踪效果图

Fig. 3 Tracking the smoothed set value

调节柔化因子可以改变负载位置收敛到设定值 的速度,如图4所示.



图 4 调节柔化因子改变收敛速度

Fig. 4 Changing the convergence rate by adjusting the smooth factor

在图4中, a为柔化因子, 从图中可以看出在0.8 s 时, 若a=0.8, 则负载移动到11.8 mm处, 若a=1.5, 则负载移动到16.9 mm处, 若a=3, 则负载移动到 19.3 mm处. 因此, 增大柔化因子可加快收敛速度.

若观测器带宽 $\omega_0 = 50$ ,补偿因子 $b_0 = 12$ ,跟踪 柔化后的阶跃信号时,位置 $x_1$ ,广义扰动 $x_3$ 与相应 的观测值如图5--6所示.

由图5知,在0.306 s时位置信号 $x_1$ 与估值 $\hat{x}_1$ 分别 为13.76 mm, 13.83 mm;在0.317 s时位置信号 $x_1$ 与 估值 $\hat{x}_1$ 分别为14.16 mm, 14.22 mm; 在0.752 s时位 置信号 $x_1$ 与估值 $\hat{x}_1$ 分别为19.21 mm, 19.22 mm.

由图6知,在0.921 s时广义扰动 $x_3$ 与估值 $\hat{x}_3$ 分别 为47.75 m/s<sup>2</sup>,55.90 m/s<sup>2</sup>;在0.967 s时, $x_3$ 与估值 $\hat{x}_3$ 分别为93.86 m/s<sup>2</sup>,97.36 m/s<sup>2</sup>;在1.912 s时, $x_3$ 与估 值 $\hat{x}_3$ 分别为60.50 m/s<sup>2</sup>, 60.93 m/s<sup>2</sup>.



图 5 跟踪阶跃信号时的x1与估值x1





图 6 跟踪阶跃信号时的 $x_3$ 与估值 $\hat{x}_3$ Fig. 6  $x_3$  and  $\hat{x}_3$  when tracking step signal

由图5-6知,跟踪阶跃信号时,ESO能准确估计 位置和广义扰动.

通过调整控制器参数 $k, \theta, \alpha$ 可以改变跟踪误差, 如图7所示.





Fig. 7 Changing the tracking error by adjusting the controller parameters

从图7可以看出,在0.5 s时,  $\overline{A}k=2$ ,  $\theta=0.81$ ,  $\alpha$ = 0.56, 则跟踪误差为20 mm,  $\overline{A}k=30$ ,  $\theta=0.1$ ,  $\alpha$ = 0.2, 则跟踪误差为5.35 mm,  $\overline{A}k=30$ ,  $\theta=0.001$ ,  $\alpha$ = 0.003, 则跟踪误差为1.27 mm. 因此, 增大k可 减小跟踪误差, 但是k > 2时, 随着k的增大,出现了 振荡, 当 $\theta$ ,  $\alpha$ 减小后, 振荡减弱, 跟踪误差减小. 液压油弹性模量随渗入油液的空气而变化. 在 图8中,液压油弹性模量在2.43×10<sup>8</sup> Pa和2.97× 10<sup>8</sup> Pa之间变化. 当弹性模量如图8变化时,采用比 例积分微分(proportional integral derivative, PID)控 制器和本文设计控制器的跟踪误差如图9所示.

由图9知,在0.36 s时,PID控制器和本文设计控制器的跟踪误差分别为20mm和5.38mm,在3.1 s时,PID控制器和本文设计控制器的跟踪误差分别为5.50mm和0.05mm.



图 8 液压油弹性模量发生变化

Fig. 8 Variation in the oil effective bulk modulus





Fig. 9 Tracking error with the variation in the effective bulk modulus

因此与PID控制器相比,本文设计的控制器在弹性模量发生变化时的跟踪误差更小,从而有更强的 鲁棒性.由式(10)知,比例阀的阀口有重叠量,使用 PID控制器难以快速跟踪设定值.

为验证控制器的抗扰能力,本文对控制器的输 出电压加入干扰信号,进而用含有扰动信号的控制 电压驱动比例阀.本文设计控制器与PID控制器的 抗外扰能力比较如图10所示.PID控制器参数:  $k_{\rm P}$ =160,  $k_{\rm I}$  = 120,  $k_{\rm D}$  = 0.01.本文设计控制器参数:  $\omega_{\rm o}$  = 50, k = 30,  $\beta$  = 60,  $\theta$  = 0.001,  $\alpha$  = 0.002,  $b_0$  = 12.

由图10知,从0 s至2 s, PID控制器的跟踪误差 由20 mm减小为13.3 mm,而同一时段内,本文设计 控制器的跟踪误差由20 mm减小为0.07 mm,说明 本文设计控制器比PID控制器的跟踪速度快;在7.5 s 时,由于对控制电压加入3.2 V扰动,负载偏离设定 值,PID控制器作用下负载最大偏离16.7 mm,而本 文设计控制器作用下负载最大偏离6.2 mm; 在8 s 时, PID控制器的跟踪误差为-16.6 mm, 而本文设计控制器的跟踪误差为-0.1 mm, 表明与PID控制器相比, 本文设计控制器的抗扰能力更强, 跟踪精度更高.



图 10 本文设计控制器与PID控制器的抗外扰能力比较

Fig. 10 Comparison of the external disturbance rejection ability between the proposed controller and PID controller

比例方向阀由于阀口重叠量而导致换向滞后, 以跟踪正弦信号 $r(t) = 20\sin(\frac{\pi}{5}t)$ mm为例, PID控 制器与本文设计控制器的跟踪效果分别如图11–12 所示. PID控制器参数 $k_{\rm P} = 180, k_{\rm I} = 150, k_{\rm D} = 0.02;$ 本文设计控制器参数 $k = 30, \theta = 0.001, \alpha = 0.001, \beta = 60, \omega_{\rm o} = 60, b_0 = 12.$ 



图 11 PID控制器跟踪正弦信号





图 12 本文设计控制器跟踪正弦信号



由图11-12可知,在2.5 s时发生换向,设定值为20 mm,PID控制器和本文所设计的控制器作用下的负载位置分别为9.3 mm和19.7 mm;在7.5 s时再次发生换向,设定值为-20 mm,PID控制器和本文所设计的控制器作用下的负载位置分别为-9.6 mm和-19.9 mm.

因此, 在发生换向时, PID控制器的跟踪误差较 大, 存在较大的换向滞后, 而本文设计的控制器能较 好补偿换向滞后, 迅速跟踪设定值. 跟踪正弦信号 时, 位置 $x_1$ , 广义扰动 $x_3$ 与相应的观测值如图13–14 所示. 由图13可知, 在0.159 s时, 位置 $x_1$ 与估值 $\hat{x}_1$ 分 别为2.02 mm, 2.31 mm; 在0.253 s时  $x_1$ 与估值 $\hat{x}_1$ 分 别为3.38 mm, 3.13 mm; 在15.26 s时  $x_1$ 与估值 $\hat{x}_1$ 分 别为3.38 mm, -3.29 mm. 由图 14 可以看出, 在 6.176 s时, 广义扰动 $x_3$ 与估值 $\hat{x}_3$ 分别为61.80 m/s<sup>2</sup>, 58.17 m/s<sup>2</sup>; 在8.395 s时,  $x_3$ 与估值 $\hat{x}_3$ 分别为33.16 m/s<sup>2</sup>, 12.65m/s<sup>2</sup>.



图 13 跟踪正弦信号时的x1与估计值x1

Fig. 13 The position signal  $x_1$  and its estimate  $\hat{x}_1$  when tracking sinusoid signal



图 14 跟踪正弦信号时的 $x_3$ 与估计值 $\hat{x}_3$ Fig. 14  $x_3$  and its estimate  $\hat{x}_3$  when tracking sinusoid signal

由图13-14知,在跟踪正弦信号时,ESO能准确 估计负载位置和广义扰动.

## 7 实验

本文在实验台上验证了控制器的性能,实验台 如图15所示.本实验台采用博世力士乐4WREE6E 08-2X/G24K31/A1V比例方向阀,该比例阀含有内 置驱动放大电路,电源电压为直流24 V,最大电流 2 A, 最大流量80 L/min, 最大压力315 bar; 负载质量 为3.65 kg, 油泵压力为6 MPa, 使用功率为0.75 kW 的交流电机拖动油泵, 电机转速为1400 r/min; 油缸 外径, 行程分别为40 mm, 200 mm; 活塞与活塞杆的 直径分别为32 mm, 16 mm; 使用型号为米朗KTC-300的直线位移传感器测量负载位移;采用型号为 易福门PT5402压力传感器测量油缸压力;使用阿尔 泰科技USB3120数据采集卡实现计算机与电液系 统间的测量信号与控制信号传输,该采集卡采样率 为 $2.5 \times 10^5$  sps,转换精度16位.使用计算机计算比 例方向阀的控制信号, CPU主频2.5 GHz, 内存8 GB, 采用C++语言编写控制程序,采样周期10 ms.



图 15 比例阀控电液系统实验台

Fig. 15 Experimental bench for the electro-hydraulic system

在跟踪阶跃信号时,为了减小超调量,本文使用 双曲正切函数安排过渡过程,对设定值进行柔化, 跟踪效果如图18所示. 控制器参数为 $\omega_0 = 33, k = 32, \beta = 60, b_0 = 9, \theta = 10^{-5}, \alpha = 10^{-7}.$ 

由图16知,设定值为30 mm,在1.1 s时,若未对 设定值柔化,则负载位置为36.7 mm,超调量为22.3%; 若采用柔化因子为1.2的双曲正切对设定值柔化,则 负载位置为27.0 mm.因此,使用双曲正切柔化阶跃 设定值可显著减小超调量.



图 16 使用双曲正切安排过渡过程

Fig. 16 Arranging transition process with hyperbolic tangent

本文设计控制器与PID控制器抗外扰能力比较 如图17所示.本文设计控制器参数为 $\omega_0 = 35, b_0 =$ 10,  $\beta = 60, k = 80, \theta = 10^{-6}, \alpha = 10^{-8}$ ; PID控制器 参数为 $k_P = 200, k_I = 160, k_D = 0.01$ .



图 17 控制器抗外扰能力比较

Fig. 17 Comparison of external disturbance rejection ability of controllers

由图17知,设定值为60 mm,为比较控制器的抗 扰能力,在20 s时,对比例阀的控制信号加入-2.1 V 扰动,在该扰动作用下,负载偏离设定值,本文设计 控制器和PID控制器作用下负载位置最大偏差分别 为4.2 mm和8.0 mm.若误差带取±2%,则扰动发生 后,本文设计控制器和PID控制器的调节时间分别 为0.3 s和4.1 s.因此,本文设计控制器能使负载很 快恢复到设定值,具有很强的抗扰能力.

本文设计控制器与PID控制器跟踪正弦信号时的负载位置如图18–19所示.正弦信号在1个周期内发生2次换向,设定值为 $60\sin(\frac{\pi}{10}t)$  mm.

本文设计控制器参数为 $\omega_0$ =30, k=60,  $\beta$ =60,  $\theta$ =0.001,  $\alpha$ =0.001; PID控制器参数为 $k_P$ =120,  $k_I$ =110,  $k_D$ =0.001.



图 18 第1次换向发生时跟踪效果比较



由图18知,在5 s时,正弦信号发生第1次换向,在 6 s时,本文设计控制器和PID控制器作用下的负载 跟踪误差分别为-0.5 mm和-4.1 mm.







由图19知,在15 s时发生第2次换向,在16.2 s时, 本文设计控制器和PID控制器作用下的负载跟踪误 差分别为0.007 mm和5.5 mm.因此,本文设计控制 器可以缩短换向滞后,使负载迅速跟踪设定值.

为了减小跟踪误差, 需要调整控制器参数, 设定 值取为20 mm, 负载初始位置为0 mm, 在不同控制 器参数下的跟踪误差如图20-22所示. 通过比较图 20-22在1.5 s后的跟踪误差, 可以发现调整控制器 参数会引起跟踪误差发生显著变化.

由图20知, 若k = 5,  $\theta$  = 0.008,  $\alpha$  = 0.007, 则跟 踪误差在-23.7 mm和22.4 mm之间变化. 由图21 知, 若参数k = 30,  $\theta$  = 0.008,  $\alpha$  = 0.007, 则跟踪误 差在-11.7 mm和9.0 mm之间变化, 存在振荡. 由 图22知, 若参数k = 30,  $\theta$  = 10<sup>-6</sup>,  $\alpha$  = 10<sup>-5</sup>, 则跟 踪误差在-0.8 mm和0.8 mm之间变化. 所以, 增大 k, 同时减小 $\theta$ ,  $\alpha$ 可以减小跟踪误差, 减弱振荡, 提高 跟踪精度.



图 20  $k = 5, \theta = 0.008, \alpha = 0.007$ 时的跟踪误差

Fig. 20 The tracking error when k = 5,  $\theta = 0.008$ , and  $\alpha = 0.007$ 



图 21  $k = 30, \theta = 0.008, \alpha = 0.007$ 时的跟踪误差

Fig. 21 The tracking error when  $k = 30, \ \theta = 0.008$ , and  $\alpha = 0.007$ 



图 22 k = 30,  $\theta = 10^{-6}$ ,  $\alpha = 10^{-5}$ 时的跟踪误差 Fig. 22 The tracking error when k = 30,  $\theta = 10^{-6}$ , and  $\alpha = 10^{-5}$ 

#### 8 结论

本文采用线性扩张状态观测器实时估计电液系 统存在的难以测量的比例阀阀口重叠量和液压油弹 性模量,外部扰动与未建模动态,设计抗扰反步控 制器对总扰动进行补偿,使用双曲正切安排过渡过 程,从而显著减小超调,研究了电液位置控制系统 的稳定性,证明在扰动导数有界的前提下,观测误 差和跟踪误差都有界.仿真和实验表明:控制器增 益k增大到一定值时,非线项参数θ,α越小,跟踪误 差越小,进而收敛到原点附近,与PID控制器相比, 本文设计控制器可快速跟踪设定轨迹,在外扰发生 时,能迅速恢复到设定值,缩短比例阀换向滞后,进 而实现负载位置精确控制.

### 参考文献:

- MU Xiangyong, PEI Run, LIU Zhilin, et al. A control system for the electro-hydraulic load-simulator employed in a marine rudder. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 564 – 568.
   (慕香永, 裴润, 刘志林, 等. 用于船舶舵机的电液负载模拟器之控制 系统. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 564 – 568.)
- [2] JIAO Zongxia, YAO Jianyong. Electro-hydraulic Servo System Based on Nonlinear Control. Beijing: Science Press, 2016. (焦宗夏, 姚建勇. 电液伺服系统非线性控制. 北京: 科学出版社, 2016.)
- [3] BAHRAMI M, NARAGHI M, ZAREINEJAD M. Adaptive supertwisting observer for fault reconstruction in electro-hydraulic systems. *ISA Transactions*, 2018, 76: 235 – 245.
- [4] LI Y, WANG Q. Adaptive neural finite-time trajectory tracking control of hydraulic excavators. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2018, 232(7): 909 – 925.
- [5] HYON S, SUEWAKA D, TORII Y, et al. Design and experimental evaluation of a fast torque-controlled hydraulic humanoid robot. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(2): 623 – 634.
- [6] KADDISSI C, KENNE J P, SAAD M. Indirect adaptive control of an electrohydraulic servo system based on nonlinear backstepping. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2011, 16(6): 1171 – 1177.
- [7] WANG Chunxing. Hydraulic Control System. Beijing: China Machine Press, 2016.
  - (王春行. 液压控制系统. 北京: 机械工业出版社, 2016.)
- [8] SU Qi. Switching delay analysis and compensation methods for the pilot operated proportional directional valves. Hangzhou: Zhejiang University, 2016.
   (苏琦. 先导式电液比例方向阀换向滞后分析及其补偿方法研究. 杭 州:浙江大学, 2016.)
- [9] MOHANTY A, YAO B. Integrated direct/indirect adaptive robust control of hydraulic manipulators with valve deadband. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2011, 16(4): 707 – 715.
- [10] LIN Hao, LI En, LIANG Zize. Adaptive backstepping controller for electro-hydraulic servo system with nonlinear uncertain parameters. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(2): 181 188.
  (林浩,李恩,梁自泽. 具有非线性不确定参数的电液伺服系统自适应backstepping控制. 控制理论与应用, 2016, 33(2): 181 188.)
- [11] MINTSA H A, VENUGOPAL R, KENNE J P, et al. Feedback linearization-based position control of an electrohydraulic servo system with supply pressure uncertainty. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(4): 1092 – 1099.
- [12] YANG G, YAO J, LE G, et al. Adaptive integral robust control of hydraulic systems with asymptotic tracking. *Mechatronics*, 2016, 40: 78 – 86.
- [13] KIM W, WON D, SHIN D, et al. Output feedback nonlinear control for electro-hydraulic systems. *Mechatronics*, 2012, 22(6): 766 – 777.
- [14] TAVERNINI D, VACCA F, METZLER M, et al. An explicit nonlinear model predictive ABS controller for electro-hydraulic braking systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(5): 3990 – 4001.
- [15] AI-ZUGHAIBI A, XUE Y, GROSVENOR R, et al. Design and investigation of pole assignment controller for driving nonlinear electro hydraulic actuator with new active suspension system model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2019, 233(13): 3460 – 3479.

- [16] KIM W, SHIN D, WON D, et al. Disturbance-observer-based position tracking controller in the presence of biased sinusoidal disturbance for electrohydraulic actuators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(6): 2290 – 2298.
- [17] YAO J, JIAO Z, MA D, et al. High-accuracy tracking control of hydraulic rotary actuators with modeling uncertainties. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(2): 633 – 641.
- [18] LEE W, YOO S, NAM S, et al. Passivity-based robust compliance control of electro-hydraulic robot manipulators with joint angle limit. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(2): 3190 – 3197.
- [19] ZHAO J, SHEN G, YANG C, et al. A robust force feed-forward observer for an electro-hydraulic control loading system in flight simulators. *ISA Transactions*, 2019, 89: 198 – 217.
- [20] YAO B, BU F, REEDY J, et al. Adaptive robust motion control of single-rod hydraulic actuators: Theory and experiments. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2000, 5(1): 79 – 91.
- [21] BAGHESTAN K, REZAEI S M, TALEBI H A, et al. An energysaving nonlinear position control strategy for electro-hydraulic servo systems. *ISA Transactions*, 2015, 59: 268 – 279.
- [22] BU F, YAO B. Nonlinear adaptive robust control of hydraulic actuators regulated by proportional directional control valves with deadband and nonlinear flow gains. *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago: IEEE, 2000: 4129 – 4133.
- [23] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 906.
- [24] HAN Jingqing. Active Disturbance Rejection Control Technique—the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
  (韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008.)
- [25] HAN Jingqing. Auto-disturbances-rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 23.
  (韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 23.)
- [26] TAO Jin, SUN Qinglin, CHEN Zengqiang, et al. Homing control of a parafoil system in large wind environments. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(12): 1630 – 1638.
  (陶金, 孙青林, 陈增强, 等. 翼伞系统在较大风场中的归航控制. 控 制理论与应用, 2016, 33(12): 1630 – 1638.)

- [27] CHEN Zengqiang, LI Yi, YUAN Zhuzhi, et al. Attitude control of tandem rotor helicopter based on cascade active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(9): 1219 1225. (陈增强, 李毅, 袁著祉, 等. 串级自抗扰控制器在纵列式双旋翼直升机飞行姿态控制中的应用. 控制理论与应用, 2015, 32(9): 1219 1225.)
- [28] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of the American Control Conference*. Denver: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [29] FANG Yongchun, LU Guizhang. Nonlinear System Theory. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
   (方勇纯, 卢桂章. 非线性系统理论. 北京: 清华大学出版社, 2009)
- [30] LIU Jinkun. Robot Control System Design and MATLAB Simulation: the Basic Design Method. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.
   (刘金琨. 机器人控制系统的设计与MATLAB仿真: 基本设计方法. 北京:清华大学出版社, 2016.)
- [31] XUE W, HUANG Y. Performance analysis of 2–DOF tracking control for a class of nonlinear uncertain systems with discontinuous disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(4): 1456 – 1473.
- [32] ZHENG Q, DONG L, LEE D H, et al. Active disturbance rejection control for MEMS gyroscopes. *American Control Conference*. Seattle: IEEE, 2008: 4425 – 4430.

#### 作者简介:

刘胜斐 博士研究生,目前研究方向为电液伺服控制、自抗扰控

制, E-mail: liushengfei2001@163.com;

孙青林 教授,博士生导师,目前研究方向为自适应控制、柔性飞

行器仿真与控制、嵌入式控制系统, E-mail: sunql@nankai.edu.cn;

陈增强 教授,博士生导师,目前研究方向为智能预测控制与先进

控制、复杂系统建模优化与控制, E-mail: chenzq@nankai.edu.cn;

**丁祉峰**硕士研究生,目前研究方向为自抗扰控制、过程控制, E-mail: dingzf\_nku@163.com.