

考虑数据量化的改进无模型自适应迭代学习控制算法

朱盼盼, 卜旭辉[†], 梁嘉琪, 闫帅明

(河南理工大学 电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454000)

摘要: 针对一类存在数据量化的离散时间单输入单输出非线性系统, 提出一种带有编码解码量化机制的无模型自适应迭代学习控制(MFAILC)算法. 首先使用伪偏导数将受控非线性系统动态线性化, 进而考虑系统输出数据经由均匀量化器进行量化处理的过程, 并设计了一种编码解码量化机制, 最后基于这种编码解码量化机制提出了一种改进的MFAILC算法. 理论上给出了算法的收敛性分析, 结果表明, 当系统存在数据量化时, 所提出的算法仍可保证系统收敛. 与已有算法相比, 所提算法仅利用较少的输入输出数据, 就可以实现跟踪误差的零收敛. 仿真进一步验证了算法的有效性.

关键词: 无模型自适应控制; 迭代学习; 编码解码量化机制; 数据量化

引用格式: 朱盼盼, 卜旭辉, 梁嘉琪, 等. 考虑数据量化的改进无模型自适应迭代学习控制算法. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1178 – 1184

DOI: 10.7641/CTA.2019.90347

An improved model free adaptive iterative learning control algorithm with data quantization

ZHU Pan-pan, BU Xu-hui[†], LIANG Jia-qi, YAN Shuai-ming

(School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo Henan 454000, China)

Abstract: For a class of discrete time single input single output nonlinear systems with data quantization, a model free adaptive iterative learning control (MFAILC) algorithm with encoding and decoding quantization mechanism is proposed. First, the nonlinear system is dynamically linearized by using pseudo partial derivative. Then the output data of the system is quantized by a uniform quantizer, and an encoding and decoding quantization mechanism is designed for the system. Finally, an improved MFAILC algorithm is proposed based on the encoding and decoding quantization mechanism. The convergence of the algorithm is analyzed theoretically. The results show that the proposed algorithm can still guarantee the convergence of the system which is subject to data quantization. Compare with the existing results, the proposed algorithm can only use less input and output data to achieve the zero-error convergence. The simulation validates the effectiveness of the algorithm.

Key words: model free adaptive control; iterative learning; encoding and decoding quantization mechanism; data quantization

Citation: ZHU Panpan, BU Xuhui, LIANG Jiaqi, et al. An improved model free adaptive iterative learning control algorithm with data quantization. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 1178 – 1184

1 引言

迭代学习控制(iterative learning control, ILC)^[1-3]是一种针对有限时间区间执行重复控制任务系统的有效控制手段. 该方法利用上一次循环的系统输出误差和控制输入信号构建当前循环的控制输入信号, 以

获得比上一次循环更好的控制效果. 经过了30多年的发展, 迭代学习控制已经取得了丰富的理论结果, 并在很多实际系统中得到了应用. 值得说明的是, 无模型自适应迭代学习控制是一种针对未知非线性系统的有效方法, 它可以不需要系统模型的任何信息, 就

收稿日期: 2019-05-14; 录用日期: 2019-09-12.

[†]通信作者. E-mail: buxuhui@gmail.com; Tel.: +86 391-3987564.

本文责任编辑: 方浩.

国家自然科学基金项目(61573129, 61573130, U1804147, 61833001), 河南省高校科技创新团队项目(20IRTSTHN019), 河南理工大学创新型科技团队项目(T2019-2, T2017-1), 河南省创新型科技团队项目(CXTD2016054)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573129, 61573130, U1804147, 61833001), the Innovative Scientists and Technicians of Henan Provincial High Education (20IRTSTHN019), the Innovative Scientists and Technicians Team of Henan Polytechnic University (T2019-2, T2017-1) and the Innovation Scientists and Technicians Troop Construction Projects of Henan Province (CXTD2016054).

能实现迭代学习控制算法的设计和收敛性分析. 目前, 无模型自适应迭代学习控制已经取得了一些研究成果^[4-6].

另一方面, 实际中, 控制系统已逐步由点对点方式的结构转换为网络控制系统(network control system, NCS)的结构. NCS具有减少系统布线、便于系统诊断和维护、增加系统的灵活性和稳定性等优点. 然而, NCS也伴随着许多待解决的问题^[7-8], 例如数据量化^[9]、网络引起的延迟^[10]、数据丢失^[11]等. 其中, 由于网络和闭环系统中一些设备(如A/D和D/A转换器)的传输容量有限, 实际的NCS中传输的数据需要在发送到下一个网络节点之前进行量化. 为了减少NCS中的传输负担, 就必须考虑数据量化的问题.

迭代学习控制的量化问题已有一些研究成果^[12-16]. 文献[13-14]通过系统输出信号量化的研究, 提出了一种基于对数量化器的迭代学习控制方法, 并用扇形界的方法证明所提方法的跟踪误差收敛性. 文献[15]设计了一种状态重置动态量化反馈控制器, 用以抑制量化跳变对系统的影响, 并验证了状态重置反馈控制系统是渐近稳定的. 文献[16-18]研究了一类具有数据量化问题的迭代学习控制系统, 针对均匀量化器进行了适当的优化, 提出一种编码和解码机制. 该机制与迭代学习控制相结合, 结果证明其可以在线性和非线性系统中解决数据量化问题. 但是目前针对模型未知系统的量化尚无研究. 因此, 本文针对存在数据量化的模型未知非线性系统, 研究基于编码解码量化机制的无模型自适应迭代学习控制方法.

2 问题描述

考虑如下有限时间区间上重复运行的非线性离散时间单输入单输出(single input single output, SISO)系统:

$$\begin{aligned} y(k+1, i) &= f(y(k, i), \dots, y(k-n_y, i), \\ &\quad u(k, i), \dots, u(k-n_u, i)), \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $y(k, i)$ 和 $u(k, i)$ 分别表示第 i 次迭代和第 k 个采样时刻的系统输入和输出信号; $k \in [0, 1, \dots, T]$, $i = 1, 2, \dots$; n_y 和 n_u 是两个未知的正整数; $f(\cdot)$ 是一个未知非线性标量函数.

系统(1)满足以下两个假设:

假设 1 除了有限时刻点外, $f(\cdot)$ 关于第 (n_u+2) 个变量的偏导存在且连续.

假设 2 系统(1)沿迭代轴方向满足Lipschitz条件, 即 $\forall k \in [0, 1, \dots, T]$ 和 $\forall i = 1, 2, \dots$, 若 $|\Delta u(k, i)| \neq 0$, 则下式成立:

$$|\Delta y(k+1, i)| \leq c |\Delta u(k, i)|,$$

其中: $\Delta y(k+1, i) = y(k+1, i) - y(k+1, i-1)$, $\Delta u(k, i) = u(k, i) - u(k, i-1)$, $c > 0$ 是一个常数.

注 1 假设1和2对于许多实际控制系统是合理且容易满足的. 对一般非线性系统, 假设1是控制系统中的一种典型约束条件. 对由于控制输入沿迭代轴方向变化引起的系统输出变化, 假设2是对这种变化率上界的一种限制. 很多实际系统都能满足这种假设, 例如温度控制系统, 压力控制系统和液位控制系统等.

引理 1^[4] 对于满足假设1和2的系统(1), 当 $|\Delta u(k, i)| \neq 0$ 时, 一定存在PPD的迭代相关的时变参数 $\phi(k, i)$, 使得系统(1)可以转化为如下形式的迭代轴上的紧格式动态线性化(CFDL)数据模型:

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1, i) &= \phi(k, i) \Delta u(k, i), \\ \forall k &\in [0, 1, \dots, T], i = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\phi(k, i)$ 是有界的.

注 2 数据模型(2)是非线性系统(1)的等效动态线性表示. 它是一个线性时变数据模型, $\phi(k, i)$ 本质上是迭代相关的时变参数, 且对任意迭代过程 i 的任意时刻 k 均有界.

由于网络带宽限制, 系统(1)在实际执行时数据需要经过量化处理. 本文考虑实际中使用较多的均匀量化器^[18], 其函数表达式表示如下:

$$Q(v) = \begin{cases} 0, & -\frac{1}{2} < v < \frac{1}{2}, \\ j, & \frac{2j-1}{2} < v < \frac{2j+1}{2}, \\ -Q(-v), & v \leq -\frac{1}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

注 3 为了更直观的研究量化器的结构, 这里绘制了函数(3)的图像如图1所示. 定义量化误差信号为 $\theta(k, i) = Q(y(k, i)) - y(k, i)$, 由标准均匀量化器(3)的性质可以明显看出, $\theta(k, i)$ 是有界的. 这种有界性与输出的具体值无关. 本文用到的均匀量化器(3)满足不等式 $0 \leq |\theta(k, i)| \leq \frac{1}{2}$.

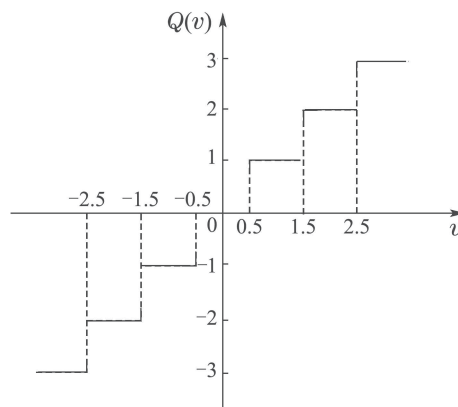


图1 均匀量化器 $Q(v)$ 的函数曲线图

Fig. 1 The function graph of uniform quantizer $Q(v)$

本文的目标是针对非线性系统(1), 使用均匀量化器(3)处理量化过程, 并通过对算法的设计实现对期望

轨迹的零误差跟踪. 若用 $y_d(k)$ 表示时刻 k 的系统期望值, 即实现

$$y(i, k) = y_d(k).$$

3 控制方案

3.1 编码解码机制设计

研究表明, 只依靠均匀量化器完成数据量化的过程, 难以实现系统对期望轨迹完全跟踪的效果. 为了实现零误差的跟踪目标, 本小节为均匀量化器(3)增加编码解码机制. 编码器和解码器的设计可参考文献[10], 相关编码设计为

$$\begin{cases} \zeta(k, 0) = 0, \\ s(k, i+1) = Q\left(\frac{y(k+1, i+1) - \zeta(k, i)}{b(i)}\right), \\ \zeta(k, i+1) = \zeta(k, i) + b(i)s(k, i+1). \end{cases} \quad (4)$$

解码设计为

$$\begin{cases} \hat{y}(k+1, 0) = 0, \\ \hat{y}(k+1, i+1) = \hat{y}(k, i) + b(i)s(k, i+1), \end{cases} \quad (5)$$

其中: $y(k+1, i+1)$ 和 $s(k, i+1)$ 分别是编码器的输入信号和输出信号; $s(k, i+1)$ 是解码器的输入信号; $\hat{y}(k+1, i)$ 和 $\Delta\hat{y}(k, i)$ 是解码器的输出信号. 这里, $b(i)$ 起调整系统输出和编码器估计之间差异大小的作用.

3.2 控制算法设计

考虑带有编码解码机制(4)–(5)的均匀量化器(3), 本小节对无模型自适应迭代控制算法的设计如下:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(k, i) = & \hat{\phi}(k, i-1) + \eta \Delta u(k, i-1) \times \\ & \frac{(\Delta\hat{y}(k+1, i-1) - \hat{\phi}(k, i-1)\Delta u(k, i-1))}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\hat{\phi}(k, i) = \hat{\phi}(k, 1), \quad |\hat{\phi}(k, i)| \leq \varepsilon \text{ 或 } |\Delta u(k, i)| \leq \varepsilon, \quad (7)$$

$$u(k, i) = u(k, i-1) + \frac{\rho \hat{\phi}(k, i) e(k+1, i-1)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2}, \quad (8)$$

其中: $e(k+1, i-1) = y_d(k+1) - \hat{y}(k+1, i-1)$; η, ρ 代表步长, 一般设置为 $0 < \eta \leq 1, 0 < \rho \leq 1$; μ, λ 是权重因子, 一般设置为 $\mu > \mu_{\min}, \lambda > \lambda_{\min}$. 在重置算法(7)里, ε 是一个非常小的正数. $Q(\cdot)$ 在控制器设计中代表着数据量化的过程. 需要注意的是, 本文需要使用两个带有编码解码机制的均匀量化器, 分别对系统的输出信号和输出误差信号进行量化.

注4 注意算法是基于可以重写为引理1的数据模型的系统, 使用的均匀量化器的编码和解码机制由式(3)–(5)设置, 另外, 在式(6)–(8)中设计了控制器的算法.

为了更直观地表达控制器设计, 图2中绘制了系统结构图. 很明显, 整个控制系统由受控系统, 控制器, 存储器和带有编码解码算法的均匀量化器组成. 在控制器设计的中, 控制器的算法由参数估计算法(6)、重置算法(7)和控制输入算法(8)组成. 这里需要被量化的信号有系统输出信号与两时刻间输出信号差.

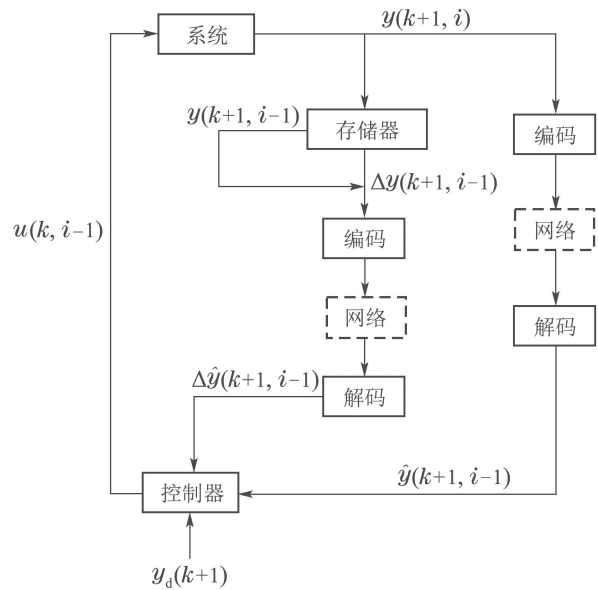


图2 带有编码解码的MFALIC系统结构图

Fig. 2 Structure diagram of MFALIC system with encoding and decoding mechanism

4 主要结果

针对非线性系统(1)设计的无模型自适应迭代学习控制算法, 可得如下定理:

定理1 对于满足假设1–3的系统(1), 应用带有编码解码量化机制(3)–(5)的无模型自适应迭代学习控制算法(6)–(8), 考虑一个满足 $y_d(k) = y_d = \text{constant}$ 的期望轨迹, 存在 $0 < \eta \leq 1, \mu > \mu_{\min}, \mu_{\min} = \frac{\eta^2}{16}, 0 < \rho \leq 1$ 和 $\lambda > \lambda_{\min}, \lambda_{\min} = \frac{c^2}{4}$, 且 $b(i)$ 是一个满足条件 $0 < b(i) \leq 1$ 且 $\lim_{i \rightarrow \infty} b(i) = 0$ 的函数, 则有 $\lim_{i \rightarrow \infty} |e(k+1, i)| = 0$, 即系统的跟踪误差有界收敛到零.

证 本节分为a) b) c)3个部分去证明所提方法的收敛性.

a) 带有编码解码机制量化器的性质.

在分析所提出的算法(6)–(8)的收敛性之前, 有必要先研究编码和解码机制的重要特性. 将编码器算法(4)的 $s(k, i+1)$ 代入式(5)中系统输出的估计 $\hat{y}(k$

+ 1), 可以得到

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1, i+1) &= \\ \hat{y}(k+1, i) + b(i)s(k, i+1) &= \\ \hat{y}(k+1, i) + b(i)Q\left(\frac{y(k+1, i+1) - \zeta(k, i)}{b(i)}\right) &= \\ \hat{y}(k+1, i) + y(k+1, i+1) - \zeta(k, i) + & \\ b(i)\tau(k, i+1), & \end{aligned} \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tau(k, i+1) &= Q\left(\frac{y(k+1, i+1) - \zeta(k, i)}{b(i)}\right) - \\ &\quad \frac{y(k+1, i+1) - \zeta(k, i)}{b(i)}, \end{aligned}$$

$\tau(k, i+1)$ 代表量化器的输入输出信号误差, 显然, $\forall k \in [0, 1, \dots, T], \forall i = 1, 2, \dots$, 有 $0 \leq |\tau(k, i+1)| \leq \frac{1}{2}$. 此外, 由编码算法(4)和解码算法(5), 容易推出

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1, i+1) - \zeta(k, i+1) &= \\ b(i)s(k, i+1) + \hat{y}(k+1, i) - & \\ (b(i)s(k, i+1) + \zeta(k, i)) &= \\ \hat{y}(k+1, i) - \zeta(k, i) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

由式(9)和式(10), 易得

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1, i+1) &= \\ \hat{y}(k+1, i) + y(k+1, i+1) - & \\ \zeta(k, i) + b(i)\tau(k, i+1) &= \\ y(k+1, i+1) + b(i)\tau(k, i+1). & \end{aligned} \quad (11)$$

同样地, 当输出误差信号 $\Delta y(k+1, i)$ 被作为量化信号时, 有

$$\begin{aligned} \Delta \hat{y}(k+1, i+1) &= \\ \Delta y(k+1, i+1) + b(i)\gamma(k, i+1), & \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\gamma(k, i+1)$ 表示信号 $\Delta \hat{y}(k+1, i+1)$ 的量化误差, 并且有

$$\begin{aligned} \gamma(k, i+1) &= \\ Q\left(\frac{\Delta y(k+1, i+1) - \zeta(k, i)}{b(i)}\right) - & \\ \frac{\Delta y(k+1, i+1) - \zeta(k, i)}{b(i)}, & \end{aligned}$$

其中由量化器的性质易知, $\forall i = 1, 2, \dots, \forall k \in [0, 1, \dots, T]$, 有

$$0 \leq |\gamma(k+1, i)| \leq \frac{1}{2}.$$

b) $\hat{\phi}(k, i)$ 的有界性.

首先, 证明 $\hat{\phi}(k, i)$ 的有界性.

定义 $\tilde{\phi}(k, i) = \hat{\phi}(k, i) - \phi(k, i)$, 在式(6)的两端

减去 $\phi(k, i)$, 根据式(11)的结果, 易得

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}(k, i) &= \\ \tilde{\phi}(k, i-1) + \phi(k, i-1) - \phi(k, i) + & \\ \eta \frac{\Delta y(k+1, i-1) - \hat{\phi}(k, i-1)\Delta u(k, i-1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} & \\ \Delta u(k, i-1) + \eta \frac{b(i-2)\gamma(k, i+1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} \Delta u(k, i-1) &= \\ \tilde{\phi}(k, i-1) - \Delta \phi(k, i) + & \\ \eta \frac{\Delta y(k+1, i-1) - \hat{\phi}(k, i-1)\Delta u(k, i-1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} & \\ \Delta u(k, i-1) + \eta \frac{b(i-2)\gamma(k, i+1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} \Delta u(k, i-1) &= \\ \tilde{\phi}(k, i-1) \left(1 - \frac{\eta |\Delta u(k, i-1)|^2}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2}\right) + & \\ \eta b(i-2)\gamma(k, i+1)\Delta u(k, i-1) & \\ \frac{\eta b(i-2)\gamma(k, i+1)\Delta u(k, i-1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} - \Delta \phi(k, i), & \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\Delta \phi(k, i) = \phi(k, i) - \phi(k, i-1)$, 由假设 2 知 $|\phi(k, i)| \leq c$, 因此, $|\Delta \phi(k, i)| \leq 2c$.

对式(13)两端取绝对值, 有

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}(k, i)| &\leq \\ |\tilde{\phi}(k, i-1)| \times & \\ \left| \left(1 - \frac{\eta |\Delta u(k, i-1)|^2}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2}\right) \right| + & \\ \left| \frac{\eta b(i-2)\gamma(k, i+1)\Delta u(k, i-1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} \right| + 2c. & \end{aligned} \quad (14)$$

通过之前的分析, 得到 $\gamma(k, i+1)$ 有界于 $1/2$ 的结论. 给定 $|b(i)|$ 有界于 1. 由于函数 $\left| \frac{\eta \Delta u(k, i-1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} \right|$ 对于变量 $|\Delta u(k, i-1)|$ 是先增后减的, 所以存在一个最大值. 当系统满足 $0 < \eta \leq 1, \mu > \mu_{\min}, \mu_{\min} = \frac{\eta^2}{16}$ 和 $0 < d_1 < 1, 0 < d_2 < 1$ 时, 有

$$\begin{aligned} 0 &\leq \left| \left(1 - \frac{\eta |\Delta u(k, i-1)|^2}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2}\right) \right| \leq \\ 1 - \frac{\eta \varepsilon^2}{\mu + \varepsilon^2} &= d_1 < 1, \end{aligned} \quad (15)$$

$$0 < \left| \frac{\eta b(i-2)\gamma(k, i+1)\Delta u(k, i-1)}{\mu + |\Delta u(k, i-1)|^2} \right| =$$

$$\frac{\eta |\Delta u(k, i-1)|}{2|\Delta u(k, i-1)|\sqrt{\mu}} |b(i-2)| |\gamma(k, i+1)| \leq$$

$$\frac{\eta}{2\sqrt{\mu}} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{\eta}{4\sqrt{\mu}} = d_2 < 1. \quad (16)$$

值得指出的是, 这里只需要证明 d_1, d_2 的存在, 而不需要它们的确切值.

把式(15)–(16)代入到式(14)中, 易得

$$\begin{aligned} |\tilde{\phi}(k, i)| &\leq \\ d_1 |\tilde{\phi}(k-1, i)| + d_2 + 2c &\leq \cdots \leq \\ d_1^k |\tilde{\phi}(1, i)| + \frac{(d_2 + 2c)(1 - d_1^k)}{1 - d_1}. \end{aligned} \quad (17)$$

由式(17)易知, $\tilde{\phi}(k, i)$ 和 $\hat{\phi}(k, i)$ 都是有界的.

c) 跟踪误差的收敛性.

接下来, 讨论跟踪误差 $e(k+1, i)$ 的收敛性, 定义

$$e(k+1, i) = y_d(k+1) - \hat{y}(k+1, i). \quad (18)$$

将式(18)代入到式(2)中, 根据式(11)的结论, 可以得出

$$\begin{aligned} e(k+1, i) &= \\ y_d(k+1) - \hat{y}(k+1, i) &= \\ e(k+1, i-1) - \Delta y(k+1, i) - \\ b(i-2)\tau(k, i+1) + b(i-1)\tau(k, i) &= \\ (1 - \frac{\rho\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2})e(k+1, i-1) - \\ b(i-2)\tau(k, i+1) + b(i-1)\tau(k, i-1). \end{aligned} \quad (19)$$

对式(19)两端取绝对值, 有

$$\begin{aligned} |e(k+1, i)| &\leq \\ |1 - \frac{\rho\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2}| \times |e(k+1, i-1)| + \\ |b(i-2)| |\tau(k, i-1)| + |b(i-1)| |\tau(k, i-1)|. \end{aligned} \quad (20)$$

由于 $b(i)$ 是有界的, 且 $|\tau(k, i-1)| \leq \frac{1}{2}$, 因此函数(20)可以被重写为

$$\begin{aligned} |e(k+1, i)| &\leq \\ |1 - \frac{\rho\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2}| |e(k+1, i-1)| + \\ \frac{1}{2}|b(i-2)| + \frac{1}{2}|b(i-1)|. \end{aligned} \quad (21)$$

定义 $\delta(i) = \frac{1}{2}[b(i-2) + b(i-1)]$, 可以推导出

$$\begin{aligned} |e(k+1, i)| &\leq \\ |1 - \frac{\rho\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2}| \times |e(k+1, i-1)| + \delta(i). \end{aligned} \quad (22)$$

若 $\lambda_{\min} = \frac{c^2}{4}$, 由于 $\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i) \geq 0$, 且 $\hat{\phi}(k, i)$

是有界的, 当选择 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 存在一个正常数满足 $0 < M_1 < 1$, 使得

$$\begin{aligned} 0 < M_1 &\leq \\ \frac{\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2} &\leq \frac{c\hat{\phi}(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2} \leq \\ \frac{c\hat{\phi}(k, i)}{2\sqrt{\lambda}\hat{\phi}(k, i)} &< \frac{c}{2\sqrt{\lambda_{\min}}} = 1. \end{aligned} \quad (23)$$

由式(23), 当选择 $0 < \rho \leq 1$ 和 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时, 一定存在一个常数满足 $0 < M_2 < 1$, 使得

$$\begin{aligned} 0 < |1 - \frac{\rho\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2}| &= \\ 1 - \frac{\rho\hat{\phi}(k, i)\phi(k, i)}{\lambda + |\hat{\phi}(k, i)|^2} &\leq 1 - \rho M_1 = M_2 < 1. \end{aligned} \quad (24)$$

结合式(22)和式(24), 可以得出

$$|e(k+1, i)| \leq M_2 |e(k+1, i-1)| + \delta(i). \quad (25)$$

同理递推, 可以得到

$$\begin{aligned} |e(k+1, i)| &\leq \\ M_2^{i-1} |e(k+1, 1)| + M_2^{i-1} \delta(1) + \cdots + \\ M_2 \delta(i-1) + \delta(i). \end{aligned} \quad (26)$$

因为调节函数 $b(i)$ 满足 $\lim_{i \rightarrow \infty} b(i) = 0$, 所以可以得出 $\delta(i)$ 同时也满足条件 $\lim_{i \rightarrow \infty} \delta(i) = 0$. 如果 i 是一个奇数, 则

$$\begin{aligned} |e(k+1, i)| &\leq \\ M_2^i |e(k+1, 1)| + M_2^{i-1} \delta(1) + \cdots + \\ M_2^{\frac{i}{2}+1} \delta(\frac{i}{2} - 1) + M_2^{\frac{i}{2}} \delta(\frac{i}{2}) + \cdots + \\ M_2 \times \delta(i-1) + \delta(i) &\leq \\ M_2^{\frac{i}{2}} |e(k+1, 1)| + M_2^{\frac{i}{2}} \delta(1) + \cdots + \\ M_2^{\frac{i}{2}} \delta(\frac{i}{2} - 1) + M_2^{\frac{i}{2}} \delta(\frac{i}{2}) + \cdots + \\ M_2 \times \delta(\frac{i}{2}) + \delta(\frac{i}{2}) &\leq \\ \delta(\frac{i}{2}) (M_2^{\frac{i}{2}} + \cdots + M_2 + 1) + \\ M_2^{\frac{i}{2}} (|e(k+1, 1)| + \delta(1) + \cdots + \delta(\frac{i}{2} - 1)) &\leq \\ \delta(\frac{i}{2}) \frac{1 - M_2^{\frac{i}{2}+1}}{1 - M_2} + M_2^{\frac{i}{2}} (|e(k+1, 1)| + \frac{i}{2} \delta(k, 1)). \end{aligned} \quad (27)$$

因此, $\lim_{i \rightarrow \infty} |e(k+1, i)| = 0$. 同理可得, 当 i 是一个偶数时, 也有 $\lim_{i \rightarrow \infty} |e(k+1, i)| = 0$ 的结论.

证毕.

5 仿真示例

本节通过一个离散时间系统的仿真数例来验证所提方案的有效性. 值得指出的是, 控制方案中没有用到系统的任何模型信息, 包括系统结构的线性或非线形特征、系统阶数以及相对度等. 仿真中给出的系统模型仅是为了产生系统的I/O数据, 并不参与控制器的设计.

考虑非线性系统结构如下:

$$y(k+1, i) = \frac{y(k, i)}{1 + y^2(k, i)} + u^3(k, i).$$

期望输出信号为

$$y_d(k+1) = 0.5 \times (-1)^{\text{round}(k/20)},$$

$$k = 1, 2, \dots, 100.$$

受控系统的初始条件设置为 $u(0, 1) = 0$, $y(0, 1) = 3$. 伪偏导数初值设置为 $\hat{\phi}(1:2, i) = 0.5$. 算法中的步长因子选取为 $\mu = 1$, $\eta = 1$, $\rho = 0.2$, $\lambda = 0.15$, 参数 ε 设为 10^{-5} , 量化器编码解码机制中的调节参数 $b(i) = \frac{1}{i}$.

仿真结果如图3~6所示, 由图3仿真结果可以看出, 当迭代次数为60次时, 系统量化输出 $\hat{y}(k+1, i)$ 、实际输出 $y(k+1, i)$ 与期望轨迹3条曲线基本重复, 这表明系统的跟踪性能在第60次迭代时就达到跟踪误差为零的目标. 图4与图5挑出第8, 15, 60次迭代时的系统输出、实际输出与期望轨迹, 更直观地表示出系统随迭代轴的跟踪性能变化. 最后, 取出每次迭代过程中的最大跟踪误差做出图6, 从迭代域显示了所提方法的有效性.

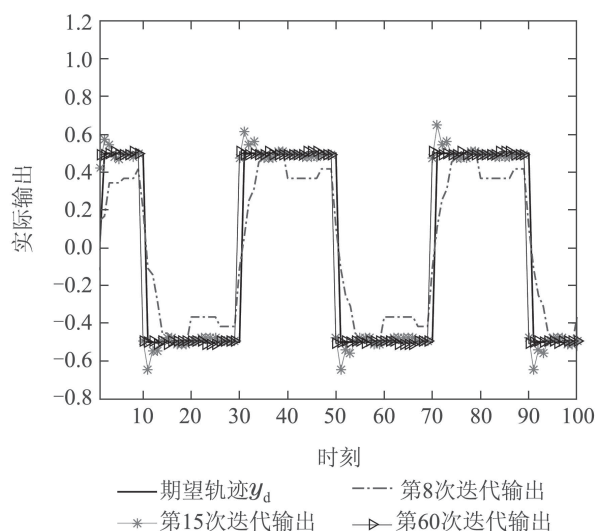


图3 第8, 15, 60次迭代时的系统实际输出 $y(k+1, i)$ 曲线与期望轨迹

Fig. 3 Actual output $y(k+1, i)$ of the system at the 8th, 15th, and 60th iterations and desired trajectory curve

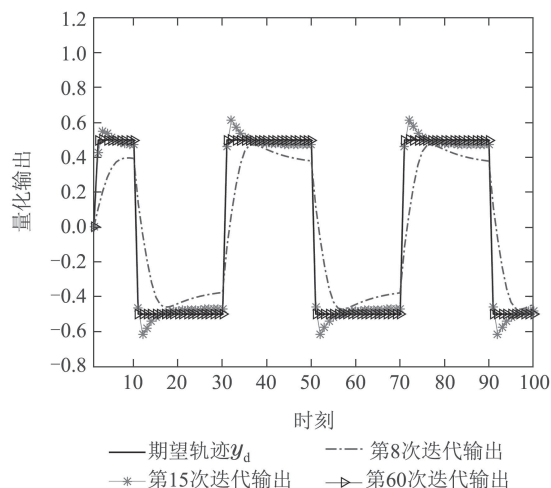


图4 第8, 15, 60次迭代时的系统量化输出 $\hat{y}(k+1, i)$ 曲线与期望轨迹

Fig. 4 System quantized output $\hat{y}(k+1, i)$ of the system at the 8th, 15th, and 60th iterations and desired trajectory curve

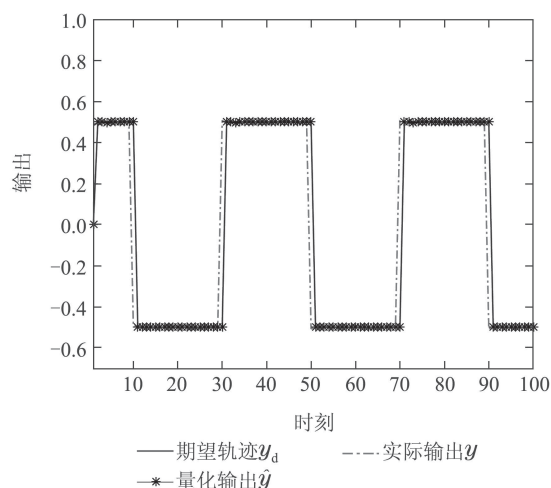


图5 第60次迭代时系统量化输出 $\hat{y}(k+1, i)$ 、实际输出 $y(k+1, i)$ 与期望轨迹

Fig. 5 System quantized output $\hat{y}(k+1, i)$, actual output $y(k+1, i)$ and expected trajectory at the 60th iteration

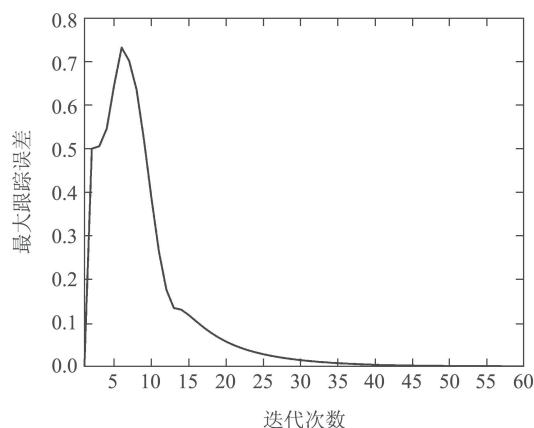


图6 系统沿迭代轴最大跟踪误差

Fig. 6 Maximum tracking error of the system along the iterative axis

通过仿真实验结果,可以看出系统在考虑数据量化过程后,仅需要很少次数的重复迭代过程就可以实现较好的数据传输,仍能实现系统对期望轨迹的完全跟踪。

6 结论

本文针对一类非线性离散时间SISO系统,提出了一种基于编码解码量化机制的无模型自适应迭代学习控制方案,并通过压缩映射的方法给出了系统收敛结果的充分条件。结果表明,所提算法对于存在数据量化的非线性系统,仍能保证系统的收敛性。该控制方案仅利用较少被控系统的I/O数据,就使得被控非线性系统在传输带宽有限的情况下,仍能完成对期望轨迹的完全跟踪。在未来的研究中,将考虑把所得结果扩展到非线性多输入多输出(MIMO)系统中。

参考文献:

- [1] AHN H S, CHEN Y, MOORE K L. Iterative learning control: Brief survey and categorization. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part C—Applications and Reviews*, 2007, 37(6): 1099 – 1121.
- [2] BRISTOW D A, THARAYIL M, ALLEYNE A G. A survey of iterative learning control: a learning-based method for high-performance tracking control. *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, 26(3): 96 – 114.
- [3] MOORE K L. Iterative learning control: an expository overview. *Applied and Computational Control, Signals, and Circuits*, 1999, 1(1): 151 – 214.
- [4] BU X, WANG S, HOU Z, et al. Model free adaptive iterative learning control for a class of nonlinear systems with randomly varying iteration lengths. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(5): 2491 – 2504.
- [5] JIN Shangtai, HOU Zhongsheng, CHI Ronghu, et al. Data-driven model-free adaptive iterative learning control for a class of discrete-time nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(8): 1001 – 1009.
(金尚泰, 侯忠生, 池荣虎, 等. 离散时间非线性系统的数据驱动无模型自适应迭代学习控制. 控制理论与应用, 2012, 29(8): 1001 – 1009.)
- [6] CHI Ronghu, HOU Zhongsheng, YÜ Lei, et al. Higher-order model-free adaptive iterative learning control. *Control and Decision*, 2008, 23(7): 795 – 798.
(池荣虎, 侯忠生, 于镭, 等. 高阶无模型自适应迭代学习控制. 控制与决策, 2008, 23(7): 795 – 798.)
- [7] HEPANHA J, NAGHSHTABRIZI P, XU Y. A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 138 – 162.
- [8] LI T, XIE L. Distributed coordination of multi-agent systems with quantized-observer based encoding-decoding. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(12): 3023 – 3037.
- [9] FAGNANI F, ZAMPIERI S. Quantized stabilization of linear systems: complexity versus performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1534 – 1548.
- [10] ZHANG W, YU L. Modelling and control of networked control systems with both network induced delay and packet-dropout. *Automatic*, 2008, 44(12): 3206 – 3210.
- [11] ZHANG Y, FANG H, WANG B. Stabilization of nonlinear networked probabilistic interval delay systems with sensor random packet dropout. *Asian Journal of Control*, 2012, 14(2): 466 – 475.
- [12] BU X, QIAO Y, HOU Z, et al. Model free adaptive control for a class of nonlinear systems using quantized information. *Asian Journal of Control*, 2018, 20(2): 962 – 968.
- [13] BU X, WANG T, HOU Z, et al. Iterative learning control for discrete-time systems with quantised measurements. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(9): 1455 – 1460.
- [14] BU X, HOU Z, CUI L, et al. Stability analysis of quantized iterative learning control systems using lifting representation. *International Journal of Adaptive Control & Signal Processing*, 2017, 31(9): 1327 – 1336.
- [15] LU Renquan, WU Fang, XUE Anke. A reset quantized-state controller for linear systems. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(4): 507 – 512.
(鲁仁全, 吴芳, 薛安克. 连续系统的状态重置动态量化反馈控制器. 控制理论与应用, 2012, 29(4): 507 – 512.)
- [16] ZHANG C, SHEN D. Zero-error convergence of iterative learning control based on uniform quantisation with encoding and decoding mechanism. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(14): 1907 – 1915.
- [17] XU Y, SHEN D, BU X. Zero-error convergence of iterative learning control using quantized error information. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2017, 34(3): 1061 – 1077.
- [18] SHEN D, XU Y. Iterative learning control for discrete-time stochastic systems with quantized information. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2016, 3(1): 59 – 67.
- [19] LIU Junhao, ZHANG Hao, CHEN Qijun. Uniformly-bounded nonlinear networked control systems with uniform quantizer. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(11): 1388 – 1396.
(刘俊豪, 张皓, 陈启军. 具有均匀量化器的非线性网络控制系统的一致有界性. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1388 – 1396.)

作者简介:

朱盼盼 硕士研究生, 目前研究方向为无模型自适应控制、迭代学习控制, E-mail: zhupanpan@home.hpu.edu.cn;

卜旭辉 教授, 博士生导师, 目前研究方向为数据驱动控制、迭代学习控制、交通控制、网络系统控制等, E-mail: buxuhui@gmail.com;

梁嘉琪 博士研究生, 目前研究方向为多智能体控制、迭代学习控制, E-mail: 1459485470@qq.com;

闫帅明 硕士生研究生, 目前研究方向为工业过程控制等, E-mail: ysmhpu@163.com.