

双重积分器的二阶线性自抗扰控制： 快速无超调阶跃响应

金辉宇[†], 兰维瑶

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361102)

摘要: 双重积分器不易控制, PD和PID控制都难以实现其快速无超调阶跃响应. 本文发现单参数二阶线性自抗扰控制能实现双重积分器的快速无超调阶跃响应. 同时能任意配置回路传递函数的增益穿越频率, 而保持相位裕度恒为 31.9° . 这是线性自抗扰控制优于PD和PID控制的一个例子. 分析和算例还表明, 在抗低频外扰和高频内扰方面, 二阶线性自抗扰控制优于PD和PID控制.

关键词: 双重积分器; 自抗扰控制; 阶跃响应; 无超调; 相位裕度; 低频外扰; 高频内扰

引用格式: 金辉宇, 兰维瑶. 双重积分器的二阶线性自抗扰控制: 快速无超调阶跃响应. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1486 – 1492

DOI: 10.7641/CTA.2021.00303

Second-order linear active disturbance rejection control for the double integrator: fast and nonovershooting step response

JIN Hui-yu[†], LAN Wei-yao

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen Fujian 361102, China)

Abstract: The double integrator is not easy to control. With PD or PID control, it is difficult to get a fast nonovershooting step response. This paper finds that single parameter second-order linear active disturbance rejection control (LADRC) can obtain fast nonovershooting step responses for the double integrator. Furthermore, it can assign the gain crossover frequency arbitrarily, while the phase margin is always 31.9° . This is an example that LADRC is superior to PD and PID control. Analysis and examples illustrate that second-order LADRC is better than PD and PID control in rejecting low-frequency external disturbance and high-frequency internal disturbance.

Key words: double integrator; linear active disturbance rejection control; step response; nonovershooting; phase margin; low-frequency external disturbance; high-frequency internal disturbance

Citation: JIN Huiyu, LAN Weiyao. Second-order linear active disturbance rejection control for the double integrator: fast and nonovershooting step response. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1486 – 1492

1 引言

双重积分器是一类重要的被控对象. 它可以描述航天器的单轴转动^[1–2], 也常在多智能体控制的研究中作为动力学模型^[3–5]. 双重积分器不易控制, 比例–微分 (proportional-derivative, PD) 和比例–积分–微分 (proportional-integral-derivative, PID) 控制都难以实现其快速无超调阶跃响应^[6]. 因此, 双重积分器常被用于不同控制方法的检验和比较^[7], 并在控制理论教学中发挥重要作用^[2, 8].

本文研究双重积分器的自抗扰控制(active distur-

bance rejection control, ADRC). ADRC是韩京清研究员提出的一种通用控制方法^[9–11]. 类似于PID控制, ADRC既能依据对象的数学模型设计参数, 也能不依赖模型直接整定参数. 由于这一特点, ADRC受到一线工程师们的欢迎, 被广泛应用于化工、冶金、电力、机电、汽车、航空航天等领域^[12–15], 并被控制理论工作者们高度关注^[16–24].

ADRC与双重积分器具有紧密的内在联系. ADRC的一个基本想法是把对象看作受扰的双重积分器. 此处的扰动被称为“总扰动”, 是对象和双重积分器间的

收稿日期: 2020–05–28; 录用日期: 2021–03–04.

[†]通信作者. E-mail: jinhy@xmu.edu.cn.

本文责任编辑: 夏元清.

国家自然科学基金项目(61873219)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61873219).

全部动态差异, 既包括外扰, 也包括未知参数和未建模动态导致的“内扰”. ADRC建立扩张状态观测器 (extended state observer, ESO) 估计总扰动, 并用反馈抵消, 从而将不确定对象的控制问题简化为控制双重积分器. 这一方法能有效处理各种内扰. 但有趣的是, 当内扰不存在时, 上述方法是否有效却鲜有研究. 例如, 在近期的稳定性研究^[25]中, 就避开了双重积分器的情况.

本文用线性ADRC (linear ADRC, LADRC)^[26]控制双重积分器. 发现如果采用文献[27–28]建议的单参数结构, 则可以任意设置回路传递函数的增益穿越频率, 而保持相位裕度恒为31.9°. 此时回路传递函数具有文献[2, 29]建议的理想特性, 而阶跃响应无超调. 也就是说, 在控制双重积分器时, LADRC可以实现快速无超调的阶跃响应, 优于PD和PID控制. 分析和算例还表明, 二阶LADRC的抗低频外扰能力类似PID控制, 能抑制低频外扰并完全抵消直流扰动, 优于PD控制; 而抗高频内扰能力则优于PD和PID控制.

2 双重积分器的二阶LADRC

考虑双重积分器

$$\ddot{y} = bu + w, \quad (1)$$

其中: u , y 和 w 分别是输入、输出和外扰信号, 参数 $b > 0$ 精确已知, 即系统不存在内扰. 要求设计输出反馈控制器, 保证 y 能跟踪参考输入 r 且具有满意的性能.

引入状态变量 $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, 以及扩张状态 $x_3 = w$, 则对象(1)可以重写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu, \\ \dot{x}_3 = \dot{w}, \end{cases} \quad (2)$$

$$y = x_1, \quad (3)$$

然后为式(2)–(3)设计ESO

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = k_1(y - \hat{x}_1) + \hat{x}_2, \\ \dot{\hat{x}}_2 = k_2(y - \hat{x}_1) + \hat{x}_3 + bu, \\ \dot{\hat{x}}_3 = k_3(y - \hat{x}_1), \end{cases} \quad (4)$$

其中 k_1 , k_2 , k_3 是待调参数, 称作ESO增益. 令 l_1 和 l_2 是另外两个待调参数, 称作反馈增益. 设计控制器

$$u = \frac{1}{b}[l_2(r - \hat{x}_1) - l_1\hat{x}_2 - \hat{x}_3]. \quad (5)$$

ESO (4)和控制器(5)就组成了LADRC, 加上对象(1)构成整个LADRC系统.

本文采用文献[27–28]建议的单参数结构. 它引入一个正参数 ω_o , 称为“观测器带宽”, 并根据式(6)–(7)生成 l_1 , l_2 和 k_1 , k_2 , k_3 ,

$$l_1 = 2\omega_o, \quad l_2 = \omega_o^2, \quad (6)$$

$$k_1 = 3\omega_o, \quad k_2 = 3\omega_o^2, \quad k_3 = \omega_o^3. \quad (7)$$

3 主要结果

3.1 传递函数框图

将式(5)代入式(4), 有

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = -k_1\hat{x}_1 + \hat{x}_2 + k_1y, \\ \dot{\hat{x}}_2 = -(k_2 + l_2)\hat{x}_1 - l_1\hat{x}_2 + k_2y + l_2r, \\ \dot{\hat{x}}_3 = -k_3\hat{x}_1 + k_3y, \end{cases}$$

$$u = \frac{1}{b}(l_2r - l_2\hat{x}_1 - l_1\hat{x}_2 - \hat{x}_3).$$

设 $U(s)$, $Y(s)$ 和 $R(s)$ 分别是信号 u , y 和 r 的拉式变换, 则有传递函数

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = -\frac{(k_1l_2 + k_2l_1 + k_3)s^2 + (k_2l_2 + k_3l_1)s + k_3l_2}{bs[s^2 + (k_1 + l_1)s + k_1l_1 + k_2 + l_2]},$$

$$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{l_2(s^3 + k_1s^2 + k_2s + k_3)}{bs[s^2 + (k_1 + l_1)s + k_1l_1 + k_2 + l_2]}.$$

利用式(6)–(7), 并令

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{(k_1l_2 + k_2l_1 + k_3)s^2 + (k_2l_2 + k_3l_1)s + k_3l_2}{bs[s^2 + (k_1 + l_1)s + k_1l_1 + k_2 + l_2]} = \\ &= \frac{\omega_o^3(10s^2 + 5\omega_o s + \omega_o^2)}{bs(s^2 + 5\omega_o s + 10\omega_o^2)}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} C_1(s) &= \frac{l_2(s^3 + k_1s^2 + k_2s + k_3)}{(k_1l_2 + k_2l_1 + k_3)s^2 + (k_2l_2 + k_3l_1)s + k_3l_2} = \\ &= \frac{\omega_o^2(s + \omega_o)^3}{\omega_o^3(10s^2 + 5\omega_o s + \omega_o^2)}, \end{aligned} \quad (9)$$

再考虑到对象有传递函数

$$P(s) = \frac{Y(s)}{U(s) + \frac{1}{b}W(s)} = \frac{b}{s^2}, \quad (10)$$

则整个二阶LADRC系统有图1所示的框图.

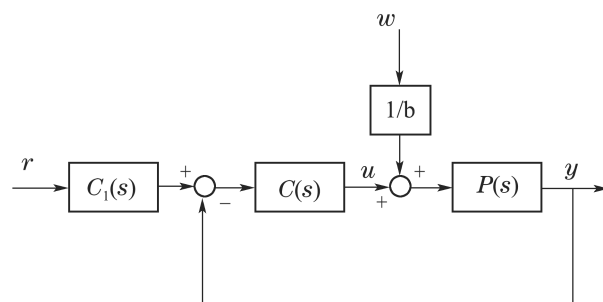


图1 LADRC系统的框图

Fig. 1 Block diagram of the LADRC system

3.2 快速无超调阶跃响应

由于前置滤波器 $C_1(s)$ 的存在, 二阶LADRC系统可以实现无超调的阶跃响应.

定理1 如果外扰 $w = 0$ 且

$$x_1(0) = x_2(0) = 0, \quad (11)$$

$$\hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = \hat{x}_3(0) = 0, \quad (12)$$

则对任意 $\omega_o > 0$, 二阶LADRC系统阶跃响应无超调.

证 从 $R(s)$ 到 $Y(s)$ 的传递函数为

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} C_1(s),$$

代入式(8)–(9)后有

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^2},$$

于是单位阶跃响应为

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^2} \frac{1}{s}\right) = (1 - e^{-\omega_o t} - \omega_o t e^{-\omega_o t})1(t), \quad (13)$$

其中 $\mathcal{L}^{-1}$ 是Laplace逆变换. 计算可得

$$\dot{y}(t) = \omega_o^2 t e^{-\omega_o t} > 0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 1,$$

于是单调上升无超调. 再由LADRC系统的线性特性, 所有阶跃响应都无超调. **证毕.**

在上述证明中, 未约定 ω_o 的取值范围. 而由式(13)可知, ω_o 越大则阶跃响应越快. 于是, 选择足够大的 ω_o 就能实现双重积分器的快速无超调阶跃响应.

注1 由于重极点的存在, 式(11)–(12)不满足时如何用本文方法保证无超调仍需进一步的研究.

注2 定理1假设下, ESO的误差恒为0. 令 $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$, $i = 1, 2, 3$. 由式(2)(4)和 $w = 0$,

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -k_1 \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2, \\ \dot{\tilde{x}}_2 = -k_2 \tilde{x}_1 + \tilde{x}_3, \\ \dot{\tilde{x}}_3 = -k_3 \tilde{x}_1. \end{cases}$$

而由式(11)–(12)可知 $\tilde{x}_i(0) = 0$, 于是 $\tilde{x}_i(t) \equiv 0$.

3.3 频域特性

单参数二阶LADRC用于双重积分器后, 频域性质也优良. 现考虑图1中的回路传递函数

$$\begin{aligned} L(s) &= C(s)P(s) = \\ &= \frac{\omega_o^3(10s^2 + 5\omega_o s + \omega_o^2)}{s^3(s^2 + 5\omega_o s + 10\omega_o^2)} = \\ &= \frac{10\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + 5\frac{s}{\omega_o} + 1}{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^3\left[\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + 5\frac{s}{\omega_o} + 10\right]}, \end{aligned} \quad (14)$$

它其实是 $\frac{s}{\omega_o}$ 的函数. $\omega_o = 3$ 时的Bode图如图2中蓝线所示. 为便于比较, 图2中还给出另外两个Bode图, 分别是用PD和PID控制代替式(14)中的 $C(s)$. 比较内容见下一节.

定理2 对任意 $\omega_o > 0$, $L(s)$ 有增益穿越频率

$\omega_{gc} = \omega_o$ 和相位裕度 31.9° .

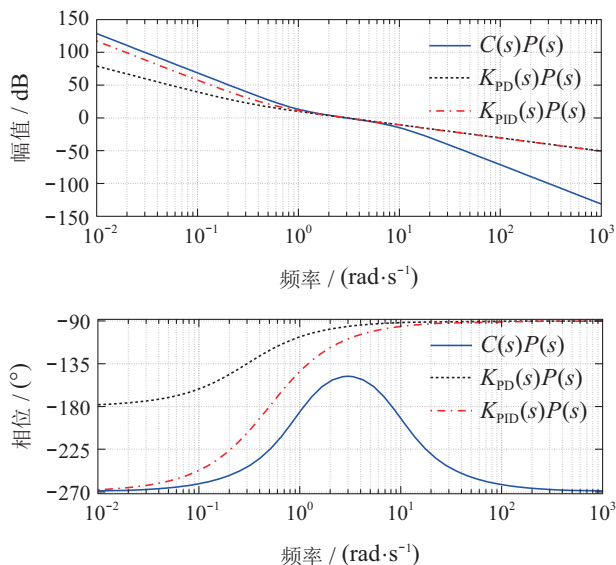


图2 $L(s)$ 的Bode图

Fig. 2 Bode diagram of $L(s)$

证 由图2知 $L(s)$ 有唯一的增益穿越频率 ω_{gc} . 而计算可知 $|L(j\omega_o)| = 1$, 于是 $\omega_{gc} = \omega_o$. 再计算得

$$\begin{aligned} \angle L(j\omega_o) &= \\ &= -180^\circ + \angle \frac{\omega_o(-10\omega_o^2 + \omega_o^2 + 5j\omega_o^2)}{j\omega_o(-\omega_o^2 + 10\omega_o^2 + 5j\omega_o^2)} = \\ &= -180^\circ + 31.9^\circ, \end{aligned}$$

于是相位裕度 31.9° . **证毕.**

定理2是一个非常有趣的性质. 它表明, 使用单参数整定式(6)–(7)可以任意设置 $L(s)$ 的增益穿越频率, 同时却保持相位裕度不变. 其他频域设计方法尚未有类似性质的报道.

相位裕度 31.9° 在单位负反馈中不能保证阶跃响应无超调. 二阶LADRC能实现无超调阶跃响应, 有赖于 $C_1(s)$ 的前置滤波作用, 这一点可以从频域理解. 先作 $C_1(s)$ 的Bode图如图3中红线. 从中可以看出, 幅频特性曲线在 $\omega = \omega_o$ 附近有一个凹陷, 能削弱这一段频率的信号. 再作 $\frac{L(s)}{1 + L(s)}$ 的Bode图如图3中蓝线. 其中幅频特性曲线存在一个峰, 因此如果 $C(s)$ 单独用作单位负反馈控制器, 系统的阶跃响应将存在超调. 再作 $\frac{L(s)}{1 + L(s)} C_1(s)$ 的Bode图如图3中黑线. 由于 $C_1(s)$ 的滤波作用, 幅频特性曲线的峰消失了, 于是阶跃响应无超调.

注3 回路传递函数 $L(s)$ 有增益裕度 ± 11.6 dB.

注4 双重积分器的无超调快速阶跃响应可以用文献[30]的全阶观测器法或者文献[31]的直接二自由度设计实现. 但这两种方法都未产生类似式(14)的理想回路传递函数.

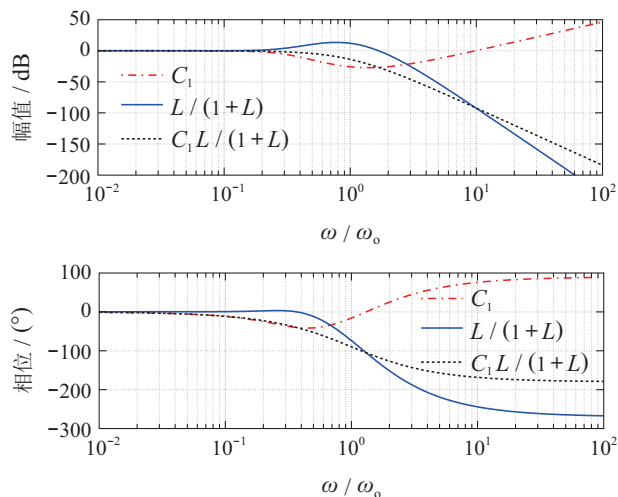


图3 $C_1(s)$, $\frac{L(s)}{1+L(s)}$ 和 $\frac{C_1(s)L(s)}{1+L(s)}$ 的Bode图

Fig. 3 Bode diagram of $C_1(s)$, $\frac{L(s)}{1+L(s)}$ and $\frac{C_1(s)L(s)}{1+L(s)}$

4 算例与比较

本节通过数值算例说明二阶LADRC在控制双重积分器时的优越性, 并与PD, PID控制进行比较.

4.1 无扰动情况

例1 设有双重积分器

$$P(s) = \frac{1}{s^2}, \quad (15)$$

采用ESO (4)和反馈控制(5), 且有

$$x_1(0) = x_2(0) = \hat{x}_1(0) = \hat{x}_2(0) = \hat{x}_3(0) = 0.$$

令 ω_0 分别取1, 3, 10, 然后按式(6)–(7)生成参数, 再分别用MATLAB进行数值仿真, 计算单位阶跃响应, 结果如图4所示. 从图中可以看出, 3种情况都没有发生超调. 而随着 ω_0 的增大, 响应越来越快.

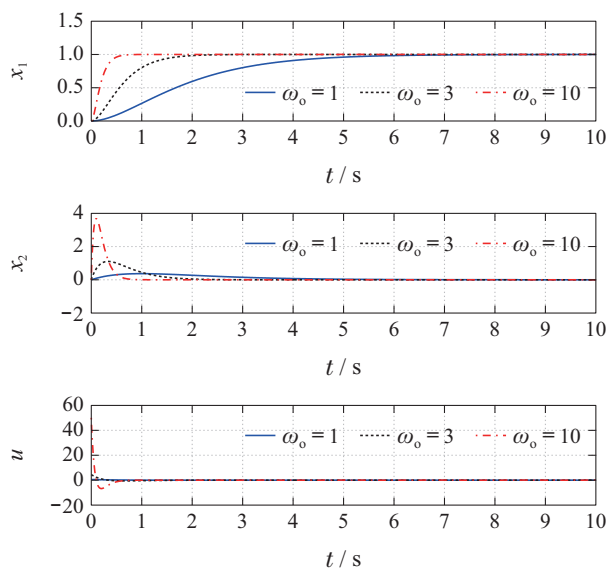


图4 双重积分器的无超调阶跃响应

Fig. 4 Nonovershooting step response of the double integrator

下面将二阶LADRC与PD和PID控制进行比较.

例2 控制器取

$$K_{PD}(s) = \frac{9}{\sqrt{101}} \left(1 + \frac{s}{0.3}\right), \quad (16)$$

$$K_{PID}(s) = \frac{27}{9.25} (s^2 + s + 0.25), \quad (17)$$

采用图5的单位负反馈结构. 回路传递函数 $K_{PD}(s)P(s)$ 和 $K_{PID}(s)P(s)$ 的Bode图如图2中黑线和红色点划线所示. 由图和计算可知, 两者都有增益穿越频率 $\omega = 3$, 同时分别有相位裕度 84.3° 和 71.1° .

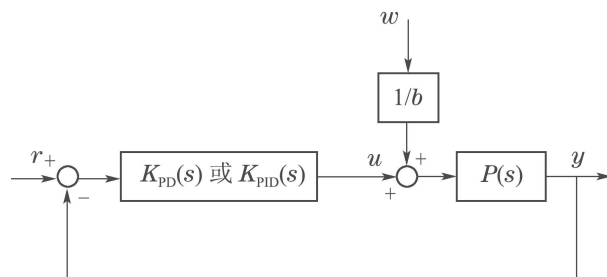


图5 单位负反馈的PD或PID控制

Fig. 5 Unity feedback PD or PID control

计算上述PD和PID控制的单位阶跃响应, 结果如图6所示. 从图中可以看出, 两个控制器都产生了超调, 尽管其相位裕度明显大于 $\omega_0 = 3$ 的二阶LADRC. 这一结果与文献[6]的断言一致.

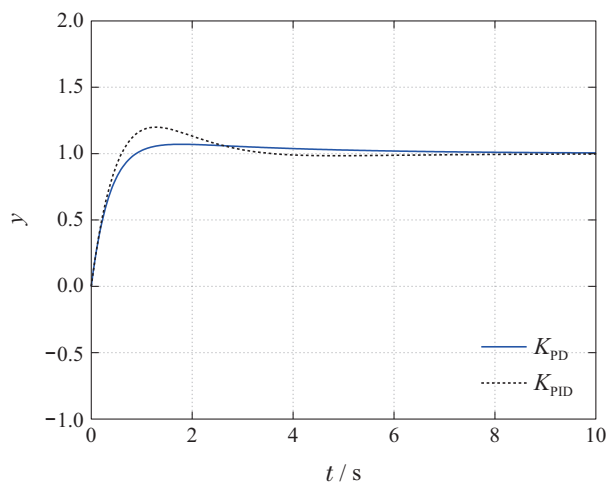


图6 PD和PID控制的阶跃响应

Fig. 6 Step response of PD and PID control

4.2 低频外扰和高频内扰的影响

前面的研究中假设内外扰均为0. 但实际控制系统中, 负载或环境因素的波动会导致低频外扰, 对象高频段的未建模动态又会构成高频内扰. 这两个因素会限制二阶LADRC中参数 ω_0 的取值范围.

图1中, 从外扰 w 到输出 y 有传递函数

$$G_{yw}(s) = \frac{P(s)}{b(1 + C(s)P(s))}. \quad (18)$$

将式(8)和式(10)代入并令

$$G(s) = \frac{s^2 + 5s + 10}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1},$$

则有

$$G_{yw}(s) = \frac{s}{\omega_o^3} G\left(\frac{s}{\omega_o}\right).$$

在 $\omega \approx 0$ 的低频段, 有

$$G_{yw}(j\omega) \approx \frac{j10\omega}{\omega_o^3},$$

于是幅频特性曲线以20 dB/十倍频的速率上升, 低频外扰被抑制. 特别地, 由于

$$G_{yw}(0) = 0,$$

直流外扰将被完全抵消. $\omega_o = 3$ 时 $G_{yw}(s)$ 的Bode图如图7中蓝线所示.

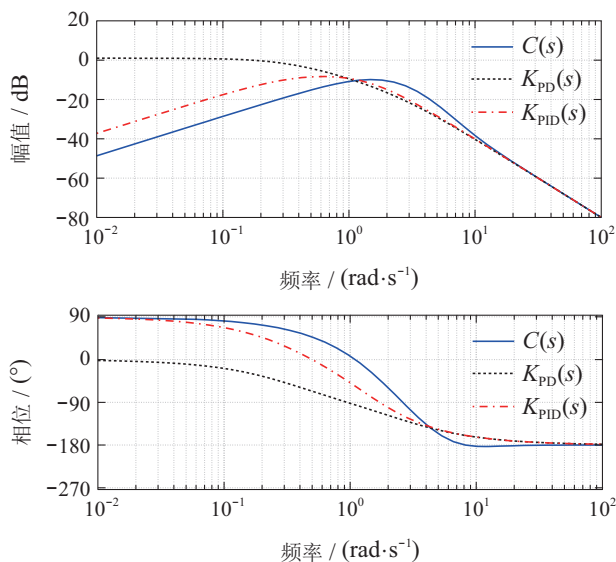


图7 传递函数 $G_{yw}(s)$ 的Bode图

Fig. 7 The Bode diagram of transfer function $G_{yw}(s)$

另一方面, 由图3和计算可知, 在 $\omega > \sqrt{10}\omega_o$ 的高频段, $C(s)P(s)$ 的幅频特性曲线以大约-60 dB/十倍频的速率衰减, 形成所谓“高频滚降(high-frequency roll-off)”. 有利于抑制高频内扰. 后面将用一个算例说明这一点.

综上所述, 有低频外扰或高频内扰存在时, ω_o 的选择要考虑抗扰的需要. 较大的 ω_o 有利于抗低频外扰, 而较小的 ω_o 有利于高频内扰. 如果内、外扰同时存在, 则应统筹兼顾.

用式(16)–(17)替换式(18)中的 $C(s)$, 可以分析PD和PID控制的抗低频外扰能力. 其Bode图分别如图7中黑线和红点划线所示. 可以看出, PID控制的抗低频外扰能力类似LADRC, 能完全抵消直流外扰. PD控制则没有上述能力. 而由图3, 由于微分作用, PD和PID控制在高频段都以大约-20 dB/十倍频的速率衰减, 不存在高频滚降, 抑制高频内扰的能力不如二阶

LADRC.

下面的算例比较3种控制方法的在内、外扰均存在时的控制能力.

例3 设对象 P 为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = -1600x_3 - 4x_4 + 1600(u + w), \\ y = x_1, \end{cases}$$

其中外扰 w 是幅值0.1的直流信号. 易知从 u 到 y 有传递函数

$$P(s) = \frac{1600}{s^2(s^2 + 4s + 1600)}, \quad (19)$$

其Bode图如图8中绿线所示, 幅频特性在 $\omega = 40$ 处有一个谐振峰.

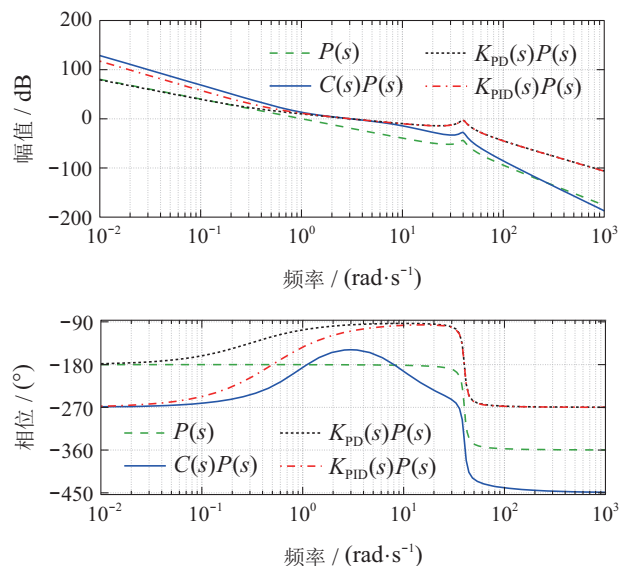


图8 $C(s)P(s)$, $K_{PD}(s)P(s)$ 和 $K_{PID}(s)P(s)$ 的Bode图

Fig. 8 Bode diagram of $C(s)P(s)$, $K_{PD}(s)P(s)$ and $K_{PID}(s)P(s)$

假设由于经济和工期的原因, 在 $\omega > 10$ 的频段未建模, 该对象被当做双重积分器(15). 现分别使用 $\omega = 3$ 的单参数二阶LADRC、PD控制(16)和PID控制(17).

先比较回路传递函数 $C(s)P(s)$, $K_{PD}(s)P(s)$ 和 $K_{PID}(s)P(s)$ 的Bode图, 分别如图8中蓝线、黑线和红点划线所示. 从图中可以看出, 3种方法都将回路的增益穿越频率提高到了 $\omega = 3$ 附近, 作为代价, $\omega = 40$ 处的谐振峰都被抬升. PD和PID控制的谐振峰接近0 dB, 而由于高频滚降的作用, 二阶LADRC的谐振峰要低得多.

其次计算3者的单位阶跃响应. Matlab仿真结果如图9所示. 从图中可以看出, 二阶LADRC的输出和内、外扰都不存在的情况接近, 表现了良好的抗扰能力.

而PD和PID控制的暂态响应中都存在明显的高频分量, 这与其谐振峰接近0 dB的事实一致, 表明抗高频内扰能力不如LADRC. PD控制还出现了稳态误差, 这是外扰的结果, 表明PD控制不能完全抵消直流外扰, 抗低频外扰不如二阶LADRC和PID控制.

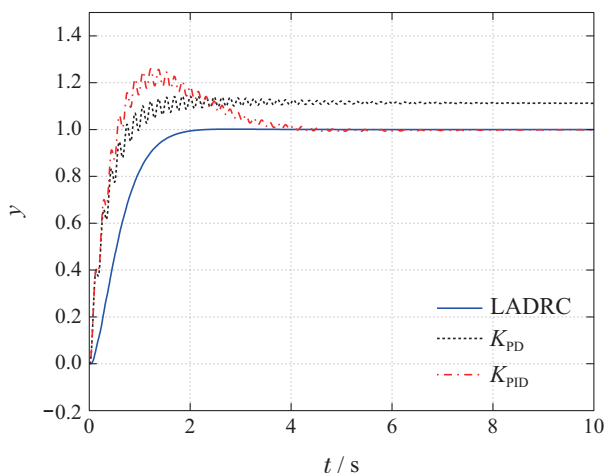


图9 二阶LADRC、PD和PID控制的单位阶跃响应

Fig. 9 Unity step responses of second-order LADRC, PD and PID control

5 结论

本文发现用二阶LADRC控制双重积分器, 在时域可以实现快速无超调阶跃响应, 在频域可以实现理想的回路传递函数, 任意配置增益穿越频率并有恒定相位裕度 31.9° , 还具有良好的抗低频外扰和高频内扰能力. 表明在控制双重积分器时, LADRC优于PD和PID控制. 这一结果有利于进一步深入理解LADRC的机理, 发展出新的参数整定方法, 为LADRC的更广泛应用提供指导.

参考文献:

- [1] HUGHES P C. *Spacecraft Attitude Dynamics*. New York, USA: Wiley, 1986.
- [2] FRANKLIN G F, POWELL J D, EMAMI-NAEINI A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 4th Edition. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 2002.
- [3] XUE Lei, WANG Qingling, SUN Changyin. Game theoretical approach for the leader selection of the second-order multi-agent system. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(12): 1593 – 1602. (薛磊, 王庆领, 孙长银. 博弈论框架下的二阶多智能体系统领导者选择算法. 控制理论与应用, 2016, 33(12): 1593 – 1602.)
- [4] ZHU B, GUO K, XIE L. A new distributed model predictive control for unconstrained double-integrator multiagent systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2018, 63(12): 4367 – 4374.
- [5] DING Y, REN W. Sampled-data containment control for double-integrator agents with dynamic leaders with nonzero inputs. *Systems & Control Letters*, 2020, 139: 104673.
- [6] ZHU Bo, WANG Xinhua, CAI Kaiyuan. Fast and nonovershooting control for a double-integral system with step input: nonlinear PD control based on gain-switching. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1111 – 1117. (朱波, 王新华, 蔡开元. 双积分系统阶跃响应快速无超调控制: 一种增益切换非线性PD控制. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1111 – 1117.)
- [7] RAO V G, BERNSTEIN D S. Naive control of the double integrator. *IEEE Control Systems*, 2001, 21(5): 86 – 97.
- [8] ÅSTRÖM K J, WITTENMARK B. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. 3rd Edition. Mineola, NY, USA: Dover Publications, 2011.
- [9] HAN Jingqing. Auto-disturbance-rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23. (韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)
- [10] HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique-the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008.)
- [11] HAN J. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [12] XIA Yuanqing, FU Mengyin, DENG Zhihong, et al. Recent developments in sliding mode control and active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(2): 137 – 147. (夏元清, 付梦印, 邓志红, 等. 滑模控制和自抗扰控制的研究进展. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 137 – 147.)
- [13] HUNG Y, XUE W. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 963 – 976.
- [14] LI Jie, QI Xiaohui, WAN Hui, et al. Active disturbance rejection control: theoretical results summary and future researches. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(3): 281 – 295. (李杰, 齐晓慧, 万慧, 等. 自抗扰控制: 研究成果总结与展望. 控制理论与应用, 2017, 34(3): 281 – 295.)
- [15] CHEN Zengqiang, CHENG Yun, SUN Mingwei, et al. Surveys on theory and engineering applications for linear active disturbance rejection control. *Informantion and Control*, 2017, 46(3): 257 – 266. (陈增强, 程贻, 孙明伟, 等. 线性自抗扰控制理论及工程应用的若干进展. 信息与控制, 2017, 46(3): 257 – 266.)
- [16] ZHOU R, TAN W. Analysis and tuning of general linear active disturbance rejection controllers. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*. 2019, 66(7): 5497 – 5507.
- [17] CASTILLO A, GARCÍA P, FRIDAN E, et al. Extended state observer-based control for systems with locally Lipschitz uncertainties: LMI-based stability conditions. *Systems & Control Letters*, 2019, 134: 104526.
- [18] RAN M, WANG Q, DONG C, et al. Active disturbance rejection control for uncertain time-delay nonlinear systems. *Automatica*, 2020, 112: 108692.
- [19] RAMRÍEZ-NERIA M, GAO Z, SIRA-RAMIREZ H, et al. On the tracking of fast trajectories of a 3DOF torsional plant: a flatness based ADRC approach. *Asian Journal of Control*, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1002/asjc.2300>.
- [20] LI Z, WEI Y, ZHOU X, et al. Differential flatness-based ADRC scheme for underactuated fractional-order systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30: 2832 – 2849.
- [21] STANKOVIĆ M R, MADONSKI R, SHAO S, et al. On dealing with harmonic uncertainties in the class of active disturbance rejection controllers. *International Journal of Control*, 2020. DOI: 10.1080/00207179.2020.1736639.
- [22] ZHOU H, GUO B, XIANG S. Performance output tracking for multidimensional heat equation subject to unmatched disturbance and non-collocated control. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2020, 65(5): 1940 – 1955.
- [23] ZHONG S, HUANG Y, GUO L. A parameter formula connecting PID and ADRC. *Science China Information Science*, 2020, 63: 192203.

- [24] JIN H, SOG J, LAN W, et al. On the characteristics of ADRC: a PID interpretation. *Science China Information Science*, 2020, 63: 209201.
- [25] JIN Huiyu, LIU Lili, LAN Weiyao. On stability condition of linear active disturbance rejection control for second-order systems. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(9): 1725 – 1728.
(金辉宇, 刘丽丽, 兰维瑶. 二阶系统线性自抗扰控制的稳定性条件. 自动化学报, 2018, 44(9): 1725 – 1728.)
- [26] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of the American Control Conference*. Denver, Colorado, USA: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [27] TIAN G, GAO Z. Frequency response analysis of active disturbance rejection based control system. *Proceedings of the 16th IEEE International Conference on Control Applications*. Singapore: IEEE, 2007: 1595 – 1599.
- [28] ZHENG Q, GAO Z. Active disturbance rejection control: between the formulation in time and the understanding in frequency. *Control Theory and Technology*, 2016, 14(3): 250 – 259.
- [29] WU Qi, WANG Shifu. *Principles of Automatic Control*. 2nd Edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
(吴麒, 王诗宓. 自动控制原理(第2版). 北京: 清华大学出版社, 2006.)
- [30] ZHU B, CAI K Y. A simple switching control for linear systems to assure nonovershooting step responses. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2012, 134(3): 055501.
- [31] ZHU B. On overshoot and integrators. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(8): 633 – 640.

作者简介:

金辉宇 助理教授, 目前研究方向为数据驱动控制、非线性控制、自抗扰控制, E-mail: jinhy@xmu.edu.cn;

兰维瑶 教授, 主要研究方向为非线性控制、鲁棒与自适应控制的理论和应用, E-mail: wylan@xmu.edu.cn.