

# 基于 Hammerstein-Wiener 逆模型补偿的预测控制 非线性变换策略

孙浩杰<sup>1,2,3</sup>, 邹涛<sup>1,2†</sup>, 张鑫<sup>1,2</sup>, 惠存万<sup>4</sup>

(1. 中国科学院 沈阳自动化研究所; 中国科学院 网络化控制系统重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;

2. 中国科学院 机器人与智能制造创新研究院, 辽宁 沈阳 110016;

3. 中国科学院大学, 北京 100049; 4. 抚顺石化公司 烯烃厂, 辽宁 抚顺 113009)

**摘要:** 针对一类 Hammerstein-Wiener 模型描述的非线性控制系统, 提出一种基于逆模型补偿的预测控制策略. 在控制优化计算中, 利用 Wiener 非线性环节的逆模型分别对系统输出设定值和采样值进行变换; 控制实施过程中, 将控制器输出操作量经过 Hammerstein 静态非线性环节模型逆变换后施加到实际被控对象上, 通过两次逆变换, 使得标称模型下控制器输出与闭环系统中线性环节的输入相一致. 通过非线性变换补偿将非线性过程的控制转化为线性系统控制, 避免了对非线性模型进行优化计算量大及预测不准确的问题. 最后通过仿真验证了所提方案的可行性及有效性.

**关键词:** Hammerstein-Wiener 模型; 逆模型; 非线性系统; 模型预测控制

**引用格式:** 孙浩杰, 邹涛, 张鑫, 等. 基于 Hammerstein-Wiener 逆模型补偿的预测控制非线性变换策略. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 705 – 712

DOI: 10.7641/CTA.2019.90426

## Nonlinear transformation strategy of predictive control based on Hammerstein-Wiener inverse model compensation

SUN Hao-jie<sup>1,2,3</sup>, ZOU Tao<sup>1,2†</sup>, ZHANG Xin<sup>1,2</sup>, HUI Cun-wan<sup>4</sup>

(1. Key Laboratory of Networked Control System, Chinese Academy of Sciences;

Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;

2. Institutes for Robotics and Intelligent Manufacturing, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

4. Fushun Petrochemical Company of CNPC, Fushun Liaoning 113009, China)

**Abstract:** This work focuses on the nonlinearity control system which is described by Hammerstein-Wiener model, and proposes a model predictive control strategy bases on compensation of inverse model. During the calculation of optimal control, an anti-model of Wiener nonlinearity unit is used to set the output setting values and the sample values, and in the control process, the controller output is applied to the actual controlled object after the inverse transformation by the static nonlinear Hammerstein link model. Through the above two inverse transformation, which could ensure the output of the controller consistent with the input of the linearity unit in the closed-loop system. Nonlinear transform compensation method is utilized to transform nonlinear process control into linear system control, which avoid large computation and inaccurate prediction in optimizing the nonlinear model directly. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed scheme are verified by simulation.

**Key words:** Hammerstein-Wiener model; inverse model; nonlinear model; model predictive control

**Citation:** SUN Haojie, ZOU Tao, ZHANG Xin, et al. Nonlinear transformation strategy of predictive control based on Hammerstein-Wiener inverse model compensation. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 705 – 712

收稿日期: 2019-06-05; 录用日期: 2019-09-11.

†通信作者. E-mail: zoutao@sia.cn; Tel.: +86 24-23970248.

本文责任编辑: 席裕庚.

国家重点研发计划项目(2016YFF0101700-04), 国家自然科学基金项目(61773366, 61533015)资助.

Supported by the National Key R&D Program Projects (2016YFF0101700-04) and the National Natural Science Foundation of China (61773366, 61533015).

## 1 引言

模型预测控制(model predictive control, MPC)是一类基于模型的计算机控制算法<sup>[1-2]</sup>, 早期是针对线性或准线性控制系统提出, 并在流程工业中得到广泛地应用. 实际工业过程通常具有不同程度的非线性, 当控制系统存在强非线性特征时, 常规的线性模型预测控制算法无法准确对系统的输出进行预测, 进而控制失效. 近年来, 非线性模型预测控制算法的研究成为该领域内的一个研究热点.

Hammerstein模型、Wiener模型及Hammerstein-Wiener模型(H-W模型)是一类常见的典型块结构非线性模型, 它们均由静态的非线性模块和动态的线性模块构成, 只是模块间串联顺序不同, 这类模型能够描述一大类非线性过程<sup>[3-4]</sup>, 针对Hammerstein模型和Wiener模型的控制策略已有一系列研究成果<sup>[5-7]</sup>. 相较于Hammerstein、Wiener模型, H-W模型的应用更加广泛, 对其展开研究具有重要意义. 在理论研究方面, 文献[8]基于H-W模型提出一种广义预测控制策略, 采用一种拟牛顿信赖域混沌粒子群混合优化算法使滚动优化中算法快速收敛, 但本质上还是对非线性对象进行滚动优化, 优化计算复杂度较大. 文献[9]针对H-W模型提出一种多入多出的非线性模型预测控制算法, 通过对非线性环节近似线性化处理来减少优化计算的控制量, 将模型近似线性化后存在模型失配的问题, 模型失配严重时难以取得良好的控制效果. 文献[10]提出基于输入输出数据驱动的子空间模型辨识方法, 并将辨识得到的预测因子结合到预测控制算法中得到了良好的控制效果. 李研等在文献[11]和文献[12]中分别基于H-W模型提出一种有约束MPC算法和一种改进非线性模型预测控制(nonlinear model predictive control, NMPC)算法. 文献[13]和文献[14]分别针对H-W模型非线性预测控制算法的稳定性和优化可行性进行了研究. 在工程应用研究方面, 利用Hammerstein-Wiener模型来描述非线性过程, 控制算法使用非线性模型预测控制的控制模式被成功应用于地热能利用的热泵控制系统<sup>[15]</sup>、风力发电控制系统<sup>[16]</sup>、燃料电池反应控制系统<sup>[17]</sup>、光伏控制系统<sup>[18]</sup>、大型空分控制系统<sup>[19]</sup>等工业过程中. 在这些工程应用中, 控制策略均直接利用了辨识得到的非线性模型.

非线性块结构系统模型的辨识与建立也是研究的一个重点问题, 文献[20]在Hammerstein模型中间变量不可测量的前提下, 从静态非线性环节和动态线性环节同步辨识和异步辨识两个角度综述了Hammerstein模型建立的相关理论和方法. 文献[21]提出一种两阶段辨识算法: 第1阶段使用可消除偏差的最小二乘算法; 第2阶段使用奇异值分解法, 所提算法具有无偏性. 文献[22]针对复杂非线性系统, 提出利用极限学习机的方法建立H-W模型. 文献[23]针对MPC在块结构非线性系统中的应用, 提出一种基于正交基和

序列样条函数的模型辨识方法. 文献[24]提出一种包含可分离信号和随机多步信号的特殊辨识信号进行参数辨识, 分别对动态线性部分和静态非线性部分进行辨识. 虽然已有的研究也取得了不小的成果<sup>[25-26]</sup>, 但由于过程模型结构复杂, 辨识算法泛化能力较差, 在实际的工程应用中仍存在很多问题需要解决.

采用常规非线性预测控制算法对可用H-W模型描述的过程对象进行控制时通常需要对一个非线性模型进行滚动优化, 计算量大, 耗时严重. 本文利用H-W模型的结构特性, 提出一种用静态非线性环节逆模型补偿的线性预测控制策略, 并进一步讨论了H-W模型的建立及非线性环节逆模型的获取方法. 此外作为补充, 提出了当实际控制系统存在多个静态工作点时运用本文策略的解决方法以及在多输入多输出控制系统中需要重点考虑的问题. 最后仿真验证了所提方案的有效性.

## 2 H-W模型

H-W模型包含一个静态的输入非线性环节、一个动态线性环节和一个静态输出非线性环节, 如图1所示. 输入静态非线性环节串联动态线性环节构成Hammerstein模型, 在动态线性环节后串联输出静态非线性环节构成Wiener模型, 相比于Hammerstein模型和Wiener模型, H-W模型是更为一般的非线性模型, 可以描述更广泛的工业非线性过程.



图1 H-W模型结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of H-W model

图1中:  $f(\cdot)$ ,  $h(\cdot)$ 表示静态(无记忆)非线性模块. 广义上讲,  $f(\cdot)$ ,  $h(\cdot)$ 既可以是多项式非线性函数或指数、对数等非线性函数描述的非线性关系, 也可以是利用复杂神经网络描述的非线性关系. 文中为简明介绍控制策略,  $f(\cdot)$ ,  $h(\cdot)$ 表示为静态非线性函数变换关系;  $x(k)$ 和 $v(k)$ 表示系统中间变量;  $u(k)$ 和 $y(k)$ 分别为系统输入、输出变量; 系统动态线性环节模型用 $G$ 表示. 图1中: 输入输出端静态非线性关系可描述为

$$x(k) = f(u(k)), \quad (1)$$

$$y(k) = h(v(k)); \quad (2)$$

中间线性动态环节可描述为

$$v(k) = G \cdot x(k), \quad (3)$$

其中:

$$G = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})},$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n},$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m},$$

其中:  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m$ 为模型系数;  $q^{-1}$ 表示后移算子,

$$v(k) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta x(k-i), \quad (4)$$

其中  $g_i (i = 1, 2, \dots, \infty)$  为线性动态环节的单位阶跃响应系数, 且有

$$\Delta x(k-i) = x(k-i) - x(k-i-1). \quad (5)$$

### 3 基于H-W系统的模型预测控制策略

#### 3.1 控制原理图

图2中,  $G_P$  表示被控对象, 其特征可用图1所示的

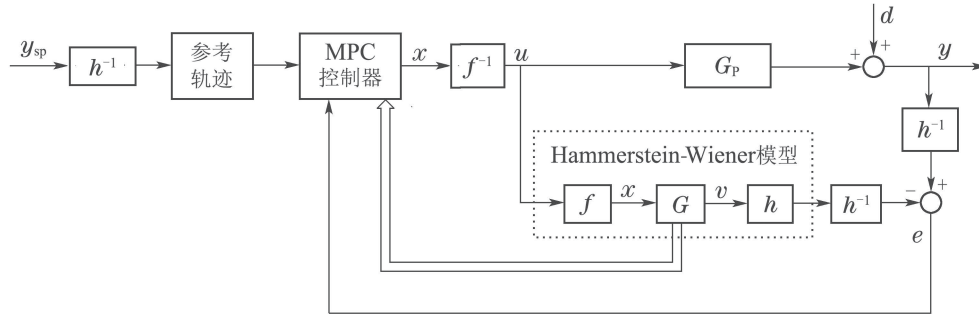


图 2 基于H-W模型的预测控制原理图

Fig. 2 SCH of predictive control based on H-W model

#### 3.2 预测模型

模型预测控制是基于模型的控制算法, 利用预测模型对系统的未来输出进行预测, 本文采用H-W模型中动态线性环节的模型作为控制器中的预测模型. 以单入单出系统为例, 假设预测时域为  $P$ , 控制时域为  $M$ , 模型长度为  $N$ , 获取被控系统动态线性环节的阶跃响应模型:

$$\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N]. \quad (6)$$

由  $\mathbf{a}$  得到动态矩阵模型  $\mathbf{A}$ , 系统的输出预测模型为

$$\tilde{\mathbf{v}}_{PM}(k) = \tilde{\mathbf{v}}_{P0}(k) + \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}_M(k), \quad (7)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{v}}_{PM}(k) \in \mathbb{R}^{P \times 1}$  为预测输出;  $\tilde{\mathbf{v}}_{P0}(k) \in \mathbb{R}^{P \times 1}$  为当前的初始预测输出;  $\Delta \mathbf{x}_M(k) \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  为控制增量, 需要指明, 式(7)中的预测输出序列  $\tilde{\mathbf{v}}_{PM}$  和初始预测输出序列  $\tilde{\mathbf{v}}_{P0}$  均是H-W模型中间线性模块的预测输出.

#### 3.3 滚动优化

滚动优化是模型预测控制的一大特点, 与传统最优控制算法不同, 其优化指标是在一个有限时域内, 采用固定的模型长度进行滚动式优化, 该策略始终把新的优化建立在实际过程数据的基础上, 从而保持实际上的最优.

在滚动优化过程中, 在每一个控制周期对如下性能指标进行优化:

$$J(k) = \|v_r(k) - \tilde{v}_{PM}(k)\|_Q^2 + \|\Delta x_M(k)\|_R^2, \quad (8)$$

其中:  $Q$  和  $R$  分别为输出变量误差加权矩阵和输入增

量控制加权矩阵;  $\tilde{v}_{PM}(k)$  为由式(7)中得到的线性环节预测输出序列;  $v_r(k)$  为模型中间线性环节的输出参考轨迹, 由系统输出设定值  $y_{sp}$  经如下变换后得到:

$$v_{sp} = h^{-1}(y_{sp}), \quad (9)$$

$$v_r(k+i) = a_r v(k) + (1 - a_r) v_{sp}, \quad 0 \leq a_r < 1, \quad (10)$$

其中:  $v_{sp}$  为系统动态线性环节输出设定值;  $a_r$  为滤波参数. 进行滤波的目的在于使系统线性环节的输出  $v_k$  沿着预期规定的曲线平滑的达到设定值  $v_{sp}$ , 保证控制平稳性.

将  $v_r(k)$  代入式(8), 优化计算得到控制增量  $\Delta x(k)$ :

$$\Delta x(k) = (\mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{A} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q} (v_r(k) - \tilde{v}_{P0}(k)). \quad (11)$$

进一步得到线性环节的输入控制量

$$x(k) = x(k-1) + \Delta x(k). \quad (12)$$

在实际控制过程中由式(12)计算得到控制量  $x_k$  不能直接作用于被控对象, 因为在线性环节前串联有一个静态非线性环节  $f(\cdot)$ , 则需对控制器优化计算得到的控制量  $x_k$  做如下处理, 得到实际控制量  $u_k$ :

$$u(k) = f^{-1}(x(k)). \quad (13)$$

#### 3.4 反馈校正

模型预测控制策略对于模型精度的要求不高, 由于反馈校正环节可对系统预测输出不断进行修正, 从

而可以在一定程度上克服系统扰动和模型失配对控制系统的影响。

针对可用H-W模型描述的实际被控过程, 本文所提策略控制器中的预测模型为H-W模型中的线性环节部分, 故预测输出序列 $\tilde{v}(k)$ 为线性环节部分的直接输出, 然而采样器获取的实际输出 $y(k)$ 为静态非线性环节 $h$ 之后的输出, 为了使其能够对控制器中的预测输出进行合理校正, 需作如下处理:

$$v(k) = h^{-1}(y(k)). \quad (14)$$

在 $k+1$ 时刻首先得到系统线性环节的实际测量输出 $v(k+1)$ ,  $k$ 时刻对 $k+1$ 时刻的预测输出值为 $\tilde{v}(k+1|k)$ , 可得预测误差

$$e(k+1) = v(k+1) - \tilde{v}(k+1|k). \quad (15)$$

利用上式误差信息可对 $k$ 时刻的预测输出序列进行校正:

$$\tilde{v}_{N1}(k) = \tilde{v}_{N0}(k) + a\Delta x(k), \quad (16)$$

$$\tilde{v}_{\text{cor}}(k+1) = \tilde{v}_{N1}(k) + He(k+1). \quad (17)$$

$\tilde{v}_{\text{cor}}(k+1)$ 移位后构成 $k+1$ 时刻的初始预测值:

$$\tilde{v}_{N0}(k+1) = S_0\tilde{v}_{\text{cor}}(k+1). \quad (18)$$

### 3.5 约束处理方法

以上从MPC算法的3个主要方面对所提策略基本原理进行阐述, MPC的优越性是能够显式地处理工业过程中广泛存在的各种约束条件, 故本策略实施时需对输入输出约束条件进行预先处理。

以单入单出系统为例, 被控对象输入输出变量约束如下所示:

$$\begin{cases} u_L \leq u(k) \leq u_H, \\ y_L \leq y(k) \leq y_H, \\ \Delta u_L \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_H, \end{cases} \quad (19)$$

其中:  $u_L, y_L, \Delta u_L$ 分别表示控制输入下限、被控输出下限和控制输入增量下限;  $u_H, y_H, \Delta u_H$ 分别表示控制输入上限、被控输出上限和控制输入增量上限。

假设式(19)形成的约束可行域为 $\Phi_N$ , 现需通过输入非线性环节变换及输出非线性环节逆变换将以上对整个被控过程的约束域转换为对H-W模型中间线性环节的约束域 $\Phi_L$ 如下:

$$\begin{cases} x_L \leq x(k) \leq x_H, \\ v_L \leq v(k) \leq v_H, \\ \Delta x_L \leq \Delta x(k) \leq \Delta x_H, \end{cases} \quad (20)$$

其中:  $x_L, v_L, \Delta x_L$ 分别表示线性环节控制输入下限、线性环节被控输出下限和线性环节控制输入增量下限;  $x_H, v_H, \Delta x_H$ 分别表示线性环节控制输入上限、线性环节被控输出上限和线性环节控制输入增量上限。

本文所提策略将H-W中间线性环节的模型作为模型预测控制器中的预测模型, 即其控制律的优化与计

算均需式(20)所描述变换后的约束域 $\Phi_L$ 内进行. 需要指出, 所提算法的优化可行性及闭环系统稳定性完全取决于MPC控制器中线性环节优化问题在其约束域 $\Phi_L$ 内的优化可行性及稳定性, 分析如下:

**分析1** 如图1中H-W模型结构图所示, 与中间线性环节所串联的输入输出非线性模块均为静态非线性关系, 即约束域 $\Phi_N$ 与 $\Phi_L$ 之间可通过静态非线性函数进行映射:

$$\Phi_N = \left\{ \begin{array}{l} u(k) \\ y(k) \end{array} \left| \begin{array}{l} u_L \leq u(k) \leq u_H \\ \Delta u_L \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_H \\ y_L \leq y(k) \leq y_H \\ y(k) = \Psi_N(u(k)) \\ u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \end{array} \right. \right\},$$

$$\Phi_L = \left\{ \begin{array}{l} x(k) \\ v(k) \end{array} \left| \begin{array}{l} f(u_L) \leq x(k) \leq f(u_H) \\ f(\Delta u_L) \leq \Delta x(k) \leq f(\Delta u_H) \\ h^{-1}(y_L) \leq v(k) \leq h^{-1}(y_H) \\ v(k) = \Psi_L(x(k)) \\ x(k) = x(k-1) + \Delta x(k) \end{array} \right. \right\},$$

其中:  $\Psi_N$ 表示H-W模型输入输出非线性函数;  $\Psi_L$ 表示H-W模型中间线性环节的线性函数, 且存在关系 $\Psi_N = f(\cdot)\Psi_L h(\cdot)$ .

在以上的约束处理过程中, 利用到非线性模块的逆模型 $h^{-1}(\cdot)$ , 关于逆模型的获取将在下一小节中进行讨论。

保证系统稳定性可通过增加终端约束或输出状态反馈等方法来实现. 线性环节的输入输出有界, 则通过静态有界非线性函数变换之后仍然有界, 即线性环节控制的稳定性可保证闭环系统的稳定性. 当存在稳态优化不可行时, 可采用引入松弛变量进行软约束放松或优先级设定等策略获取可行解. 可行性及稳定性的分析不是本文研究的重点, 再此不作详细讨论, 具体可参见丁宝苍<sup>[14]</sup>、李妍<sup>[11-12]</sup>等论文的研究。

### 3.6 算法具体实施步骤

基于H-W模型的线性模型预测控制算法实施步骤具体如下(从 $k$ 时刻起):

1) 算法初始化: 建立模型, 分别得到动态线性模型和静态非线性模型, 并得到其对应逆模型 $f^{-1}(\cdot)$ ,  $h^{-1}(\cdot)$ , 控制器参数初始化;

2) 将被控过程输入输出约束按照式(20)进行变换, 形成MPC控制器中线性控制优化问题的约束域; 将系统输出设定值 $y_{\text{sp}}(k)$ 经式(9)变换后得到线性环节的输出设定值 $v_{\text{sp}}(k)$ , 并经过式(10)滤波处理后得到输出参考轨迹 $v_r(k+i)$ ;

3) 读入 $k$ 时刻系统输出值 $y(k)$ , 经式(14)变换得到线性环节的实际输出 $v(k)$ , 通过式(15)计算得到 $k$ 时刻预测误差 $e(k)$ ;

4) 用 $k$ 时刻的预测误差 $e(k)$ 对 $k$ 时刻的预测输出序列进行修正, 移位后得到 $k+1$ 时刻的初始输出预测

序列  $\tilde{v}_{p_0}(k+1)$ ;

5) 将  $\tilde{v}_{p_0}(k+1)$  代入式(7), 对式(8)性能指标进行最优化, 由式(11)得  $k+1$  时刻的最优控制增量  $\Delta x(k+1)$ , 由式(12)得到控制量  $x(k+1)$ , 并计算出  $v(k+i|k)$ ;

6) 由式(13)求得应施加到实际对象上的控制量  $u(k+1)$ , 并执行;

7) 令  $k = k + 1$ , 转3);

可以看出, 第1)步中建立H-W模型以及逆模型  $f(\cdot), h(\cdot)$  的获取是所提控制策略得以实施的重要前提, 下面将对模型的建立和逆模型的获取方法进行简述.

### 4 H-W模型建立及逆模型获取

实际工业控制中, 倘若生产过程的机理明确, 容易得到H-W模型输入、输出静态非线性环节的确切函数关系时, 可以通过数学方法方便的得到其对应环节的逆模型, 利用本文提出的策略进行实施控制. 大多数情况下实际过程较为复杂, 很难通过理论推导进行机理建模, 通过实时采集各生产点数据, 利用实验数据辨识建模是通常采取的方法.

#### 4.1 中间变量可测时的建模

在中间变量可测的情况下, 分别对各中间变量实时数据进行测取分析, 辨识出各环节子模型, 下面以工程中应用最广泛的最小二乘辨识法为例进行介绍.

1) 静态非线性部分模型的辨识.

首先在过程各个可能的工作点上, 通过实验测取静态非线性环节输入输出(稳态)数据. 然后将得到的输入  $\mathbf{u} = [u(1) \ u(2) \ \dots \ u(N)]$  与输出  $\mathbf{x} = [x(1) \ x(2) \ \dots \ x(N)]$  之间的静态关系用近似的函数关系进行拟合  $\mathbf{x} = f(\mathbf{u})$ , 最小二乘线性拟合的基本思路如下:

**第1步** 选定一组函数  $r_1(\mathbf{u}), r_2(\mathbf{u}), \dots, r_m(\mathbf{u})$ ,  $m < N$ , 令  $f(\mathbf{u}) = \alpha_1 r_1(\mathbf{u}) + \alpha_2 r_2(\mathbf{u}) + \dots + \alpha_m r_m(\mathbf{u})$ .

**第2步** 通过最小化如下性能指标  $J$ , 确定参数  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ , 即使  $N$  个点  $(u_i, x_i)$  与曲线  $\mathbf{x} = f(\mathbf{u})$  的距离  $\delta_i$  的平方和最小:

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) = \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \sum_{i=1}^N [f(u_i) - x_i]^2 = \sum_{i=1}^N [\sum_{k=1}^m \alpha_k r_k(u_i) - x_i]^2.$$

通过上述方法或借助MATLAB使用非线性辨识的方法得到静态非线性函数变换关系  $f(\cdot)$ , 同样的方法可以得到  $h(\cdot)$ .

2) 动态线性部分模型的辨识.

将H-W块结构模型的中间线性环节从图1中分离出来如图3所示, 其中: 输入  $x(k)$  和输出  $v(k)$  是可测量的,  $w(k)$  是测量噪声; 要获得其线性环节的动态过程模型  $G(z)$ , 需要充分的输入激励信号, 工程中通常采

用  $M$  序列作为输入激励信号.



图3 H-W模型中间线性环节

Fig. 3 The linear segment of H-W model

首先获取中间线性环节的输入输出数据  $x(k)$  和  $v(k)$ , 假设被辨识模型  $G(z)$  为

$$G(z) = \frac{z(k)}{x(k)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}.$$

考虑系统测量噪声, 相应的差分方程可描述如下:

$$v(k) = - \sum_{i=1}^n a_i z(k-i) + \sum_{i=1}^n b_i x(k-i) + w(k).$$

定义

$$\mathbf{h}(k) = [-z(k-1) \ -z(k-2) \ \dots \ -z(k-n) \ -x(k-1) \ -x(k-2) \ \dots \ -x(k-n)],$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T.$$

假设数据样本量为  $N$ , 即  $k = 1, 2, \dots, N$ , 则上式可改写为矩阵形式如下:

$$\mathbf{V}_N = \mathbf{H}_N \boldsymbol{\theta} + \mathbf{W}_N.$$

最小二乘法的思想就是寻找一个  $\boldsymbol{\theta}$  的估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ , 使得各次测量的  $v_i (i = 1, \dots, N)$  与由估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  所确定的测量估计  $\hat{V}_i = H_i \hat{\boldsymbol{\theta}}$  之差的平方和最小, 即

$$J(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\mathbf{V}_N - \mathbf{H}_N \hat{\boldsymbol{\theta}})^T (\mathbf{V}_N - \mathbf{H}_N \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \min.$$

当  $\mathbf{H}_N^T \mathbf{H}_N$  满秩, 则  $\boldsymbol{\theta}$  的最小二乘估计为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{H}_N^T \mathbf{H}_N)^{-1} \mathbf{H}_N^T \mathbf{V}_N.$$

通过以上方法, 利用测取到的输入输出数据可获得中间动态线性模型  $G(z)$ , 当然也可以使用经典的时域法和频域法进行传递函数辨识, 或利用MATLAB中的模型辨识工具箱获得目标模型  $G(z)$ , 此处不再赘述.

3) 静态非线性环节逆模型的获取.

当静态非线性环节辨识得到的静态模型  $f(\cdot), h(\cdot)$  具有输入输出一一映射关系时, 可通过数学变换直接得到该环节的逆模型  $f^{-1}(\cdot), h^{-1}(\cdot)$ ; 通常在实际中所获取的非线性静态模型  $f(\cdot)$  及  $h(\cdot)$  不满足一一映射关系, 此时可通过测取到的实验数据  $\mathbf{u} = [u(1) \ u(2) \ \dots \ u(N)]$  和  $\mathbf{x} = [x(1) \ x(2) \ \dots \ x(N)]$  反向拟合辨识得到关系  $\mathbf{u} = f'(\mathbf{x})$ ,  $f'(\cdot)$  即为  $f^{-1}(\cdot)$ , 验证辨识所得的静态非线性模型是否满足关系:  $f^{-1}(f(u)) = u$  (或近似等于  $u$ ), 根据工程经验设定相对误差  $\delta = \frac{|u - f^{-1}(f(u))|}{u} \times 100\% \leq 5\%$  可接受.

### 4.2 中间变量不可测时的建模

过程中间变量无法通过测量获得时, 需要根据实际生产过程特点, 凭借工程师丰富的现场经验对H-W模型的非线性输入和输出端静态关系模型进行假设. 例如化工工程中某化学反应过程较为复杂, 根据工程经验可知, 温度对反应速率的影响为反应温度升高时反应速率呈指数增长趋势. 故可将该过程定义为一个指数函数形式的静态非线性模型, 之后通过实验法获得系统总的输入输出数据, 训练拟合获得模型各参数的值, 并用实际数据检验所得模型的准确性. 得到确定的输入输出静态非线性函数关系后, 通过数学方法, 变换得到相应非线性环节的逆模型.

### 5 仿真算例

为验证本文提出控制策略的可行性及有效性, 现基于以下模型给出仿真验证:

$$x(k) = 30^{u(k)-1}, \tag{21}$$

$$y(k) = (v(k))^3, \tag{22}$$

$$G(z) = \frac{v(k)}{x(k)} = \frac{0.0185z^{-2} + 0.0173z^{-3} + 0.00284z^{-4}}{1 - 1.558z^{-1} + 0.597z^{-2}}, \tag{23}$$

其中: 式(21)表示H-W系统输入端静态非线性函数关系, 一般可用来描述等百分比阀门的非线性特征; 过程输出端静态非线性函数关系用式(22)表示; 实际系统输出 $y(k)$ 与动态线性环节的输出 $v(k)$ 呈三次方非线性关系; 式(23)表示H-W系统中间线性环节的动态响应过程. 现假设输出端的静态非线性环节模型已知, 下面通过使用实验数据辨识的方法辨识获取输入端静态非线性模型和过程动态线性环节模型.

#### 5.1 模型辨识与逆模型获取

在系统过程输出端加白噪声干扰, 在线采集200组系统输入端静态非线性环节的输入输出数据, 分别利用最小二乘线性辨识法进行线性函数和多项式非线性函数拟合, 得到静态非线性环节的模型如图4所示.

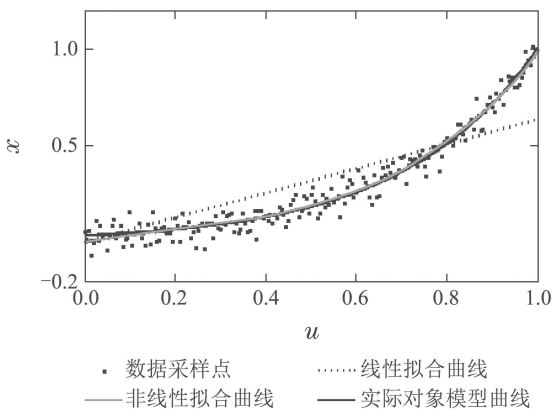


图4 线性拟合与非线性拟合曲线  
Fig. 4 Linear fitting and nonlinear fitting curves

图4中: 点线为线性函数拟合结果, 点划线为以三

次多项式函数进行拟合的非线性曲线, 实线为非线性静态环节的实际输入输出曲线, 可以看出, 使用非线性函数的拟合度明显较高.

通过线性函数拟合得到的线性模型为

$$x = f_1(u) = 0.6336u.$$

使用三次多项式函数拟合得到的模型为

$$x = f(u) = 0.4254u - 0.7728u^2 + 1.317u^3.$$

对辨识得到的静态非线性模型求逆模型时, 由于原函数为三次函数, 不容易直接得到反函数, 故通过输入端输入输出数据反向辨识得到逆模型转换关系:

$$u = f^{-1}(x) = 3.043x - 3.74x^2 + 1.714x^3.$$

检验 $f(\cdot)$ 与 $f^{-1}(\cdot)$ 互为逆变换; 取随机变量 $x \in [0, 1]$ , 将序列 $f^{-1}(f(x))$ 与 $x$ 比较最大偏差率得

$$\delta_{\max} = \frac{|x - f^{-1}(f(x))|}{x} \times 100\% = 2.3\%,$$

故可将 $f^{-1}(\cdot)$ 近似为 $f(\cdot)$ 的逆变换.

采集120组系统线性动态环节的输入输出数据, 用最小二乘辨识法得到动态环节模型如下:

$$G'_p = \frac{v(k)}{x(k)} = \frac{0.0197z^{-2} + 0.0193z^{-3} + 0.00259z^{-4}}{1 - 1.524z^{-1} + 0.5645z^{-2}}.$$

实际对象动态线性部分模型的和辨识得到的线性模型的单位阶跃响应如图5所示.

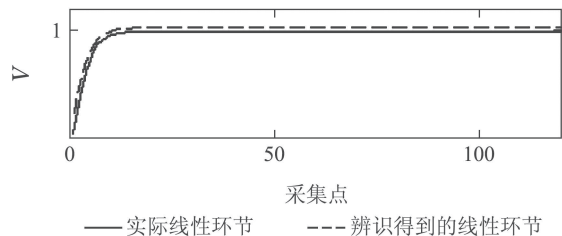


图5 实际线性环节与辨识得到的线性环节阶跃响应曲线  
Fig. 5 Step response curves respectively for actual linear object and identified model

图5中: 实线为实际被控对象动态线性环节的阶跃响应曲线, 虚线为通过线性辨识得到的动态线性环节模型的阶跃响应曲线. 辨识得到的模型可以较好的反应实际被控系统线性环节的动态响应过程, 由于在系统输出端增加了测量白噪声扰动, 稳态增益有一定程度的失配. 由于模型预测控制算法具有反馈校正环节, 其对模型精度的要求不高, 对于一定程度的模型失配具有较好的鲁棒性, 当模型失配超过一定程度时, 可通过构造状态观测器对预测模型进行补偿, 必要时进行模型再辨识.

已知系统输出端静态非线性模型增益 $h(\cdot) = (v(k))^3$ , 通过数学公式变换可得对应逆模型:  $h(\cdot) = (v(k))^{1/3}$ . 当输出静态非线性环节 $h(\cdot)$ 的输入量在 $[0, 1]$ 范围内时, 可用线性模型近似表示:  $h_1(\cdot) = 0.928v(k) - 0.189$ , 静态增益为0.928.

### 5.2 基于H-W模型的模型预测控制策略

第5.1节通过辨识得到了被控系统输入端静态非线性模型 $f(\cdot)$ , 反向辨识得到输入端非线性逆模型 $f^{-1}(\cdot)$ ; 通过模型辨识得到动态线性模型 $G'_p$ ; 已知系统输出端静态非线性模型增益 $h(\cdot)$ 及其对应逆模型 $h^{-1}(\cdot)$ .

分别采用3种控制策略对非线性被控对象进行控制:

**策略1** 为利用已有条件, 在此避免对整个非线性系统进行线性化, 使用第5.1小节中辨识到的线性静态关系 $f_1(\cdot)$ 代替输入端非线性环节 $f(\cdot)$ , 输出端静态非线性环节用其近似线性模型 $h_1(\cdot)$ 替代 $h(\cdot)$ , 这样输入输出端的非线性特性均由一固定的静态增益来表示, 从而采用线性模型预测控制算法进行控制;

**策略2** 控制器中用辨识得到的 $G'_p$ 作为预测模型, 采用本文提出的策略进行控制;

**策略3** 使用常规非线性预测控制算法对被控对象进行控制, 在此假设已建立机理非线性模型, 即模型标称.

在取相同的控制参数: 预测时域 $P = 20$ ; 控制时域 $M = 10$ ; 输入输出权重系数分别为 $Q = 10, R = 1$ 的情况下, 3种控制策略控制曲线与输出曲线如图6所示.

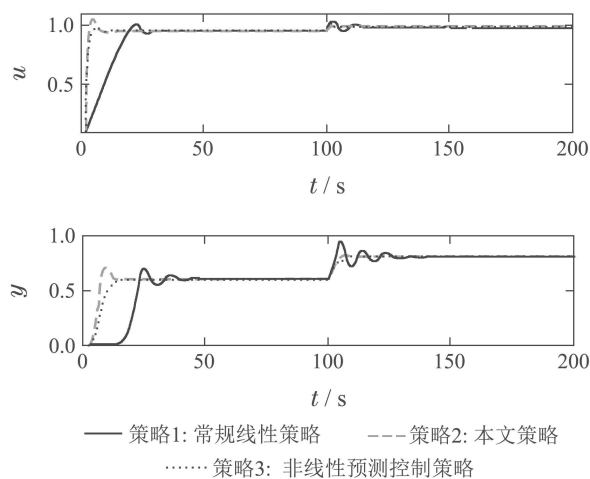


图6 3种策略输入输出控制曲线  
Fig. 6 Input and output curves of the three strategies

图6中: 实线为常规线性策略1控制输入输出曲线, 长虚线为策略2(本文所提策略)控制输入输出曲线, 点虚线为策略3控制下输入输出曲线. 从图中可以看出, 策略2和策略3的控制效果明显优于策略1常规线性策略控制效果, 在输出设定值发生变换时, 策略1调节时间较长, 究其原因预测模型失配较大所致, 分析如下:

图7给出了3种策略下的预测误差曲线, 预测误差 $e$ 定义为

$$e = y - y_p, \quad (24)$$

其中:  $y$ 为实际输出值;  $y_p$ 为预测输出值; 预测误差 $e$ 反映了模型失配的程度.

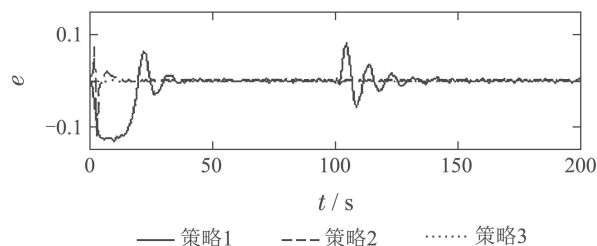


图7 3种策略的预测误差曲线  
Fig. 7 Predictive error curves of the three strategies

图7中: 实线为策略1预测误差曲线, 长虚线为策略2预测误差曲线, 点虚线为策略3预测误差曲线; 因策略3使用机理非线性模型, 模型无失配, 预测误差为0; 比较而言, 策略1模型失配的程度大于策略2模型失配的程度, 策略2模型失配的程度小, 建立在较准确的建立输入输出端静态非线性逆模型的基础之上, 较完整的反映了过程包含的非线性特征.

从图6和图7中可以看出, 策略2和策略3的控制效果都很理想, 而且由于策略3使用机理非线性模型, 其控制更精准, 几乎没有超调. 但是由于策略3使用非线性模型, 控制器优化时间较长, 表1中对所述3种策略的计算负担进行比较, 分别比较了运行200步所需要的总时间 $T_c/s$ 和控制器单步优化所需要的平均时间 $T_{ave}/s$ .

表1 3种控制策略时间计算复杂度比较

Table 1 Comparison of time calculation complexity of three control strategies

| 控制策略 | $T_c/s$ | $T_{ave}/s$ |
|------|---------|-------------|
| 1    | 0.038   | 0.00019     |
| 2    | 0.045   | 0.00022     |
| 3    | 19.745  | 0.0987      |

从表1可以看出, 由于策略2和策略3中优化策略均为线性优化, 故计算时间复杂度小; 策略3为对非线性函数进行优化, 时间复杂度将近为策略2的450倍, 当被控对象规模更大, 非线性模型更复杂时, 其所需计算时间有可能不能够满足控制需求.

综上所述, 对于可用H-W模型描述的非线性系统, 采用本文策略相较于常规线性预测控制策略, 在控制性能方面更好; 较之于常规非线性控制策略, 在时间计算复杂度方面又具有明显优势, 有利于其在复杂的工业过程控制中推广应用.

## 6 结论

本文利用H-W非线性系统的结构特性, 通过建立非线性环节逆模型对原系统的非线性环节进行补偿的方法, 最终利用线性模型预测控制算法解决了

H-W非线性系统的控制问题,相较于常规的非线性模型预测控制策略,无需对整个被控对象建立复杂的非线性模型,进而避免了直接对非线性模型进行优化,极大地减少了优化计算量。本文旨在阐明所提策略的原理和实施方案,在实际应用中可方便地推广至多入多出复杂系统,亦可融合到工业工程中广泛采用的双层结构模型预测控制框架中。需要指出的是,本文策略在应用中亦存在一定局限性,对于无法用H-W模型进行描述的非线性系统,或无法获得系统输入输出静态非线性模型时并不适用,此时仍需采用非线性优化策略对整个系统进行优化控制。

### 参考文献:

- [1] QIN S J, BADGWELL T A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(7): 733 – 764.
- [2] XI Yugeng, LI Dewei, LIN Shu. Model predictive control – status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(3): 222 – 236. (席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制 – 现状与挑战. *自动化学报*, 2013, 39(3): 222 – 236.)
- [3] TAN Lining, HAN Haitao, MA Hongguang, et al. Identification of brushless motor based on parallel Hammerstein model. *Information and Control*, 2013, 42(5): 577 – 582. (谭力宁, 韩海涛, 马红光, 等. 基于并联Hammerstein模型的无刷电机辨识. *信息与控制*, 2013, 42(5): 577 – 582.)
- [4] SZNAIER M. Computational complexity analysis of set membership identification of Hammerstein and Wiener systems. *Automatica*, 2009, 45(3): 701 – 705.
- [5] LI Yuanming, PAN Hongguang, ZOU Tao. Nonlinear separation predictive control based on Hammerstein model. *Information and Control*, 2017, 46(2): 172 – 177. (李元明, 潘红光, 邹涛. 基于Hammerstein模型的非线性分析预测控制. *信息与控制*, 2017, 46(2): 172 – 177.)
- [6] HE Defeng, YU Shiming. Input-to-state stabilizing model predictive control of multi-variables Hammerstein systems with bounded disturbances. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(4): 605 – 612. (何德峰, 余世明. 有界扰动多变量Hammerstein系统输入到状态稳定模型预测控制. *控制理论与应用*, 2019, 36(4): 605 – 612.)
- [7] HE Defeng, GUO Haifeng, YU Li. Multivariate robust model predictive control based on Hammerstein system. *The 27th China Process Control Conference (CPC)*. Lanzhou, Gansu: [s.n.], 2016: 39 – 40. (何德峰, 郭海峰, 俞立. 多变量Hammerstein系统鲁棒模型预测控制. 第27届中国过程控制会议. 甘肃, 兰州: [s.n.], 2016: 39 – 40.)
- [8] LI Tai, HOU Xiaoyan, LIN Heyun. Generalized predictive control based on Hammerstein-Wiener model. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(8): 1874 – 1879. (李泰, 侯小燕, 林鹤云. 基于Hammerstein-Wiener模型的广义预测控制. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(8): 1874 – 1879.)
- [9] MACIEI L. Nonlinear predictive control for Hammerstein-Wiener systems. *ISA Transactions*, 2015, 55: 49 – 62.
- [10] LUO X S, SONG Y D. Data-driven predictive control of Hammerstein-Wiener systems based on subspace identification. *Information Sciences*, 2018, 422: 447 – 461.
- [11] LI Y, CHEN X Y, MAO Z Z. Model predictive control synthesis algorithm based on polytopic terminal region for Hammerstein-Wiener nonlinear systems. *Journal of Central South University*, 2017, 24(9): 2028 – 2034.
- [12] LI Y, CHEN X Y, MAO Z Z, et al. An improved constrained model predictive control approach for Hammerstein-Wiener nonlinear systems. *Journal of Central South University*, 2014, 21(3): 926 – 932.
- [13] ZHANG B, HONG H C, MAO Z Z. Adaptive control of Hammerstein-Wiener nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(9): 2032 – 2047.
- [14] DING B C, PING X B. Dynamic output feedback model predictive control for nonlinear systems represented by Hammerstein-Wiener model. *Journal of Process Control*, 2012, 22: 1773 – 1784.
- [15] ATAM E, SCHULTE DO, ARTECONI A, et al. Control-oriented modeling of geothermal borefield thermal dynamics through Hammerstein-Wiener models. *Renewable Energy*, 2018, 120: 468 – 477.
- [16] LI T, SUN J M, JI Z C, et al. Generalized predictive control based on Hammerstein-Wiener model for variable pitch wind energy conversion system. *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference*. Dalian, Liaoning: IEEE, 2017: 9119 – 9123.
- [17] JAMALABADI M Y A. Impedance spectroscopy study and system identification of a solid-oxide fuel cell stack with Hammerstein-Wiener model. *Journal of Electrochemical Energy Conversion and Storage*, 2017, 14(2): 021002.1 – 12.
- [18] PATCHARAPRAKITI N, KIRTIKARA K, MONYAKUL V, et al. Modeling of single phase inverter of photovoltaic system using Hammerstein-Wiener nonlinear system identification. *Current Applied Physics*, 2010, 10(3): S532 – S536.
- [19] CALVIN T, ANKUR K, JESUS F C, et al. Optimal demand response scheduling of an industrial air separation unit using data-driven dynamic models. *Computers and Chemical Engineering*, 2019, 126: 22 – 34.
- [20] JIA Li, LI Xunlong. Identification of Hammerstein model: review and prospect. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 1 – 10. (贾立, 李训龙. Hammerstein模型辨识的回顾及展望. *控制理论与应用*, 2014, 31(1): 1 – 10.)
- [21] WANG Z Y, WANG Y, JI Z C H. A novel two-stage estimation algorithm for nonlinear Hammerstein-Wiener systems from noisy input and output data. *Journal of Franklin Institute*, 2017, 354(4): 1937 – 1944.
- [22] XU K K, YANG H D, ZHU C J. A novel extreme learning machine-based Hammerstein-Wiener model for complex nonlinear industrial processes. *Neurocomputing*, 2019, 358: 246 – 254.
- [23] WARD M A. A new approach for nonlinear process identification using orthonormal bases and ordinal splines. *Journal of Process Control*, 2012, 22(2): 375 – 389.
- [24] LI F, LI J. Parameter estimation of Hammerstein-Wiener nonlinear system with noise special test signals. *Neurocomputing*, 2019, 344: 37 – 48.
- [25] ROUDBARI A, SAGHAFI F. Modeling and identification of highly maneuverable fighter aircraft dynamics using block-oriented nonlinear models. *Proceedings of Institutions of Mechanical Engineers Part G – Journal of Aerospace Engineering*, 2017, 231(7): 1293 – 1311.
- [26] ARYANI D, WANG L P, PATIKIRIKORALA T. On identification of Hammerstein and Wiener model with application to virtualised software system. *International Journal of Systems Science*, 2017, 48(6): 1146 – 1161.

### 作者简介:

**孙浩杰** 博士研究生, 目前研究方向为模型预测控制算法研究与应用, E-mail: sunhaojie@sia.cn;

**邹涛** 研究员, 博士生导师, 目前研究方向为工业过程实时优化与模型预测控制, E-mail: zoutao@sia.cn;

**张鑫** 硕士, 目前研究方向为模型预测控制算法研究与应用, E-mail: zhangxin1@sia.cn;

**惠存万** 高级工程师, 目前研究领域为石油化工过程控制, E-mail: huicw@petrochina.com.cn.