

一类离散时间切换线性系统的无差拍控制

原华丽¹, 孙振东^{2†}

(1. 烟台大学 数学与信息科学学院, 山东 烟台 264000;

2. 中国科学院 数学与系统科学研究院 系统控制重点实验室, 北京 100190)

摘要: 研究一类带多控制器和多传感器离散时间线性系统的无差拍控制. 对能控系统, 通过适当的状态坐标变换获得系统矩阵的块三角结构, 再设计状态反馈和周期切换策略使得状态反馈矩阵在有限周期内为零, 从而保证闭环系统的无差拍稳定. 进一步, 对能观系统, 设计具有有限时间精确估计的动态输出反馈, 通过适当的周期切换策略实现闭环系统的无差拍稳定. 最后, 给出一个例子以验证所提设计方法的有效性.

关键词: 切换线性系统; 无差拍控制; 能控性; 能观性; 反馈镇定

引用格式: 原华丽, 孙振东. 一类离散时间切换线性系统的无差拍控制. 控制理论与应用, 2019, 36(11): 1844 – 1849

DOI: 10.7641/CTA.2019.90469

Deadbeat control for a class of discrete-time switched linear systems

YUAN Hua-li¹, SUN Zhen-dong^{2†}

(1. College of Mathematics and Information Science, Yantai University, Yantai Shandong 264000, China;

2. Key Lab of Systems & Control, Academy of Mathematics & Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: This article addresses the deadbeat stabilization problem for a class of discrete-time linear systems with multiple actuators and multiple sensors. For switched controllable systems, blocked triangular structure of the system matrix is obtained via proper state coordinate transform. Based on this specific matrix structure, we design a set of state-feedback controllers and a periodic switching signal to coordinate the controllers. The state transition matrix is proved to be zero within a fixed time interval, and hence the deadbeat stabilization problem is solved in a global and uniform manner. Furthermore, for switched observable systems, we design an observer that exactly traces the state in a finite time. Combined the state feedback controller and the observer, we propose a dynamical output feedback controller that is itself a switched system. This dynamic controller, together with a periodic switching signal, could achieve deadbeat stability of the overall system. A numerical example is presented to illustrate the effectiveness of the proposed design scheme.

Key words: switched linear systems; deadbeat control; controllability; observability; feedback stabilization

Citation: YUAN Huali, SUN Zhendong. Deadbeat control for a class of discrete-time switched linear systems. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(11): 1844 – 1849

1 引言

切换系统和混合控制为复杂系统建模和控制提供了行之有效的系统架构. 通过多子系统/控制器切换, 可明确增强整体系统的能控性, 能稳性, 适应性, 最优性等基本性能^[1-4].

已有的切换混杂系统设计主要是针对稳定性等稳态性能, 给出的控制/切换设计可能引起高频切换或高增益控制输入, 损害整体系统的暂态性能, 从而破坏切换控制的可用性. 在动态系统的暂态响应中, 超调量和调节时间是两个重要指标. 一方面, 对线性或可线性化系统, 切换控制比单一线性控制可实现更优

的超调设计^[5-9], 基于估计器重置的切换设计可以有效增强状态估计性能^[10]. 另一方面, 即便对线性系统, 在时域分析中针对调节时间的研究成果都不多见, 对切换控制系统调节时间的研究更少^[11].

本文针对一类带多控制器/估计器的离散时间线性系统, 探索通过适当的控制器/估计器/切换策略设计给出闭环系统调节时间的估计. 本工作的动机和贡献包括: 1) 初步探索切换混杂系统的运行-监控双层结构对改善系统调节时间的潜在优势; 2) 聚焦无差拍(deadbeat control)问题^[12-14], 通过引入动态输出反馈控制实现整体系统在有限时间达到原点; 3) 在技术

收稿日期: 2019-06-23; 录用日期: 2019-11-13.

†通信作者. E-mail: zhendong.sun@amss.ac.cn; Tel.: +86 10-82541823.

本文责任编辑: 吴立刚.

国家重点研发计划项目(2018YFA0703800), 国家自然科学基金项目(61733018)资助.

Supported by the National Key R&D Program of China (2018YFA0703800) and the National Natural Science Foundation of China (61733018).

上, 通过适当的状态坐标变换获得系统矩阵的块三角结构, 再设计状态反馈/动态输出反馈和切换策略, 进而实现闭环系统不依赖初始状态/初始估计器状态的有限时间镇定.

2 预备知识

记 $\mathbb{R}$ 为实数集, $\mathbb{R}^n$ 和 $\mathbb{R}^{n \times m}$ 分别为 n 维实列向量和 n 行 m 列实矩阵. 对矩阵 $L \in \mathbb{R}^{n \times l}$, 记 L^T 为其转置, $\text{Im } L$ 和 $\text{Ker } L$ 分别是 L 的 (列) 象集和 (左) 核:

$$\text{Im } L = \{Ly : y \in \mathbb{R}^l\},$$

$$\text{Ker } L = \{x \in \mathbb{R}^n : x^T L = 0\}.$$

对矩阵 $L_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $L_2 \in \mathbb{R}^{n \times l}$, 记 $\langle L_1 | L_2 \rangle$ 为包含 $\text{Im } L_2$ 且在 L_1 下不变的最小子空间. 对集合 S , 记 $\#S$ 为其元素的个数. 对集合 S_1 和 S_2 , 记 $S_1 - S_2 = \{\omega \in S_1 : \omega \notin S_2\}$.

考虑带多控制器/传感器的离散时间线性系统:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + B_{\sigma(t)}u(t), & t = 0, 1, 2, \dots, \\ y(t) = C_{\sigma(t)}x(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$ 是系统连续动态状态, $\sigma \in M = \{1, \dots, m\}$ 是离散动态状态 (切换信号), $B_1, \dots, B_m \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 及 $C_1, \dots, C_m \in \mathbb{R}^{q \times n}$ 分别是各子系统控制和输出增益矩阵集.

记 $\phi(t; 0, x_0, \sigma, u)$ 为初始状态 $x(0) = x_0$, 切换信号 σ 和输入 u 下系统在 t 时刻的状态.

假设 1 假设切换系统 (1) 能控能观.

注 1 记 $B = [B_1 \ \dots \ B_m]$, $C = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix}$. 根据切换

系统能控性判据 [15, Thm. 4.30], 系统能控的充要条件是

$$\text{Im}[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] \supseteq \text{Im } A, \quad (2)$$

即线性系统

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$

能控. 类似地, 系统能观性的充要条件是

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n, \quad (3)$$

即线性系统

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

能观.

3 主要结果

3.1 状态反馈设计

对每个 B_i , $i \in M$, 取 $E_i \in \mathbb{R}^p$ 使得

$$\langle A | B_i \rangle = \langle A | B_i E_i \rangle,$$

满足此等式的 E_i 总存在 [16]. 记 $b_i = B_i E_i$, $i \in M$.

对列向量集

$$b_1, \dots, A^{n-1}b_1, b_2, \dots, A^{n-1}b_2, \dots, b_m, \dots, A^{n-1}b_m,$$

自左向右搜索线性无关的列, 可得到 $b_1, \dots, A^{s_1-1}b_1, b_2, \dots, A^{s_2-1}b_2, \dots, b_m, \dots, A^{s_m-1}b_m$, 其中 $s_i = 0$ 意味着 b_i 不出现在线性无关列中. 记

$$M_0 = \{i \in M : s_i > 0\},$$

$$m_0 = \#M_0,$$

$$s = \sum_{i=1}^m s_i.$$

把 M_0 的元素自小到大排列, 记为 $k_1, \dots, k_{m_0}$. 进一步, 补充一组正交列 $\zeta_1, \dots, \zeta_{n-s}$, 获得 $\mathbb{R}^n$ 的一组基. 记 T 为由列 $A^{s_1-1}b_1, \dots, b_1, \dots, A^{s_m-1}b_m, \dots, b_m, \zeta_1, \dots, \zeta_{n-s}$ 组成的方阵. 显见 T 非奇异.

可以看出,

$$\text{Im}[b_{k_1} \ \dots \ A^{s_{k_1}-1}b_{k_1}]$$

是 A -不变子空间. 由此可知, 存在实数 $\alpha_0^{1,1}, \dots, \alpha_{s_{k_1}-1}^{1,1}$ 使得

$$A^{s_{k_1}}b_{k_1} = \sum_{l=0}^{s_{k_1}-1} \alpha_l^{1,1} A^l b_{k_1}.$$

类似地, 对 $i = 2, \dots, m_0$,

$$\text{Im}[b_{k_1} \ \dots \ A^{s_{k_1}-1}b_{k_1} \ \dots \ b_{k_i} \ \dots \ A^{s_{k_i}-1}b_{k_i}]$$

是 A -不变子空间, 故存在实数 $\alpha_0^{i,j}, \dots, \alpha_{s_{k_j}-1}^{i,j}$, $j = 1, \dots, i$, 使得

$$A^{s_{k_i}}b_{k_i} = \sum_{j=1}^i \sum_{l=0}^{s_{k_j}-1} \alpha_l^{i,j} A^l b_{k_j}.$$

定义矩阵

$$Q_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha_{s_i-1}^{i,i} & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_2^{i,i} & \alpha_3^{i,i} & \dots & 1 & 0 \\ \alpha_1^{i,i} & \alpha_2^{i,i} & \dots & \alpha_{s_i-1}^{i,i} & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, m_0$$

及块对角阵

$$Q = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_{m_0}, I_{n-s}\}.$$

引入变换矩阵 $G = TQ$, 记

$$\bar{A} = G^{-1}AG,$$

$$\bar{b}_i = G^{-1}b_i, \quad i = 1, \dots, m_0.$$

引理 1 $\bar{A}$ 具有块三角结构

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{1,1} & \bar{A}_{1,2} & \cdots & \bar{A}_{1,m_0} & 0 \\ 0 & \bar{A}_{2,2} & \cdots & \bar{A}_{2,m_0} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{A}_{m_0,m_0} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

且对 $i \in M_0$, 有

$$\bar{A}_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\alpha_0^{i,i} & -\alpha_1^{i,i} & \cdots & -\alpha_{s_i-1}^{i,i} \end{bmatrix},$$

$$G^{-1}b_{k_i} = e_{l_i},$$

其中 $l_i = \sum_{j=1}^{k_i} s_j$.

证 显见 $\bar{A} = Q^{-1}(T^{-1}AT)Q$, 且矩阵 $T^{-1}AT$ 具有块三角结构. 同时, Q 作为块维数匹配的对角矩阵, 引入 Q 作相似变换不改变阵 $T^{-1}AT$ 的块三角结构. $(\bar{A}_{ii}, \bar{b}_{k_i})$ 能控标准型结构来自变换 Q 的引入, 参见文 [17, §4.8]. 证毕.

对 $i = 1, \dots, m$, 定义

$$F_i = \begin{cases} -E_i D_\nu (TQ)^{-1}, & i = k_l \in M_0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $\nu = \sum_{j=1}^l s_{k_j}$, D_ν 是 $\bar{A}$ 的第 ν 行.

引入状态反馈

$$u(t) = F_{\sigma(t)}x(t), \quad i \in M. \quad (4)$$

在此反馈输入下, 切换系统化为

$$\begin{cases} x(t+1) = (A + B_{\sigma(t)}F_{\sigma(t)})x(t), & t = 0, 1, \dots \\ y(t) = C_{\sigma(t)}x(t), \end{cases} \quad (5)$$

定义

$$H_i = A + B_i F_i, \quad i \in M.$$

下面的引理揭示了反馈系统的一个重要特征.

引理 2 $(\prod_{i \in M_0} H_i^{s_i})^{m_0} = 0$.

证 记 $\bar{H}_i = G^{-1}(A + B_i F_i)G$. 由阵 H_i 的定义, 当 $i \in M_0$ 时 $\bar{H}_i$ 为块三角阵:

$$\bar{H}_{k_j} = \begin{bmatrix} \bar{H}_{k_j}^{1,1} & \bar{H}_{k_j}^{1,2} & \cdots & \bar{H}_{k_j}^{1,m_0} & 0 \\ 0 & \bar{H}_{k_j}^{2,2} & \cdots & \bar{H}_{k_j}^{2,m_0} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{H}_{k_j}^{m_0,m_0} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad j = 1, \dots, m_0,$$

其中对角块满足

$$\bar{H}_{k_j}^{l,l} = \bar{A}_{l,l}, \quad l \neq j$$

及

$$\bar{H}_{k_j}^{l,l} = \begin{bmatrix} 0 & I_{s_{k_j}-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

故有

$$\bar{H}_{k_j}^{s_{k_j}} = 0.$$

进一步, 阵 $\prod_{i \in M_0} \bar{H}_i^{s_i}$ 具有块结构:

$$\prod_{i \in M_0} \bar{H}_i^{s_i} = \begin{bmatrix} 0 & * & \cdots & * \\ 0 & 0 & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

其中 $*$ 代表非对角块. 由此可直接推出引理. 证毕.

注 2 可以看出, $\prod_{i \in M_0} H_i^{s_i}$ 中矩阵相乘的顺序不影响

结果: 任给集 M_0 的一个排列 $l_1, \dots, l_{m_0}$, 有 $(\prod_{i=1}^{m_0} H_{l_i}^{s_{l_i}})^{m_0} = 0$. 另外, 一个易见且重要的事实是: H_i 的方次 s_i 可被任意更大的自然数取代. 这为后一节的设计奠定基础.

设计周期切换策略

$$\sigma(t) = \begin{cases} k_1, & \text{mod}(t, s) \leq s_{k_1}, \\ k_2, & \text{mod}(t, s) \leq s_{k_1} + s_{k_2}, \\ \vdots & \vdots \\ k_{m_0}, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $\text{mod}(t, s)$ 是 s 被 t 整除的余数.

由引理2可知, 在上述状态反馈和切换策略下, 有

$$\phi(sm_0; 0, x_0, \sigma, u) = 0, \quad \forall x_0 \in \mathbb{R}^n,$$

即 σ 与 u 实现了无差拍控制.

注 3 对线性系统, 实现无差拍控制的最小步数是系统的能控性指数, 因此任何 n 维能控系统可在 n 步内实现无差拍镇定. 对切换系统而言, 由于切换的引入, 需要更多的步数实现无差拍镇定, 其上界是 mn . 类似的, 切换次数的上界是 $m^2 - 1$.

3.2 动态输出反馈设计

利用对偶性原理, 可以构造矩阵 $L_1, \dots, L_m \in \mathbb{R}^{n \times q}$, 集合 $M_1 \subseteq M$, 自然数集 κ_i , $i \in M_1$, 使得

$$(\prod_{i \in M_1} (A_i - L_i C_i)^{\kappa_i})^{m_1} = 0,$$

其中: $m_1 = \#M_1$, $\sum_{i \in M_1} \kappa_i = n$.

设计观测器

$$z(t+1) = (A - L_\sigma C_\sigma)z(t) + B_\sigma u(t) + L_\sigma y(t). \quad (6)$$

这是标准的Luenberger型观测器, 其中切换信号与原系统(1)相同, 因此不是独立的.

记 $e(t) = x(t) - z(t)$ 为估计误差, 令 $\hat{x} = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$,

则有

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A - L_\sigma C_\sigma \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} B_\sigma \\ 0 \end{bmatrix} u, \\ y &= [C_\sigma, 0] \hat{x}. \end{aligned} \quad (7)$$

定义动态输出反馈

$$u = F_\sigma z, \quad (8)$$

系统(7)化为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \begin{bmatrix} A + B_\sigma F_\sigma & -B_\sigma F_\sigma \\ 0 & A - L_\sigma C_\sigma \end{bmatrix} \hat{x}, \\ y &= [C_\sigma, 0] \hat{x}. \end{aligned} \quad (9)$$

记 $M_2 = M_0 \cup M_1$. 进一步, 定义

$$\mu_i = \begin{cases} \max\{s_i, \kappa_i\}, & i \in M_0 \cap M_1, \\ s_i, & i \in M_0 - M_1, \\ \kappa_i, & i \in M_1 - M_0. \end{cases}$$

令 $m_2 = \#M_2$ 及 $\mu = \sum_{i \in M_2} \mu_i$.

给定集 M_2 的排序 $j_1, \dots, j_{m_2}$. 设计周期切换策略

$$\sigma(t) = \begin{cases} j_1, & \text{mod}(t, \mu) \leq \mu_{j_1}, \\ j_2, & \text{mod}(t, \mu) \leq \mu_{j_1} + \mu_{j_2}, \\ \vdots & \vdots \\ j_{m_2}, & \text{其他}. \end{cases} \quad (10)$$

结合以上分析和引理2, 可以证明

$$\left(\prod_{i \in M_2} \hat{H}_i^{\mu_i} \right)^{m_2} = 0,$$

其中

$$\hat{H}_i = \begin{bmatrix} A + B_i F_i & -B_i F_i \\ 0 & A - L_i C_i \end{bmatrix}, \quad i \in M_2.$$

由此可以得到下面的结论.

定理 1 在动态输出反馈(8)和切换策略(10)下, 增广系统(1)–(6)无差拍稳定:

$$\hat{x}(t) = 0, \quad \forall t \geq \mu m_2. \quad (11)$$

注 4 一般的, $m_2 \geq m_0$ 且 $\mu \geq s$. 因此, 通过动态输出反馈实现无差拍控制一般比通过状态反馈需要更多的步数, 其上界是 $2nm$, 而所需切换次数的上界是 $2m^2 - 1$.

注 5 对连续时间切换线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_\sigma(t)u(t), & t \geq 0, \\ y(t) = C_\sigma(t)x(t), \end{cases} \quad (12)$$

假设系统能控能观, 则对几乎任意给定的采样周期 T , 对应的采样系统

$$x_{k+1} = A(T)x_k + B_\sigma(T)u_k$$

能控能观 [15, Thm. 4.56], 其中

$$x_k = x(kT), \quad u_k = u(kT), \quad A(T) = e^{AT},$$

$$B_i(T) = \int_0^T e^{\tau A} d\tau B_i, \quad i = 1, \dots, m.$$

定理1给出的切换策略和动态输出反馈控制器可是采样系统实现无差拍稳定, 因而可以使连续时间系统(12)在有限时间内达到原点, 即实现有限时间镇定. 注意到这里的控制是基于采样状态的分段定常线性反馈, 不是实时状态的反馈.

3.3 示例

考虑 $n = 5, m = 3$ 的切换系统(1), 其中:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 12 & 11 & 18 \\ 3 & 2 & 3 & 8 & 12 \\ -9 & -4 & -11 & -10 & -16 \\ -2 & 0 & -2 & -4 & -9 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & 6 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ -8 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [2 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad 0],$$

$$C_2 = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0],$$

$$C_3 = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 3].$$

可以算出, 矩阵

$$T = [B_1 \quad AB_1 \quad A^2B_1 \quad B_2 \quad B_3]$$

满秩. 进一步, 有

$$Q = \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, 1, 1 \right\}.$$

由此可算出反馈增益矩阵

$$F_1 = [-5 \quad 2 \quad -5 \quad -2 \quad -7],$$

$$F_2 = [-2 \quad -2 \quad -2 \quad -4 \quad -2],$$

$$F_3 = [4 \quad 2 \quad 6 \quad 0 \quad 0].$$

可以验证

$$(A + B_1 F_1)^3 (A + B_3 F_3) (A + B_2 F_2) (A + B_1 F_1)^3 = 0.$$

因此, 状态反馈控制律(4)和周期切换

$$1, 1, 1, 2, 3, \dots$$

可驱动切换系统在2个周期(步数为8, 切换次数为3)达到原点.

假设状态不可测量, 则引入观测器(6), 其中:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 20 \\ 11 \\ -17 \\ -13 \\ 8 \end{bmatrix}, \quad L_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

进一步的计算表明

$$[(A - L_3 C_3)(A - L_2 C_2)^3(A - L_1 C_1)]^2 = 0.$$

因此在周期切换序列

$$1, 2, 2, 2, 3, \dots$$

可使观测器误差在2个周期内(步数为9, 切换次数为4)达到零.

考虑动态输出控制(8), 增广系统(1)–(6)满足

$$[\hat{H}_3 \hat{H}_2^3 \hat{H}_1^3]^2 = 0.$$

进一步可验证其在周期切换序列

$$1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, \dots$$

下在2个周期内(步数为13, 切换次数为4)达到原点. 可以看出, 与状态反馈情形相比, 通过动态输出反馈实现无差拍稳定需要更多的步数和切换次数.

取初态

$$x_0 =$$

$$[0.1735 \ 0.5919 \ -0.7291 \ 0.2783 \ 0.1029]^T.$$

图1和图2分别给出状态反馈和动态输出反馈情形的系统动态. 可以看出, 状态反馈情形的系统状态模最大约为84, 而动态输出反馈情形超过27860. 另一方面, 观测器误差模最大约为51. 这表明动态输出反馈情形系统暂态的恶化来源于实现无差拍稳定需要更多的步数和切换次数.

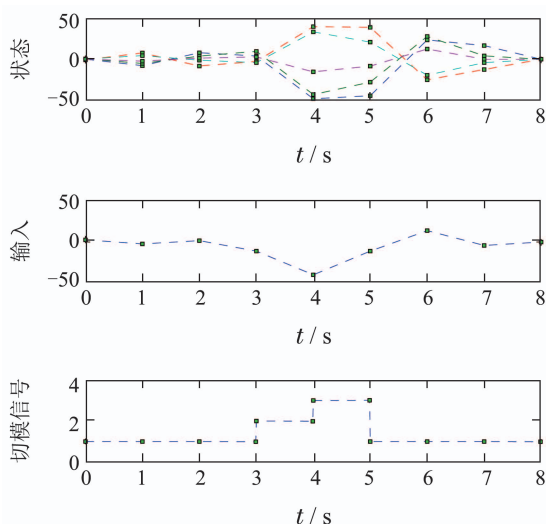


图1 状态反馈下的系统动态

Fig. 1 Deadbeat stabilization with state feedback

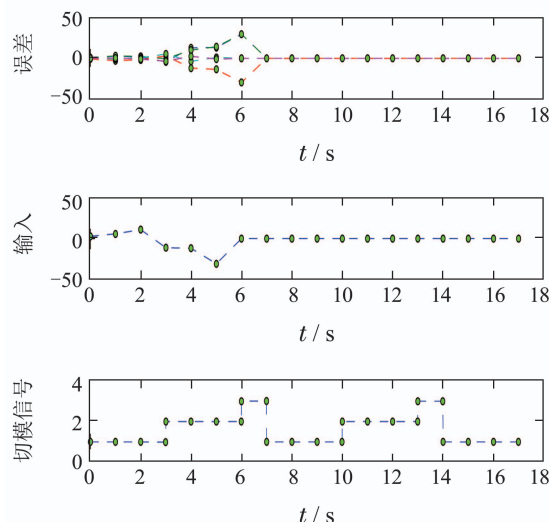
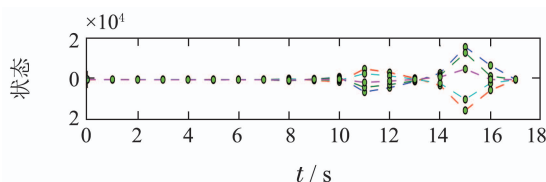


图2 动态输出反馈下的系统动态

Fig. 2 Deadbeat stabilization with dynamic output feedback

4 结语

本文研究一类离散时间切换线性系统的无差拍控制, 通过适当的状态坐标变换获得系统矩阵的块三角结构, 再设计状态反馈/动态输出反馈和切换策略实现闭环系统的无差拍稳定. 仿真验证了设计框架的有效性, 同时也表明系统的暂态响应如超调等需要进一步优化. 如何设计有效切换策略在实现无差拍稳定的基础上优化系统暂态响应, 是有趣且具有挑战性的工作.

参考文献:

- [1] SUN Z, GE S S, LEE T H. Reachability and controllability criteria for switched linear systems. *Automatica*, 2002, 38(5): 775 – 786.
- [2] HESPANHA J P, LIBERZON D, MORSE A S. Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic-based switching. *Systems & Control Letters*, 2009, 49(1): 49 – 65.
- [3] SHORTEN R, WIRTH F, MASON O, et al. Stability criteria for switched and hybrid systems. *SIAM Review*, 2007, 49(4): 545 – 592.
- [4] ZHANG W, ABATE A, HU J H, et al. Exponential stabilization of discrete-time switched linear systems. *Automatica*, 2009, 45(11): 2526 – 2536.
- [5] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1861 – 1866.
- [6] KRSTIC M, BEMENT M. Nonovershooting control of strict-feedback nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(12): 1938 – 1943.
- [7] SANTARELLI K. Comparison between a switching controller and two LTI controllers for a class of LTI plants. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009, 19: 185 – 217.
- [8] SUN Z. Recent advances on analysis and design of switched linear systems. *Control Theory and Technology*, 2017, 15(3): 242 – 244.
- [9] XIE J, YANG D, ZHAO J. Multiple model adaptive control for switched linear systems: A two-layer switching strategy. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(6): 2276 – 2297.

- [10] KALKKUHL J, JOHANSEN T, LUDEMANN J. Improved transient performance of nonlinear adaptive backstepping using estimator resetting based on multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(1): 136 – 140.
- [11] SUN Zhendong. Transient performance optimization for switched linear systems. *Systems Science and Mathematics*, 2019, 39(2): 266 – 277.
(孙振东. 切换线性系统的暂态性能优化. 系统科学与数学, 2019, 39(2): 266 – 277.)
- [12] PARRIAUX J, MILLERIOUX G. Nilpotent semi-groups for the characterization of flat outputs of switched linear and LPV discrete-time systems. *Systems & Control Letters*, 2013, 62(8): 679 – 685.
- [13] PHILIPPE M, MILLERIOUX G, JUNGERS R. Deciding the boundedness and dead-beat stability of constrained switching systems. *Non-linear Analysis: Hybrid Systems*, 2017, 23: 287 – 299.
- [14] FIACCHINI M, MILLERIOUX G. Dead-beat stabilizability of autonomous switched linear discrete-time systems. *IFAC PapersOn-Line*, 2017, 50(1): 4576 – 4581.
- [15] SUN Z, GE S S. *Switched Linear Systems: Analysis and Control*. London: Springer, 2005.
- [16] HEYMANN M. Comments ‘On pole assignment in multi-input controllable linear systems’. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, 13(6): 748 – 749.
- [17] ZHENG Dazhong. *Linear Systems Theory*. 2nd Ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
(郑大钟. 线性系统理论. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2002.)

作者简介:

原华丽 烟台大学数学与信息科学学院讲师, 目前研究方向为计算方法, E-mail: 1050901870@qq.com;

孙振东 研究员, 第6届“关肇直奖”(2000年)获奖论文作者, 目前研究方向为混合动态系统的控制与优化, E-mail: zhendong.sun@amss.ac.cn.