关于新型冠状病毒肺炎一类基于CCDC统计数据的 随机时滞动力学模型

邵 年¹, 陈 瑜², 程 晋^{1,3}, 陈文斌^{1,3†}

(1. 复旦大学 数学科学学院, 上海 200433; 2. 上海财经大学 数学学院, 上海 200433;

3. 复旦大学 上海市现代应用数学重点实验室, 上海 200433)

摘要:科学地预测新型冠状病毒肺炎疫情发展趋势对疫情防控至关重要.本文对中国疾病预防控制中心 (CCDC)发布^[1]的数据进行了分析,给出了关于新型冠状病毒肺炎的一些可能的统计模型:传播链中连续病例的发 病时间间隔分布、感染至发病的时间间隔分布和发病至住院的间隔时间3个分布,并形成了感染至确诊的时间间隔 分布表达.结合CCDC统计数据和程晋团队的时滞动力学模型(TDD-NCP模型),本文发展了新的随机时滞动力学模 型(Fudan-CCDC模型),并给出了参数反演结果与疫情分析.

关键词: 新型冠状病毒肺炎; 时滞动力学模型; 随机时滞动力学模型; 疫情预测

引用格式: 邵年, 陈瑜, 程晋, 等. 关于新型冠状病毒肺炎一类基于CCDC统计数据的随机时滞动力学模型. 控制 理论与应用, 2020, 37(4): 697 – 704

DOI: 10.7641/CTA.2020.00069

Some novel statistical time delay dynamic model by statistics data from CCDC on novel coronavirus pneumonia

SHAO Nian¹, CHEN Yu², CHENG Jin^{1,3}, CHEN Wen-bin^{1,3†}

(1. School of Mathematical Science, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. School of Mathematics, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China

3. Shanghai Key Laboratory for Contemporary Applied Mathematics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Scientific prediction of the development trend of the novel coronavirus pneumonia epidemic is very important for epidemic prevention and control. This paper analyzes the data released by the Centers for Disease Control and Prevention (CCDC) and provides several statistical models of novel coronavirus pneumonia including the explicit probability distributions on: the time interval between infection and illness onset; the interval between two illness onsets in successive cases in a transmission chain; the time from illness onset to hospitalization. As a result, the distribution of time delay from infection to hospitalization can be formulated. Combining the time-delay model (TDD–NCP) proposed by Jin Cheng's group with the statistical data from CCDC, we propose a statistical time-delay model (Fudan–CCDC) and present some numerical results on parameter identification and outbreak predictions.

Key words: novel coronavirus pneumonia; time delay dynamic model; statistical time delay dynamic model; outbreak prediction

Citation: SHAO Nian, CHEN Yu, CHENG Jin, et al. Some novel statistical time delay dynamic model by statistics data from CCDC on novel coronavirus pneumonia. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 697 – 704

1 背景介绍

2019年武汉发生的新型冠状病毒肺炎 (novel coronavirus pneumonia, NCP)疫情牵动了亿万中华儿 女的心, 1 月 30 日一篇发表在著名医学期刊《新英格 兰医学期刊》 (The New England Journal of Medicine)

上的论文《新型冠状病毒感染的肺炎在中国武汉的早期传播动力学》^[1]引发了强烈的反响和争议,也引起了人们的关注.现在回顾一下医学界几篇重要的研究报告:

·1月24日《柳叶刀》刊登的《武汉市2019年新型

本文责任编委:赵千川.

收稿日期: 2020-02-12; 录用日期: 2020-04-03.

[†]通信作者. E-mail: wbchen@fudan.edu.cn; Tel.: +86 21-55665142.

国家自然科学基金项目(11671098,91630309,11971121),高等学校学科创新引智计划项目(B08018)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11671098, 91630309, 11971121) and the Higher Education Discipline Innovation Project (B08018).

冠状病毒感染患者的临床特征》^[2], 是本次新冠肺炎 疫情期间最早披露的临床特征数据. 研究将疫情早 期(截至1月2日)首批患病的41名患者作为研究对象, 将发病症状与死亡率量化并与其它传染病对比.《科 学》(Science)杂志随后(1月26日)刊文认为, 华南海鲜 市场或许并非新冠病毒的唯一发源地.

·1月29日同样在《柳叶刀》上发表的论文《武汉 市2019例新型冠状病毒性肺炎99例流行病学和临床 特征》^[3]将临床病例拓展至99例(截至1月20日,样本 选自武汉金银潭医院).

•1月30日由《新英格兰医学期刊》刊登的《新型 冠状病毒感染的肺炎在中国武汉的早期传播动力 学》^[1],披露了迄今为止最完整的临床诊治数据,共计 425份确诊病例(确诊时间截至1月22日).相比此前两 份研究,这篇论文最重要的结论在于:2019年12月中 旬以来,新冠病毒已开始人际传播.同时他们测算认 为,现有患者平均将病毒传给了另外2.2人,估计平均 潜伏期为5.2天.

钟南山先生的团队2月6日在Medrxiv公开共享平台上传了一篇论文《中国2019年新型冠状病毒感染的临床特征》(Clinical characteristics of 2019 novel coronavirus infection in China)^[4],论文通过对截至1月 29日的1099例确诊患者数据的进行回顾性研究,发现 新冠病毒潜伏期中位数缩短为3天,但最长可达24天, 致死率相对较低.

复旦大学和上海财经大学程晋团队在分析传染病 传播的数学模型如SIR模型^[5-7]、SEIR模型^[6]和SEI-JR模型^[8]等模型的基础上,考虑了潜伏期对于传播的 时间滞后效应和数据滞后效应,建立了一种新的时滞 动力学模型(time delay dynamic model for novel coronavirus pneumonia, TDD-NCP)^[9-12]. 西安交通大学 马知恩等[6]的著作《传染病动力学的数学建模与研 究》第2章中提出了对淋病和肺结核等疾病的带有时 滞的数学建模.但是在研究SARS时,参考CCDC中心 曾光等专家的工作(中国疾病预防控制中心流行病学 首席科学家曾光在他主持的"传染性非典型肺炎传播 链分析"科研项目中给出了SARS传播五大特点,指 出"未发现潜伏期非典病人具有传染性"),认为潜伏 期是否有传染性难以确定(见文献[6]第97页),所以不 考虑潜伏期的传染. 而程晋团队提出的TDD-NCP模 型明确地考虑了潜伏期的传染,通过应用公开数据进 行拟合计算与反演,发现新的模型对实际数据的预测 是比较理想.

中国疾控中心等单位对新型冠状病毒肺炎的研究 成果^[1]中已经有了一些统计数据,特别是给出了传播 链中连续病例的发病时间间隔、感染至发病的时间间 隔、发病至住院的间隔时间等图像.CCDC的这些数 据对于传染病的动力学研究是很有价值的,可以看作

是一种新型冠状病毒肺炎的随机动力学模型(类似 于 SARS 研究中的工作^[13]). 而在 TDD-NCP 模型中, 核函数的选择是不确定的.本文尝试把中国疾控中心 得到的一些经验分布和随机动力行为数据[1]融入到 TDD-NCP模型中,建立有医学数据支持的TDD-NCP 模型,本文把这一类模型称为Fudan-CCDC模型.下 面在第2节介绍了TDD-NCP模型和其缩减表示形式 TDD-NCP-r模型. 在第3节本文对文献[1]的数据进 行了处理,得到了关于新型冠状病毒肺炎(NCP)的一 些模型:传播链中连续病例的发病时间间隔分布、感 染至发病的时间间隔分布和发病至住院的间隔时间3 个分布的具体表达式和可能的候选,并形成了感染至 确诊的时间间隔分布.在第4节结合CCDC统计数据和 TDD-NCP模型,本文发展了一系列的随机时滞动力 学模型(Fudan-CCDC模型), 然后再第5节给出了参数 反演与疫情分析,最后在结论部分做了一些讨论.

2 武汉新型冠状病毒时滞动力学模型

在通常的传染病模型中,通常将人群分为易感染 者S、潜伏者E、传染者I、确诊者J与康复者R,通过 人员之间的转换关系,从而可以建立起所谓的仓室模 型(SIR和SEIR模型等)^[6],虽然现在已经有丰富的传 染病模型,并且有许多的深入的数学分析,但是在实 际操作与应用中,模型的建立和变量的选择仍然是一 个有挑战性的问题.在文献[9–10]中,在复旦大学丁光 宏团队关于SARS传播机制研究^[8]的基础上,程晋团 队对武汉新型冠状病毒(2019–nCoV,现统称为NCP) 引入了一类新的时滞动力学模型(TDD–NCP),这个模 型研究感染者、确诊者和隔离者之间的关系.下面先 简单介绍一下这个模型,这里约定记号如下:

・*I*(*t*): *t*时刻感染者的累计总数;

J(t): t时刻确诊者的累计总数;

・*G*(*t*): *t*时刻已感染且未确诊, 但已经隔离的人 群的实时总数.

考虑到潜伏期的影响,在TDD-NCP模型中做了如下假设:

 感染者在出现明显症状前会经历τ₁天的潜伏 期,一旦出现症状,感染者将寻求治疗,从而转为确诊 病例;

 由于政府干预控制措施,某些感染者在潜伏期 内尚未出现症状时已被隔离,在被隔离了平均τ₁/天后 出现症状成为确诊病例,隔离不影响发病时间.

由此,可以得到如下时滞动力学模型(TDD-NCP model)^[11]:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \beta(I(t) - J(t) - G(t)),\tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}t} = \gamma \int_0^t h_1(t-\tau_1, t')\beta(I(t') - J(t') - G(t'))\mathrm{d}t',$$
(2)

第4期

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = \ell(I(t) - J(t) - G(t)) - \ell \int_0^t h_2(t - \tau_1', t') \cdot (I(t') - J(t') - G(t')) \mathrm{d}t'.$$
(3)

如果进一步考虑R(t): t时刻康复者的累计总数, 假设确诊者在 τ_2 天后结束治疗, 有 κ 的比例被治愈, $1 - \kappa$ 的比例死亡. 可以考虑如下的关系:

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \kappa \int_0^t h_3(t - \tau_1 - \tau_2, t') \beta(I(t') - J(t') - G(t')) \mathrm{d}t'.$$
(4)

下面对这个模型的动机稍做解释:

 β定义为传染率,代表每个传染者在单位时间 内平均传染人数.本文假设确诊者与隔离者均无传染 性,因此,在时刻t能引起进一步传染的人数是I(t)-J(t) - G(t);

2) 系数 γ 是致病率参数.累计确诊人数J(t)均来 自于潜伏期 τ_1 天内的感染人数;

3) 隔离者人数G(t)的变化由以下两个因素决定:

具有传染性的人群因政府防控措施而被隔离,
 其中隔离率为ℓ.

・隔离者在隔离了*τ*₁ 天后被确诊入院. 时滞项表示隔离人群受到的历史数据影响.

在政府每日公布的疫情数据中,可以得到累计确 诊人数*J*(*t*)和累计治愈人数*R*(*t*)的信息.

4) $h_i(\hat{t}, t')(i = 1, 2, 3)$ 是延迟天数的概率分布, 满足归一化条件:

$$\int_{0}^{t} h_{i}(\hat{t}, t') dt' = 1, \ t' \in (0, t), \ i = 1, 2, 3,$$

这个模型在实际的反演过程中,产生了不同的版本^[9-11],这里本文主要参考文献[11]的版本.

2.1 TDD-NCP-r模型

如果进一步对TDD-NCP模型进行分析,发现实际 上这个模型可以进一步简化:引入变量

$$I_0(t) = I(t) - J(t) - G(t).$$
 (5)

那么可以用1个方程来描述I₀:

$$\frac{\mathrm{d}I_{0}(t)}{\mathrm{d}t} = \beta I_{0}(t) - \gamma_{\beta} \int_{0}^{t} h_{1}(t - \tau_{1}, t') I_{0}(t') \mathrm{d}t' - \ell(I_{0}(t) - \int_{0}^{t} h_{2}(t - \tau_{1}', t') I_{0}(t') \mathrm{d}t'),$$
(6)

这里 $\gamma_{\beta} = \gamma * \beta$. 一旦 I_0 确定,可以进一步求解J, G和R. 这个模型本文称为 TDD–NCP–r 模型. 特别地, 如果这里的延迟核函数取为某种 δ 函数,可以得到如 下的离散d–TDD–NCP–r模型:

$$I_0(t+1) = (1+\beta-\ell)I_0(t) - \gamma_\beta I_0(t-\tau_1) + \ell I_0(t-\tau_1'),$$
(7)

$$J(t+1) = J(t) + \gamma I_0(t-\tau_1),$$
(8)

 $G(t+1) = G(t) + \ell (I_0(t) - I_0(t - \tau_1')), \quad (9)$

这里的₇₁和₇₁可以与TDD-NCP-r模型不同,通常可 考虑传染病随机模型的最大似然估计得到的时刻.这 个模型可以以天为单位,利用公布的数据来反演参数.

3 CCDC的随机动力学模型

在中国疾病预防控制中心(以下简称CCDC)的论 文[1]中,研究人员对数据进行了一些统计分析,得到 了一种随机动力学模型[13]. 他们的论文中提到, 检查 了10 例确诊病例的暴露数据,估计平均潜伏期为5.2 天(95%置信区间、[4.1~7.0])、绝大部分在12.5天以下、 截至2020年1月4日的流行曲线,流行增长率为每天 0.10, 病例倍增时间为7.4天, 估计基本传染数R₀为2.2 (95%置信区间, [1.4~3.9]), 平均一个病人能传染2.2 个人. 据估计, 1月1日前发病的45名患者从发病到首 次就诊时间按平均为5.8天,1月1日至11日发病的207 名患者平均为4.6天.44例在1月1日前发病的患者,发 病到入院的平均时间为12.5天,1月1日到11日发病的 189例患者的平均时间为9.1天. CCDC在文献 [1]的图 2中给出了这些数据的图形.研究人员认为从2019年 12月中旬以来,人与人之间的传播主要在密切接触者 中发生,并在随后的一个月逐步向外传播.

由于笔者没有一手的数据资料,从这个图的图像 中抽取数据,并进行了分析和拟合,通过 MATLAB 的拟合工具得到有关新型冠状病毒的从感染至发病 的时间间隔、传播链中连续病例的发病时间间隔和发 病至住院的间隔时间的分布信息如下:

•传播链中连续病例的发病时间间隔:传播链中 连续病例的发病时间间隔分布 f₁(t)为参数为(n,b)

 $=(5,\frac{2}{3})$ 的Gamma分布, 见图1(a).

・感染至发病的时间间隔:感染至发病的时间间 隔分布 $f_2(t)$ 为参数为(μ, σ^2) = (1.417, 0.4525)的对 数正态分布, 见图1(b).

• 发病至住院的间隔时间: 发病至住院的间隔时间分布 $f_3(t)$ 为参数为 (λ, k) = (179.9, 2.641) 的 Weibull分布, 见图1(c).

事实上,如果把从感染到确诊分成感染到发病和 发病到确诊,则可得到如下感染到确诊时间分布.

・感染至确诊的时间间隔:感染至确诊(或住院) 的时间间隔分布由两个参数为(μ,σ²) = {(10.87, 14.46), (15.97, 23.42)}的正态分布组合而成,也可以 用一个正态分布去拟合.

笔者也注意到钟南山团队^[4]通过对截至1月29日 的1099例确诊患者数据的回顾性研究,发现新冠病毒 中位数潜伏期缩短为3天,但最长可达24天.由于本文 可以采样得到CCDC的数据,所以基本上以CCDC的 数据为参考模型.因此本文建议用如下的随机动力学

模型建模.



・ 传播链中连续病例的发病时间间隔: 待定形状 参数和逆尺度参数的Gamma分布;

・感染至发病的时间间隔:待定期望和方差的对 数正态分布;

•发病至住院的间隔时间:待定比例和形状参数 的Weibull分布; · 感染至确诊的时间间隔: 待定期望和方差的正态分布或多个正态分布的线性组合.

这些参数的估计可以通过一些实际病例得到. 在 实际模拟中本文采用CCDC的数据得到的表达式.

4 Fudan-CCDC模型的建立

在本节中,笔者结合TDD-NCP模型和中国疾控中 心的随机动力学模型,提出了下面两种随机动力学模 型:

・ 假设治病率参数 $\gamma = 1$,也就是这里不引入治病 率参数.

・将从感染到确诊分成两个过程:从感染到发病、从发病到确诊.

在下述模型中,仍然定义 $I_0(t) = I(t) - J(t) - G(t)$.

假设在t时刻, 被感染的人数是 $\beta I_0(t)$, 考虑感染 到发病的时间间隔分布 $f_2(t)$, 那么在t时刻发病的人 数是 $f_2(t)$ 与 $\beta I_0(t)$ 的卷积(没有隔离), 然后再考虑发 病到住院的时间间隔分布 $f_3(t)$, 那么从感染到住院的 人数为

$$\beta f_2(t) * f_3(t) * I_0(t) = \beta \int_{-\infty}^t f_3(t-s) \int_{-\infty}^s f_2(s-u) I_0(u) du ds, \quad (10)$$

这里 "*" 表示卷积. 也可以直接用感染到住院的时间间隔分布 $f_4(t)$ 来表示:

$$\beta f_4(t) * I_0(t) = \beta \int_{-\infty}^t f_4(t-s) I_0(s) \mathrm{d}s.$$
 (11)

对于隔离人数的分析可以类似进行.同时对隔离发生的时刻做假设得到了如下两个模型:Fudan-CCDC-1模型和Fudan-CCDC-2模型.

4.1 Fudan-CCDC-1模型(隔离发生在患者被感 染的时刻)

将感染至住院的间隔时间分布*f*₄代入TDD-NCP 模型,并假设

·所有感染者具有相同的传染能力;

· 隔离发生在患者被感染的时刻.

有如下Fudan-CCDC-1模型(隔离发生在患者被 感染的时刻):

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \beta I_0(t),\tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}t} = \beta \int_{-\infty}^{t} f_4(t-s) I_0(s) \mathrm{d}s, \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = \ell I_0(t) - \ell \int_{-\infty}^t f_4(t-s) I_0(s) \mathrm{d}s.$$
(14)

类似地,可以引入如下的离散模型:

$$I(t+1) = I(t) + \beta I_0(t),$$
(15)

$$J(t+1) = J(t) + \beta \sum_{s \leqslant t} f_4(t-s) I_0(s),$$
 (16)

第4期

$$G(t+1) = G(t) + \ell I_0(t) - \ell \sum_{s \leq t} f_4(t-s) I_0(s).$$
(17)

下面对这个模型做简单的解释:

·第2个方程表示s时刻感染的人在t时刻被隔离.

 ・第3个方程表示隔离者会因为不断有人被隔离 而增多,而隔离者被确诊也会导致隔离者减少.

4.2 Fudan-CCDC-2模型(隔离发生在患者发病时)

与模型1类似,模型2仍然假设所有感染者具有相同的传染能力,但此时假设隔离发生在患者发病时, 有如下Fudan-CCDC-2模型:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \beta I_0(t),\tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}t} = \beta \int_{-\infty}^{t} f_4(t-s) I_0(s) \mathrm{d}s, \qquad (19)$$

$$\frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = \ell \int_{-\infty}^{t} f_2(t-s)I_0(s)\mathrm{d}s - \\ \ell \int_{-\infty}^{t} f_4(t-s)I_0(s)\mathrm{d}s.$$
(20)

类似地,可以引入如下的离散模型:

$$I(t+1) = I(t) + \beta I_0(t),$$
(21)

$$J(t+1) = J(t) + \beta \sum_{s \le t} f_4(t-s) I_0(s), \qquad (22)$$

$$G(t+1) = G(t) + \ell \sum_{s \leq t} f_2(t-s)I_0(s) - \ell \sum_{s \leq t} f_4(t-s)I_0(s).$$
(23)

最后一个方程通过*f*₂描述了患者从被感染到发病的 过程.需要注意的是,在实际推演过程中,由于变量的 实际含义,往往还要加上非负性等限制条件,这些条 件在此处忽略.

5 参数反演与数值模拟

在本节中,本文对Fudan-CCDC-1模型和Fudan-CCDC-2模型进行参数反演和数值求解,首先增加如



(a) Fudan-CCDC1模型: 全国(除湖北地区)

下假设条件:

1) 设置初始感染人数 $I_0 = 4$ (在文献[1]中最早发现的新型病原体数目是4),隔离与确诊人数均为0,时间为 t_0 .

2) 在初始阶段隔离率 ℓ_1 , 在 t_d 日起, 政府开始采取 隔离措施, 从此日起隔离率为 ℓ_2 .

3) 人口不发生迁移,即没有人口的流入流出.

参照万得宏观经济数据库上每日公开的累计确诊 数据(在仿真图中用圆圈表示),数值求解如下优化问 题:

$$\min \|J(\beta, \ell_1, \ell_2, t_0, t_d) - J_{\text{x}_{\text{K}}}\|,$$

可得参数反演结果,然后反演的参数可以用来做后期 的预测和估计.这个参数的反演结果在实际应用中还 要进行非常仔细的前期数据清洗和后期的敏感性分 析,才能使得使得最终的反演结果尽可能合理的.特 别是在笔者递交第1版本的第2天,在2月12日湖北尤 其是武汉更改了确诊病例核算方法,因此前后公布的 数据有较大差异.这里对前后两组数据进行反演和分 析.

在下面报告的结果中,本文选择了两组数据:一组 是1月16日至2月10日,另外一组是1月16日至2月16 日(跨过数据跳跃点2月12日),公布的累计确诊数据在 仿真图中用圆圈表示.

下面对计算结果做一些初步的分析,模拟的结果 见图2和图3.

1) 从对数据的拟合与预测来看,两个模型基本接近;

2) 从图2-3可以发现,累计感染人数的变化,模型2相对比较平滑;

3) 从图2--3可以发现,对于数据发生大幅跳动的 武汉情况,模型2偏离原来公布的不准确的数据更远.

下面再对反演参数结果做些说明,数据见表1.



(b) Fudan-CCDC1模型: 全国(除湖北地区)



图 2 Fudan-CCDC1模型预测图 Fig. 2 Fudan-CCDC1 model forecast



(a) Fudan-CCDC2模型: 全国(除湖北地区)







(e) Fudan-CCDC2模型: 武汉地区



图 3 Fudan-CCDC2模型预测图

Fig. 3	Fudan-CCDC2 model forecast

Table 1 Values of the parameters of the Fudan–CCDC model										
		β	ℓ_1	ℓ_2	t_0	t_ℓ	$t_\ell - t_0$	$I(t_0)$		
模型1	全国(除湖北)	0.3111	0.0149	1.9208	Dec.22	Jan.22	31	4		
	湖北(除武汉)	0.3230	0.0063	1.7387	Dec.24	Jan.23	30	4		
	武汉	0.3158	0	1.8291	Dec.25	Jan.26	32	4		
	全国(除湖北)	0.3297	0.0265	0.6208	Dec.25	Jan.16	24	4		
模型2	湖北(除武汉)	0.3379	0	0.7778	Dec.27	Jan.19	25	4		
	武汉	0.3662	0.1173	0.5961	Dec.28	Jan.19	25	4		
		β	ℓ_1	ℓ_2	t_0	t_ℓ	$t_{\ell} - t_0$	$I(t_0)$		
模型1	全国(除湖北)	0.3497	0.0845	2	Dec.20	Jan.23	34	4		
	湖北(除武汉)	0.3282	0.0647	2.0002	Dec.20	Jan.25	36	4		
	武汉	0.3181	0.0566	1.9290	Dec.19	Jan.29	41	4		
模型2	全国(除湖北)	0.3022	0.1021	0.6124	Dec.19	Jan.18	30	4		
	湖北(除武汉)	0.3013	0.1023	0.5065	Dec.19	Jan.18	30	4		
	武汉	0.3275	0.1649	0.4923	Dec.18	Jan.18	31	4		

	表 1 Fudan-CCDC模型参数反演结果
Table 1	Values of the parameters of the Fudan-CCDC model

* 上半部分基于1月16日至2月10日的累计确诊数据,下半部分基于1月16日至2月16日的累计确诊数据.

 对感染的增长率β来看,模型1反演得到的武 汉的数据比湖北和全国要小或者接近,这个结果与实际情况不相符,现在普遍的观点是武汉的增长率应该 大于湖北和全国的增长率;而模型2正好体现了这一 点;

2) 从隔离率ℓ₁和ℓ₂来看,模型2也更合理,特别是 武汉的ℓ₂小于湖北的,湖北的ℓ₂小于全国的,这个次序 关系在表中非常清晰;这说明一旦数据比较准确,模 型2就能非常准确地来反应真实情况,并给出可靠预 测,这一点在亚洲其他各国数据拟合和预测中也体现 的非常明显.

基于上述的一些观察和其他大量实例的分析,最 终本文把模型2称为Fudan-CCDC模型,并用于其他 国家的预测.这里也要指出的是,这个模型还在发展 之中,而且有关的数学的分析和算法的研究也会陆续 进行.

6 结论

在本文, 笔者利用CCDC公布的一些统计信息和 分布,发展了一套随机时滞动力学模型,这个想法可 能对于促进中国传染病模型的研究是有一定意义的: 如何充分利用现有的数据来发展模型,进而有意识地 去采集一些特定的数据来进行模型预测,这对于实际 操作和政府决策是非常重要的. 在研究过程中, 上网 和资料的查询也非常不方便,许多的文献都没有涉及 到,这里需要抱歉.新型冠状病毒肺炎有关的模型和 仿真研究还在继续发展和研究中,即使是如何来命名 新型冠状病毒肺炎,也没有统一,早期模型本文采用 中国自己的命名NCP(在论文成文时, 2020年1月12日 世界卫生组织命名为COVID-19),现在把这个新的模 型统称为Fudan-CCDC模型. 这次新型冠状病毒肺炎 对于数学界也提出了一些新问题和新的思路,也有不 少的工作.在本文成文过程中,通过1月10日数学会的 公众号知道:陕西师范大学唐三一教授联合陕西师范 大学生物数学团队、西安交通大学生物数学团队以及 加拿大吴建宏教授团队、北京建筑大学崔景安教授团 队、北师范大学范猛教授团队、北京大学公共卫生学 院生物统计系主任周晓华教授都对新型冠状病毒肺 炎有了一些成果,笔者感觉由衷得高兴,希望传染病 模型不只是数学建模中的一个常规问题,而是成为对 付传染病的一个有力的工具.

致谢

这里衷心感谢复旦大学数学科学学院和汤善健教 授的支持,也感谢团队各个成员提供的无私的帮助, 特别是江渝副教授、严阅博士和许伯熹博士以及复旦 大学陆帅教授提供的帮助,感谢Math-works公司提供 的帮助,特别是曹新康先生,感谢万得开放数据,也非 常感谢家人对本文工作的理解和支持.本文写作过程 中也参考了许多的媒体报道和资料,这里不一一感谢. 陈文斌感谢上海财经大学计算科学与金融数据研究

中心提供的帮助.

参考文献:

- LI Q, GUAN X, WU P, et al. Early transmission dynamics in Wuhan, China, of novel coronavirus-infected pneumonia. *The New England Journal of Medicine*, 2020, DOI: 10.1056/NEJMoa2001316.
- [2] HUANG C, WANG Y, LI X, et al. Clinical features of patients with 2019 novel coronavirus in Wuhan, China. *Lancet*, 2020, DOI: 10.1016/S0140–6736(20)30183–5.
- [3] CHEN N, ZHOU M, DONG X, et al. Epidemiological and clinical characteristics of 99 cases of 2019 novel coronavirus pneumonia in Wuhan, China: a descriptive study. *Lancet*, 2020, DOI: 10.1016/S0140–6736(20)30211–7.
- [4] GUAN W, NI Z, HU Y, et al. Clinical characteristics of 2019 novel coronavirus infection in China. *The New England Journal of Medicine*, 2020, DOI: 10.1056/NEJMoa2002032.
- [5] CANTÓ B, COLL C, SÁNCHEZ E. Estimation of parameters in a structured SIR model. Advances in Differences Equations, 2017, 33, https://link.springer.com/article/10.1186/s13662–017–1078–5.
- [6] MA Zhien, ZHOU Yicang, WANG Wendi, et al. Mathematical Modeling and Research on the Dynamics of Infectious Diseases. Beijing: Science Press, 2004.
 (马知恩, 周义仓, 王稳地, 等. 传染病动力学的数学建模与研究. 北京: 科学出版社, 2004.)
- [7] MA Z, LI J. Dynamical modeling and analysis of epidemics. World Scientific, 2009, DOI: 10.1142/P6799.
- [8] LIU Chang, DING Guanghong, GONG Jianqiu, et al. Mathematical modeling on the prediction and warning of SARS. *Chinese Science Bulletin*. 2004, 49(21): 2245 2251.
 (刘畅, 丁光宏, 龚剑秋, 等. SARS爆发预测和预警的数学模型研究. 科学通报, 2004, 49(21): 2245 2251.)
- [9] YAN Yue, CHEN Yu, LIU Keji, et al. Modeling and prediction for the trend of outbreak of NCP based on a time-delay dynamic system. *Scientia Sinica Mathematica*, 2020, 50(3): 1-8.
 (严阅, 陈瑜, 刘可伋, 等. 基于一类时滞动力学系统对新型冠状病毒 肺炎疫情的建模和预测. 中国科学: 数学, 2020, 50(3): 1-8.)
- [10] CHEN Y, CHENG J, JIANG Y, et al. A time delay dynamical model for outbreak of 2019–nCov and the parameter identification. *Journal* of Inverse and Ill-posed Problems, 2020, DOI: 10.1515/jiip–2020– 0010.
- [11] JIANG Yu, LIU Keji, CHEN Yu, et al. Analysis and Prediction for the Transmission of 2019–nCov Based on a Time-delay Dynamic System. Shanghai: Shanghai Key Laboratory of Contemporary Applied Mathematics, 2020. (江渝, 刘可伋, 陈瑜, 等. 基于时滞动力学系统新冠肺炎传播模型的

若干预测分析.上海:上海市现代应用数学实验室,2020.)

- [12] CHEN Y, CHENG J, JIANG Y, et al. A time delay dynamic system with external source for the local outbreak of 2019–nCoV. *Applicable Analysis*, 2020, DOI: 10.1080/00036811.2020.1732357.
- [13] SHI Y. Stochastic dynamic model of SARS spreading. *Chinese Science Bulletin*, 2003, 48(13): 1287 1292.
 (石耀霖. SARS 传染扩散的动力学随机模型.科学通报, 2003, 48(13): 1287 1292.)

作者简介:

邵 年本科生,目前研究方向为计算数学,E-mail: 16307130 024@fudan.edu.cn;

陈 瑜 讲师,目前研究方向为数学物理反问题,E-mail: yuchen @sufe.edu.cn;

程 晋 教授,目前研究方向为数学物理反问题, E-mail: jcheng @fudan.edu.cn;

陈文斌 教授,目前研究方向为偏微分方程数值解, E-mail: wb chen@fudan.edu.cn.