

无人机吊挂空运系统的自适应控制设计

韩晓薇, 鲜 斌[†], 杨 森

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 针对四旋翼无人机吊挂空运系统存在的模型不确定性及欠驱动性问题, 本文提出了一种基于能量耦合的自适应控制设计. 首先, 基于能量整形控制方法构造了一种新型的能量存储函数以处理状态耦合. 然后利用神经网络对系统未建模动态特性进行在线估计, 同时设计参数自适应律在线估计模型中的未知参数, 并采用基于符号函数的鲁棒控制算法补偿神经网络的估计误差. 本文运用李雅普诺夫方法和拉塞尔不变性原理对闭环系统的稳定性进行了证明, 并且证明了负载摆动和无人机位置误差的渐近收敛性. 最后, 在室内实验平台上进行了飞行实验. 实验结果表明, 本文提出的非线性控制方法能够在有效抑制吊挂负载摆动的同时, 实现无人机位置的精确控制.

关键词: 四旋翼无人机; 运输系统; 模型不确定性; 神经网络; 减摆控制

引用格式: 韩晓薇, 鲜斌, 杨森. 无人机吊挂空运系统的自适应控制设计. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 999 – 1006
DOI: 10.7641/CTA.2019.90181

Adaptive controller design for an unmanned quadrotor transportation system

HAN Xiao-wei, XIAN Bin[†], YANG Sen

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: This paper presents an energy coupling-based adaptive control scheme for an unmanned quadrotor transportation system which is subjected to modeling uncertainties and underactuated properties. A new storage function is constructed based on energy shaping methodology to deal with dynamic states coupling of the unmanned quadrotor transportation system. A neural network (NN) is used to estimate the time-varying modeling uncertainties with on-line weight tuning. And an adaptive nonlinear control law is developed to compensate for unknown parameters in the dynamics model, while the NN approximation errors are compensated by using the signum function. Lyapunov-based stability analysis and the LaSalle invariance theorem are employed to the stability of the closed-loop system, and the asymptotic convergence of the payload's swing motion and the quadrotor's position errors. Finally, real-time flight experiments are performed on a self-build indoor unmanned aerial vehicle (UAV) testbed. The experimental results are included to demonstrate the effectiveness of the proposed control law.

Key words: quadrotor unmanned aerial vehicle; transportation system; modeling uncertainties; neural network; anti-swing control

Citation: HAN Xiaowei, XIAN Bin, YANG Sen. Adaptive controller design for an unmanned quadrotor transportation system. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 999 – 1006

1 引言

近年来, 四旋翼无人机以其可垂直起降、自主悬停、灵活机动等优势获得了较大的发展. 在军用、警用、灾害预警、线路巡检和影视航拍、通讯、农业等诸多领域有着广泛应用^[1-4]. 无人机吊挂运输也已成为无人机重要的应用方向之一.

四旋翼无人机吊挂空运系统是一种具有8个自由度、4个控制输入信号的典型欠驱动系统. 与独立的四

旋翼无人机飞行控制相比, 其控制问题更加复杂. 原因在于吊挂负载不能直接通过驱动器进行控制, 只能通过无人机的运动间接对负载的运动进行控制, 这使系统的欠驱动程度进一步加强, 从而针对其稳定性控制的设计难度增加. 目前, 国内一些研究团队在无人机吊挂空运系统的飞行控制方面提出了多种控制策略. 如文献[5]建立了无人机吊挂系统的二维数学模型, 并通过李雅普诺夫函数的设计实现对无人机吊挂

收稿日期: 2019-03-25; 录用日期: 2019-08-07.

[†]通信作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn; Tel.: +86 22-27400897.

本文责任编辑: 贺威.

国家自然科学基金项目(91748121, 90916004, 60804004)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (91748121, 90916004, 60804004).

飞行的镇定调节控制,最后通过数值仿真验证了所设计的控制算法的有效性.文献[6]提出了一种自适应耦合的快速减摆控制算法,在抑制吊挂负载摆动的同时实现了负载质量的在线估计,文章在室内实验平台下验证了控制算法的减摆效果.文献[7]中,研究人员在其所建立的平面动力学模型的基础上,基于相平面分析法设计了无人机运送系统的加速度轨迹.然后采用反步法构造了一种有效的轨迹跟踪控制器,仿真测试验证了该方法的可行性.文献[8]利用分层控制方法设计了无人机吊挂空运系统的非线性控制方法,实现了吊挂系统在平衡点处的渐近收敛.文献[9]中,该团队进一步提出了一种基于能量法的非线性控制算法,并通过实验验证了该算法的有效性.

另一方面,国外一些研究团队针对无人机吊挂空运系统的飞行控制展开了较为深入的研究,并取得了较多的研究成果.文献[10]利用几何控制(geometric control)算法,实现了无人机吊挂系统几乎全局指数稳定的控制效果.文献[11]利用混合整数二次规划(mixed integer quadratic program)的方法对吊挂系统建模,采用了两种不同的几何控制方法分别对无负载和带负载的飞行器模型进行控制,通过轨迹规划实现了无人机吊挂负载的避障飞行.文献[12]中,研究人员将整个系统的升降过程分解为微分平滑混杂系统,并基于混合系统的离散状态生成了一个动态可行的轨迹,设计了基于几何控制算法的轨迹跟踪控制器;文献[13]中,该团队进一步设计了一种非线性轨迹跟踪级联控制器,实现了跟踪性能的显著提高,降低了载荷位置相对于最终期望高度的误差.文献[14]将无人机无负载与带负载两种模式的非线性动力学模型线性化,设计了一种迭代线性二次型最优控制器(iterative linear quadratic regulator),仿真实验实现了期望轨迹跟踪与负载减摆控制.文献[15]设计了一种基于互联与阻尼配置的无源控制(interconnection and damping assignment-passivity based control)方法,实现了在摆角未知和已知两种情况下负载的减摆控制,室内飞行实验证明了该控制策略的可行性.

近年来,关于无人机吊挂空运系统的研究已经取得了显著成果,但是仍具有一些局限性:1)一些现有的控制策略对无人机吊挂空运系统的动态特性进行线性化处理,从而忽略了非平衡点处的稳定性和控制性能;2)一些控制方法未考虑系统参数未知或对被控模型进行了较多的简化,比如忽略或简化了无人机机体在飞行过程中所受的空气阻力作用;3)一部分控制策略未给出较为严格的稳定性分析证明或未进行实际飞行实验,因此其实际应用效果仍有待检验.

本文在分析无人机吊挂空运系统的动力学模型时充分考虑了无人机机体在飞行过程中所受的空气阻力作用.在空气阻尼系数未知,以及空气阻力模型存

在动态不确定性的前提下,本文提出了一种基于能量耦合的非线性控制方案.这种设计分别选用自适应参数更新律与神经网络对模型中的未知参数以及动态不确定性进行在线估计,并应用基于符号函数的鲁棒控制算法补偿神经网络的估计误差.该方法能够在抑制负载摆动的同时实现无人机位置的精确控制.本文的主要创新点包括:1)本文未对无人机吊挂空运系统的动力学模型进行线性化处理,而是直接针对非线性动力学模型进行控制器设计;2)本文所建立的系统的动力学模型中包含了空气阻力作用的不确定部分,并设计基于神经网络的模型不确定性补偿方法,从而减少了模型不确定性部分对控制性能的影响;3)本文不仅对设计的控制策略的稳定性进行了严格的数学证明,而且通过实际飞行实验确保了控制方法的有效性.

本文的内容安排:第2节,给出了无人机吊挂空运系统的二维动力学模型,并提出了本文系统所要实现的控制目标;第3节,针对模型不确定性采用神经网络方法进行补偿,并设计了一种基于能量整形的自适应非线性控制方法;第4节,采用李雅普诺夫方法和拉塞尔不变性定理对控制器进行了稳定性分析;第5节,给出了实际飞行实验结果并进行了分析;第6节,对本文进行了总结和展望.

2 动力学模型

四旋翼无人机吊挂空运系统结构简图如图1所示.

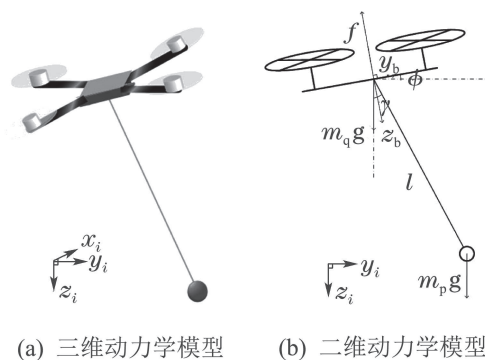


图1 四旋翼无人机吊挂空运系统结构简图

Fig. 1 The unmanned quadrotor transportation system

如图1所示,无人机吊挂空运系统纵向与垂直通道的动力学模型可表示为

$$M_c(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = u, \quad (1)$$

其中: $q(t) = [y(t) \ z(t) \ \gamma(t)]^T \in \mathbb{R}^3$ 代表系统的状态向量; $y(t)$, $z(t)$ 分别表示无人机纵向(y 方向)与垂直方向(z 方向)位移; $\gamma(t)$ 为吊挂绳索与竖直方向的夹角; $M_c(q)$, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $G(q) \in \mathbb{R}^3$ 分别表示无人机吊挂空运系统的惯性矩阵、向心力矩阵、重力向量; $F(\dot{q})$, $u(t) \in \mathbb{R}^3$ 分别表示无人机所受到的空气阻力向量以及无人机螺旋桨升力分力向量. 式(1)中 $M_c(q)$

的表达式为

$$M_c(q) = \begin{bmatrix} m_p + m_q & 0 & m_p l \cos \gamma \\ 0 & m_p + m_q & m_p l \sin \gamma \\ m_p l \cos \gamma & m_p l \sin \gamma & m_p l^2 \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$C(q, \dot{q})$ 的表达式为

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m_p l \dot{\gamma} \sin \gamma \\ 0 & 0 & m_p l \dot{\gamma} \cos \gamma \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$G(q)$ 的表达式为

$$G(q) = [0 \ (m_p + m_q)g \ m_p g l \sin \gamma]^T; \quad (4)$$

$F(\dot{q})$ 的表达式为

$$F(\dot{q}) = [f_{dy} \ f_{dz} \ 0]^T = [d_y \dot{y} + N_y(\dot{q}) \ d_z \dot{z} + N_z(\dot{q}) \ 0]^T; \quad (5)$$

$u(t)$ 的表达式为

$$u(t) = [u_y \ u_z \ 0]^T. \quad (6)$$

式(2)中 m_p 与 m_q 分别为负载质量与无人机质量. 式(5)中: $f_{dy}(t)$ 与 $f_{dz}(t)$ 分别为无人机纵向、垂直方向上所受空气阻力; $N_y(\dot{q})$, $N_z(\dot{q}) \in L_\infty$ 为其模型不确定部分; d_y 与 d_z 是空气阻尼系数, 在本文中为未知常量^[16-17]. 整理式(1)后可得到

$$\begin{cases} (m_p + m_q)\ddot{y} + m_p l \cos \gamma \ddot{\gamma} - m_p l \dot{\gamma}^2 \sin \gamma + d_y \dot{y} + N_y(\dot{q}) = u_y, \\ (m_p + m_q)\ddot{z} + m_p l \sin \gamma \ddot{\gamma} + m_p l \dot{\gamma}^2 \cos \gamma + (m_p + m_q)g + d_z \dot{z} + N_z(\dot{q}) = u_z, \\ m_p l \ddot{\gamma} \cos \gamma + m_p l \dot{\gamma} \sin \gamma + m_p l^2 \ddot{\gamma} + m_p g l \sin \gamma = 0. \end{cases} \quad (7)$$

假设 1 吊挂负载始终在四旋翼无人机的下方, 即吊挂负载相对无人机的摆角 $\gamma(t)$ 始终满足

$$-\frac{\pi}{2} \leq \gamma(t) \leq \frac{\pi}{2}. \quad (8)$$

假设 2 吊挂的绳索始终是张紧的, 且长度不会发生变化.

本文的控制目标是实现四旋翼无人机 y 方向和 z 方向运动到给定的目标位置 (y_d, z_d) , 同时吊挂负载的摆角渐近收敛到0, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = z_d, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) = 0. \quad (9)$$

为实现以上控制目标, 现定义四旋翼无人机的位置误差为

$$e_y(t) = y(t) - y_d, \quad e_z(t) = z(t) - z_d. \quad (10)$$

3 控制器设计

基于能量的控制方法与自适应非线性控制方法目前已被广泛应用于多类欠驱动系统^[18-20]. 本节考虑

在四旋翼无人机吊挂空运系统存在模型不确定性与未知系统参数的前提下, 设计了一种基于能量法的神经网络自适应非线性控制方法.

3.1 能量整形

四旋翼无人机吊挂空运系统的机械能 $E(t)$ 定义为

$$E = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_c(q) \dot{q} + m_p g l (1 - \cos \gamma). \quad (11)$$

对式(11)求一阶时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{q}^T [u - F(\dot{q}) - G(q)] + m_p g l \sin \gamma \dot{\gamma} = \\ &\dot{y}(u_y - f_{dy}) + \dot{z}(u_z - f_{dz} - (m_p + m_q)g). \end{aligned} \quad (12)$$

由于四旋翼无人机吊挂空运系统欠驱动特性显著, 本文采用能量整形方法, 将摆角信号引入到控制输入中^[21]. 现引入以下辅助信号以处理系统的耦合控制:

$$\begin{cases} \chi_p = y - k_1 \sin \gamma, \\ \rho_p = z + k_2 \cos \gamma - k_2, \end{cases} \quad (13)$$

其中 $k_1, k_2 \in \mathbb{R}^+$ 是正实数参数. 为方便后续控制设计, 定义辅助误差信号 $\varepsilon_y(t)$ 与 $\varepsilon_z(t)$ 为

$$\begin{cases} \varepsilon_y = \chi_p - y_d = e_y - k_1 \sin \gamma, \\ \varepsilon_z = \rho_p - z_d = e_z + k_2 \cos \gamma - k_2. \end{cases} \quad (14)$$

利用式(13)设计能量函数 $E_k(t) = E(t) + E_d(t)$, 其一阶时间导数满足如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{E}_k &= \dot{\chi}_p(u_y - f_{dy}) + \dot{\rho}_p(u_z - f_{dz} - (m_p + m_q)g) = \\ &\dot{E} + \dot{E}_d, \end{aligned} \quad (15)$$

则 $\dot{E}_d(t)$ 的表达式如下:

$$\begin{aligned} \dot{E}_d &= -k_1(u_y - f_{dy}) \cos \gamma \dot{\gamma} - \\ &k_2(u_z - f_{dz} - (m_p + m_q)g) \sin \gamma \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (16)$$

通过对 $\dot{E}_d(t)$ 进行积分运算, 可以求得 $E_k(t)$. 将 $\dot{E}_d(t)$ 代入式(7), 并令 $k_1 = k_2 = k \in \mathbb{R}^+$, 可得

$$\dot{E}_d = k(m_p + m_q)g \sin \gamma \dot{\gamma} + k m_q l \dot{\gamma} \ddot{\gamma}. \quad (17)$$

对式(17)两端求取积分, 则有

$$E_d = k(m_p + m_q)g(1 - \cos \gamma) + \frac{k}{2} m_q l \dot{\gamma}^2 \geq 0. \quad (18)$$

结合式(11)与式(18)可以得到

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \dot{q}^T M_c(q) \dot{q} + (l + k) m_p g (1 - \cos \gamma) + \\ &k m_q g (1 - \cos \gamma) + \frac{k}{2} m_q l \dot{\gamma}^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

为构造新型能量存储函数, 定义如下辅助函数:

$$E_p = k_{py} \ln[\cosh \varepsilon_y] + k_{pz} \ln[\cosh \varepsilon_z] \geq 0, \quad (20)$$

其中 $k_{py}, k_{pz} \in \mathbb{R}^+$ 为正实数.

根据式(19)–(20), 构造总存储函数为

$$E_t = E_k + E_p. \quad (21)$$

由以上设计可知, $E_t \geq 0$ (当且仅当 $q = 0$ 且 $\dot{q} = 0$ 时 $E_t = 0$).

3.2 神经网络设计

由式(7)可知, 本文中四旋翼无人机所受空气阻力动力学模型不确定部分为

$$N(\dot{q}) = [N_y(\dot{q}) \ N_z(\dot{q})]^T, \quad (22)$$

其中 $\|N(\dot{q})\|$ 满足如下情况: 1) $\|N(\dot{q})\| \in L_\infty$; 2) $N(\dot{q}) = 0$, 当 $\dot{q} = 0$.

本文采用神经网络算法来估计无人机吊挂空运系统中的动力学模型不确定部分^[22]:

$$N(\dot{q}) = W^T \sigma(V^T \dot{q}) + \varepsilon(\dot{q}), \quad (23)$$

式中: $V \in \mathbb{R}^{3 \times N_n}$, $W = [W_1 \ W_2] \in \mathbb{R}^{N_n \times 2}$ 分别为输入层和输出层理想权重; $\sigma(\cdot)$ 为神经网络激励函数, 有 $\|V\| \leq V_M$, $\|W\| \leq W_M$; $\varepsilon(\dot{q})$ 为神经网络逼近误差, 有 $\|\varepsilon(\dot{q})\| \leq \varepsilon_M$.

基于式(23)设计神经网络 $\hat{N}(\dot{q})$ 对 $N(\dot{q})$ 进行估计, 其表达式为

$$\hat{N}(\dot{q}) = \hat{W}^T \sigma(\bar{V}^T \dot{q}), \quad (24)$$

式中: $\hat{W}(t) \in \mathbb{R}^{N_n \times 2}$ 是 W 的估计量, $\bar{V} \in \mathbb{R}^{3 \times N_n}$ 可选为一个常数矩阵. 本文选取激励函数 $\sigma(\cdot)$ 为正弦双曲函数, 即 $\sigma(x) = \tanh x$.

神经网络的估计误差 $\tilde{N}(\dot{q})$ 与输出层输出误差 $\tilde{W}$ 的定义如下:

$$\tilde{N}(\dot{q}) = N(\dot{q}) - \hat{N}(\dot{q}), \quad (25)$$

$$\tilde{W} = W - \hat{W}. \quad (26)$$

为方便后续控制器设计与稳定性分析, 引入辅助函数 $N^*(t) = [N_1^*(t) \ N_2^*(t)]^T$,

$$N^* = -W^T(\sigma(V^T \dot{q}) - \sigma(\bar{V}^T \dot{q})) - \varepsilon(\dot{q}). \quad (27)$$

由 $\|W\| \leq W_M$, $\|\varepsilon(\dot{q})\| \leq \varepsilon_M$, $\sigma(V^T \dot{q})$, $\sigma(\bar{V}^T \dot{q})$ 有界可知 $N^*(t)$ 有界, 有 $\|N^*(t)\| \in L_\infty$.

3.3 控制器与自适应律设计

对式(14)求一阶时间导数, 可以得到

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \dot{\chi}_p = \dot{y} - k \cos \gamma \dot{\gamma}, \\ \dot{\varepsilon}_z = \dot{\rho}_p = \dot{z} - k \sin \gamma \dot{\gamma}. \end{cases} \quad (28)$$

设计控制输入 $u_y(t)$ 与 $u_z(t)$ 为

$$\begin{cases} u_y = -k_{py} \tanh \varepsilon_y - k_{dy} \tanh \dot{\varepsilon}_y + \hat{d}_y \dot{y} + \hat{N}_y(\dot{q}) - \beta_1 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_y, \\ u_z = -k_{pz} \tanh \varepsilon_z - k_{dz} \tanh \dot{\varepsilon}_z + \hat{d}_z \dot{z} + (m_p + m_q)g + \hat{N}_z(\dot{q}) - \beta_2 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_z, \end{cases} \quad (29)$$

式中: $\hat{d}_y(t)$ 和 $\hat{d}_z(t)$ 分别为 d_y 和 d_z 的在线估计值, β_1 与 β_2 为正控制增益.

定义 d_y 与 d_z 的估计误差为

$$\tilde{d}_y = d_y - \hat{d}_y, \quad \tilde{d}_z = d_z - \hat{d}_z. \quad (30)$$

设计 $\hat{d}_y(t)$ 和 $\hat{d}_z(t)$ 的自适应律如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_y = -\frac{1}{\lambda_1} \dot{y}(\dot{y} - k \cos \gamma \dot{\gamma}), \\ \dot{\hat{d}}_z = -\frac{1}{\lambda_2} \dot{z}(\dot{z} - k \sin \gamma \dot{\gamma}), \end{cases} \quad (31)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}^+$ 为正实数参数.

引入以下向量:

$$P = [\dot{\varepsilon}_y \ \dot{\varepsilon}_z]^T. \quad (32)$$

设计 $\hat{W}(t)$ 的更新律为

$$\dot{\hat{W}} = \operatorname{proj}(-\Lambda \sigma(\bar{V}^T \dot{q}) P^T), \quad (33)$$

其中 $\Lambda \in \mathbb{R}_+^{N_n \times N_n}$ 为对角正定矩阵. 为保证 $\hat{W}(t)$ 的有界性, 式(33)中投影算子 $\operatorname{proj}(\cdot)$ 的表达式如下^[23]:

$$\operatorname{proj}(\mu_{ij}) = \begin{cases} \mu_{ij}, & w_{ij_{\min}} < \hat{w}_{ij} < w_{ij_{\max}}, \\ \mu_{ij}, & \hat{w}_{ij} = w_{ij_{\min}}, \mu_{ij} \geq 0, \\ \mu_{ij}, & \hat{w}_{ij} = w_{ij_{\max}}, \mu_{ij} \leq 0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (34)$$

其中: $\hat{w}_{ij}$ ($i = 1, 2, \dots, N_n, j = 1, 2$) 是 $\hat{W}$ 中的元素, $w_{ij_{\max}}$ 与 $w_{ij_{\min}}$ 分别表示 $\hat{w}_{ij}$ 的上界和下界.

4 稳定性分析

为方便后续稳定性分析, 参考文献[24], 引入以下引理.

引理 1 定义辅助函数 $L(t)$ 为

$$L(t) = P^T(N^* - \beta \operatorname{sgn} P), \quad (35)$$

其中: $\beta = \operatorname{diag}\{\beta_1 \ \beta_2\}^T \in \mathbb{R}_+^{2 \times 2}$ 为正常数对角阵. 选择合适的 β 满足 $\beta_i > \|N_i^*\|_{L_\infty}$, $i = 1, 2$, 则下式成立:

$$\int_0^t L(\tau) d\tau < 0. \quad (36)$$

证 对式(36)左侧进行积分运算可得

$$\begin{aligned} \int_0^t L(\tau) d\tau &= \int_0^t (N_1^* - \beta_1 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_y) \cdot \dot{\varepsilon}_y d\tau + \\ &\quad \int_0^t (N_2^* - \beta_2 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_z) \cdot \dot{\varepsilon}_z d\tau. \end{aligned} \quad (37)$$

若 $\dot{\varepsilon}_y < 0$, 则 $N_1^* - \beta_1 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_y > 0$. 若 $\dot{\varepsilon}_y > 0$, 则 $N_1^* - \beta_1 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_y < 0$. 由此可得

$$(N_1^* - \beta_1 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_y) \cdot \dot{\varepsilon}_y \leq 0, \quad (38)$$

当且仅当 $\dot{\varepsilon}_y = 0$ 时, 等号成立.

同理可得

$$(N_2^* - \beta_2 \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_z) \cdot \dot{\varepsilon}_z \leq 0. \quad (39)$$

将式(38)–(39)代入式(37)可得到 $\int_0^t L(\tau) d\tau < 0$, 引理1得证.

定理 1 对于如式(7)所示的无人机吊挂空运系

统, 在无人机所受空气阻力项存在未知参数与模型不确定性的约束下, 式(29)中所设计的非线性控制器能够实现无人机渐近收敛到目标位置, 同时使得负载的摆角能够较快渐近收敛到0, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) \ z(t) \ \gamma(t) \ \dot{y}(t) \ \dot{z}(t) \ \dot{\gamma}(t)] = [y_d \ z_d \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (40)$$

证 为方便后文分析, 定义辅助函数 $Q(t)$ 为

$$Q = - \int_0^t L(\tau) d\tau. \quad (41)$$

选择李雅普诺夫候选函数 $V(t)$ 如下:

$$V = E_t + Q + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \tilde{W}) + \frac{\lambda_1}{2} \tilde{d}_y^2 + \frac{\lambda_2}{2} \tilde{d}_z^2. \quad (42)$$

对式(42)求一阶时间导数, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{E}_t + \dot{Q} + \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \dot{\tilde{W}}) + \lambda_1 \tilde{d}_y \dot{\tilde{d}}_y + \lambda_2 \tilde{d}_z \dot{\tilde{d}}_z = \\ & \dot{\varepsilon}_y (u_y - f_{dy} + k_{py} \tanh \varepsilon_y) + \dot{\varepsilon}_z (u_z - f_{dz} + \\ & k_{pz} \tanh \varepsilon_z - (m_p + m_q)g) + \lambda_1 \tilde{d}_y \dot{\tilde{d}}_y + \\ & \lambda_2 \tilde{d}_z \dot{\tilde{d}}_z - N_1^* \dot{\varepsilon}_y - N_2^* \dot{\varepsilon}_z + \beta_1 |\dot{\varepsilon}_y| + \beta_2 |\dot{\varepsilon}_z| + \\ & \text{tr}(\tilde{W}^T \Lambda^{-1} \dot{\tilde{W}}). \end{aligned} \quad (43)$$

结合式(29)(35), 式(43)可整理为

$$\dot{V} \leq -k_{dy} \tanh \varepsilon_y \dot{\varepsilon}_y - k_{dz} \tanh \varepsilon_z \dot{\varepsilon}_z \leq 0. \quad (44)$$

由此可知 $V(t) \in L_\infty$, 则由式(19)–(20)和式(29)可知

$$\dot{y}, \dot{z}, \dot{\gamma}, \varepsilon_y, \varepsilon_z, e_y, e_z, \tilde{W}, \tilde{d}_y, \tilde{d}_z, u_y, u_z \in L_\infty. \quad (45)$$

下面由拉塞尔不变性定理证明定理1.

证 定义一个集合 $\Omega = \{(y, z, \gamma, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\gamma}) | \dot{V}(t) = 0\}$, 在 Ω 中有

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_y = \dot{y} - k \cos \gamma \dot{\gamma} = 0, \\ \dot{\varepsilon}_z = \dot{z} - k \sin \gamma \dot{\gamma} = 0, \end{cases} \quad (46)$$

从而可得

$$\begin{cases} \ddot{\varepsilon}_y = \ddot{y} - k \cos \gamma \ddot{\gamma} + k \sin \gamma \dot{\gamma}^2 = 0, \\ \ddot{\varepsilon}_z = \ddot{z} - k \sin \gamma \ddot{\gamma} - k \cos \gamma \dot{\gamma}^2 = 0, \end{cases} \quad (47)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_y = e_y - k \sin \gamma = \alpha_y, \\ \varepsilon_z = e_z + k \cos \gamma - k = \alpha_z. \end{cases} \quad (48)$$

在式(48)中, α_y, α_z 为未知常数. 由式(48)可得

$$\begin{cases} \ddot{e}_y = \ddot{y} = k \cos \gamma \ddot{\gamma} - k \sin \gamma \dot{\gamma}^2, \\ \ddot{e}_z = \ddot{z} = k \sin \gamma \ddot{\gamma} + k \cos \gamma \dot{\gamma}^2. \end{cases} \quad (49)$$

将式(49)代入式(7)第1, 2个子式进行整理可得到

$$\begin{cases} \ddot{y} = \frac{k(u_y - d_y \dot{y} - N_y(\dot{q}))}{k(m_p + m_q) + m_p l} = v_y, \\ \ddot{z} = \frac{k(u_z - (m_p + m_q)g - d_z \dot{z} - N_z(\dot{q}))}{k(m_p + m_q) + m_p l} = v_z. \end{cases} \quad (50)$$

假设式(50)中 $v_y \neq 0$ 或 $v_z \neq 0$. 由此可得 $\dot{y}(t) = v_t \cdot t + \dot{y}(0) \rightarrow \infty$ 或 $\dot{z}(t) = v_z \cdot t + \dot{z}(0) \rightarrow \infty$, 当 $t \rightarrow \infty$. 这与式(45)相矛盾, 因此假设不成立. 即可得

$$\ddot{y} = 0, \ddot{z} = 0. \quad (51)$$

此时, 根据式(50)可知 $u_z - d_z \dot{z} - N_z = (m_p + m_q)g$, $u_y - d_y \dot{y} - N_y = 0$.

同理, 假设

$$\dot{y} = \beta_y, \dot{z} = \beta_z, \quad (52)$$

其中 $\beta_y \neq 0$ 或 $\beta_z \neq 0$. 则 $y(t) = \beta_y \cdot t + y(0) \rightarrow \infty$ 或 $z(t) = \beta_z \cdot t + z(0) \rightarrow \infty$, 当 $t \rightarrow \infty$. 由此可得 $e_y \rightarrow \infty$ 或 $e_z \rightarrow \infty$, 这与式(45)相矛盾, 因此假设不成立. 基于以上分析有

$$\dot{y} = 0, \dot{z} = 0, \quad (53)$$

进而有以下等式成立:

$$\begin{cases} -k_{py} \tanh \alpha_y + \hat{N}_y(\dot{q}) - N_y(\dot{q}) = 0, \\ -k_{pz} \tanh \alpha_z + \hat{N}_z(\dot{q}) - N_z(\dot{q}) = 0. \end{cases} \quad (54)$$

进一步结合式(7)可得

$$\begin{cases} m_p l \cos \gamma \ddot{\gamma} - m_p l \sin \gamma \dot{\gamma}^2 = 0, \\ m_p l \sin \gamma \ddot{\gamma} + m_p l \cos \gamma \dot{\gamma}^2 = 0. \end{cases} \quad (55)$$

通过求解式(55)可以得到

$$\ddot{\gamma} = 0, \dot{\gamma} = 0. \quad (56)$$

将式(53)(56)代入式(54)可得

$$\alpha_y = 0, \alpha_z = 0. \quad (57)$$

将式(51)(56)代入式(7)中第3个子式可以得到

$$\sin \gamma = 0 \Rightarrow \gamma = 0. \quad (58)$$

将式(58)代入式(48)中, 可以得到

$$e_y = 0, e_z = 0. \quad (59)$$

综上所述, 定理1得证.

5 实验验证

为验证本文提出的控制器对四旋翼无人机吊挂空运系统的控制效果, 本文在如图2所示的室内实验平台进行了实际飞行实验. 本实验平台的相关具体参数如下: $m_q = 1.055 \text{ kg}$, $m_p = 0.066 \text{ kg}$, $l = 0.853 \text{ m}$. 实验中设定四旋翼无人机的起始位置和目标位置分别为 $y_0 = 0 \text{ m}$, $z_0 = -1.7 \text{ m}$ 与 $y_d = 3 \text{ m}$, $z_d = -1.7 \text{ m}$.

本文设计的非线性控制器的相关控制参数为

$$\begin{aligned} k_{py} &= 5.5, k_{pz} = 9.75, k_{dy} = 7.2, k_{dz} = 15, \\ k &= 0.21, \lambda_1 = 5, \lambda_2 = 0.2, \\ \beta &= \text{diag}\{[0.01 \ 0.01]^T\}. \end{aligned}$$

神经网络隐含层节点选取10个, 输出层权重的初值设为0, 其更新律系数选为0.02.



图2 四旋翼无人机吊挂空运系统实验平台

Fig. 2 Experiment testbed of unmanned quadrotor transportation system

本文将设计的非线性控制器与线性二次调节器(linear quadratic regulator, LQR)控制器进行了对比实验, 首先对四旋翼无人机吊挂空运系统进行线性化, 以 $x(t) = [\dot{y} \ \dot{z} \ y \ z \ \dot{\gamma} \ \gamma]^T$ 作为状态变量, $v(t) = [u_y \ u_z]^T$, $h(t) = [y \ z]^T$ 分别为输入量与输出量, 其状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bv(t), \\ h(t) = Cx(t) + Dv(t). \end{cases} \quad (60)$$

借助MATLAB线性化工具得到无人机吊挂空运系统的状态空间矩阵如下:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6131 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12.21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} 0.9479 & 0 \\ 0 & 0.8921 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1.111 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (61)$$

取线性二次型最优指标 $J(t)$ 为

$$J = \frac{1}{2} \int (x^T(t)Qx(t) + v^T(t)Rv(t))dt, \quad (62)$$

其中: $Q \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为正定矩阵. 基于仿真结

果得到 Q, R 的稳定范围, 在实际飞行实验中, 依据实际飞行状态调节权阵 Q, R , 通过多组对比实验得到较优的飞行效果, 此时对应的权阵如下:

$$\begin{cases} Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ R = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (63)$$

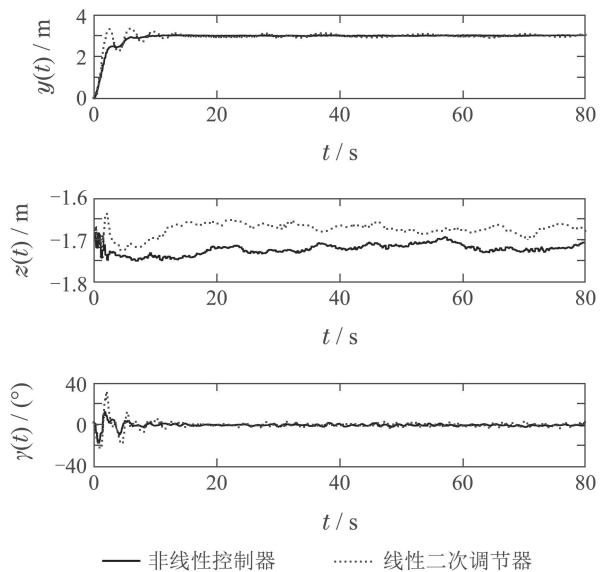
最终得到LQR控制器矩阵 K 的表达式为

$$K = \begin{bmatrix} 4.0427 & 0 & 3.6515 & 0 & -0.3887 & -2 \\ 0 & 14.8342 & 0 & 8.9443 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (64)$$

则LQR控制器的表达式为

$$\begin{cases} u_y = -4.0427\dot{y} - 3.6515e_y + 0.3887\dot{\gamma} + 2\gamma, \\ u_z = -14.8342\dot{z} - 8.9443e_z. \end{cases} \quad (65)$$

飞行实验结果如图3-4所示. 图3描述了两种控制器控制下无人机位置 $y(t), z(t)$ 以及负载摆角 $\gamma(t)$ 随时间变化的情况. 图4描述了两种控制器控制输入 $u_y(t), u_z(t)$ 以及四旋翼无人机滚转角 $\phi(t)$ 随时间变化的情况.

图3 四旋翼无人机位置 $y(t), z(t)$ 与负载摆角 $\gamma(t)$ Fig. 3 Quadrotor's position $y(t), z(t)$ and payload's swing angle $\gamma(t)$

由图3可以看出, 在本文设计的非线性控制器的控制下, 无人机的位移 $y(t)$ 无超调, 而在LQR控制器控

制方法下, $y(t)$ 方向振荡较为剧烈, 并且超调量达到 0.3 m. 对于负载摆角 $\gamma(t)$, 非线性控制器控制下负载摆角的振幅较小, 且在整个飞行过程中摆角变化明显比 LQR 控制器更小. 根据图 4 可知, 非线性控制器输入量 $u_y(t)$ 的收敛过程较快, 结合无人机的滚转角 $\phi(t)$ 的稳态过程来看, 非线性控制器的控制效果比 LQR 控制器好一些.

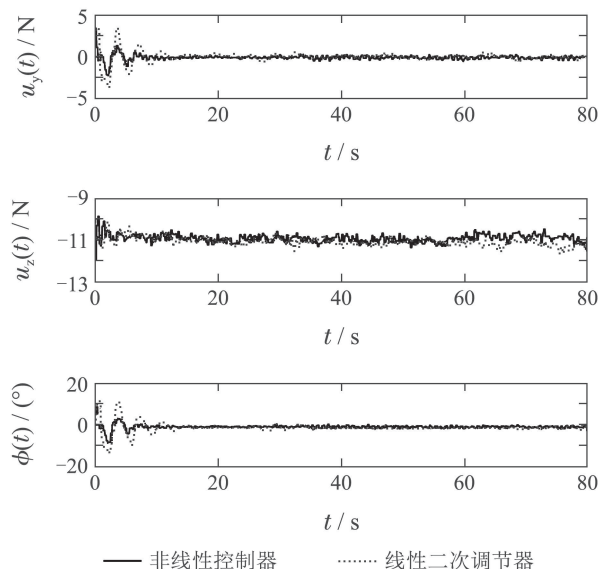


图 4 控制输入 $u_y(t)$, $u_z(t)$ 与 $\phi(t)$

Fig. 4 Control inputs $u_y(t)$, $u_z(t)$ and $\phi(t)$

本文定义当无人机位置到达目标位置 $\pm 5\%$ 误差带内系统进入稳态, 同时定义无人机进入稳态所需的最短时间为系统的调节时间. 对图 3 中第 20 s 到第 80 s 系统状态量的稳态过程进行定量分析, 分别对 $y(t)$, $z(t)$, $\gamma(t)$ 对应的实验数据求取稳态误差均值, 标准差以及最大偏差. 表 1 是本文所设计的非线性控制器和 LQR 控制器的对比结果.

表 1 实验数据分析

Table 1 Analysis of experimental data

	非线性控制器	LQR 控制器
调节时间 t_{sy}	5.419 s	9.838 s
稳态误差均值	0.0097 m	0.0408 m
	0.0199 m	0.0242 m
	0.4652°	1.0312°
稳态误差标准差	0.0087 m	0.04 m
	0.0058 m	0.0087 m
	0.5521°	1.2519°
稳态最大偏差	0.033 m	0.116 m
	0.029 m	0.038 m
	1.9481°	2.8075°

通过分析表 1 可知, 在非线性控制器下, 无人机水平方向位移 $y(t)$ 的调节时间小于 LQR 控制器, 同时非

线性控制器在稳态时无人机位置 $y(t)$, $z(t)$ 以及负载摆角 $\gamma(t)$ 稳态误差的均值、标准差、最大偏差均小于 LQR 控制器. 结合图 3 中的实验图线可知, 对于无人机位置的控制, 非线性控制器的控制精度优于 LQR 控制器, 并且稳定性较好; 对于负载摆角 $\gamma(t)$ 的控制, 非线性控制器在飞行过程中能够有效抑制负载的摆动. 总的来看, 本文所设计的非线性控制器具有良好的控制效果.

6 结论

针对四旋翼无人机吊挂空运系统, 本文针对其存在模型不确定性与空气阻尼系数未知的前提下, 提出了一种基于能量耦合的自适应控制方案. 通过神经网络在线估计模型不确定性, 并采用基于符号函数的鲁棒控制算法补偿神经网络的估计误差. 同时, 设计了参数自适应律在线补偿未知参数. 本文运用李雅普诺夫方法和拉塞尔不变性原理对闭环系统的稳定性进行了证明. 最后, 实际飞行实验将本文设计的非线性控制器与 LQR 控制器进行对比, 实验结果表明本文提出的控制策略具有良好的控制效果.

后续工作将考虑四旋翼无人机吊挂空运系统在受到外界风扰时的鲁棒控制设计问题, 以及无人机位置误差有限时间收敛的控制策略研究.

参考文献:

- [1] NEX F, REMONDINO F. UAV for 3D mapping applications: a review. *Applied Geomatics*, 2014, 6(1): 1 – 15.
- [2] ZARCO-TEJADA P J, GONZÁLEZ-DUGO V, BERNI J A J. Fluorescence, temperature and narrow-band indices acquired from a UAV platform for water stress detection using a micro-hyperspectral imager and a thermal camera. *Remote Sensing of Environment*, 2012, 117(1): 322 – 337.
- [3] MERWADAY A, GUVENC I. UAV assisted heterogeneous networks for public safety communications. *Proceedings of the 2015 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops*. New Orleans: IEEE, 2015: 329 – 334.
- [4] TOMIC T, SCHMID K, LUTZ P, et al. Toward a fully autonomous UAV: Research platform for indoor and outdoor urban search and rescue. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2012, 19(3): 46 – 56.
- [5] XIAN Bin, ZHANG Xu, YANG Sen. Nonlinear controller design for an unmanned aerial vehicle with a slung-load. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(3): 273 – 279.
(鲜斌, 张旭, 杨森. 无人机吊挂飞行的非线性控制方法设计. 控制理论与应用, 2016, 33(3): 273 – 279.)
- [6] WANG Shizhang, XIAN Bin, YANG Sen. Anti-swing controller design for an unmanned aerial vehicle with a slung-load. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(10): 1771 – 1780.
(王诗章, 鲜斌, 杨森. 无人机吊挂飞行系统的减摆控制设计. 自动化学报, 2018, 44(10): 1771 – 1780.)
- [7] LIANG Xiao, FANG Yongchun, SUN Ning. Trajectory planning and tracking controller design for a planar quadrotor unmanned aerial vehicle transportation system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(11): 1430 – 1438.
(梁潇, 方勇纯, 孙宁. 平面四旋翼无人飞行器运送系统的轨迹规划与跟踪控制器设计. 控制理论与应用, 2015, 32(11): 1430 – 1438.)

- [8] LIANG X, FANG Y, SUN N, et al. Nonlinear hierarchical control for unmanned quadrotor transportation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(4): 3395 – 3405.
- [9] LIANG X, FANG Y, SUN N, et al. A novel energy-coupling-based hierarchical control approach for unmanned quadrotor transportation systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(1): 248 – 259.
- [10] SREENATH K, LEE T, KUMAR V. Geometric control and differential flatness of a quadrotor UAV with a cable-suspended load. *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. Florence: IEEE, 2013: 2269 – 2274.
- [11] TANG S, KUMAR V. Mixed integer quadratic program trajectory generation for a quadrotor with a cable-suspended payload. *Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Seattle: IEEE, 2015: 2216 – 2222.
- [12] CRUZ P, OISHI M, FIERRO R. Lift of a cable-suspended load by a quadrotor: A hybrid system approach. *Proceedings of the 2015 American Control Conference*. Chicago: IEEE, 2015: 1887 – 1892.
- [13] CRUZ P, FIERRO R. Cable-suspended load lifting by a quadrotor UAV: Hybrid model, trajectory generation, and control. *Autonomous Robots*, 2017, 41(8): 1629 – 1643.
- [14] ALOTHMAN Y, GU D. Quadrotor transporting cable-suspended load using iterative Linear Quadratic Regulator (iLQR) optimal control. *Proceedings of the 8th Computer Science and Electronic Engineering*. Colchester: IEEE, 2016: 168 – 173.
- [15] GUERRERO-SÁNCHEZ M E, MERCADO-RAVELL D A, LOZANO R, et al. Swing-attenuation for a quadrotor transporting a cable-suspended payload. *ISA Transactions*, 2017, 68(5): 433 – 449.
- [16] CARDOSO D N, RAFFO G V, ESTEBAN S. A robust adaptive mixing control for improved forward flight of a tilt-rotor UAV. *Proceedings of the 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Rio de Janeiro: IEEE, 2016: 1432 – 1437.
- [17] ROSALES C, SORIA C, CARELLI R, et al. Adaptive dynamic control of a quadrotor for trajectory tracking. *Proceedings of 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. Miami: IEEE, 2017: 547 – 553.
- [18] HE Bo, FANG Yongchun, LIU Hailiang, et al. Precise positioning online trajectory planner design and application for overhead cranes. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(10): 1352 – 1358. (何博, 方勇纯, 刘海亮, 等. 桥式起重机精准定位在线轨迹规划方法设计及应用. *控制理论与应用*, 2016, 33(10): 1352 – 1358.)
- [19] SUN N, FANG Y, CHEN H, et al. Adaptive nonlinear crane control with load hoisting/lowering and unknown parameters: Design and experiments. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(5): 2107 – 2119.
- [20] JIANG Xinran, XIAN Bin. Immersion and invariance adaptive control for a miniature unmanned helicopter. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1378 – 1383. (姜鑫燃, 鲜斌. 小型无人直升机浸入-不变集自适应控制. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1378 – 1383.)
- [21] SUN N, FANG Y, ZHANG X. Energy coupling output feedback control of 4-DOF underactuated cranes with saturated inputs. *Automatica*, 2013, 49(5): 1318 – 1325.
- [22] PATRE P M, MACKUNIS W, KAISER K, et al. Asymptotic tracking for uncertain dynamic systems via a multilayer neural network feed-forward and RISE feedback control structure. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2180 – 2185.
- [23] MA Bojun, FANG Yongchun, WANG Yutao, et al. Adaptive control for an underactuated overhead crane system. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1105 – 1109. (马博军, 方勇纯, 王宇韬, 等. 欠驱动桥式吊车系统自适应控制. *控制理论与应用*, 2008, 25(6): 1105 – 1109.)
- [24] XIAN B, DAWSON D M, QUEIROZ M S, et al. A continuous asymptotic tracking control strategy for uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1206 – 1211.

作者简介:

韩晓薇 硕士研究生, 目前研究方向为无人机的非线性控制, E-mail: hanxiaowei@tju.edu.cn;

鲜斌 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统控制、无人机和实时控制系统等, E-mail: xbin@tju.edu.cn;

杨森 博士研究生, 主要研究方向为无人机的非线性控制, E-mail: yangsen1991@tju.edu.cn.