

基于等价输入干扰滑模观测器的磁悬浮球系统模型预测控制

王军晓^{1†}, 陈林杰¹, 俞立¹

(1. 浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 本文针对系统不确定性和外部干扰引起的磁悬浮球系统控制性能下降的问题, 提出了一种基于等价输入干扰滑模观测器的模型预测控制(MPC+EIDSMO)方法. 首先将原系统转化为EID系统, 采用等价输入干扰滑模观测器对EID系统状态变量及等价输入干扰进行估计; 然后基于状态估计值设计模型预测控制器, 并将等价输入干扰估计值以前馈的方式补偿后得到最终的复合控制律, 实现对参考位置跟踪的快速性、准确性以及对总扰动的鲁棒性. 值得注意的是, 与传统EID结构中的龙伯格观测器相比, 等价输入干扰滑模观测器中增加的非线性观测误差反馈项有助于提高状态估计的快速性和精确性. 从理论上证明了该系统是全局一致最终有界的. 仿真和实验结果表明, 相较于基于EID观测器的模型预测控制方法和基于龙伯格观测器的积分模型预测控制方法, 所提方法提高了磁悬浮球系统的跟踪性能, 并且有效的抑制了系统不确定性和外部干扰.

关键词: 磁悬浮球系统; 模型预测控制; 滑模观测器; 等价输入干扰; 扰动抑制

引用格式: 王军晓, 陈林杰, 俞立. 基于等价输入干扰滑模观测器的磁悬浮球系统模型预测控制. 控制理论与应用, xxxx, xx(x): xxx – xxx

DOI: 10.7641/CTA.2020.00318

Model predictive control for magnetic levitation ball system based on equivalent input disturbance sliding mode observer

WANG Junxiao^{1†}, CHEN Linjie¹, YU Li¹

(1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: To deal with the problem of degradation in control performance of the magnetic levitation ball system caused by uncertainties and external disturbances, this paper presents an equivalent-input-disturbance-sliding-mode-observer based model predictive control (MPC+EIDSMO) scheme. First, an original system is transformed into an EID system, and an equivalent-input-disturbance-sliding-mode-observer is then used to estimate not only the system states but also the equivalent input disturbance. Then, a model predictive controller is designed based on the state estimations, by compensating the estimation of equivalent input disturbance in a feedforward manner, a composite control law is obtained to achieve the rapid and accurate tracking of the reference positions, as well as the robustness against lumped disturbances. It is worth noticing that compared with the conventional EID with a Luenberger observer, an extra nonlinear observation error feedback term from the equivalent-input-disturbance-sliding-mode-observer helps to improve the rapidity and accuracy of the state estimation. This system is proven theoretically to be globally uniformly ultimately bounded. Simulations and experimental results show that compared with the EID observer based model predictive control and Luenberger observer based integral model predictive control, the proposed method improves the tracking performance and suppresses both the uncertainties and the external disturbances effectively for the magnetic levitation ball system.

Key words: magnetic levitation ball system; model predictive control; sliding mode observer; equivalent input disturbance; disturbance rejection

Citation: WANG Junxiao, CHEN Linjie, YU Li. Model predictive control for magnetic levitation ball system based on equivalent input disturbance sliding mode observer. *Control Theory & Applications*, xxxx, xx(x): xxx – xxx

收稿日期: xxxx–xx–xx; 录用日期: xxxx–xx–xx.

[†]通信作者. E-mail: wjx2017@zjut.edu.cn; Tel.: +86 18795895157.

本文责任编辑:

国家自然科学基金(61803335)和NSFC-浙江两化融合联合基金资助(U1709213)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61803335) and NSFC-Zhejiang Joint Fund for the Integration of Industrialization and Informatization (U1709213).

1 引言

磁悬浮是一种通过非接触模式悬挂物体的技术,该技术消除了系统中运动部件和静止部件之间的机械接触,因此它具有无摩擦、无磨损、无噪音等优点^[1]. 目前,磁悬浮技术在工业领域得到了广泛的应用,如高速磁悬浮列车、磁悬浮轴承、磁悬浮储能飞轮、磁悬浮直线电动机^[2-5]. 然而,磁悬浮系统是一个典型的强非线性、开环不稳定系统,且易受外部干扰的影响,这使得磁悬浮系统的高性能控制成为一个挑战. 为此,学者们在磁悬浮系统的控制策略上做了大量的探索和研究,如PID控制^[6]、自抗扰控制^[7]、滑模控制^[8]等,这些方法在不同方面提高了磁悬浮系统的控制性能.

模型预测控制(MPC)不仅可以通过滚动优化获得令人满意的控制性能,而且还具有显示处理约束的能力^[9-11],使其成为继PID控制之后在控制工程中获得广泛应用和认可的先进控制技术之一^[12]. 目前,模型预测控制已成功应用于汽车^[13]、地铁^[14]、电机^[15]等领域. 但是,系统模型不确定性和外部干扰总是给闭环控制性能产生不良影响,而包括模型预测控制在内的许多先进控制算法仍是通过经典的反馈控制设计来抑制扰动的影响,这就导致了闭环系统不得不在牺牲其它控制性能的前提下提高抗扰动性能^[16-17]. 积分模型预测控制(IMPC)^[18]常被用来抑制干扰和模型不确定性,该方法通过将状态方程改写为增量形式引入积分作用,因此能够较好地抑制常值扰动. 然而,当系统受到时变扰动的影响时,稳态跟踪误差通常是不可避免的. 除此之外,利用积分作用来抑制扰动的做法将付出牺牲闭环系统其它控制性能的代价,如跟踪性能和鲁棒性等^[16]. 作为一种实用的替代方法,基于扰动观测器的控制(DOBC)方法能够有效地补偿外部干扰和模型不确定性对控制系统的影响^[19]. 受此启发,结合模型预测控制(MPC)和扰动观测器(DOBC)的控制结构能够在不牺牲标称性能的前提下抑制扰动. 文献[20]中结合MPC和扩张状态观测器(ESO),提高了液压系统对模型不确定性和干扰的鲁棒性,文献[21]中针对非线性系统设计了一种基于非线性干扰观测器(NDOB)的非线性模型预测控制(NMPC)方法,文献[22]中提出的基于离散时间降阶广义比例积分观测器(RGPIO)的电机预测调速算法,更符合实际应用.

相较于扰动观测器,等价输入干扰(EID)方法不需要系统的逆模型,因此避免了不稳定极点和零点之间的对消,而且还不要掌握外部干扰的信息^[23]. 该方法已被成功应用到线性系统^[24-25]、时延系统^[26-27]和非线性系统^[28]中. 相比传统EID结构中的龙伯格观测器,滑模观测器(SMO)不仅将系统和观测器输出之间的误差线性反馈,而且还能够根据观测误差产生滑模运动,从而实现对状态变量快速、精确地估计^[29].

本文针对不确定性和外部干扰引起的磁悬浮球系统控制性能下降的问题,提出了一种基于等价输入干扰滑模观测器的模型预测控制(MPC+EIDSMO)方法. 该方法首先将系统不确定性和外部干扰转化为一个施加在控制输入端的等价输入干扰,然后采用等价输入干扰滑模观测器对系统状态变量及等价输入干扰进行估计. 最后基于状态估计值设计模型预测控制器,并将等价输入干扰估计值以前馈的方式补偿后得到最终的复合控制律. 仿真和实验结果表明,相较于基于EID观测器的模型预测控制方法和基于龙伯格观测器的积分模型预测控制方法,所提方法提高了磁悬浮球系统的跟踪性能并且有效抑制了系统不确定性和外部干扰.

2 磁悬浮球系统的数学模型

本文所采用的磁悬浮球控制系统结构如图1所示,该系统主要由电磁线圈、功率放大器、控制器、激光位置传感器、钢球和上位机组成. 作为一种研究磁悬浮技术的实验平台,其基本原理是通过调节电磁线圈中的电流来改变电磁力,以使钢球稳定在固定位置或驱动钢球跟踪上参考位置轨迹. 需要注意的是,该实验平台为单自由度磁悬浮系统,即钢球只能够在垂直方向上运动,而不会受到其它方向上的力的作用.

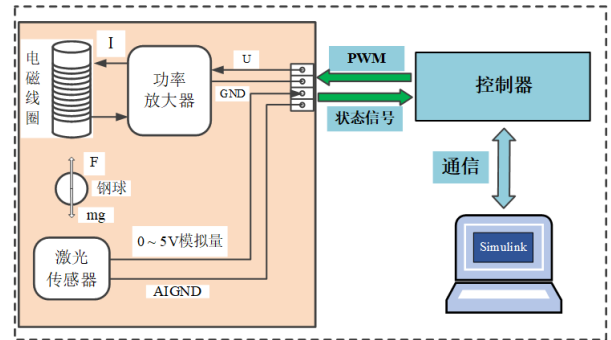


图1 磁悬浮球控制系统结构

Fig. 1 Structure of the magnetic levitation ball control system

根据文献[7],磁悬浮球系统数学模型可以表示为

$$\begin{cases} m \frac{d^2 h}{dt^2} = F(i, h) - mg, \\ F(i, h) = K_R \left(\frac{i}{h} \right)^2, K_R = -\frac{\mu_0 S N^2}{4}, \\ u(t) = Ri + L_R \frac{di}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

其中 m 为钢球质量, g 为重力加速度, h 为电磁铁表面与钢球之间的间隙, i 为通过电磁线圈的瞬时电流, $F(i, h)$ 为电磁力, $u(t)$ 为施加到电磁线圈上的控制电压, R 为电磁线圈的等效电阻, L_R 为电磁线圈的自感, K_R 为电磁线圈的互感, μ_0 为真空磁导率, S 为电磁铁磁导截面积, N 为线圈匝数.

由式(1)可知, $F(i, h)$ 与 i, h 之间是非线性的关系. 为了便于下文中控制器的设计, 对电磁力 $F(i, h)$ 在平

平衡点 (i_0, h_0) 进行泰勒级数展开如下

$$F(i, h) = F(i_0, h_0) + F_i(i_0, h_0)(i - i_0) + F_h(i_0, h_0)(h - h_0) + O(i, h), \quad (2)$$

其中 $F_i(i_0, h_0) = \frac{\partial F}{\partial i}|_{(i_0, h_0)} = \frac{2K_R i_0}{h_0^2}$, $F_h(i_0, h_0) = \frac{\partial F}{\partial h}|_{(i_0, h_0)} = -\frac{2K_R i_0^2}{h_0^3}$, $O(i, h)$ 是 $F(i, h)$ 泰勒展开式的高阶项, 且 $F(i_0, h_0) = mg$.

把式(2)代入式(1)中的第一个等式可得

$$m\ddot{h} = F_i(i_0, h_0)(i - i_0) + F_h(i_0, h_0)(h - h_0) + O(i, h). \quad (3)$$

令电压信号为系统的输入, 并且考虑磁悬浮球系统受到外部干扰 $\omega(t)$ 的影响, 那么

$$\ddot{h} = ah + bu + \tilde{d}(t), \quad (4)$$

其中扰动项 $\tilde{d}(t) = -\frac{2K_R L_R i_0}{h_0^2 m R} \frac{di}{dt} + \frac{1}{m} O(i, h) + \omega(t)$, 系统参数 $a = -\frac{2K_R i_0^2}{mh_0^3}$, $b = \frac{2K_R i_0}{mh_0^2 R}$.

令 $h = x_1$, $\dot{x}_1 = x_2$, $x = [x_1, x_2]^T$, 则磁悬浮球系统的状态空间方程表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_n d(t), \\ y = Cx, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$, $B_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0]$, y 为测量输出, $d(t) = \tilde{d}(t) + (a - a_0)x_1 + (b - b_0)u$ 为总扰动, 包括了未建模动态, 参数不确定性和外部干扰, a_0 和 b_0 分别表示 a 和 b 的标称值. 因为 $b_0 \neq 0$, 易知磁悬浮球系统是可控和可观的, 且在虚轴上无零点.

此外, 给定位置参考信号表示为 $y_c(t)$, 位置跟踪误差定义为 $e(t) = y(t) - y_c(t)$. 下一节将要设计控制器, 使误差状态在系统不确定性和外部干扰存在的情况下渐进收敛到零, 即随着 $t \rightarrow \infty$, $e(t) \rightarrow 0$.

3 控制器设计

本节中提出了一种基于等价输入干扰滑模观测器的模型预测控制(MPC+EIDSMO)方法(图2). 该方法首先将系统不确定性和外部干扰转化为一个施加在控制输入端的等价输入干扰, 然后采用等价输入干扰滑模观测器对系统状态变量及等价输入干扰进行估计. 最后基于状态估计值设计模型预测控制器, 并将等价输入干扰估计值以前馈的方式补偿后得到最终的复合控制律.

3.1 等价输入干扰滑模观测器的设计

根据文献[24]对EID的定义, 将原系统受到的总扰动转化为一个施加在控制输入通道上的等价输入干扰 $d_e(t)$, 则原系统(5)对应的EID系统可以描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + d_e(t)], \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (6)$$

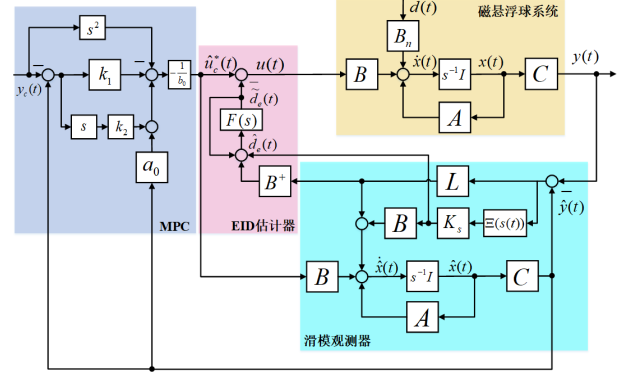


图2 基于等价输入干扰滑模观测器的模型预测控制框图

Fig. 2 Block diagram of EIDSMO-based MPC

由于引入了EID, 系统的状态变量发生了改变, 因此需要采用等价输入干扰滑模观测器对EID系统其状态变量及等价输入干扰予以观测估计. 选择系统输出和观测器输出之间的观测误差的反正切函数作为滑模控制律, 以有效地抑制抖动, 同时还能够产生连续的观测器输入. 对于EID系统(6)设计滑模观测器[30]

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B\hat{u}_c^*(t) + L[y(t) - \hat{y}(t)] \\ \quad + BK_s \Xi(s(t)), \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t), \end{cases} \quad (7)$$

其中 L 为观测器增益, K_s 为滑模增益, $s(t)$ 为切换函数, $\Xi(s(t))$ 为滑模控制律, $\hat{u}_c^*(t)$ 为模型预测控制器的输出.

定义状态观测误差

$$e_x(t) = [e_{x1}(t), e_{x2}(t)]^T = x(t) - \hat{x}(t). \quad (8)$$

切换函数 $s(t)$ 和滑模控制律 $\Xi(s(t))$ 设计为:

$$s(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C[x(t) - \hat{x}(t)] = Ce_x(t), \quad (9)$$

$$\Xi(s(t)) = \arctan(s(t)) = \arctan(Ce_x(t)). \quad (10)$$

将式(8)代入式(6)可得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) \\ &\quad + Bd_e(t) + [Ae_x(t) - \dot{e}_x(t)]. \end{aligned} \quad (11)$$

假设存在一个变量 $\Delta d(t)$ 满足

$$B\Delta d(t) = Ae_x(t) - \dot{e}_x(t). \quad (12)$$

令等价输入干扰 $d_e(t)$ 的估计值 $\hat{d}_e(t)$ 为

$$\hat{d}_e(t) = d_e(t) + \Delta d(t). \quad (13)$$

将式(12)和式(13)代入式(11)可得

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B[u(t) + \hat{d}_e(t)]. \quad (14)$$

结合式(7)和式(14), 求得 $\hat{d}_e(t)$ 的最小二乘解为

$$\begin{aligned} \hat{d}_e(t) &= B^+ LCe_x(t) + K_s \arctan(Ce_x(t)) \\ &\quad + \hat{u}_c^*(t) - u(t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$.

此外,为了抑制高频测量噪声,需要添加一个低通滤波器 $F(s)$ ^[24], $F(s)$ 的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_F(t) = A_F x_F(t) + B_F \hat{d}_e(t), \\ \tilde{d}_e(t) = C_F x_F(t). \end{cases} \quad (16)$$

且满足

$$|F(j\omega)| \approx 1, \quad \forall \omega \in [0, \omega_r], \quad (17)$$

其中 ω_r 为所选的扰动估计最高角频率,而 $F(s)$ 的截止角频率应选为 ω_r 的5~10倍.将 $\hat{d}_e(t)$ 通过 $F(s)$ 滤波后得到 $\tilde{d}_e(t)$,即

$$\tilde{D}_e(s) = F(s)\hat{D}_e(s), \quad (18)$$

其中 $\tilde{D}_e(s)$ 和 $\hat{D}_e(s)$ 分别是 $\tilde{d}_e(t)$ 和 $\hat{d}_e(t)$ 的拉普拉斯变换.最后,扰动抑制复合控制律可以设计为

$$u(t) = \hat{u}_c^*(t) - \tilde{d}_e(t). \quad (19)$$

结合式(6)-(8)和式(19)可得状态观测误差动态为

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) &= (A - LC)e_x(t) + B[d_e(t) - \tilde{d}_e(t)] \\ &\quad - BK_s \arctan(Ce_x(t)). \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\Delta d_e(t) = d_e(t) - \tilde{d}_e(t)$,并假设 $\Delta d_e(t)$ 满足以下条件

$$\|\Delta d_e(t)\|_2 \leq M, \quad (21)$$

其中 M 为正常数.

注1 适当选取滑模观测器的参数能够确保 $\hat{d}_e(t)$ 收敛到 $d_e(t)$,同时合理设计低通滤波器 $F(s)$ 可以确保对于所有的 $\omega \in [0, \omega_r]$ 都满足 $\tilde{D}(j\omega) \approx \hat{D}(j\omega)$,那么 $\tilde{d}_e(t)$ 就能准确估计 $d_e(t)$.

定义1 对于系统 $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$,如果存在与 t_0 无关的正常数 a_2 , $t_0 \geq 0$,且对于任意的 a_1 ,存在 $T = T(a_1, a_2) \geq 0$ 与 t_0 无关,满足

$$\|x(t_0)\| \leq a_1 \Rightarrow \|x(t)\| \leq a_2, \forall t \geq t_0 + T, \quad (22)$$

则系统的解 $x(t)$ 是全局一致毕竟有界的.

滑模观测器的收敛性分析如下:首先,选取李雅普诺夫函数为 $V = e_x^T P e_x$,其中 P 是一个正定对称矩阵.然后,对 V 关于时间 t 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}_x^T P e_x + e_x^T P \dot{e}_x \\ &= e_x^T (A - LC)^T P e_x + e_x^T P (A - LC) e_x \\ &\quad + [\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)]^T B^T P e_x \\ &\quad + e_x^T P B [\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)] \\ &= e_x^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] e_x \\ &\quad + 2e_x^T P B [\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)]. \end{aligned} \quad (23)$$

对于 $P > 0$,存在 $\bar{P} > 0$ 满足下列Riccati方程[31]

$$\bar{P}(A - LC)^T P + P(A - LC) + \lambda P B B^T P = 0, \quad (24)$$

其中 $\lambda > 0$.运用Young不等式,且本文中用到的滑模

控制律 $\arctan(Ce_x(t)) \in (-\pi/2, \pi/2)$,那么

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq e_x^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] e_x \\ &\quad + \lambda e_x^T P B B^T P e_x \\ &\quad + \frac{1}{\lambda} [\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)] \\ &\quad \times [\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)]^T \\ &\leq e_x^T [(A - LC)^T P + P(A - LC) \\ &\quad + \lambda P B B^T P] e_x \\ &\quad + \frac{1}{\lambda} \|\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)\|_2^2 \\ &= -e_x^T \bar{P} e_x + \frac{1}{\lambda} \|\Delta d_e - K_s \arctan(Ce_x)\|_2^2 \\ &\leq -\|\bar{P}\|_2 \|e_x\|_2^2 + \frac{1}{\lambda} \left[M^2 + \left(\frac{\pi}{2} K_s \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

因此, $\dot{V} \leq 0$ 成立的条件是

$$\|e_x\|_2^2 \geq \frac{\frac{1}{\lambda} \left[M^2 + \left(\frac{\pi}{2} K_s \right)^2 \right]}{\|\bar{P}\|_2}, \quad (26)$$

这意味着所设计的滑模观测器是全局一致毕竟有界的.

3.2 连续时间模型预测控制

由于等价输入干扰可由观测器估计并通过前馈控制的方式补偿,因此,基于系统的标称模型设计了连续时间模型预测控制器.首先定义性能指标如下

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{T_p} \|\bar{y}(t + \tau) - \bar{y}_c(t + \tau)\|^2 d\tau, \quad (27)$$

其中 T_p 为预测时域, $\bar{y}(t + \tau)$ 和 $\bar{y}_c(t + \tau)$ 分别为预测输出和预测参考轨迹.该性能指标能够确保输出预测值尽可能快的接近给定的参考输入.

根据文献[32],输出量对输入量的相对阶次 σ 定义为输出量对时间的 n 次导数($n = 0, 1, 2, \dots$),直到包含输入量为止,本文中磁悬浮球系统的相对阶为2.将预测输出 $\bar{y}(t + \tau)$ 在 t 时刻按泰勒级数展开得

$$\bar{y}(t + \tau) \approx y(t) + \tau \dot{y}(t) + \dots + \frac{\tau^{2+r}}{(2+r)!} y^{(2+r)}(t), \quad (28)$$

其中 r 为控制阶次(详见[32]),本文中取 $r = 1$.不考虑式(6)中扰动的影响,标称系统输出 $y(t)$ 对时间的高阶导数的估计值为

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= CA\hat{x}(t) + CBu(t), \\ \hat{\dot{y}}(t) &= CA^2\hat{x}(t) + CABu(t) + CB\dot{u}(t), \\ \hat{\ddot{y}}(t) &= CA^3\hat{x}(t) + CA^2Bu(t) + CAB\dot{u}(t) + CB\ddot{u}(t), \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $CB = 0$,且 $CA^2B = 0$.

定义控制序列

$$\bar{u}_c(t) = [u_c(t)^T, \dot{u}_c(t)^T]^T, \quad (30)$$

其中 $u_c(t)$ 为期望的控制输入.则控制序列 $\bar{u}_c(t)$ 作用

下的预测输出 $\bar{y}(t + \tau)$ 表示为

$$\begin{aligned}\bar{y}(t + \tau) &= \hat{y}(t) + \tau \hat{\dot{y}}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \hat{\ddot{y}}(t) + \frac{\tau^3}{3!} \hat{\dddot{y}}(t) \\ &= [\bar{\Gamma}(\tau), \tilde{\Gamma}(\tau)] \begin{bmatrix} \bar{Y} \\ \tilde{Y} \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (31)$$

其中

$$\bar{\Gamma}(\tau) = [1, \tau], \tilde{\Gamma}(\tau) = \left[\frac{\tau^2}{2!}, \frac{\tau^3}{3!} \right],$$

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y} \\ \hat{\dot{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \hat{x}, \tilde{Y} = \begin{bmatrix} \hat{\ddot{y}} \\ \hat{\dddot{y}} \end{bmatrix} = \tilde{Y}_x + \tilde{Y}_u \bar{u}_c,$$

且

$$\tilde{Y}_x = \begin{bmatrix} CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} \hat{x}, \tilde{Y}_u = \begin{bmatrix} CAB & 0 \\ 0 & CAB \end{bmatrix}.$$

同理, 预测参考轨迹 $\bar{y}_c(t + \tau)$ 可以表示为

$$\bar{y}_c(t + \tau) = [\bar{\Gamma}(\tau), \tilde{\Gamma}(\tau)] \begin{bmatrix} \bar{Y}_c \\ \tilde{Y}_c \end{bmatrix}, \quad (32)$$

其中 $\bar{Y}_c = [y_c, \dot{y}_c]^T$, $\tilde{Y}_c = [\ddot{y}_c, \dddot{y}_c]^T$.

结合式(31)和式(32), 性能指标 J 可以表示成

$$\begin{aligned}J &= \frac{1}{2} \int_0^{T_p} [(\bar{Y} - \bar{Y}_c)^T, (\tilde{Y} - \tilde{Y}_c)^T] \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}^T(\tau) \\ \tilde{\Gamma}^T(\tau) \end{bmatrix} \\ &\quad \times [\bar{\Gamma}(\tau), \tilde{\Gamma}(\tau)] \begin{bmatrix} \bar{Y} - \bar{Y}_c \\ \tilde{Y} - \tilde{Y}_c \end{bmatrix} d\tau \\ &= (\bar{Y} - \bar{Y}_c)^T \Gamma_1 (\bar{Y} - \bar{Y}_c) + 2(\tilde{Y} - \tilde{Y}_c)^T \Gamma_2^T \\ &\quad \times (\bar{Y} - \bar{Y}_c) + (\tilde{Y} - \tilde{Y}_c)^T \Gamma_3 (\tilde{Y} - \tilde{Y}_c),\end{aligned}\quad (33)$$

其中

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2} \int_0^{T_p} \bar{\Gamma}^T(\tau) \bar{\Gamma}(\tau) d\tau,$$

$$\Gamma_2 = \frac{1}{2} \int_0^{T_p} \bar{\Gamma}^T(\tau) \tilde{\Gamma}(\tau) d\tau,$$

$$\Gamma_3 = \frac{1}{2} \int_0^{T_p} \tilde{\Gamma}^T(\tau) \tilde{\Gamma}(\tau) d\tau.$$

对 J 求关于 $\bar{u}_c$ 的偏导得

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial \bar{u}_c} &= 2(\tilde{Y}_u^T \Gamma_3 \tilde{Y}_u) \bar{u}_c + 2\tilde{Y}_u^T [\Gamma_2^T (\bar{Y} - \bar{Y}_c) \\ &\quad + \Gamma_3 (\tilde{Y}_x - \tilde{Y}_c)].\end{aligned}\quad (34)$$

令 $\frac{\partial J}{\partial \bar{u}_c} = 0$, 可得控制量

$$\begin{aligned}\bar{u}_c^* &= (\tilde{Y}_u^T \Gamma_3 \tilde{Y}_u)^{-1} \tilde{Y}_u^T [-\Gamma_2^T (\bar{Y} - \bar{Y}_c) \\ &\quad + \Gamma_3 (\tilde{Y}_x - \tilde{Y}_c)].\end{aligned}\quad (35)$$

取控制量(35)的第一行, 则连续时间预测控制律 $\hat{u}_c^*$ 可以由下式求得

$$\hat{u}_c^* = [1, 0] \bar{u}_c^*$$

$$\begin{aligned}&= (CAB)^{-1} [-K(\bar{Y} - \bar{Y}_c) + (\ddot{y}_c - CA^2 \hat{x})] \\ &= -\frac{1}{b_0} [k_1(\hat{x}_1 - y_c) + k_2(\hat{x}_2 - \dot{y}_c) - \ddot{y}_c + a_0 \hat{x}_1],\end{aligned}\quad (36)$$

其中控制增益 $K = [k_1, k_2]$ 为矩阵 $\Gamma_3^{-1} \Gamma_2^T$ 的第一行, $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ 可由滑模观测器(7)得到, 且 K 的取值由预测时域 T_p 和控制阶次 r 决定.

3.3 闭环系统稳定性分析

全局一致毕竟有界的概念^[33]和引理1^[30]将被用于闭环系统稳定性的分析.

引理 1 如果 $\bar{A}$ 是赫尔维茨稳定的, 那么闭环系统系统是全局一致毕竟有界的. 即

- (1) $\bar{A}_{11}$ 是赫尔维茨稳定的, 且
- (2) $\bar{A}_{22}$ 是赫尔维茨稳定的.

将复合控制律 $u(t)$ (19)代入式(6)中可得

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= a_0 x_1 + b_0(u + d_e) \\ &= a_0 x_1 - k_1(\hat{x}_1 - y_c) - k_2(\hat{x}_2 - \dot{y}_c) \\ &\quad + \ddot{y}_c - a_0 \hat{x}_1 - b_0 \tilde{d}_e + b_0 d_e.\end{aligned}\quad (37)$$

整理上式后得到

$$\begin{aligned}\ddot{e} &= -k_1 e - k_2 \dot{e} + (k_1 + a_0)e_{x1} + k_2 e_{x2} \\ &\quad - b_0 C_F x_F + b_0 d_e.\end{aligned}\quad (38)$$

令 $\xi = [\xi_1, \xi_2]^T = [e, \dot{e}]^T$, 那么跟踪误差动态可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix}}_{A_\xi} \xi + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 + a_0 & k_2 \end{bmatrix}}_{\Gamma_\xi} e_x \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_0 C_F \end{bmatrix} x_F + \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \end{bmatrix} d_e.\end{aligned}\quad (39)$$

定义

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}, X_1 = \xi, X_2 = \begin{bmatrix} e_x \\ x_F \end{bmatrix}. \quad (40)$$

结合式(16), (20)和(39), 闭环系统可以描述为

$$\dot{X} = \bar{A}X + \bar{B}\Lambda, \quad (41)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}, \bar{A}_{11} = A_\xi, \bar{A}_{12} = [\Gamma_\xi, -BC_F], \\ \bar{A}_{22} &= \begin{bmatrix} A - LC & -BC_F \\ B_F B^+ LC & A_F + B_F C_F \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (42)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix}, \bar{B}_1 = [B, 0], \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} B & -BK_s \\ 0 & B_F K_s \end{bmatrix}, \quad (43)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} d_e \\ \arctan(Ce_x) \end{bmatrix}. \quad (44)$$

因为 $\arctan(Ce_x) \in (-\pi/2, \pi/2)$, 那么假设 d_e 有界, 则 Λ 有界.

适当选取预测时域 T_p , 观测器增益 L 和低通滤波器 $F(s)$, 可以确保 $\bar{A}_{11}$ 和 $\bar{A}_{22}$ 是赫尔维茨稳定的. 因此根据引理1, 闭环系统(41)是全局一致毕竟有界的.

4 仿真和实验验证

采用MATLAB/Simulink对磁悬浮球系统和所提控制方法进行数值仿真和实验验证, 其中磁悬浮球系统各参数如表1所示.

表1 磁悬浮球系统参数

Table 1 Parameters of the magnetic levitation ball system

参数	符号	标称值
小球质量	$m[kg]$	0.17
小球直径	$d[m]$	0.06
线圈电阻	$R[\Omega]$	13.577
真空磁导率	$\mu_0[H/m]$	$4\pi \times 10^{-7}$
磁导截面积	$S[m^2]$	$9\pi \times 10^{-4}$
线圈匝数	$N[Turns]$	1057
线圈自感	$L_R[mH]$	341
平衡位置	$h_0[m]$	0.0425
平衡电流	$i_0[m]$	0.633

由表1中的参数标称值可以计算出系统模型(5)中的 $a_0 = 61, b_0 = -0.3$, 为了模拟系统受到参数不确定性的影响, 仿真和实验中选取 $a_0 = 58, b_0 = -0.28$. 为了更好的验证本文所提出的MPC+EIDSMO方法的跟踪性能和抗扰动性能, 将其与基于传统EID观测器的模型预测控制(MPC+EIDO)方法以及基于龙伯格状态观测器的积分模型预测控制(IMPC+LO)^[18]方法进行比较. 最后, 仿真和实验结果将采用时间乘绝对误差积分准则(ITAE)和均方根误差(RMSE)^[8]两项指标来定量分析. 仿真和实验采样周期均为0.001s.

$$\begin{cases} ITAE = \int_0^t t |y - y_c| d\tau, \\ RMSE = \sqrt{\int_0^t \frac{1}{t} (y - y_c)^2 d\tau}, \end{cases} \quad (45)$$

其中 y_c 为给定位置信号, y 为系统输出.

4.1 数值仿真

MPC+EIDSMO方法参数: 预测时域 $T_p = 0.04s$, 观测器增益 $L = [1200, 9000]^T$, 滑模增益 $K_s = 60$, 取扰动的最高频率 $\omega_r = 0.5\pi$, 则低通滤波器参数选为 $A_F = -10, B_F = 10, C_F = 1$. MPC+EIDO方法参数: $T_p = 0.04s$, 观测器增益 $L = [1200, 9000]^T$, 低通滤波器参数选为 $A_F = -10, B_F = 10, C_F = 1$. IMPC+LO方法参数: 预测步长 $N_p = 30$, 控制步长 $N_c = 2$, 观测器增益 $L = [1200, 9000]^T$.

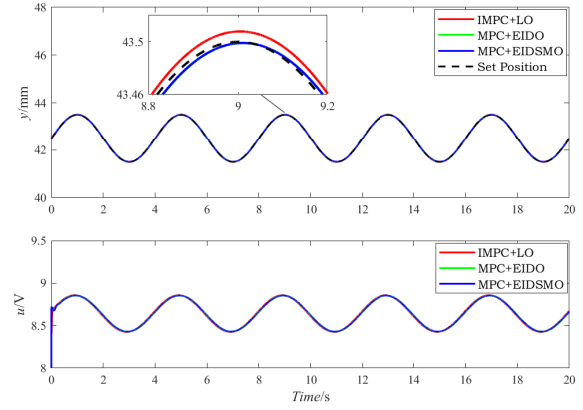


图3 3种控制器作用下的正弦跟踪响应曲线(仿真)

Fig. 3 Response curves of sine wave tracking under three controllers (Simulation)

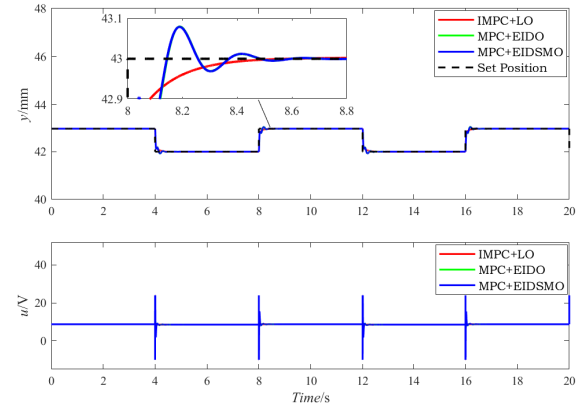


图4 3种控制器作用下的方波跟踪响应曲线(仿真)

Fig. 4 Response curves of square wave tracking under three controllers (Simulation)

表2 位置跟踪的性能指标比较(仿真)

Table 2 Comparison of performance indexes for position tracking (Simulation)

	控制器	ITAE/mm	RMSE/mm
正弦跟踪	IMPC+LO	4.774	0.014
	MPC+EID	4.306	0.012
	MPC+EIDSMO	4.140	0.012
方波跟踪	IMPC+LO	4.025	0.065
	MPC+EID	3.532	0.060
	MPC+EIDSMO	3.464	0.059

正弦跟踪和方波跟踪仿真结果分别如图3和图4所示, 表2为三种方法的跟踪性能定量分析结果, 可以看到在仿真时将参数调到各自最佳的情况下, 三种方法都能实现对给定轨迹的跟踪. 值得注意的是, 在跟踪方波信号时, 由于在一些特定时刻跟踪信号的突变, 导致了对应时刻控制输入的变化较大. 进一步验证抗扰动性能, 分别在平衡位置时加入幅值为1V, 周期为4s的正弦波扰动和幅值为1V, 周期为2s的锯齿波扰

动, 仿真结果如图5和图6所示, 表3为三种方法的抗扰动性能定量分析结果, 相较之下, MPC+EIDSMO方法具有更好的抗扰动性能.

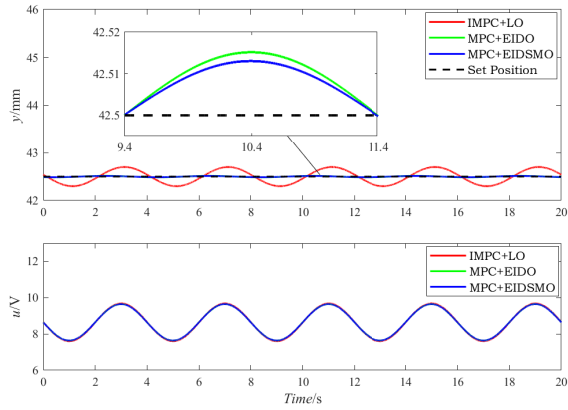


图 5 3种控制器作用下的正弦扰动响应曲线(仿真)

Fig. 5 Response curves of sine wave disturbance under three controllers (Simulation)

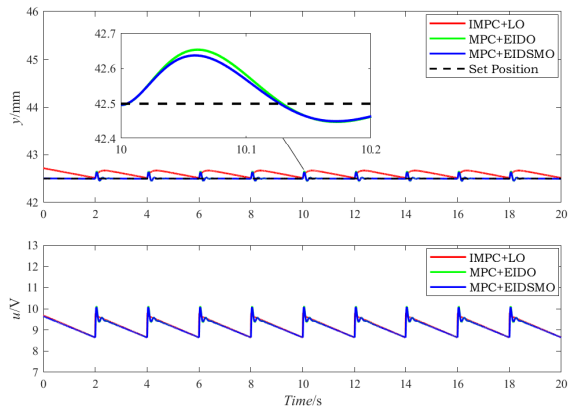


图 6 3种控制器作用下的锯齿波扰动响应曲线(仿真)

Fig. 6 Response curves of sawtooth wave disturbance under three controllers (Simulation)

表 3 扰动抑制的性能指标比较(仿真)

Table 3 Comparison of performance indexes for disturbance suppression (Simulation)

	控制器	ITAE/mm	RMSE/mm
正弦扰动	IMPC+LO	46.836	0.130
	MPC+EID	3.863	0.011
	MPC+EIDSMO	3.324	0.009
锯齿波扰动	IMPC+LO	41.520	0.115
	MPC+EID	3.561	0.026
	MPC+EIDSMO	3.281	0.024

4.2 实验结果

磁悬浮球系统实验平台如图7所示. 其中硬件控制器由Raspberry Pi和STM32组成, 主要用于收集传感器数据和计算控制信号, 激光位置传感器用于采集位

置信息, 励磁线圈用于产生驱动小球在垂直方向上运动的力. 实验中的控制算法由MATLAB/Simulink软件实现.

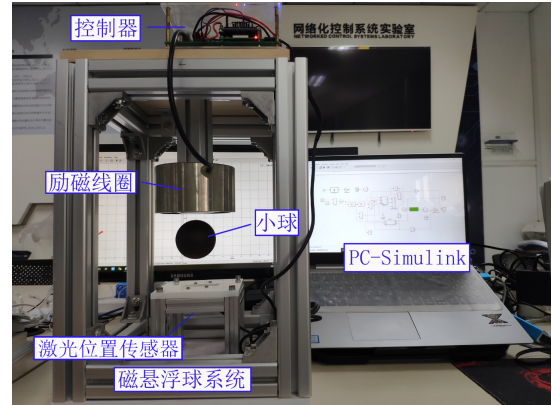


图 7 磁悬浮球系统实验平台

Fig. 7 Experimental platform of the magnetic levitation ball system

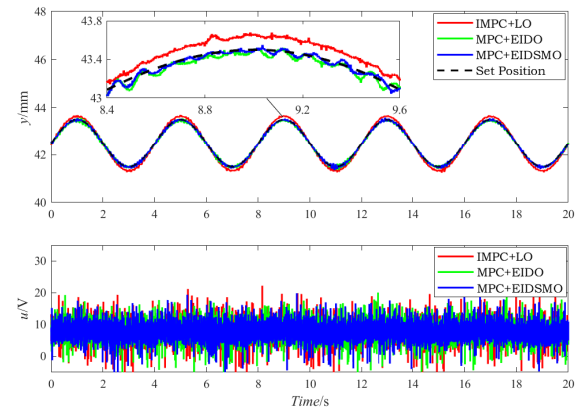


图 8 3种控制器作用下的正弦跟踪响应曲线(实验)

Fig. 8 Response curves of sine wave tracking under three controllers (Experiment)

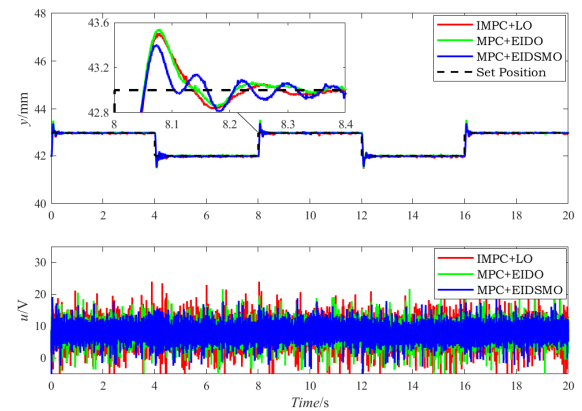


图 9 3种控制器作用下的方波跟踪响应曲线(实验)

Fig. 9 Response curves of square wave tracking under three controllers (Experiment)

MPC+EIDSMO方法参数: 预测时域 $T_p = 0.1s$, 观测器增益 $L = [1200, 10000]^T$, 滑模增益 $K_s = 40$,

取扰动的最高频率 $\omega_r = 0.5\pi$, 则低通滤波器参数选为 $A_F = -10, B_F = 10, C_F = 1$. MPC+EIDO方法参数: $T_p = 0.1s$, 观测器增益 $L = [1200, 10000]^T$, 低通滤波器参数选为 $A_F = -10, B_F = 10, C_F = 1$. IMPC+OB方法参数: 预测步长 $N_p = 15$, 控制步长 $N_c = 2$, 观测器增益 $L = [1200, 10000]^T$.

表 4 位置跟踪的性能指标比较(实验)

Table 4 Comparison of performance indexes for position tracking (Experiment)

	控制器	ITAE/mm	RMSE/mm
正弦跟踪	IMPC+LO	40.577	0.114
	MPC+EID	14.730	0.046
	MPC+EIDSMO	11.555	0.036
方波跟踪	IMPC+LO	16.465	0.106
	MPC+EID	13.759	0.103
	MPC+EIDSMO	12.215	0.100

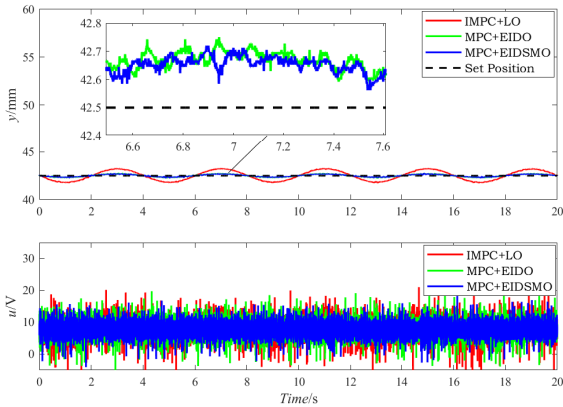


图 10 3种控制器作用下的正弦扰动响应曲线(实验)

Fig. 10 Response curves of sine disturbance under three controllers (Experiment)

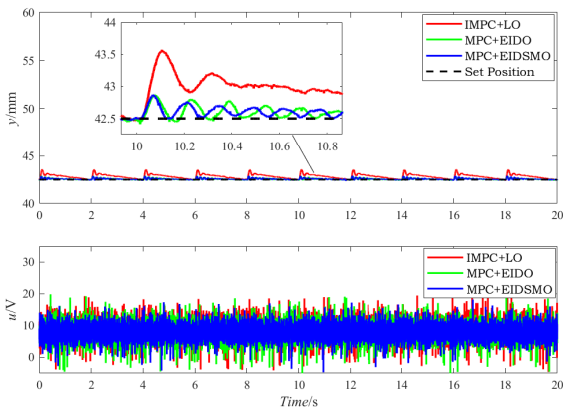


图 11 3种控制器作用下的锯齿波扰动响应曲线(实验)

Fig. 11 Response curves of sawtooth disturbance under three controllers (Experiment)

正弦跟踪和方波跟踪实验结果分别如图8和图9所示, 表4为三种方法的跟踪性能定量分析结果, 可以看

出MPC+EIDSMO方法较其它两种方法具有更快的收敛速度和更小的超调量, 且ITAE和RMSE两项性能指标也有所提升. 进一步验证抗干扰性能, 分别在平衡位置时加入幅值为1V, 周期为4s的正弦波扰动和幅值为1V, 周期为2s的锯齿波扰动, 实验结果如图10和图11所示, 表5为三种方法的抗扰动性能定量分析结果, 相较之下, MPC+EIDSMO方法具有更好的抗扰动性能. 值得注意的是, 实验部分的控制输入同仿真相比具有较大的噪声, 这主要是由于激光位置传感器测量和功率变换器开关特性引起的, 在仿真中则不存在.

表 5 扰动抑制的性能指标比较(实验)

Table 5 Comparison of performance indexes for disturbance suppression (Experiment)

	控制器	ITAE/mm	RMSE/mm
正弦扰动	IMPC+LO	178.700	0.497
	MPC+EID	47.408	0.132
	MPC+EIDSMO	42.089	0.119
锯齿波扰动	IMPC+LO	134.270	0.403
	MPC+EID	28.982	0.101
	MPC+EIDSMO	27.747	0.100

5 结论

本文研究了在扰动影响下的磁悬浮球系统位置跟踪问题. 为了在不牺牲系统标称控制性能的前提下提高闭环系统的抗干扰性能, 提出了一种基于等价输入干扰滑模观测器的模型预测控制方法. 通过等价输入干扰滑模观测器得到等价输入干扰的估计值, 将其与模型预测控制最优控制律相结合得到最终的复合控制律, 实现了磁悬浮球系统在扰动存在下的位置跟踪控制. 仿真和实验结果表明, 与内含龙伯格观测器的传统EID观测器相比, 等价输入干扰滑模观测器具有更快的收敛速度. 相较于经典的积分模型预测控制方法, 基于等价输入干扰滑模观测器的模型预测控制方法对扰动具有更好的抑制效果.

参考文献:

- [1] BOBTSOV A A, PYRKIN A A, ORTEGA R S, et al. A state observer for sensorless control of magnetic levitation systems. *Automatica*, 2018, 97: 263 – 270.
- [2] YAN L G. Development and application of the maglev transportation system. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2008, 18(2): 92 – 99.
- [3] HAN B C, ZHENG S Q, LE Y, et al. Modeling and analysis of coupling performance between passive magnetic bearing and hybrid magnetic radial bearing for magnetically suspended flywheel. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, 49(10): 5356 – 5370.
- [4] CHEN Junfeng, LIU Kun, XIAO Kai. Linear parameter-varying gain-scheduled robust control for active magnetic bearings of flywheel energy storage system. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(11): 1641 – 1644.

- (陈峻峰, 刘昆, 肖凯. 磁悬浮储能飞轮线性变参数鲁棒增益调度控制. 控制理论与应用, 2011, 28(11): 1641 – 1644.)
- [5] LAN Yipeng, LIU Yufei. Magnetic levitation linear motor H-infinity robust controller design and optimization of ant colony algorithm. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(4): 527 – 532. (蓝益鹏, 刘宇菲. 磁悬浮直线电动机H ∞ 鲁棒控制器及其蚁群算法优化设计. 控制理论与应用, 2015, 32(4): 527 – 532.)
 - [6] BERKELMAN P, DZADOVSKY M. Magnetic levitation over large translation and rotation ranges in all directions. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2013, 18(1): 44 – 52.
 - [7] WEI W, XUE W C, LI D H. On disturbance rejection in magnetic levitation. *Control Engineering Practice*, 2019, 82: 24 – 35.
 - [8] WANG J, ZHAO L, YU L. Adaptive terminal sliding mode control for magnetic levitation systems with enhanced disturbance compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, DOI: 10.1109/TIE.2020.2975487.
 - [9] XI Yugeng, LI Dewei, LIN Shu. Model predictive control — status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(3): 222 – 236. (席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战. 自动化学报, 2013, 39(3): 222 – 236.)
 - [10] ZOU Tao, PAN Hao, DING Baocang, et al. Research development of two-layered predictive control. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(10): 1327 – 1337. (邹涛, 潘昊, 丁宝苍, 等. 双层结构预测控制研究进展. 控制理论与应用, 2014, 31(10): 1327 – 1337.)
 - [11] ZOU Tao, WEI Feng, ZHANG Xiaohui. Strategy of centralized optimization and decentralized control for two-layered predictive control in large-scale industrial systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(08): 1366 – 1373. (邹涛, 魏峰, 张小辉. 工业大系统双层结构预测控制的集中优化与分散控制策略. 自动化学报, 2013, 39(08): 1366 – 1373.)
 - [12] HE Defeng, DING Baocang, YU Shuyou. Review of fundamental properties and topics of model predictive control for nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 273 – 287. (何德峰, 丁宝苍, 于树友. 非线性系统模型预测控制若干基本特点与主题回顾. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 273 – 287.)
 - [13] CHEN Huan, HU Yunfeng, YU Shuyou, et al. Airpath prediction model and predictive control of turbocharged gasoline engine. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(8): 1008 – 1018. (陈欢, 胡云峰, 于树友, 等. 涡轮增压汽油机气路预测模型的建立与预测控制. 控制理论与应用, 2017, 34(8): 1008 – 1018.)
 - [14] WANG Renzhi, LI Dewei, XI Yugeng. Metro energy saving optimization algorithm by using model predictive control. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(9): 1129 – 1135. (汪仁智, 李德伟, 席裕庚. 采用预测控制的地铁节能优化控制算法. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1129 – 1135.)
 - [15] WANG J X, WANG F X, WANG G L, et al. Generalized proportional integral observer based robust finite control set predictive current control for induction motor systems with time-varying disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 14(9): 4159 – 4168.
 - [16] YANG J, ZHENG W X, LI S H, et al. Design of a prediction-accuracy-enhanced continuous-time MPC for disturbed systems via a disturbance observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5807 – 5816.
 - [17] XUE W C, HUANG Y. Performance analysis of 2-DOF tracking control for a class of nonlinear uncertain systems with discontinuous disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 28(4): 1456 – 1473.
 - [18] WANG L P. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. London: Springer, 2009.
 - [19] LI S H, YANG J, CHEN W H, et al. *Disturbance Observer-based Control: Methods and Applications*. Boca Raton: CRC Press, 2014.
 - [20] GU W W, YAO J Y, YAO Z K, et al. Output feedback model predictive control of hydraulic systems with disturbances compensation. *ISA Transactions*, 2019, 88: 216 – 224.
 - [21] YANG J, ZHENG W X. Offset-free nonlinear MPC for mismatched disturbance attenuation with application to a static var compensator. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2014, 61(1): 49 – 53.
 - [22] YANG J, WU H, HU L, et al. Robust predictive speed regulation of converter-driven DC motors via a discrete-time reduced-order GPIO. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(10): 7893 – 7903.
 - [23] WU M, GAO F, YU P, et al. Improve disturbance-rejection performance for an equivalent-input-disturbance-based control system by incorporating a proportional-integral observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(2): 1254 – 1260.
 - [24] SHE J H, FANG M X, OHYAMA Y, et al. Improving disturbance-rejection performance based on an equivalent-input-disturbance approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(1): 380 – 389.
 - [25] LIU R J, LIU G P, WU M, et al. Robust disturbance rejection based on equivalent-input-disturbance approach. *IET Control Theory & Applications*, 2013, 7(9): 1261 – 1268.
 - [26] DU Y W, CAO W H, SHE J H, et al. Disturbance rejection for input-delay system using observer-predictor-based output feedback control. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2020, 16(7): 4489 – 4497.
 - [27] YU P, WU M, SHE J H, et al. An improved equivalent-input-disturbance approach for repetitive control system with state delay and disturbance. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(1): 521 – 531.
 - [28] GAO F, WU M, SHE J H, et al. Disturbance rejection in nonlinear systems based on equivalent-input-disturbance approach. *Applied Mathematics and Computation*, 2016, 282: 244 – 253.
 - [29] SPURGEON S K. Sliding mode observers: a survey. *International Journal of Systems Science*, 2008, 39(8): 751 – 764.
 - [30] CAI W J, SHE J H, WU M, et al. Disturbance suppression for quadrotor UAV using sliding-mode-observer-based equivalent-input-disturbance approach. *ISA Transactions*, 2019, 92: 286 – 297.
 - [31] SKELTON R E, IWASAKI T, GRIGORIADIS K M. *A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design*. London: Taylor & Francis, 1998.
 - [32] CHEN W H, BALLANCE D J, GAWTHROP P J. Optimal control of nonlinear systems: a predictive control approach. *Automatica*, 2003, 39(4): 633 – 641.
 - [33] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1996.

作者简介:

王军晓 (1986–), 男, 讲师, 目前研究方向: 先进电力电子与运动控制, E-mail: wjx2017@zjut.edu.cn;

陈林杰 (1996–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向: 运动控制, E-mail: chenlinjie0524@163.com;

俞立 (1961–), 男, 教授, 目前研究方向: 网络化运动控制, E-mail: lyu@zjut.edu.cn.