

高相对阶连续时间系统的间接迭代学习控制

刘娇龙^{1†}, 李 瑾², 王 龙³, 薛建平³, 刘 彬¹

(1. 中国人民解放军66133部队, 北京 100043;

2. 空军工程大学 装备管理与无人机工程学院, 陕西 西安 710051; 3. 空军工程大学 航空工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 本文提出了一类高相对阶线性连续时间系统的间接迭代学习控制算法, 该算法相对独立于系统局部控制器, 因此可以应用于已有局部反馈控制器的系统. 采用具有极点配置的 H_∞ 鲁棒控制器作为系统的内环控制, 而在外环通过迭代学习控制调整内环系统的指令信号. 通过引入拉氏变化, 构建了迭代学习系统的2-D Roesser模型, 推导了系统渐近收敛条件, 并研究了存在有界初始条件偏移和迭代变化外部干扰时算法的鲁棒性能. 最后, 利用空中加油对接控制的算例进一步验证了算法的有效性.

关键词: 间接迭代学习控制; 相对阶系统; 鲁棒控制; 2-D系统; 迭代变化因素

引用格式: 刘娇龙, 李瑾, 王龙, 等. 高相对阶连续时间系统的间接迭代学习控制. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1127 – 1134

DOI: 10.7641/CTA.2019.90141

Indirect-type iterative learning control for high relative degree continuous-time systems

LIU Jiao-long^{1†}, LI Jin², WANG Long³, XUE Jian-ping³, LIU Bin¹

(1. The Unit 66133 of PLA, Beijing 100043, China;

2. Equipment Management and Unmanned Aerial Vehicle Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710051, China;

3. Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: In this paper, a kind of indirect-type iterative learning control is developed for high relative degree linear continuous-time systems. The proposed indirect-type iterative learning control design is relatively independent of the system local controller, thus it can be applied to the process which already has local feedback control. The H-infinity robust controller with pole assignment is designed in the inner loop, while the iterative learning control updating law is implemented to adjust the setpoint command of the closed-loop system in the outer loop. By introducing the Laplace transform, the two dimensional Roesser system is established for the iterative learning system, and then the system monotonic convergence condition is derived. Furthermore, the robustness performance of the iterative learning control algorithm is investigated in the presence of bounded initial state shift and iteration-varying external disturbance. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is illustrated by the simulation of aerial refueling docking control.

Key words: indirect-type iterative learning control; relative degree system; robust control; 2-D system; iteration-varying factors

Citation: LIU Jiaolong, LI Jin, WANG Long, et al. Indirect-type iterative learning control for high relative degree continuous-time systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 1127 – 1134

1 引言

迭代学习控制(iterative learning control, ILC)能够显著提高在有限时间内重复执行跟踪任务系统的控制精度, 受到控制领域学者们的广泛关注^[1-5]. 从Arimoto等人^[6]开始, 典型的ILC使用系统的历史数据来调节当前控制输入, 以获得迭代域上的跟踪误差收敛性能^[7-8]. 本质上, 这种基于历史数据的控制方法对

于每一次控制过程来说, 属于一类开环前馈控制. 因此, 诸如鲁棒性、干扰抑制性等实时性能, 并不是ILC的主要目标, ILC更多关注跟踪误差沿迭代轴的收敛性能, 其学习之初的跟踪性能常常被忽略. 然而, 对于安全性要求较高的系统, 如在空的飞行器, 系统必须在稳定的局部控制器下运行, 以满足安全性需要和规定的飞行品质^[9], 实际中没有必要也不允许设计人员

收稿日期: 2019-03-16; 录用日期: 2019-11-20.

[†]通信作者. E-mail: kgd_ljl@163.com; Tel.: +86 10-66399953.

本文责任编辑: 侯忠生.

对已有的闭环系统进行更改. 因此, 使用ILC直接全权接管飞行器的控制并不可行.

随着ILC在工程中逐渐应用, 研究者越来越关注开发具有反馈控制和学习控制综合性能的鲁棒ILC方法, 以同时确保在时域的控制性能和在迭代域的收敛性能. 根据综述文献[10]的分类, 主要有两类ILC和传统控制器的组合方法. 一类是直接型ILC^[11-14], 学习控制直接用于决定系统的控制输入; 另一类是间接ILC, 系统有基本的反馈控制器, 学习控制用于更新优化局部控制器的参数.

典型的间接ILC可以用于调节内环控制器的指令信号, 控制增益, 权重以及其他相关的参数. 而对于指令信号间接ILC来说, 闭环系统可以完全保持已有的控制性能而不作改变, ILC通过调节闭环系统的指令信号来提高跟踪性能. 这类控制方法主要好处在于ILC与内环控制器之间保持级联结构, 这极大方便了ILC在实际应用的设计与加入. 指令信号间接ILC有两个控制回路: 一是由传统的诸如PID、鲁棒控制器组成的内环控制, 二是外环用于调节内环系统指令信号的ILC回路. 由于ILC本质上是沿着时间轴和迭代轴的二维(two-dimensional, 2-D)系统, 2-D控制理论常常被用于构建ILC的2-D系统形式, 分析ILC的动力学性能^[12, 15-16]. 文献[17]将PI控制器与间接ILC相组合, 闭环系统被转化为2-D形式, 并给出了闭环系统鲁棒渐近稳定性的充分条件. 文献[18]针对离散线性系统, 利用2-D系统理论, 提出了基于鲁棒PID的指令信号间接ILC. 文献[19]进一步提出了内环反馈控制参数与外环ILC学习算法的整体优化方法, 确保了整个控制系统的优化性能.

然而, 现有间接ILC的研究普遍针对相对阶为1的系统, 如何对在实际中广泛存在的高相对阶系统^[16, 20-21], 构建间接ILC的高阶2-D系统形式, 目前鲜见报道. 如何合理设计高相对阶系统间接ILC的局部控制器和外环学习律, 使系统兼具鲁棒控制性能和学习单调收敛性能, 具有较大难度. 另外, 当系统不满足标准初始条件(identical initial condition, i.i.c.)并受到迭代变化干扰因素影响时, 如何分析间接ILC的鲁棒性性能, 还未有效解决.

本文针对多输入多输出线性高相对阶受扰系统进行指令信号间接ILC研究. 将对期望信号的跟踪转化为内环指令信号跟踪和外环指令信号学习调节两个部分. 对内环控制器, 采用具有极点配置的状态反馈鲁棒控制器, 确保局部控制器对指令信号的跟踪性能及对抗动信号的抑制性能. ILC用于迭代调节外环指令信号, 以使得系统输出逐渐逼近期望信号. 通过引入拉氏变换, 建立了高相对阶闭环系统的2-D形式, 并利用线性矩阵不等式, 分析了ILC的单调收敛充分条件. 最后, 研究了在不满足标准初始条件和具有迭代变化因素影响时控制器的收敛性能. 利用空中加油

算例对提出的方法进行了验证.

2 问题描述

考虑在有限时间区间 $[0, T]$ 内重复运行的多输入多输出线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t) + Gw_i(t), \\ y_i(t) = Cx_i(t), \quad 0 \leq t \leq T, \\ x_i(0) = x_0, \quad i = 0, 1, \dots, \end{cases} \quad (1)$$

其中: t 为时间, i 为迭代次数; $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, $y_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 为系统输出, $w_i(t) \in \mathbb{R}^q$ 为时变外部干扰, 满足 $\|w_{i+1}(t) - w_i(t)\| \leq \sigma_w < \infty$; 系统矩阵 A , B , C 和 G 是适当维数且范数有界的常矩阵; x_0 为系统初始状态. 系统(1)相对阶为 $r \geq 1$, 其定义如下^[22]:

$$\begin{aligned} CA^j B &= 0, \quad \forall 0 \leq j < r-1, \\ CA^{r-1} B &\neq 0 \text{ 且行满秩}. \end{aligned} \quad (2)$$

系统控制目标是确定控制律, 使得系统输出 $y_i(t)$ 在外部干扰下能够尽可能接近期望轨迹 $y_r(t)$. 为了使得闭环系统在时域具有鲁棒稳定性, 同时能够在迭代运行过程中不断学习系统中存在的不确定性, 改善控制效能, 设计了如图1所示的间接ILC算法.

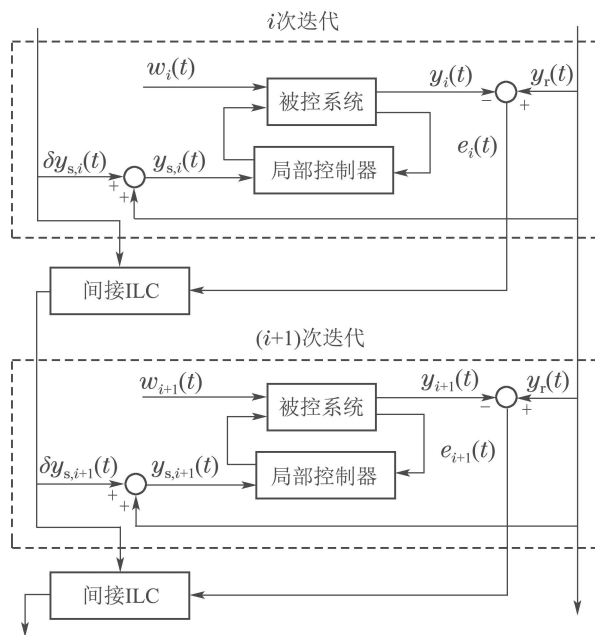


图1 间接ILC算法结构图

Fig. 1 Structure of indirect type ILC

在间接ILC算法中, 系统包含两个环路, 即局部控制器的内环和ILC的外环. 系统内环由局部反馈控制器进行控制, 以使得系统输出 $y_i(t)$ 能够在抑制干扰 $w_i(t)$ 的同时跟踪指令信号 $y_{s,i}(t)$. 注意到 $y_{s,i}(t)$ 是在 $y_r(t)$ 上叠加外环ILC的调整信号 $\delta y_{s,i}(t)$ 所得, 即 $y_{s,i}(t) = y_r(t) + \delta y_{s,i}(t)$. 当内环局部控制器能够达到控制需求, 就没有必要使用ILC. 此时, 可以切断外环的ILC控制回路, 直接令 $y_{s,i}(t) = y_r(t)$ 作为系统的

指令信号. 而当系统遭遇强烈的外部干扰和不确定性时, 其跟踪性能可能不能够满足实际应用需要, 此时就能将外环的间接ILC接入控制器, 以进一步提高系统跟踪精度. ILC的加入并不会影响局部控制器的闭环性能, 但可以改善其在进行重复运动时的跟踪性能. 这种加入方式十分适用于已有局部控制器的迭代运行系统, 如空中加油的飞行器控制^[20].

在间接ILC算法中, 定义两类跟踪误差: 指令信号跟踪误差 $e_{s,i}(t) \triangleq y_{s,i}(t) - y_i(t)$ 和实际输出跟踪误差 $e_i(t) \triangleq y_r(t) - y_i(t)$. $e_{s,i}(t)$ 用于描述系统内环跟踪指令信号时的误差, 而 $e_i(t)$ 是系统跟踪期望信号的误差, 当切断外环ILC时, 有 $e_{s,i}(t) = e_i(t)$.

根据以上分析, 本文提出的控制算法将分为两步进行研究: 内环的反馈控制器和外环的间接ILC算法. 为了便于设计间接ILC算法, 给出以下引理.

引理 1(有界实引理^[23]) 给定系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

下面两个表述等价: 1) 系统矩阵 A 是稳定的并且 $\|T_{zw}(s)\|_\infty = \|C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty < \gamma$; 2) 存在矩阵 $P > 0$ 满足

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & * & * \\ B^T P & -\gamma^2 I & * \\ C & D & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (4)$$

其中 $T_{zw}(s)$ 是系统中 w 到 z 的传递函数.

3 基于鲁棒 H_∞ 控制的内环控制器设计

对于系统(1)的内环局部控制器, 其控制目标是使系统的输出 $y_i(t)$ 跟踪指令信号 $y_{s,i}(t)$, 同时能够有效抑制干扰 $w_i(t)$. 实际上, 任何能够提供期望性能的控制方法, 如最优控制、极点配置方法等, 都能用以设计局部控制器. 本文假设系统状态 $x_i(t)$ 能够被直接测量, 采用状态反馈鲁棒 H_∞ 控制器对内环进行控制. 由于局部控制器的设计并不受系统(1)迭代次数 i 的影响, 为了简化表述, 在本节中将进行省略.

引入系统指令信号跟踪误差的积分信号 $\eta(t) = \int_0^t e_s(\tau) d\tau$ 作为状态变量, 并定义增广状态 $x_e(t) = [x^T(t) \ \eta^T(t)]^T$, 可以建立增广系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u(t) + H y_s(t) + G_e w(t), \\ y(t) = C_e x_e(t), \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_e &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_e = [B^T \ 0]^T, \\ H &= [0 \ I]^T, \quad G_e = [G^T \ 0]^T, \quad C_e = [C \ 0]. \end{aligned} \quad (6)$$

定义虚拟输出

$$v(t) = k_0 \eta(t) + e_s(t), \quad (7)$$

其中 $k_0 \in \mathbb{R}$ 是设定的适当的正常数. 通过在式(7)中引入误差信号 $\eta(t)$, 可以在内环局部控制器中对系统的稳态跟踪误差进行抑制.

定义系统增广状态为

$$z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ -C & k_0 I \end{bmatrix}}_F x_e(t) + H y_s(t). \quad (8)$$

内环局部控制器的状态反馈控制律设计如下:

$$u(t) = -K z(t) = -[K_x \ K_p] z(t), \quad (9)$$

其中 $K = [K_x \ K_p]$ 是 $m \times (n+p)$ 维的反馈增益矩阵. 将控制律(9)代入系统(5), 可以得到闭环系统动力学

$$\begin{aligned} \dot{x}_e(t) &= A_c x_e(t) + B_c y_s(t) + G_c w(t), \\ y(t) &= C_c x_e(t), \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $A_c = A_e - B_e K F$, $B_c = H - B_e K H$, $G_c = G_e$, $C_c = C_e$. 令 $K_e = K F$, 则闭环系统的稳定性由矩阵 $A_c = A_e - B_e K_e$ 确定.

为了跟踪指令信号 $y_s(t)$, 需要设计反馈增益矩阵 K 以使得 A_c 是Hurwitz的. 同时为了使得控制系统鲁棒稳定, 这里采用 H_∞ 性能指标

$$\|e_s(t)\|_2 < \gamma_{fb} \|w(t)\|_2, \quad (11)$$

其中 γ_{fb} 为鲁棒性能指标.

因此, 控制任务可以转化为标准的 H_∞ 次优化控制问题, 并可以通过线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)方法来求解, 以使得干扰的传递函数范数最小化. 另外, 为了获得期望的时间响应和闭环阻尼, 并避免控制器的过快反映, 这里将闭环系统的极点配置到指定区间. 控制结果总结于如下定理.

定理 1 对于受时变外部干扰的系统(1), 应用反馈控制律(9). 如果存在正定矩阵 $Q > 0$ 、矩阵 X 、正常数 γ_{fb} , $\alpha_1, \alpha_2, \varphi \in [0, \pi/2]$, 使得下面的LMI成立:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \Phi_1^T + \Phi_1 & * & * \\ G_c^T & -I & * \\ C_c Q & 0 & -\gamma_{fb}^2 I \end{bmatrix} < 0, \\ &\Phi_1^T + \Phi_1 + 2\alpha_1 Q < 0, \\ &\Phi_1^T + \Phi_1 + 2\alpha_2 Q > 0, \\ &\begin{bmatrix} \sin \phi(\Phi_1^T + \Phi_1) & * \\ \cos \phi(\Phi_1^T - \Phi_1) & \sin \phi(\Phi_1^T + \Phi_1) \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (12)$$

闭环系统(10)鲁棒稳定并满足 H_∞ 性能指标 γ_{fb} , 同时系统的闭环极点 λ_k , $k \in \mathbb{Z}^+$ 被配置到指定的期望区间 $\Omega_\lambda = \{\lambda_k | -\alpha_2 < \text{Re}(\lambda_k) < -\alpha_1$,

$|\arctan(\text{Im}(\lambda_k)/\text{Re}(\lambda_k))| < \phi\}$. 其中 $\Phi_1 = A_e Q + B_e X$. 则控制律(9)中的反馈增益为

$$[K_x \ K_p] = -XQ^{-1}F^{-1}. \quad (13)$$

证 详见文献[23]中定理2.2、定理3.1和推论2.3.

注1 需要指出, 求解LMI(12)时可首先获得增益 $K_e = -XQ^{-1}$, 使得闭环系统矩阵 $A_c = A_e - B_e K_e$ 是Hurwitz的. 在 K_e 获得后, 可以进一步求取反馈控制律参数 $K = K_e F^{-1}$, 得到式(13)所示形式. 因此, 设计控制律时可令式(8) F 中的 k_0 为正, 确保 F 可逆即可.

4 间接型ILC设计与收敛性分析

在本节中, 将ILC应用于闭环系统(10), 通过迭代调节指令信号 $y_{s,i}(t)$ 来减小跟踪误差 $e_i(t)$. 首先, 设计了间接ILC算法, 并建立了迭代系统的2-D Roesser模型; 然后, 给出了学习系统单调收敛条件; 最后讨论了迭代变化因素及初始条件偏差对系统的影响.

4.1 间接ILC设计与2-D系统构建

设计更新指令信号 $\delta y_{s,i}(t)$ 的间接ILC如下:

$$\delta y_{s,i+1}(t) = \delta y_{s,i}(t) + \sum_{j=0}^r L_j e_i^{(j)}(t), \quad (14)$$

其中: $\delta y_{s,0}(t) = 0$, L_j 为 $p \times p$ 维需要设计的增益矩阵, $e_i^{(j)}(t)$ 为 $e_i(t)$ 的 j 阶导数.

注2 由于系统具有高相对阶, 同时为了使跟踪误差在迭代轴上以 L_2 范数形式单调收敛, 在学习律(14)中需要使用 $e(t)$ 从0至 r 阶的微分信号, 这种设计方法在文献[16, 24]中皆有采用. 需要指出的是, 由于系统相对阶为 r , 因此系统误差 $e(t)$ 的 r 以下阶次导数一般也具有实际物理含义, 在实际执行中并不难获取.

在下面分析中, 假设跟踪误差及其导数满足标准初始条件, 即 $e_i^{(j)}(0) = 0$, $j = 0, 1, \dots, r-1$, 并且系统(1)的外部干扰满足迭代不变的特性, 即 $\sigma_w = 0$, $W_i(s) = W(s)$. 在第4.3节中, 将进一步对存在初始状态偏差及迭代变化干扰时的影响进行讨论.

由于系统(1)具有高相对阶 r , 因此传统的2D系统建立方法^[25-26]不能直接适用. 为了便于推导学习系统的2D形式, 本文引入了拉普拉斯变换. 对间接ILC(14)进行拉氏变换, 可得

$$\delta Y_{s,i+1}(s) = \delta y_{s,i}(s) + L(s)E_i(s), \quad (15)$$

其中: $\delta y_{s,i}(s) = L[\delta y_{s,i}(t)]$; $E_i(s) = L[e_i(t)]$; $L[\cdot]$ 为拉氏变换算子, $L(s) = \sum_{j=0}^r L_j s^j$; $\delta Y_{s,0}(s) = 0$.

根据闭环系统(10), 系统第 i 次迭代时的输出为

$$Y_i(s) = T_p(s)y_{s,i}(s) + T_w(s)W_i(s) + T_0(s)x_i(0), \quad (16)$$

其中: $Y_i(s) = L[y_i(t)]$, $y_{s,i}(s) = L[y_{s,i}(t)]$, $W_i(s) = L[w_i(t)]$, $T_0(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}$ 是系统零输入响

应传递函数; $T_p(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c$ 和 $T_w(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}G_c$ 分别是闭环系统指令信号 $y_{s,i}(s)$ 和外部干扰信号 $W_i(s)$ 到系统输出 $Y_i(s)$ 的传递函数.

另外, 从图1中的间接ILC的结构可以得知

$$y_{s,i}(s) = Y_r(s) + \delta y_{s,i}(s), \quad (17)$$

其中 $Y_r(s) = L[y_r(t)]$. 为简化表述, 下文中的 s 将在不引起歧义的情况下省略.

将相邻两次迭代过程中误差 E_i 与 E_{i+1} 相减, 并代入式(15)–(17), 可得

$$\begin{aligned} E_{i+1} - E_i &= (Y_r - Y_{i+1}) - (Y_r - Y_i) = \\ &= -T_p(Y_{s,i+1} - y_{s,i}) - T_w(W - W) - T_0(x_0 - x_0) = \\ &= -T_p(\delta Y_{s,i+1} - \delta y_{s,i}) = -T_p L E_i, \end{aligned} \quad (18)$$

进而可得

$$\begin{aligned} E_{i+1} &= (I - T_p L) E_i = \\ &= (I - C_c(sI - A_c)^{-1}B_c \sum_{j=0}^r L_j s^j) E_i. \end{aligned} \quad (19)$$

因此, 从 E_i 到 E_{i+1} 的传递函数为

$$T_e(s) = I - C_c(sI - A_c)^{-1}B_c \sum_{j=0}^r L_j s^j. \quad (20)$$

由于 $(sI - A_c)^{-1}(sI - A_c) = I$, 展开后可得

$$\begin{cases} s(sI - A_c)^{-1} = I + (sI - A_c)^{-1}A_c, \\ s^2(sI - A_c)^{-1} = s(I + (sI - A_c)^{-1}A_c) = \\ \quad sI + A_c + (sI - A_c)^{-1}A_c^2, \end{cases} \quad (21)$$

因此有

$$s^j(sI - A_c)^{-1} = \sum_{k=0}^{j-1} s^{j-1-k} A_c^k + (sI - A_c)^{-1} A_c^j. \quad (22)$$

根据式(22), 可得

$$\begin{aligned} T_e &= I - C_c(sI - A_c)^{-1}B_c \sum_{j=0}^r L_j s^j = \\ &= I - \sum_{j=0}^r \sum_{k=0}^{j-1} s^{j-1-k} C_c A_c^k B_c L_j - \\ &= C_c(sI - A_c)^{-1} \sum_{j=0}^r A_c^j B_c L_j. \end{aligned} \quad (23)$$

注意, 式(23)中为了简化表述, 令 $C_c A_c^k B_c L_j = 0$, $j = 0$. 下面进一步考察 $C_c A_c^k B_c$.

考虑式(6)中的 A_e , 有

$$A_e^k = \begin{bmatrix} A^k & 0 \\ -CA^{k-1} & 0 \end{bmatrix}, \quad C_c A_e^k = [CA^k \ 0], \quad (24)$$

因此有

$$C_c A_e^k B_e = CA^k B. \quad (25)$$

又因为 $B_c = H - B_e K H = [-K_p^T B^T \ I]^T$, 可得

$$C_c A_c^k B_c = -C A^k B K_p. \quad (26)$$

注意 $A_c = A_e - B_e K F$, 结合式(25)和相对阶定义(2)可得

$$C_c A_c^j = C_c A_e^j, \quad j \leq r-1. \quad (27)$$

利用式(26)–(27)和相对阶定义(2), 可以得到以下结论:

$$C_c A_c^j B_c = C_c A_e^j B_c = -C A^j B K_p = 0, \quad j < r-1. \quad (28)$$

将式(28)代入式(23)中, 经过推导, 可以得到 $\sum_{j=0}^r \sum_{k=0}^{j-1} s^{j-1-k} C_c A_c^k B_c L_j = C_c A_c^{r-1} B_c L_r$. 因此, 相邻迭代次数的误差传递函数为

$$T_e = C_c (sI - A_c)^{-1} \sum_{j=0}^r (-A_c^j B_c L_j) + I - C_c A_c^{r-1} B_c L_r. \quad (29)$$

注意到, 式(29)的 T_e 可以认为是如下 2-D Roesser 系统的误差传递函数:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_i(t) \\ e_{i+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & \sum_{j=0}^r (-A_c^j B_c L_j) \\ C_c & I - C_c A_c^{r-1} B_c L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_i(t) \\ e_i(t) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

其中 $\xi_i(t) \in \mathbb{R}^{n+p}$ 为辅助变量, 其具有与文献[16]相似的形式:

$$\begin{aligned} \xi_i(t) = & -A_c^r \int_0^t \cdots \int_0^{\tau_{r-1}} \Delta x_{e,i}(\tau_r) d\tau_r \cdots d\tau_1 - \\ & \sum_{j=0}^{r-1} \sum_{k=0}^j A_c^j B_c L_k \cdot \\ & \int_0^t \cdots \int_0^{\tau_{j-k}} e_i(\tau_{j-k+1}) d\tau_{j-k+1} \cdots d\tau_1, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\Delta x_{e,i}(t) = x_{e,i+1}(t) - x_{e,i}(t)$.

4.2 收敛性分析

对于所有 ILC 算法来说, 单调收敛是能够确保合理瞬态响应的一种期望收敛形式. 为了获得这种收敛特性, 下面将采用文献[12]和文献[16]的思想来分析高阶闭环系统(10)的单调收敛特性, 结论总结如下.

定理 2 考虑相对阶为 $r \geq 1$ 的闭环系统(10), 在标准初始条件及迭代不变外部干扰假设下, 应用 ILC 控制律(14). 如果存在正定矩阵 $Q > 0$, $0 < \gamma < 1$ 和学习增益矩阵 $L_j (j = 0, 1, \dots, r)$, 满足如下 LMI:

$$\begin{bmatrix} Q A_c^T + A_c Q & * & * \\ \sum_{j=0}^r -L_j^T B_c^T A_c^j T & -\gamma^2 I & * \\ C_c Q & I - C_c A_c^{r-1} B_c L_r & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (32)$$

那么跟踪误差 $e_i(t)$ 将以 L_2 范数形式沿着迭代轴 i 单调收敛至 0.

注 3 定理 2 给出了使误差 $e_i(t)$ 以 L_2 范数形式单调收敛的充分条件, 在实际执行中, 求解 LMI(32), 即可获取迭代学习控制律的参数 L_j . 另外, 由下文证明中 $\|E_{i+1}(s)\|_2 < \gamma \|E_i(s)\|_2$ 可知, 学习的收敛速度由参数 γ 决定. 因此, 可以通过求解以下 γ 的最小化问题来增加 ILC 的收敛速度.

$$\min_{Q>0, 0<\gamma<1} \gamma, \quad \text{s.t. 式(32)}. \quad (33)$$

证 根据式(20)可知, $E_{i+1}(s) = T_e(s)E_i(s)$ 且

$$\begin{aligned} \|E_{i+1}(s)\|_2 = \\ \|T_e(s)E_i(s)\|_2 \leq \|T_e(s)\|_\infty \|E_i(s)\|_2, \end{aligned} \quad (34)$$

其中 $\|T_e(s)\|_\infty$ 为传递函数 $T_e(s)$ 的无穷范数. 注意时域及拉氏域的 L_2 范数皆为信号能量的度量, 根据 $\|E_i(s)\|_2 = \|e_i(t)\|_2^{[24]}$, 可以进一步得到

$$\begin{aligned} \|e_{i+1}(t)\|_2 \leq \\ \|T_e(s)\|_\infty \|e_i(t)\|_2 \leq \|T_e(s)\|_\infty^{i+1} \|e_0(t)\|_2. \end{aligned} \quad (35)$$

从上式可知, 当 $\|T_e(s)\|_\infty < \gamma < 1$ 时, 有 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|e_i(t)\|_2 = 0$. 这意味着跟踪误差以 L_2 范数形式单调收敛. 通过应用有界实引理(引理 1)至 2-D 系统(30), 可以得知 $\|T_e(s)\|_\infty < \gamma$ 等价于 LMI(32)成立. 因此, 当且仅当存在 $0 < \gamma < 1$ 使得 LMI(32)成立, 有 $\|T_e(s)\|_\infty < 1$ 成立, 则学习系统单调收敛. 证毕.

4.3 迭代变化因素下的鲁棒性分析

上文考虑了标准初始条件和迭代不变因素下的 2-D 系统构建和单调收敛性能, 然而在系统具有初始状态偏差和迭代变化因素时, 2-D 系统(30)将无法获得, 定理 2 也不能直接成立. 下面, 将分析提出的算法在这些因素影响下的鲁棒性能.

考虑系统(1)和条件(14)的初始条件如下:

$$\|x_i(0) - x_0\| \leq \sigma_0, \quad (36)$$

$$\max_{0 \leq j \leq r-1} \|e_i^{(j)}(0)\| \leq \sigma_e, \quad i = 0, 1, \dots, \quad (37)$$

其中 σ_0 与 σ_e 为有界常数.

此时, 学习律(14)的拉氏变换为

$$\begin{aligned} \delta Y_{s,i+1}(s) = \\ \delta y_{s,i}(s) + L(s)E_i(s) - \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} L_j e_i^{(k)}(0) s^{j-1-k}. \end{aligned} \quad (38)$$

根据式(16)和式(38), 有

$$\begin{aligned} E_{i+1} - E_i = & -(Y_{i+1} - Y_i) = \\ & -T_p(Y_{s,i+1} - y_{s,i}) - T_w(W_{i+1} - W_i) - \\ & T_0(x_{i+1}(0) - x_i(0)) = \\ & -T_p(\delta Y_{s,i+1} - \delta y_{s,i}) - T_w \Delta W_i - T_0 \Delta x_i(0) = \\ & -T_p L E_i + T_p \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} L_j e_i^{(k)}(0) s^{j-1-k} - \end{aligned}$$

$$T_w \Delta W_i - T_0 \Delta x_i(0), \quad (39)$$

其中: $\Delta f_i \triangleq f_{i+1} - f_i$, f 可以表示 W , $x(0)$ 等变量.

利用式(22)与式(28), 可以进一步得到

$$\begin{aligned} E_{i+1} = & T_e E_i - T_w \Delta W_i - T_0 \Delta x_i(0) + \\ & C_c(sI - A_c)^{-1} \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j e_i^{(k)}(0) = \\ & T_e E_i - T_w \Delta W_i - T_0 E_i(0), \end{aligned} \quad (40)$$

其中: $E_i(0) = \Delta x_i(0) + \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j e_i^{(k)}(0)$, T_e 如式(23)所示.

相比式(23), 误差方程(40)多了 $T_w \Delta W$ 与 $T_0 E_i(0)$ 两项. 因此, 此时2-D系统无法建立, 定理2无法成立. 然而, 下面将表明, 当定理2中LMI(32)成立, 则 $e_i(t)$ 将以 L_2 范数收敛至有界区间.

定理3 考虑系统(1), 在初始偏差(36)–(37)与迭代变化外部干扰 $0 < \sigma_w < \infty$ 下, 应用内环局部控制器(9)与外环间接ILC(14), 如果LMI(32)成立, 则跟踪误差 $e_i(t)$ 将以 L_2 范数收敛至有界区间.

证 考虑式(40)的2范数

$$\begin{aligned} \|E_{i+1}\|_2 = & \|T_e E_i + T_w \Delta W_i + T_0 E_i(0)\|_2 \leq \\ & \|T_e\|_\infty \|E_i\|_2 + \|T_w\|_\infty \|\Delta W_i\|_2 + \|T_0\|_\infty \|E_i(0)\|_2, \end{aligned} \quad (41)$$

从局部控制器的控制目标(11)可知 $\|T_w\|_\infty < \gamma_{fb}$. 由于 $\|w_{i+1}(t) - w_i(t)\| \leq \sigma_w$, 因此有

$$\|T_w\|_\infty \|\Delta W_i\|_2 < \gamma_{fb} \sigma_w. \quad (42)$$

因为 $\|T_w\|_\infty = \|T_0\|_\infty \|G_c\|_\infty$, 有

$$\|T_0\|_\infty < \frac{\lambda_{fb}}{\|G_c\|_\infty} \triangleq \varepsilon_1. \quad (43)$$

由系统(1)可知, $\|G_c\|_\infty$ 有界, 因此上式中 ε_1 有界.

利用式(36)与式(37)初始条件, 可以得到

$$\begin{aligned} \|E_i(0)\|_2 = & \|\Delta x_i(0) + \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j e_i^{(k)}(0)\|_2 \leq \\ & \|\Delta x_i(0)\|_2 + \left\| \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j e_i^{(k)}(0) \right\|_2 \leq \\ & \|x_{i+1}(0) - x(0) - (x_i(0) - x(0))\|_2 + \\ & \left\| \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j \right\|_\infty \sigma_e \leq \\ & 2\sigma_0 + \left\| \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j \right\|_\infty \sigma_e \triangleq \varepsilon_2. \end{aligned} \quad (44)$$

由于 $\left\| \sum_{j=1}^r \sum_{k=0}^{j-1} A_c^{j-1-k} B_c L_j \right\|_\infty$ 有界, ε_2 有界. 定义

$\varepsilon \triangleq \gamma_{fb} \sigma_w + \varepsilon_1 \varepsilon_2$, 如果式(32)成立, 则式(41)成为

$$\begin{aligned} \|E_{i+1}\|_2 & < \gamma \|E_i\|_2 + \varepsilon < \\ & \gamma^2 \|E_{i-1}\|_2 + \gamma \varepsilon + \varepsilon < \cdots < \\ & \gamma^{i+1} \|E_0\|_2 + \frac{1 - \gamma^i}{1 - \gamma} \varepsilon. \end{aligned} \quad (45)$$

由式(45)可知

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \|e_i(t)\|_2 = \lim_{i \rightarrow \infty} \|E_i\|_2 < \frac{\varepsilon}{1 - \gamma}, \quad (46)$$

因为 ε 有界, $0 < \gamma < 1$, 因此 $\varepsilon/(1 - \gamma)$ 有界. 所以, $e_i(t)$ 以 L_2 范数收敛至有界区间. 证毕.

注4 从定理3可知, 提出的间接ILC算法在有界初始状态偏差和迭代变化干扰下, 仍然能够单调收敛至有界区间, 表现出较好的鲁棒性能. 由于收敛界限 $\varepsilon/(1 - \gamma) = (\gamma_{fb} \sigma_w + \varepsilon_1 \varepsilon_2)/(1 - \gamma) = \gamma_{fb}(\sigma_w + \varepsilon_2/\|G_c\|_\infty)/(1 - \gamma)$, 可以减小式(11)中的 γ_{fb} 和LMI(32)中的 γ 来减小跟踪误差收敛界限.

5 空中加油对接控制仿真分析

考虑BANTAM受油机空中加油对接控制任务^[27]. 加油机与受油机在 $h = 5000$ ft高度以 $v = 500$ ft/s的速度按照编队等速等向定直平飞, 两者保持相对静止. 在加油过程中, 加油机保持速度不变, 受油机在编队飞行基础上进行机动, 改变两者相对位置, 从而完成对接加油. 由于整个过程受油机是在系统平衡点附近做适量位移变化, 其运动满足小扰动线性化模型. 因此, 空中加油对接控制, 可以转化为对受油机小扰动线性模型的轨迹跟踪控制.

受油机模型中状态矩阵与输入矩阵详见文献[27], 本文选取系统输出为受油机在纵向、垂直、横向3个方向上的位移量 $[l, h, y]$, 并令受油机外界干扰输入矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0.1724 & -0.0029 & 0 & -0.4 & 0 & 0 \\ & -0.0003 & 0.361 & -0.047 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

在模拟受油机受到加油机后尾流干扰时, 为了同时模拟尾流中体现主要规律的迭代不变部分和随迭代次数变化的扰动部分, 给定干扰信号为

$$w(t) = (1 - \cos(0.4\pi t))(1 + 0.1\text{rand}),$$

rand为0–1的随机函数. 考虑到每次加油开始时, 受油机在出发点处与加油机之间相对位置有一定变化, 这里假设受油机出发位置满足

$$y_i(0) = y_a(0) + \text{rand} \cdot C_B,$$

其中 $C_B = 1$ m.

受油机刚开始与加油机编队飞行, 处于加油机右后方位置. 为了到达加油对接点, 需要进行一系列机动, 设定受油机期望机动轨迹如图2所示. 受油机从编队位置出发, 先向后下机动, 然后横向移动, 再前进到达对接点, 对接时间 $t = 34$ s, 因此, 每次迭代时间区间固定为 $[0, 34]$ s.

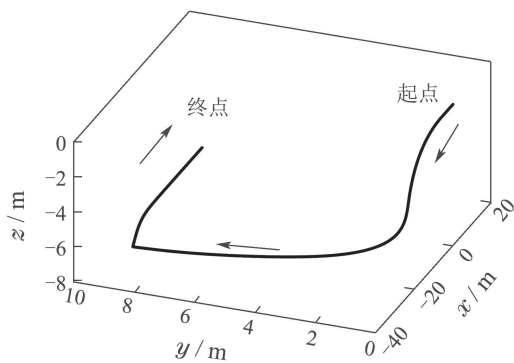


图2 期望三维轨迹

Fig. 2 The desired three dimensional trajectory

为了实现上述轨迹跟踪任务, 仿真中首先采用文中定理1描述的鲁棒控制方法, 验证其作为系统的内环控制器时的轨迹跟踪效果. 在此基础上, 为进一步提高受油机轨迹跟踪精度, 采用定理2和定理3描述的迭代学习控制方法, 不断改善系统应对外界干扰的能力, 提升其轨迹跟踪性能.

令式(7)中 $k_0 = 2$, 令定理1中的 $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 5$, $\phi = \pi/4$. 通过求解LMI(12), 得到相应增益矩阵, 应用于系统得到轨迹跟踪效果如图3所示. 从图3可以看到, 在鲁棒控制器作用下, 受油机能够较好的抑制外部干扰影响, 基本跟踪上期望轨迹. 在纵向 x 轴与竖向 z 轴上, 受油机受到的干扰影响较大, 在横向上有较好的跟踪性能. 在对接点 $t = 34$ s处, 受油机离指定对接点误差为 $e = 0.503$ m. 根据文献[28]中的捕获条件 $e \leq 0.4$ m可知, 在对接位置受油机离期望对接点误差大于对接捕获条件, 第1次空中加油对接失败.

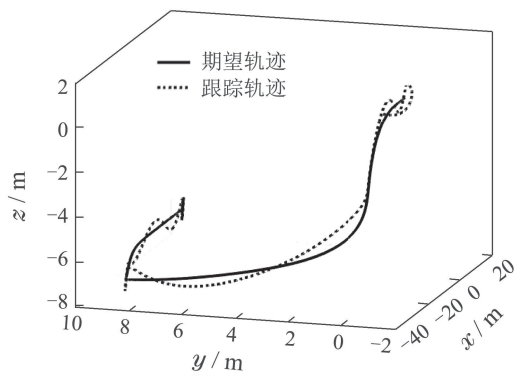


图3 第1次对接过程期望轨迹与实际轨迹

Fig. 3 The desired trajectory and tracking trajectory at the first iteration

为了提高轨迹跟踪效果, 应用定理2和定理3, 求解LMI(32), 同时使 γ 最小化, 获得学习增益系数矩阵并应用于中空中加油对接迭代学习过程, 仿真结果如图4—6所示. 图4给出了学习20次后的跟踪过程期望轨迹与实际轨迹的对比图. 从图中可以看出, 受油机很好的克服了初始时刻偏差和迭代变化外部干扰带来的影响, 能够迅速跟踪上期望轨迹, 并在整个轨迹实现完全跟踪. 图5和图6给出了跟踪误差随迭代次数收

敛特性. 从图5可见, $\|e\|_2$ 随迭代次数增加收敛至有界区间. 这说明系统在不满足i.i.c.或受到迭代变化因素影响时, 不能实现定理2描述的收敛至0的效果, 但可以实现定理3描述的收敛至有界区间的效果. 而从图6可见, 对接点误差随着迭代次数增加迅速减小, 获得了较好的收敛效果. 需要指出的是, 虽然仿真进行了20次学习, 但受油机在第2次执行过程中, 对接点的跟踪误差 $e = 0.288$ m < 0.4 m, 就已达到对接捕获条件, 成功实现对接. 此后, 随着迭代次数增加, 对接点跟踪误差进一步减小.

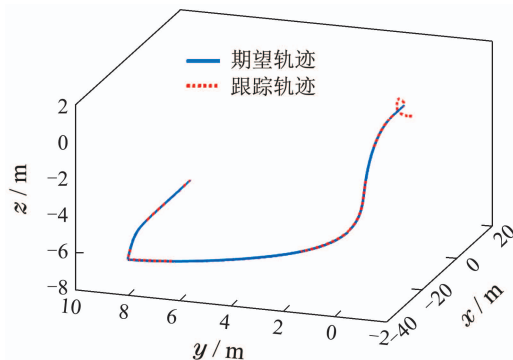


图4 第20次对接过程期望轨迹与实际轨迹

Fig. 4 The desired trajectory and tracking trajectory at the 20th iteration

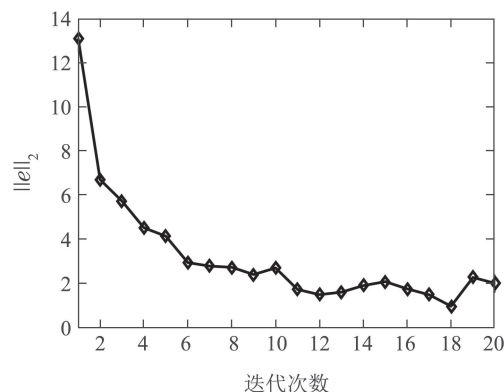
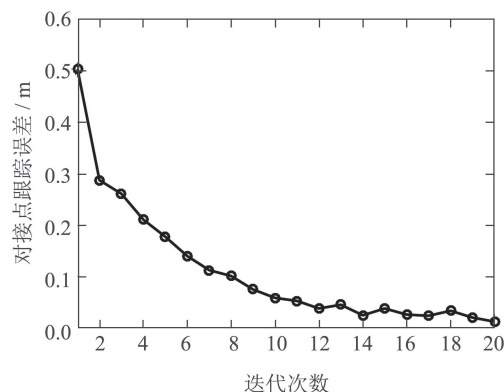
图5 $\|e\|_2$ 随迭代次数收敛特性Fig. 5 The convergence performance of $\|e\|_2$ versus iterations

图6 对接点的跟踪误差随迭代次数收敛特性

Fig. 6 The convergence performance of docking point tracking error versus iterations

6 结论

本文提出了一种基于鲁棒控制与2-D理论的间接ILC方法. 这种方法能够在已有控制器基础上设计ILC, 使系统同时保持原有局部控制器性能以及迭代学习提升性能的优势. 用鲁棒控制器设计了局部控制器, 用拉普拉斯变换建立了学习系统2-D形式, 进而研究了闭环系统的学习收敛性问题, 算法鲁棒性问题. 通过空中加油对接控制算例, 验证了算法的有效性.

参考文献:

- [1] LIU Jiaolong, DONG Xinmin, XUE Jianping, et al. Spatial iterative learning control for a class of uncertain motion systems. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(2): 197 – 204.
(刘娇龙, 董新民, 薛建平, 等. 一类不确定运动系统的空间迭代学习控制. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 197 – 204.)
- [2] JIN Shangtai, DING Ying, YIN Chenkun, et al. Iterative learning perimeter control for urban traffic region. *Control and Decision*, 2018, 33(4): 633 – 638.
(金尚泰, 丁莹, 殷辰堃, 等. 城市交通区域的迭代学习边界控制. 控制与决策, 2018, 33(4): 633 – 638.)
- [3] MENG Qi, HOU Zhongsheng. Active disturbance rejection learning control for inverter systems with non-repetitive features. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1663 – 1671.
(孟琦, 侯忠生. 非严格重复逆变器系统自抗扰学习控制. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1663 – 1671.)
- [4] YAN Qiuzhen, LIU Xiangbin, ZHU Sheng, et al. Suboptimal learning control for nonparametric systems with uncertain input gains. *ACTA Automatica Sinica*, 2019, doi: 10.16383/j.aas.c170503.
(严求真, 柳向斌, 朱胜, 等. 输入增益未知非参数不确定系统的准最优学习控制. 自动化学报, 2019, doi: 10.16383/j.aas.c170503.)
- [5] LIU J L, DONG X M, HUANG D Q, et al. Composite energy function-based spatial iterative learning control in motion systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(5): 1834 – 1841.
- [6] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Better operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [7] SUN M, WANG D, WANG Y. Varying-order iterative learning control against perturbed initial conditions. *Journal of the Franklin Institute*, 2010, 347(8): 1526 – 1549.
- [8] SHEN D, ZHANG W, WANG Y, et al. On almost sure and mean square convergence of P-type ILC under randomly varying iteration lengths. *Automatica*, 2016, 63: 359 – 365.
- [9] STEVENS B, LEWIS F. *Aircraft Control and Simulation*. New York: Wiley, 2004.
- [10] WANG Y, GAO F, DOYLE F. Survey on iterative learning control, repetitive control, and run-to-run control. *Journal of Process Control*, 2009, 19(10): 1589 – 1600.
- [11] FREEMAN C, TAN Y. Iterative learning control with mixed constraints for point-to-point tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(3): 604 – 616.
- [12] ZHU Q, XU J, HUANG D, et al. Iterative learning control design for linear discrete-time systems with multiple high-order internal models. *Automatica*, 2015, 62: 65 – 76.
- [13] PASZKEA W, ROGERS E, GALKOWSKI K. Experimentally verified generalized KYP Lemma based iterative learning control design. *Control Engineering Practice*, 2016, 53: 57 – 67.
- [14] MENG D, MOORE K. Convergence of iterative learning control for SISO nonrepetitive systems subject to iteration-dependent uncertainties. *Automatica*, 2017, 79: 167 – 177.
- [15] BOLDER J, OOMEN T. Inferential iterative learning control: a 2D-system approach. *Automatica*, 2016, 71: 247 – 253.
- [16] MENG D, JIA Y, DU J, et al. Data-driven control for relative degree systems via iterative learning. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(12): 2213 – 2225.
- [17] WANG Y, LIU T, ZHAO Z. Advanced PI control with simple learning set-point design: Application on batch processes and robust stability analysis. *Chemical Engineering Science*, 2012, 71: 153 – 165.
- [18] LIU T, WANG X, CHEN J. Robust PID based indirect-type iterative learning control for batch processes with time-varying uncertainties. *Journal of Process Control*, 2014, 24(12): 95 – 106.
- [19] SHI J, ZHOU H, CAO Z, et al. A design method for indirect iterative learning control based on two-dimensional generalized predictive control algorithm. *Journal of Process Control*, 2014, 24(10): 1527 – 1537.
- [20] WANG J, HOVAKIMYAN N, CAO C. Verifiable adaptive flight control: unmanned combat aerial vehicle and aerial refueling. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(1): 75 – 87.
- [21] PENG K, CAI G, CHEN B, et al. Design and implementation of an autonomous flight control law for a UAV helicopter. *Automatica*, 2009, 45(10): 2333 – 2338.
- [22] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [23] BOYD S, GHAOUI L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia: SIAM, 1994.
- [24] MENG D, JIA Y, DU J, et al. Monotonically convergent ILC systems designed using bounded real lemma. *International Journal of Systems Science*, 2012, 43(11): 2062 – 2071.
- [25] CHOW T W S, FANG Y. An iterative learning control method for continuous-time systems based on 2-D system theory. *IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications*, 1998, 45(4): 683 – 689.
- [26] LU J, CAO Z, GAO F. Multipoint iterative learning model predictive control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(8): 6230 – 6240.
- [27] WANG J, PATEL V, CAO C, et al. Novel L1 adaptive control methodology for aerial refueling with guaranteed transient performance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(1): 182 – 193.
- [28] WANG Haitao. *Dynamics modeling and autonomous docking control for probe and drogue aerial refueling*. Xi'an, Shaanxi: Air Force Engineering University, 2015.
(王海涛. 软式空中加油动力学建模与自主对接控制. 陕西, 西安: 空军工程大学, 2015.)

作者简介:

刘娇龙 博士, 目前研究方向为迭代学习控制、飞行控制、军事运筹学, E-mail: kgd_ljl@163.com;

李瑾 讲师, 目前研究方向为智能控制、飞行控制, E-mail: yomi8211@yeah.net;

王龙 讲师, 目前研究方向为飞行器控制理论与应用、视觉导航、数据融合, E-mail: 281493488@qq.com;

薛建平 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为计算机控制、飞行控制, E-mail: xiankgy@163.com;

刘彬 博士, 目前研究方向为军事运筹学、人工智能, E-mail: liubin19870101@126.com.