

故障下随机多智能体系统的混合无源/ H_∞ 容错一致性

柯彦冰, 顾凯扬, 徐宇飞, 李建宁[†]

(杭州电子科技大学 自动化学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 本文研究了在有向拓扑结构下, 马尔可夫跳变故障多智能体系统的混合无源/ H_∞ 容错一致性问题. 首先, 针对系统中的执行器偏移故障, 基于增广矩阵方法设计故障观测器以估计未知的偏移故障. 进而, 利用所估故障信息, 基于混合无源/ H_∞ 性能指标, 利用代数图论、自由权矩阵、增广矩阵和线性矩阵不等式等方法, 设计了相应的容错控制器, 实现了故障情况下多智能体系统的容错一致性, 最后通过数值仿真验证了该方法的有效性.

关键词: Markovian跳变系统; 有向拓扑; 容错控制; 多智能体系统; 故障

引用格式: 柯彦冰, 顾凯扬, 徐宇飞, 等. 故障下随机多智能体系统的混合无源/ H_∞ 容错一致性. 控制理论与应用, 2020, 37(10): 2266 – 2272

DOI: 10.7641/CTA.2020.90996

Mixed passive/ H_∞ fault-tolerant consensus for stochastic multi-agent systems with failures

KE Yan-bing, GU Kai-yang, XU Yu-fei, LI Jian-ning[†]

(School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: This paper aimed at investigating the mixed passive/ H_∞ fault-tolerant consensus problem of stochastic multi-agent systems under directed topology. Firstly, a fault observer is designed to estimate the unknown actuator bias fault based on the augmented matrix method. Then, in virtue of the estimated fault information and the mixed passive/ H_∞ performance index, a fault-tolerant controller is designed by using algebraic graph theory, free weight matrix, and linear matrix inequality to achieve the fault-tolerant consensus. Finally, a numerical simulation is presented to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: Markovian jump system; directed topology; fault-tolerant control; multi-agent systems; fault

Citation: KE Yanbing, GU Kaiyang, XU Yufei, et al. Mixed passive/ H_∞ fault-tolerant consensus for stochastic multi-agent systems with failures. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(10): 2266 – 2272

1 引言

近十几年来, 多智能体系统应用广泛, 它是人工智能的一部分, 如机器人、无人机、载人潜水器、卫星和飞机等等, 其协调控制问题同样引起了许多研究者的极大关注, 并且应用广泛, 如无人机编队控制、分布式传感器网络、群集问题和聚集问题等^[1], 这些问题都可以归纳为一致性问题.

多智能体系统是由在一个环境中交互的多个智能体组成的计算系统. 与单个智能体系统相比较, 网络化的多智能体系统具有更高的效率, 它把一个复杂的大系统建设成多个彼此相互通信和协调的小系统, 把每个小系统作为一个易于管理的智能体, 强调多个智

能体之间协调合作、交互通信的合作关系, 使所有智能体最终收敛到一个状态^[2-11]. 在1995年, Vicsek等人^[2]研究了某一系统在离散状态下趋于一致性的问题, 前期大部分对多智能体一致性的研究是系统通信拓扑结构不变的. 而在文献[3]中, 介绍了具有时变特性的动态拓扑结构的一致性分析. 在文献[4-6]中, 作者讨论了在通信拓扑为无向连通图时且带有输入延时情况下的多智能体离散时间系统趋于一致性的问题. 对于离散系统, 文献[7]中研究了在干扰随机有界时, 拓扑结构为马尔可夫切换的情况下, 使闭环系统实现均方有界一致性的问题. 将马尔可夫跳变系统与多智能体系统相结合, 成为了这个研究领域的热点.

收稿日期: 2019-12-09; 录用日期: 2020-05-13.

[†]通信作者. E-mail: ljn@hdu.edu.cn; Tel.: +86 571-86915193.

本文责任编辑: 宗群.

国家自然科学基金项目(61733009), 浙江省自然科学基金项目(LY19F030020)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61733009) and the Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (LY19F030020).

文献[8]中,研究了拓扑结构为时变和时不变两种情况下的一致性,而文献[11]提出了拓扑结构在故障、延时等情况下具有鲁棒性问题的研究.

随着多智能体系统的复杂化,发生故障的可能性也在增大,一个组件的故障,可能会演变成整个系统的故障,而容错控制的引入^[12-17],可以提高整体系统的可靠性和实用性.容错控制系统是指具有内部冗余能力的控制系统,即在某些部件发生故障的情况下,闭环系统仍然能保持稳定.按照容错控制方法的不同,将容错控制分为“主动容错控制”和“被动容错控制”.在文献[13]中,更加详细地介绍了有关主动容错控制与被动容错控制.在文献[14-16]中,作者研究了具有执行器故障的容错控制系统,且文献[14]中引入了时滞马尔可夫系统,设计了具有混合无源/ H_∞ 性能的容错控制器和故障观测器.关于观测器的设计,在文献[18]中,作者讨论了具有传感器故障和随机发生的传感器非线性的离散延迟神经网络的有限时间非脆弱状态估计算法,此外,作者还在文献[19]中,研究了带有传感器故障的离散非线性马尔可夫跳跃神经网络的非脆弱状态估计问题.文献[20]提出了一些参数在分布式自适应在线更新的情况下,多智能体系统实现容错一致性的问题.在文献[21-23]中,作者也同样设计了很多方法将多智能体和容错控制系统结合起来,使多智能体系统有更强的鲁棒性.

在实际工程中,系统往往会受到外界环境等因素的干扰,为了描述系统的复杂化、多样化,以及因各种不确定性因素的变化所导致结果发生变化的问题,研究者们常常在系统中引入具有跳变优点的马尔可夫系统^[24-27].在文献[24]中,作者就结合了马尔可夫链、延时和多智能体系统,研究了马尔可夫链控制下具有随机延迟的多智能体系统的一致性.文献[25]中基于吉尔伯特-埃利奥特模型,考虑了具有随机丢包效应的离散时间通信链路,并将整个网络建模为离散时间,讨论了离散时间马尔可夫跳跃线性系统的故障检测与隔离问题.在文献[26]中,作者通过构造合适的Lyapunov-Krasovskii泛函和线性矩阵不等式建立了新的时滞相关一致稳定性条件,可以通过使用各种有效的优化方法轻松解决这些问题.在实际控制过程中,基于故障观测器的主动容错控制方法更适合于未知突发执行器偏移故障,然而故障观测器的引入不可避免地会引入观测误差,这些观测误差会影响控制效果,因此需要用一些有效的方法处理这些观测误差.现阶段,研究证明基于无源性理论设计的控制器对于外部扰动有良好的抑制性,目前,针对马尔可夫跳变多智能体系统的混合无源/ H_∞ 容错一致性问题的研究较少,是本文研究的主要目的之一.

本文主要研究了在有向拓扑结构下,马尔可夫跳变故障多智能体系统的混合无源/ H_∞ 容错一致性问

题.首先设计的故障观测器来估计未知的偏移故障,其次基于混合无源/ H_∞ 性能指标,运用代数图论、自由权矩阵、LMI和Lyapunov函数等方法设计出具有混合无源/ H_∞ 性能指标的容错控制器,使故障情况下多智能体系统达到一致.

2 预备知识

把每个智能体都能用一个“节点”来表示,任意两个“节点”之间都存在一条有方向性的路径进行信息交互,可由一条“边”来表示,所以整个多智能体系统网络可以用一张有节点和边的图来表示.为了描述该条边上信息的重要性和可靠性,通常会在每条边上赋权值,因此相应的图就成了加权图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$.加权图由节点的非空顶点集 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$,边集 $\mathcal{E} = \{e_{ij} = (v_i, v_j)\}$ 以及加权非负邻接矩阵 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 所构成,且满足 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}, a_{ij} > 0, a_{ij}$ 为边界 (v_j, v_i) 的权重,记 $\mathcal{G}(\mathcal{A})$.加权图分为无向和有向加权图,本文主要研究有向图,与有向图的邻接矩阵对应,Laplacian矩阵 $L = (l_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 由下式定义:

$$l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}, l_{ij} = -a_{ij}, i \neq j.$$

引理 1(Schur补引理)^[28] 对于给定的对称矩阵

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix},$$

其中 S_{11} 为 r 阶方阵,以下3个条件是等价的:

- i) $S < 0$;
- ii) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;
- iii) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$.

定义 1^[29] 为了能够更具体地定义,将给出以下系统来描述此定义:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(r(t))x(t) + B(r(t))K_i x(t) + \\ \quad B(r(t))e_d(t), \\ y(t) = C(r(t))x(t). \end{cases}$$

如果以上系统在零初始状态下,对于任意的 $e_d(t) \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 以及任意的 K_i ,以上系统的所有解,都存在一个正标量 γ 使得不等式

$$\varepsilon \left\{ \int_0^t \{ \gamma^{-1} \alpha y^T(s) y(s) - 2(1 - \alpha) y^T(s) e_d(s) - \gamma e_d^T(s) e_d(s) \} ds \right\} \leq 0, \forall t > 0$$

成立,则称以上系统具有混合无源/ H_∞ 性能指标 γ ,其中 $\alpha \in [0, 1]$ 代表 H_∞ 性能和随机无源性性能之间的权重参数.因此为了方便起见,设 $y(t)$ 与 $\omega(t)$ 具有相同维度.

3 问题分析与模型建立

本文针对第 i 个马尔可夫跳变多智能体系统, $i = 1, 2, \dots, N$,考虑如下模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A(r(t))x_i(t) + B(r(t))(u_i(t) + d_i(t)), \\ y_i(t) = C(r(t))x_i(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态变量; $u_i(t)$ 为控制输入; $d_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 为未知执行器偏移故障; $y_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 为控制输出; $\{r(t)\}$ 为具有左连续轨迹的连续时间的Markov过程, 其取值范围为一个有限正整数集合 $S = \{1, 2, 3, \dots, s\}$. 此外, $\{r(t)\}$ 的模态跳转概率满足以下等式:

$$P\{r(t + \Delta) = j | r(t) = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\Delta + o(\Delta), & i \neq j, \\ 1 + \pi_{ij}\Delta + o(\Delta), & i = j, \end{cases}$$

其中: $\Delta > 0$, $\lim_{\Delta \rightarrow \infty} (\frac{o(\Delta)}{\Delta}) = 0$, 且 π_{ij} 为 $t + \Delta$ 时刻从模态 i 跳变到模态 j 的跳变概率变化率, 并且满足以下条件:

$$\pi_{ij} \geq 0, \forall i, j, i \neq j, \sum_{j=1}^s \pi_{ij} = 0, \forall i \in S.$$

设计如下的容错控制器:

$$u_i(t) = K(r(t)) \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) - \hat{d}_i(t), \quad (2)$$

其中: $K(r(t)) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为控制器增益矩阵, $\hat{d}(t) \in \mathbb{R}^m$ 为所估计的偏移故障 $d(t)$. 将式(2)代入式(1), 得

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [I_N \otimes A(r(t)) - L \otimes (B(r(t))K(r(t)))] \times \\ \quad x(t) + [I_N \otimes B(r(t))](-\hat{d}(t) + d(t)), \\ y(t) = [I_N \otimes C(r(t))]x(t), \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_N(t)]^T, \\ d(t) &= [d_1(t) \ d_2(t) \ \dots \ d_N(t)]^T, \\ \hat{d}(t) &= [\hat{d}_1(t) \ \hat{d}_2(t) \ \dots \ \hat{d}_N(t)]^T. \end{aligned}$$

由于故障是未知的, 所以本文将先设计故障观测器来观测故障.

4 故障观测器设计

令 $F_s = d^{(r-s)}(t)$, $s = 1, 2, \dots, r$, 增广系统可以建立为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \bar{A}(r(t))\tilde{x}(t) + \bar{B}(r(t))[-L \otimes K(r(t)) \times \\ \quad x(t) - \hat{d}(t)], \\ y(t) = \bar{C}(r(t))\tilde{x}(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= [x^T(t) \ F_1^T \ F_2^T \ \dots \ F_r^T]^T, \\ \bar{B}(r(t)) &= [(I_N \otimes B(r(t)))^T \ 0 \ \dots \ 0]^T, \end{aligned}$$

$$\bar{C}(r(t)) = [(I_N \otimes C(r(t))) \ 0 \ \dots \ 0],$$

$$\bar{A}(r(t)) = \begin{bmatrix} I_N \otimes A(r(t)) & 0 & \dots & 0 & I_N \otimes B(r(t)) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}.$$

为了更好的实时估计未知的执行器偏移故障, 针对系统(4), 本文设计了如下故障观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \bar{A}(r(t))\hat{x}(t) + \bar{B}(r(t))[-L \otimes K(r(t)) \times \\ \quad x(t) - \hat{d}(t)] + G(r(t))(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = \bar{C}(r(t))\hat{x}(t), \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\hat{x}(t) = [\hat{x}^T(t) \ \hat{F}_1^T \ \hat{F}_2^T \ \dots \ \hat{F}_r^T] \in \mathbb{R}^{(n+m \times r)}$, 且 $\hat{x}^T \in \mathbb{R}^n$ 为观测器状态; $\hat{F}_i^T \in \mathbb{R}^m$ 为 F_i 的估计值; $\hat{y}(t)$ 为观测器的输出; $G(r(t))$ 为观测器增益.

因此, 本文定义状态估计误差和输出误差分别为 $\tilde{x}(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ 和 $e(t) = y(t) - \hat{y}(t)$. 根据系统式(4)–(5), 可以得到

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = [\bar{A}(r(t)) - G(r(t))\bar{C}(r(t))]\tilde{x}(t), \\ e(t) = \bar{C}(r(t))\tilde{x}(t). \end{cases} \quad (6)$$

根据误差方程(6), 可以得出以下定理.

定理 1 对于给定的正标量 δ , 如果存在正定矩阵 $P_i > 0$ 以及合适维度的可逆矩阵 N_1 使得不等式

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Phi_{1,1} & \Phi_{1,2} \\ * & \Phi_{2,2} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

成立, 其中:

$$\begin{aligned} \Phi_{1,1} &= \sum_{j=1}^s \pi_{ij} P_j + \text{He}(\delta N_1 \bar{A}_i) - \text{He}(\delta Z_i \bar{C}_i), \\ \Phi_{1,2} &= P_i - \delta N_1 + \bar{A}_i^T N_1^T - \bar{C}_i^T Z_i^T, \\ \Phi_{2,2} &= -\text{He}(N_1), \end{aligned}$$

其中 $\text{He}(X) = X + X^T$, 且观测其增益可以通过 $G_i = N_1^{-1} Z_i$ 得到, 则称系统式(6)观测器误差方程是渐近稳定的.

证 取Lyapunov函数,

$$V(r(t), t) = \tilde{x}^T(t) P_i \tilde{x}(t), \quad r(t) = i \in S, \quad (8)$$

其中 $P_i > 0$. 对于任意的 $i \in S$, 都可以得到

$$\mathfrak{A}V(r(t), t) = 2\tilde{x}^T(t) P_i \dot{\tilde{x}}(t) + \tilde{x}^T(t) \sum_{j=1}^s \pi_{ij} P_j \tilde{x}(t), \quad (9)$$

其中 \mathfrak{A} 为随机过程 $\{(x(t), i), t \geq 0\}$ 的弱无穷小微分算子. 令 $\bar{A}(r(t)) = \bar{A}_i$, $\bar{C}(r(t)) = \bar{C}_i$, $G(r(t)) = G_i$, 对于任意的可逆矩阵 N_1 以及正标量 δ_1 , 本文采用自由

权矩阵的方法可以得到以下等式:

$$0 = 2[-\dot{\tilde{x}}^T(t)\delta N_1 - \dot{\tilde{x}}^T(t)N_1] \times [\dot{\tilde{x}}(t) - (\bar{A}_i - G_i\bar{C}_i)\tilde{x}(t)]. \quad (10)$$

将式(9)代入式(8)中,并定义 $\xi(t) = [\tilde{x}^T(t) \dot{\tilde{x}}^T(t)]^T$, $G_i = N_1^{-1}Z_i$,可以得到以下结论:

$$\mathfrak{A}V(r(t), t) \leq \xi^T(t)\Xi\xi(t), \quad (11)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Xi &= \begin{bmatrix} \Phi_{1,1} & \Phi_{1,2} \\ * & \Phi_{2,2} \end{bmatrix} < 0, \\ \Phi_{1,1} &= \sum_{j=1}^s \pi_{ij}P_j + \text{He}(\delta N_1 \bar{A}_i) - \text{He}(\delta Z_i \bar{C}_i), \\ \Phi_{1,2} &= P_i - \delta N_1 + \bar{A}_i^T N_1^T - \bar{C}_i^T Z_i^T, \\ \Phi_{2,2} &= -\text{He}(N_1). \end{aligned}$$

如果式(7)成立,则可以很容易地得到 $\mathfrak{A}V(r(t), t) < 0$,因此,估计误差动态系统是渐近稳定的.

证毕.

为了使系统在故障情况下保持稳定,本文将进一步设计容错控制器使系统实现容错一致性.

5 容错控制器设计

由于 $\hat{d}(t)$ 被用于补偿 $d(t)$,不可避免地会存在估计误差,记 $e_d(t) = d(t) - \hat{d}(t)$,系统式(3)可以重新写为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [I_N \otimes A(r(t)) - L \otimes (B(r(t))K(r(t)))] \times \\ \quad x(t) + [I_N \otimes B(r(t))]e_d(t), \\ y(t) = [I_N \otimes C(r(t))]x(t). \end{cases} \quad (12)$$

为了表达的简便性,可用 A_i, B_i, C_i 和 K_i 来分别表示 $A(r(t)), B(r(t)), C(r(t))$ 和 $K(r(t))$.于是系统可以重新写成以下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [I_N \otimes A_i - L \otimes (B_i K_i)]x(t) + \\ \quad [I_N \otimes B_i]e_d(t), \\ y(t) = [I_N \otimes C_i]x(t). \end{cases} \quad (13)$$

定义一个新的变量 $\hat{x}(t) = (H \otimes I_n)x(t)$, 其中

$$H = I_N - \left(\frac{1}{N}\right)1_N 1_N^T,$$

并且当 $\hat{x}(t) = 0$ 时,当且仅当 $x_1(t) = x_2(t) = \dots = x_N(t)$.因此,系统(12)可以重构为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = [H \otimes A_i - (HL) \otimes (B_i K_i)]\hat{x}(t) + \\ \quad [H \otimes B_i]e_d(t), \\ \hat{y}(t) = [H \otimes C_i]\hat{x}(t). \end{cases} \quad (14)$$

再根据系统式(14),在系统存在估计误差的情况下,给出以下定理.

定理 2 对于给定的正标量 δ , 标量 $\gamma > 0$, 如果存在矩阵 $\hat{P}_i > 0$ 及合适维度的可逆矩阵 \check{N}_2 , 使得如下

线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \check{\Phi}_{1,1} & \check{\Phi}_{1,2} & \check{\Phi}_{1,3} & \check{\Phi}_{1,4} \\ * & -\text{He}(I_N \otimes \check{N}_2^T) & (H \otimes B_i) & 0 \\ * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

控制器增益可以通过 $K_i = Y_{i1}\check{N}^{-T}$ 得到,则系统式(14)具有混合无源/H_∞性能指标 γ . 其中:

$$\begin{aligned} \check{\Phi}_{1,1} &= \text{He}[\delta(H \otimes A_i \check{N}_2^T)] - \text{He}[\delta(HL \otimes B_i Y_{i1})] + \\ &\quad \sum_{j=1}^s \pi_{ij} \check{P}_j, \\ \check{\Phi}_{1,2} &= \check{P}_i - \delta(I_N \otimes \check{N}_2^T) + (H^T \otimes \check{N}_2 A_i^T) - \\ &\quad (L^T H^T \otimes Y_{i1}^T B_i^T), \\ \check{\Phi}_{1,3} &= \delta(H \otimes B_i) - (1 - \alpha)(H^T \otimes \check{N}_2 C_i^T), \\ \check{\Phi}_{1,4} &= \sqrt{\alpha}(H \otimes \check{N}_2 C_i^T). \end{aligned}$$

证 首先定义以下的Lyapunov函数:

$$V(r(t), t) = \hat{x}^T(t)\hat{P}_i\hat{x}(t), \quad r(t) = i \in S, \quad (16)$$

其中 $\hat{P}_i > 0$. 然后,对于任意的 $i \in S$, 都可以得到

$$\mathfrak{A}V(r(t), t) = 2\hat{x}^T(t)\hat{P}_i\dot{\hat{x}}(t) + \hat{x}^T(t)\left[\sum_{j=1}^s \pi_{ij}\hat{P}_j\right]\hat{x}(t), \quad (17)$$

其中 \mathfrak{A} 为随机过程 $\{(\hat{x}(t), r(t)), t \geq 0\}$ 的弱无穷小微分算子.

同时,对于有着合适维度的可逆矩阵 N_2 , 以及正标量 δ_1 , 本文采用自由权矩阵的方法可以得到以下等式:

$$0 = 2[-\hat{x}^T(t)\delta(I_N \otimes N_2) - \dot{\hat{x}}^T(t)(I_N \otimes N_2)] \times [\dot{\hat{x}}(t) - (H \otimes A_i)\hat{x}(t) + (HL \otimes B_i K_i)\hat{x}(t) - (H \otimes B_i)e_d(t)].$$

定义

$$H(r(t), t) = \mathfrak{A}V(r(t), t) + \gamma^{-1}\alpha\dot{y}^T(t)\hat{y}(t) - 2(1 - \alpha)\hat{y}^T(t)e_d(t) - \gamma e_d^T(t)e_d(t),$$

$$\xi(t) = [\hat{x}^T(t) \dot{\hat{x}}^T(t) e_d^T(t)].$$

因此,可以得到以下结论:

$$H(r(t), t) \leq \xi(t)\hat{\Xi}\xi^T(t),$$

其中

$$\hat{\Xi} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{1,1} & \hat{\Phi}_{1,2} & \hat{\Phi}_{1,3} \\ * & -\text{He}(I_N \otimes N_2) & (H \otimes N_2 B_i) \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix}, \quad (18)$$

其中:

$$\hat{\Phi}_{1,1} = \text{He}[\delta(H \otimes N_2 A_i)] - \text{He}[\delta(HL \otimes N_2 B_i K_i)] +$$

$$\sum_{j=1}^s \pi_{ij} \hat{P}_j + \gamma^{-1} \alpha (H \otimes C_i^T C_i),$$

$$\hat{\Phi}_{1,2} = \hat{P}_i - \delta (I_N \otimes N_2) + (H^T \otimes A_i^T N_2^T) - (L^T H^T \otimes K_i^T B_i^T N_2^T),$$

$$\hat{\Phi}_{1,3} = \delta (H \otimes N_2 B_i) - (1 - \alpha) (H^T \otimes C_i^T).$$

为了表达的方便性,对矩阵 $\hat{\Xi}$ 左乘矩阵 $\text{diag}\{(I_N \otimes \check{N}_2), (I_N \otimes \check{N}_2), I\}$ 以及右乘矩阵 $\text{diag}\{(I_N \otimes \check{N}_2)^T, (I_N \otimes \check{N}_2)^T, I\}$,其中 $\check{N}_2 = N_2^{-1}$,记

$$(I_N \otimes \check{N}_2) \hat{P}_i (I_N \otimes \check{N}_2)^T = \check{P}_i,$$

可以得到

$$\check{\Xi} = \begin{bmatrix} \check{\Phi}_{1,1} + \check{\Phi} & \check{\Phi}_{1,2} & \check{\Phi}_{1,3} \\ * & -\text{He}(I_N \otimes \check{N}_2)^T (H \otimes B_i) & \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix},$$

其中:

$$\check{\Phi}_{1,1} = \text{He}[\delta(H \otimes A_i \check{N}_2^T)] - \text{He}[\delta(HL \otimes B_i Y_{i1})] + \sum_{j=1}^s \pi_{ij} \check{P}_j,$$

$$\check{\Phi}_{1,2} = \check{P}_i - \delta (I_N \otimes \check{N}_2^T) + (H^T \otimes \check{N}_2 A_i^T) - (L^T H^T \otimes Y_{i1}^T B_i^T),$$

$$\check{\Phi}_{1,3} = \delta (H \otimes B_i) - (1 - \alpha) (H^T \otimes \check{N}_2 C_i^T),$$

$$\check{\Phi} = \gamma^{-1} \alpha (H \otimes \check{N}_2 C_i^T C_i \check{N}_2^T).$$

然后根据引理1,可以得到式(16).根据式(16),可以得到 $H(r(t), t) \leq 0$.

当 $e_d(t) = 0$ 时,系统式(13)为鲁棒稳定的.此外,在零初始条件下,对于任意的 $t > 0$,

$$\varepsilon \left\{ \int_0^t \{ \gamma^{-1} \alpha y^T(s) y(s) - 2(1 - \alpha) y^T(s) e_d(s) - \gamma e_d^T(s) e_d(s) \} ds \right\} =$$

$$\varepsilon \left\{ \int_0^t \{ H(r(s), s) - \mathfrak{A}V(r(s), s) \} ds \right\} \leq$$

$$-\varepsilon \left\{ \int_0^t \mathfrak{A}V(r(s), s) ds \right\} =$$

$$\varepsilon \{ \mathfrak{A}V(r(0), 0) \} - \varepsilon \{ \mathfrak{A}V(r(t), t) \} \leq 0.$$

根据定义1,系统式(14)具有混合无源/ H_∞ 性能.

证毕.

6 仿真

本文将提供一个数字仿真实例来验证所设计方法的可行性:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.6 & 1.6 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.05 & -1.2 \\ -1 & 0.21 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.4 & 1.2 \\ 0 & 1.7 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.10 & 1.4 \\ -0.8 & 0.25 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.8 & 1.0 \\ 0 & 1.2 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} -0.03 & -1.0 \\ -1.2 & 0.18 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = I, \delta = 0.9, \alpha = 0 \text{ 或 } 1, d(t) = \sin t.$$

Tr为随机过程 $\{r(t)\}$ 的跳变概率转移变化率矩阵,

$$\text{Tr} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & -0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.2 & -0.6 \end{bmatrix}.$$

多智能体的拓扑结构如图1所示,因而其Laplacian矩阵 L 满足

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

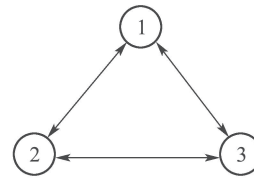


图1 拓扑结构

Fig. 1 Topology

通过定理1-2,可以分别得到以下容错控制器增益以及相应的故障观测器增益:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.0528 & -1.0360 \\ -0.2114 & -0.4094 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.0792 & -1.3277 \\ -0.2269 & -0.1991 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0.0361 & -0.7583 \\ -0.1817 & -0.3193 \end{bmatrix},$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 & g_{12} & 0 & 0 & g_{13} & 0 & 0 \\ 0 & g_{11} & 0 & 0 & g_{12} & 0 & 0 & g_{13} & 0 \\ 0 & 0 & g_{11} & 0 & 0 & g_{12} & 0 & 0 & g_{13} \end{bmatrix}^T,$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} g_{21} & 0 & 0 & g_{22} & 0 & 0 & g_{23} & 0 & 0 \\ 0 & g_{21} & 0 & 0 & g_{22} & 0 & 0 & g_{23} & 0 \\ 0 & 0 & g_{21} & 0 & 0 & g_{22} & 0 & 0 & g_{23} \end{bmatrix}^T,$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} g_{31} & 0 & 0 & g_{32} & 0 & 0 & g_{33} & 0 & 0 \\ 0 & g_{31} & 0 & 0 & g_{32} & 0 & 0 & g_{33} & 0 \\ 0 & 0 & g_{31} & 0 & 0 & g_{32} & 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix}^T,$$

其中:

$$g_{11} = \begin{bmatrix} 2.460 & 1.456 \\ -0.133 & 4.302 \end{bmatrix}, g_{12} = \begin{bmatrix} -0.116 & -1.050 \\ -1.092 & 0.150 \end{bmatrix},$$

$$g_{13} = \begin{bmatrix} -0.345 & -2.775 \\ -2.756 & 0.339 \end{bmatrix}, g_{21} = \begin{bmatrix} 2.579 & 1.086 \\ -0.161 & 4.278 \end{bmatrix},$$

$$g_{22} = \begin{bmatrix} -0.105 & -0.916 \\ -1.013 & 0.137 \end{bmatrix}, g_{23} = \begin{bmatrix} -0.330 & -2.529 \\ -2.574 & 0.332 \end{bmatrix},$$

$$g_{31} = \begin{bmatrix} 2.010 & 0.862 \\ -0.099 & 3.924 \end{bmatrix}, g_{32} = \begin{bmatrix} -0.103 & -0.965 \\ -0.948 & 0.134 \end{bmatrix},$$

$$g_{33} = \begin{bmatrix} -0.302 & -2.565 \\ -2.499 & 0.306 \end{bmatrix}.$$

故障估计误差由图2-4所示, 其中 e_1, e_2, e_3 分别为智能体1的故障估计误差、智能体2的故障估计误差和智能体3的故障估计误差. 多智能体的运行轨迹误差由图5-6所示, 其中 x_i^1 为多智能体系统状态1分别在3个模态下的轨迹误差, x_i^2 为多智能体系统状态2分别在3个模态下的轨迹误差.

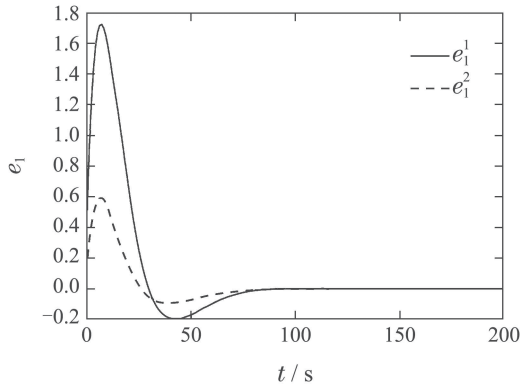


图 2 偏移故障的补偿误差 e_1

Fig. 2 Compensation error of bias fault e_1

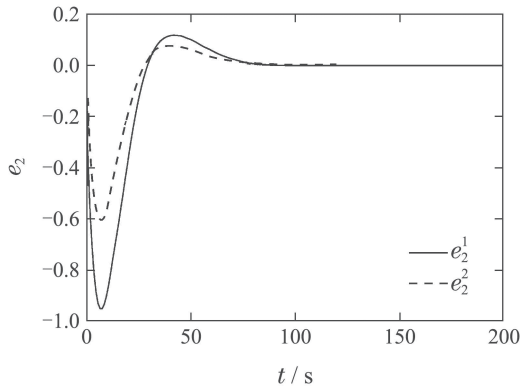


图 3 偏移故障的补偿误差 e_2

Fig. 3 Compensation error of bias fault e_2

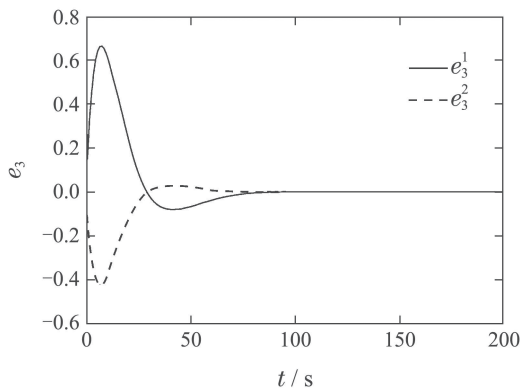


图 4 偏移故障的补偿误差 e_3

Fig. 4 Compensation error of bias fault e_3

从图2-4中, 仿真结果所示, 偏移故障与观测器所估计值的误差会逐渐收敛于0, 所以通过定理1得到

的观测器增益可以很好的估计偏移故障. 从图5-6中, 分别显示了多智能体的状态1和状态2分别在3个模态下的误差收敛于0, 也即可证明了 $x_1(t) = x_2(t) = x_3(t)$, 从而实现了3个智能体的容错一致性. 因此, 基于混合无源/H_∞性能的约束条件, 所设计的控制器实现了多智能体系统的混合无源/H_∞容错一致性.

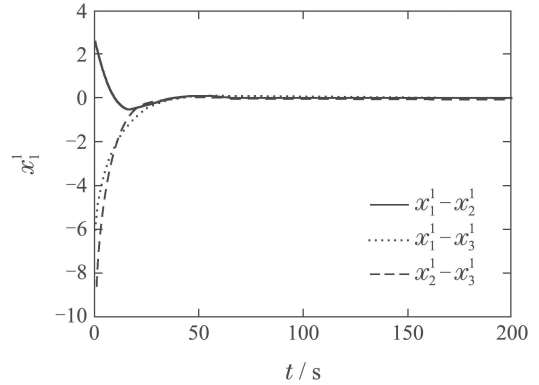


图 5 多智能体系统状态1轨迹误差

Fig. 5 The 1st state trajectory error of multi-agent systems

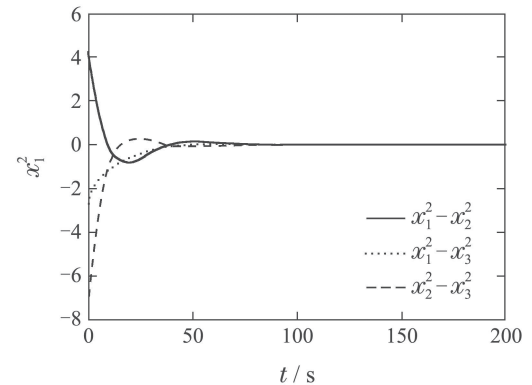


图 6 多智能体系统状态2轨迹误差

Fig. 6 The 2nd state trajectory error of multi-agent systems

7 总结

本文研究了马尔科夫跳变故障多智能体系统的容错一致性问题, 考虑到系统带有执行器偏移故障会影响到系统的一致性, 本文首先运用自由权矩阵、增广矩阵和线性矩阵不等式等方法, 设计了故障观测器估计偏移故障; 然后利用所估故障信息, 在混合无源/H_∞性能的约束下, 设计了具有混合无源/H_∞性能指标的容错控制器, 使得在故障情况下, 多智能体系统实现容错一致性. 最后, 通过一组MATLAB数值仿真实例验证了本文方法的有效性.

参考文献:

[1] MA Dan, ZHANG Baofeng, WANG Luyao. Controller and topology co-optimization for consensus of multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 720 - 727.
(马丹, 张宝峰, 王璐瑶. 多智能体系统一致性问题控制器与拓扑协同优化设计. *控制理论与应用*, 2019, 36(5): 720 - 727.)

- [2] VICSEK T, CZIROK A, BEN-JACOB E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226.
- [3] XIONG Kunpeng, LU Junguo. Consistency analysis of multi-agent system with dynamic leader node. *Microcomputer Applications*, 2011, 27(6): 25 – 28.
(熊坤鹏, 卢俊国. 具有动态领导节点的多智能体系统一致性分析. 微型电脑应用, 2011, 27(6): 25 – 28.)
- [4] HUANG Q Z. Consensus analysis of multi-agent discrete-time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(7): 1127 – 1133.
- [5] WEI Yu, FAN Hongda, DAN Shan. Research on consistency of multi-agent discrete time system. *Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University*, 2012, 27(2): 176 – 180.
(魏宇, 范洪达, 单珊. 多智能体离散时间系统一致性研究. 海军航空工程学院学报, 2012, 27(2): 176 – 180.)
- [6] WU Yiming, DING Jiajun, HE Xiongxiang, et al. Secure consensus control for multi-agent systems under communication delay. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(8): 1039 – 1045.
(伍益明, 丁佳骏, 何熊熊, 等. 通信时延下多智能体系统的安全一致性控制. 控制理论与应用, 2016, 33(8): 1039 – 1045.)
- [7] MO Lipo, PAN Tingting. Mean-square bounded consensus of discrete-time multi-agent systems with external disturbance. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(3): 361 – 367.
(莫立坡, 潘婷婷. 受外界干扰的离散多智能体系统的均方有界一致性. 控制理论与应用, 2016, 33(3): 361 – 367.)
- [8] REN W, BEARD R W, ATKINS E M. A survey of consensus problems in multi-agent coordination. *Proceedings of the 2005 American Control Conference*, Portland, OR, USA: IEEE, 2005: 1859 – 1864.
- [9] CHEN Shimin, SHAO Sai. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(10): 1606 – 1614.
(陈世民, 邵塞. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性. 控制理论与应用, 2019, 36(10): 1606 – 1614.)
- [10] HOU Jian, ZHENG Ronghao. Distributed multi-agent consensus via a novel randomized group partition approach. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(4): 517 – 522.
(侯健, 郑荣濠. 随机分组策略下的分布式多智能体一致性. 控制理论与应用, 2018, 35(4): 517 – 522.)
- [11] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 215 – 233.
- [12] LI J N, REN W. Finite-horizon H_∞ fault-tolerant constrained consensus for multi-agent systems with communication delays. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, DOI: 10.1109/TCYB.2019.2954714.
- [13] JIANG J, YU X. Fault-tolerant control systems: A comparative study between active and passive approaches. *Annual Reviews in Control*, 2012, 36(1): 60 – 72.
- [14] LI J N, XU Y F, GU K Y, et al. Mixed passive / H_∞ hybrid control for delayed Markovian jump system with actuator constraints and fault alarm. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(18): 6016 – 6037.
- [15] LI J N, LI L. Reliable control for bilateral teleoperation systems with actuator faults using fuzzy disturbance observer. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(3): 446 – 455.
- [16] LI J N, BAO W D, LI S, et al. Exponential synchronization of discrete-time mixed delay neural networks with actuator constraints and stochastic missing data. *Neurocomputing*, 2016, 207(26): 700 – 707.
- [17] LI J N, XU Y F, BAO W D, et al. Finite-time non-fragile state estimation for discrete neural networks with sensor failures, time-varying delays and randomly occurring sensor nonlinearity. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(3): 1566 – 1589.
- [18] LI J N, LI Z J, XU Y F, et al. Event-triggered non-fragile state estimation for discrete nonlinear Markov jump neural networks with sensor failures. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17(5): 1131 – 1140.
- [19] CHEN S, HO D W C, LI L, et al. Fault-tolerant consensus of multi-agent system with distributed adaptive protocol. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 45(10): 2142 – 2155.
- [20] YE D, ZHAO X, CAO B. Distributed adaptive fault-tolerant consensus tracking of multi-agent systems against time-varying actuator faults. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(5): 554 – 563.
- [21] GUESSOUM Z, BRIOT J P, CHARPENTIER S, et al. A fault-tolerant multi-agent framework. *Proceedings of the First International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*. 2002: 672 – 673.
- [22] CHEN Gang, LIN Qing. Observer-based consensus control and fault detection for multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(5): 584 – 591.
(陈刚, 林青. 基于观测器的多智能体系统一致性控制与故障检测. 控制理论与应用, 2014, 31(5): 584 – 591.)
- [23] LIU Cong, QIAN Kun, LI Yinghui, et al. The integrated tracking fault tolerant controller design under actuator saturation with linear matrix inequality algorithm. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(1): 81 – 88.
(刘聪, 钱坤, 李颖晖, 等. 一体化执行器饱和和线性矩阵不等式跟踪容错控制器设计. 控制理论与应用, 2019, 36(1): 81 – 88.)
- [24] WU J, SHI Y. Consensus in multi-agent systems with random delays governed by a Markov chain. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(10): 863 – 870.
- [25] MESKIN N, KHORASANI K. Fault detection and isolation of discrete-time Markovian jump linear systems with application to a network of multi-agent systems having imperfect communication channels. *Automatica*, 2009, 45(9): 2032 – 2040.
- [26] PARK M J, KWON O M, PARK J H, et al. Randomly changing leader-following consensus control for Markovian switching multi-agent systems with interval time-varying delays. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2014, 12: 117 – 131.
- [27] ZHANG Weihai, LI Heming. Finite-time control of stochastic Markovian jump systems. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(3): 65 – 71.
(张维海, 刘鹤鸣. 随机马尔科夫跳跃系统有限时间控制. 控制理论与应用, 2015, 32(3): 65 – 71.)
- [28] YU Li. *Robust Control: Linear Matrix Inequality Processing*. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
(俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法. 北京: 清华大学出版社, 2002.)
- [29] SHI P, ZHANG Y, CHADLI M, et al. Mixed H_∞ and passive filtering for discrete fuzzy neural networks with stochastic jumps and time delays. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 27(4): 903 – 909.

作者简介:

柯彦冰 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体系统的容错一致性, E-mail: keyanbing1018@163.com;

顾凯扬 硕士研究生, 目前研究方向为异步马尔可夫系统的自适应容错控制问题, E-mail: gukaiyang@outlook.com;

徐宇飞 硕士研究生, 目前研究方向为Markovian跳变系统容错控制, E-mail: xuyufei1027@qq.com;

李建宁 副教授, 目前研究方向为容错控制、多智能体系统等, E-mail: ljn@hdu.edu.cn.