第 38 卷第 12 期
2021 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 38 No. 12
Dec. 2021

广义非线性扩张状态观测器设计及性能分析

张世华, 齐晓慧†, 万 慧

(陆军工程大学 石家庄校区, 河北 石家庄 050053)

摘要: 针对时变外扰, 提出广义非线性扩张状态观测器设计方法. 在分析传统扩张状态观测器的设计策略的基础上, 通过对总扰动进行重构、引入广义扩张状态, 设计反映扰动中已知分量的广义扩张状态观测器(扩张$r+1$阶). 理论分析了观测器的收敛性, 并得出了观测误差上界与扩张阶数的定量关系式. 通过仿真对广义扩张状态观测器抑制外界正弦扰动的有效性进行检验, 数值模拟结果表明, 本文设计的观测器能够有效利用扰动中已知分量的信息, 降低系统的不确定性, 提高观测精度.

关键词: 广义非线性扩张状态观测器; 收敛性; 干扰抑制; 观测精度

引用格式: 张世华, 齐晓慧, 万慧. 广义非线性扩张状态观测器设计及性能分析. 控制理论与应用, 2021, 38(12): 2059 – 2068

DOI: 10.7641/CTA.2021.00455

Design and performance analysis of generalized nonlinear extended state observer

ZHANG Shi-hua, QI Xiao-hui†, WAN Hui

(Shijiazhuang Campus, Army Engineering University, Shijiazhuang Hebei 050053, China)

Abstract: A generalized nonlinear extended state observer design method is proposed for time-varying disturbances. Based on the analysis of the system reconstruction strategy of the traditional extended state observer, the generalized extended state observer reflecting the known components of the disturbance is designed by reconstructing the total disturbance and introducing the generalized extended state. The convergence of the observer is analyzed and the quantitative relation between the upper bound of the observation error and the expansion order is obtained. The effectiveness of the generalized extended state observer to suppress the external sinusoidal disturbance is verified by numerical simulation which further shows that the observer can utilize the known components of the disturbance, reduce the uncertainty of the system and improve the observation accuracy.

Key words: generalized nonlinear extended state observer; convergence; interference suppression; observation accuracy

Citation: ZHANG Shihua, QI Xiaohui, WAN Hui. Design and performance analysis of generalized nonlinear extended state observer. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(12): 2059 – 2068

1 引言

自抗扰控制(ADRC)是韩京清针对不确定系统的控制问题而提出的, 是一种吸收现代控制理论成果、发扬并丰富PID思想精髓("基于误差消除误差")、开发运用特殊非线性效应的新型实用控制技术[1]. 其核心内涵在于: 根据系统输出和控制输入选择积分串联标准型, 把系统中异于标准型的部分视为总扰动(内扰和外扰), 以扩张状态观测器(ESO)为手段, 实时估计并在反馈控制中得以补偿, 从而使得闭环动态系统具有良好的控制性能[2]. 由此可见, ESO是自抗扰控制系统的核心部分, 它的观测精度直接影响系统能否有效地对扰动进行补偿. 最近, 许多学者对扩张状态观测器及其应用进行了深入的理论研究. 文献[3]考虑到其高增益特性, 开发了一种ESO级联组合, 能快速准确的重构信号, 同时避免测量噪声过度放大. 文献[4]在研究多智能体的有限时间输出一致性问题时, 通过设计分布式有限时间扩张状态观测器估计未测量的共识误差和干扰.

传统ESO (即扩张阶数为1)借用状态观测器的思想, 用非线性反馈机制建立了能够观测被扩张状态(总

收稿日期: 2020−07−14; 录用日期: 2021−02−18.

†通信作者. qi-xh@163.com; Tel.: +86 311-87994749.

本文责任编委: 夏元清.

陆军武器装备军内科学研究项目(LJ20202C080518), 陆军工程大学基础学科科研基金项目资助.

Supported by the Army Armaments Scientific Research Program (LJ20202C080518) and the Foundation of Army University of Engineering.

扰动)的观测器[5], 由于其并不依赖于研究对象和生成扰动的具体数学模型, 因此可以作为通用而实用的扰动观测器, 但其非线性反馈结构给理论分析带来很大困难, 参数整定较为繁琐, 不便于工程实际应用. 文献[6]首次将ADRC中的非线性环节线性化处理, 采用极点配置的思想将参数与带宽联系起来, 简化了参数整定方法, 极大推动了自抗扰控制的理论研究与应用. 非线性ESO的收敛性和稳定性理论分析十分困难, 早期的主要工作针对低阶非线性ESO收敛性及估计误差分析[7–10]; 郭宝珠的研究团队在这方面取得了丰硕的成果, 文献[11]证明了一般的非线性ESO的收敛性, 文献[12]证明了下三角不确定开环系统非线性ESO的收敛性; 虽然文献[11–12]中的ESO包含广泛的非线性函数类型, 但是不包含非线性函数"fal"[5], 赵志良等在文献[13]中证明了由"fal"构成的非线性ESO对开环系统状态和总扰动跟踪的收敛性.

实际应用中, 系统的总扰动大多为包含常值、斜坡、正弦扰动等各种形式的复合时变扰动, 而传统ESO是通过减小总扰动的变化率实现对总扰动及系统各状态的估计, 因此对于广泛存在的时变扰动不能完全估计, 文献[14]指出, 传统的线性扩张状态观测器(LESO)仅能实现对常值外界扰动(扰动变化率为0)的渐近跟踪. 对于一类可以表示为形如$d(t) = d_0 + d_1t + d_2t^2 + \cdots$的时间多项式函数形式的时变扰动[15], 文献[16]首次提出高阶LESO (扩张阶数为任意阶)的概念, 可以证明如果扰动的r阶导数为0, 则可以设计一个r阶LESO, 得到状态及扰动估计的渐近收敛性. 正弦扰动是一类无限可微的周期性时变扰动, 文献[17]分析了高阶LESO处理快速变化的正弦扰动的性能, 指出如果ESO带宽的选择明显大于干扰频率, 同时小于未建模高频动态, 则高阶LESO对快速变化的正弦扰动的跟踪性能得到改善, 但该方法仍然存在一个正弦误差. 文献[2]讨论了高阶及传统LESO的动态响应、干扰抑制能力与观测器参数间的关系, 在估计能力、峰值现象的抑制、滤噪性能等方面对高阶及传统LESO进行系统的性能评价. 上述工作仅分析了提高LESO的扩张阶数对系统性能的影响, 并没有对观测器结构设计问题的本质进行深入讨论. 文献[18]对传统LESO的系统重构策略进行了分析, 指出该方法在时变扰动抑制问题中存在的缺陷. 进而, 在对总扰动进行分析的基础上, 对系统模型进行重构, 建立能够反映扰动中已知模态的更加精确的模型. 基于重构系统设计的广义LESO, 实现了对总扰动中已知模态分量的完全估计和补偿, 从而提高系统精度. 近年来, 一些文献讨论了具有谐波扰动的控制系统问题. 文献[19]将总扰动重构为多项式函数与谐波函数叠加的形式, 并针对性的设计高阶LESO以提高观测精度. 文献[20]利用周期性信号的微分特性, 构建LESO, 观测并补偿电机转速脉动中的主要周期分量. 从上述工作可以看出, 线性扩张状态观测器干扰抑制性能的分析和改进策略已经取得了比较丰富的成果. 事实上, 非线性ESO的非线性机制在跟踪精度、抗干扰能力等方面有其自身的优势, 然而在如何有效提高观测精度上, 鲜少有文献进行策略设计并给出理论分析.

受到文献[16]和文献[18]的启发, 针对时变外扰, 为了提高非线性ESO的观测精度, 本文提出了一种广义非线性扩张状态观测器. 第2节分析了传统非线性ESO设计策略存在的缺陷. 在第3节, 设计反映扰动中已知分量的广义非线性ESO, 并且从理论上证明观测器的收敛性, 得到观测误差上界与扩张阶数的定量关系式. 第4节通过数值模拟验证广义非线性ESO抑制周期性时变扰动的有效性.

2 传统非线性ESO简介

本文考虑如下具有不确定性的n阶SISO非线性系统:

$$\begin{cases} x^{(n)}(t) = f(x(t), \dot{x}(t), \cdots, x^{(n-1)}(t)) + \\ \qquad\quad w(t) + u(t), \\ y(t) = x(t), \end{cases} \tag{1}$$

其中: $u(t)$为系统输入, $y(t)$为系统的量测输出, $f(\cdot)$为系统的非线性不确定性, $w(t)$为外界扰动.

定义系统状态$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^{n+1}$, 其中:

$$x_1 = x(t), x_2 = \dot{x}(t), \cdots, x_n = x^{(n-1)}(t),$$
$$x_{n+1} = f(x(t), \dot{x}(t), \cdots, x^{(n-1)}(t)) + w(t).$$

于是, 系统(1)可以写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + Bu + E\bar{h}, \\ y = C\boldsymbol{x}, \end{cases} \tag{2}$$

其中:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \ C = (1\ 0\ \cdots\ 0\ 0),$$

$$\bar{h} = \frac{\mathrm{d}f(x(t), \dot{x}(t), \cdots, x^{(n-1)}(t))}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}.$$

对系统(2)设计如下的非线性ESO系统:

$$\begin{cases} e_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t), \\ \dot{\hat{x}}_1(t) = \hat{x}_2(t) + \varepsilon^{n-1} g_1(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^n}), \\ \dot{\hat{x}}_2(t) = \hat{x}_3(t) + \varepsilon^{n-2} g_2(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^n}), \\ \quad\vdots \\ \dot{\hat{x}}_n(t) = \hat{x}_{n+1}(t) + g_n(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^n}) + u(t), \\ \dot{\hat{x}}_{n+1}(t) = \dfrac{1}{\varepsilon} g_{n+1}(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^n}), \end{cases} \tag{3}$$

其中ε为ESO的可调参数, 非线性函数

$$g_i(\cdot)(i = 1, 2, \cdots, n+1),$$

满足条件

$$e_1(t) g_i(e_1(t)/\varepsilon^n) > 0,\ \forall e_1(t) \neq 0,\ g_i(0) = 0.$$

定义

$$e_i(t) = x_i(t) - \hat{x}_i(t),$$

$$\eta_i(t) = \frac{e_i(\varepsilon t)}{\varepsilon^{n+1-i}},\ i = 1, 2, \cdots, n+1,$$

得到系统(3)对系统(2)的观测误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1(t) = \eta_2(t) - g_1(\eta_1(t)), \\ \dot{\eta}_2(t) = \eta_3(t) - g_2(\eta_1(t)), \\ \quad\vdots \\ \dot{\eta}_n(t) = \eta_{n+1}(t) - g_n(\eta_1(t)), \\ \dot{\eta}_{n+1}(t) = \varepsilon \bar{h}(t) - g_{n+1}(\eta_1(t)), \end{cases} \tag{4}$$

记

$$\boldsymbol{\eta}(t) = [\eta_1(t)\ \eta_2(t)\ \cdots\ \eta_{n+1}(t)],$$

$$g(\eta_1(t)) = [g_1(\eta_1(t))\ g_2(\eta_1(t))\ \cdots\ g_{n+1}(\eta_1(t))],$$

则观测误差的状态方程可以表示为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = A\boldsymbol{\eta}(t) - g(\eta_1(t)) + \varepsilon E \bar{h}(t). \tag{5}$$

当系统达到平衡点附近时, 依赖系统状态的内部不确定性通常变化缓慢, 此时, 若f为自治非线性函数, 扰动项$\bar{h}$中依赖系统状态的分量几乎为0. 对系统产生持续作用的主要是依赖外界扰动的部分$\dfrac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}$. 下面分两种情况讨论外界扰动对ESO性能的影响:

1) 如果外界扰动为常值, 即$\dfrac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t} = 0$时, 式(5)变为$\dot{\boldsymbol{\eta}}(t) = A\boldsymbol{\eta}(t) - g(\eta_1(t))$, 此时, 在一定条件下, ESO的观测误差能够渐近收敛到0 (详见文献[18]、文献[21]定理3.1.1). 这说明, 传统ESO能够有效消除常值外界扰动的影响, 保证扰动和状态的估计误差均收敛到0.

2) 如果外界扰动是时变的, 即$\dfrac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t} \neq 0$时, 误差系统(5)不存在0平衡状态, 观测器误差仅能够收敛到一个邻域内, 且该邻域的大小取决于$|\dfrac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}|$的上界(详见文献[18,21]). 可以看到, 扰动变化率不为0不仅会影响观测器对扰动的估计精度, 也会影响观测器对系统内部状态的估计精度, 且稳态精度随着$|\dfrac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}|$的增大而降低.

由此可知, 传统ESO的设计策略是扩张1阶, 其观测精度主要取决于扰动项$\|\bar{h}\|$的上界, 常值外界扰动时平衡点附近$\|\bar{h}\|$近似为0, 因此观测误差能够渐近收敛到0. 外界扰动若是时变的, $\|\bar{h}\|$不为0, 且$\|\bar{h}\|$越大, 说明系统不确定性越强, ESO的观测精度越低. 在实际应用中, 系统总扰动大多为包含各种分量的复合时变扰动, 由上述分析可知, 此时ESO的观测精度和系统性能将会受到较大影响.

在设计控制系统时通常能够获得总扰动中某些扰动分量的先验信息, 如果能够有效利用这些先验信息设计ESO, 使其完全消除总扰动中已知的时变扰动分量, 减小$\|\bar{h}\|$, 则ESO的估计精度将会提升, 从而提高系统的控制性能.

3 广义ESO的设计及收敛性分析

为了解决非线性扩张状态观测器对时变扰动估计能力有限的问题, 利用微分同胚变换, 对扰动系统进行重构, 建立原系统的内部状态和扰动系统状态的广义模型, 设计反映扰动中已知分量的广义非线性ESO, 从而减小扰动项$\|\bar{h}\|$的上界, 提升观测器对扰动及系统状态的估计能力.

本节对系统(1)的总扰动进行分析, 非线性不确定性和外界扰动定义为

$$D = f(x(t), \dot{x}(t), \cdots, x^{(n-1)}(t)) + w(t),$$

把总扰动看作单输入单输出仿射非线性系统的输出函数, 假设如下的扰动系统模型[18]:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{p}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{\theta})\mu, \\ D = s(\boldsymbol{\theta}), \end{cases} \tag{6}$$

其中: $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^m$为扰动系统状态, $\mu \in \mathbb{R}$为扰动系统输入, 是和外界扰动$w(t)$和系统状态$\boldsymbol{x}$有关的函数, $D \in \mathbb{R}$为扰动系统输出, 是系统(1)的总扰动, $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^m$ 是两个光滑的向量场, $s \subseteq \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$是一个光滑映射. 扰动系统的相对阶次$r = m$.

定义系统(6)的李导数[22]

$$L_{\boldsymbol{p}} s(\boldsymbol{\theta}) = \langle \mathrm{d}s(\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{p}(\boldsymbol{\theta}) \rangle,$$

其中 $\mathrm{d}s$ 为映射 $s(\boldsymbol{\theta})$ 的梯度, 并且有 $L_{\boldsymbol{p}}^k s(\boldsymbol{\theta}) = L_{\boldsymbol{p}}(L_{\boldsymbol{p}}^{k-1} s(\boldsymbol{\theta}))$. 扰动系统的相对阶次为$r$, 是指对任意的$\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^m$, 都存在: $L_{\boldsymbol{q}} L_{\boldsymbol{p}}^i s(\boldsymbol{\theta}) = 0$, $L_{\boldsymbol{q}} L_{\boldsymbol{p}}^{r-1} s(\boldsymbol{\theta}) \neq 0$, $i = 0, 1, \cdots, r-2$. 在此定义下, 存在微分同胚映射:

$$\boldsymbol{\Psi}:\mathbb{R}^m\longrightarrow\mathbb{R}^m,$$

定义如下:

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{\theta})=\boldsymbol{\xi}=\begin{pmatrix}s(\boldsymbol{\theta})\\ L_{\boldsymbol{p}}s(\boldsymbol{\theta})\\ \vdots\\ L_{\boldsymbol{p}}^{r-1}s(\boldsymbol{\theta})\end{pmatrix}.$$

系统(6)在新坐标系下可以表示为

$$\begin{cases}\dot{\xi}_1=\xi_2,\\ \dot{\xi}_2=\xi_3,\\ \quad\vdots\\ \dot{\xi}_{r-1}=\xi_r,\\ \dot{\xi}_r=a(\boldsymbol{\xi})+b(\boldsymbol{\xi})\mu,\\ D=\xi_1,\end{cases}\tag{7}$$

其中:

$$a(\boldsymbol{\xi})=L_{\boldsymbol{p}}^r s(\boldsymbol{\Psi}^{-1}(\boldsymbol{\xi})),$$
$$b(\boldsymbol{\xi})=L_{\boldsymbol{q}}L_{\boldsymbol{p}}^{r-1}s(\boldsymbol{\Psi}^{-1}(\boldsymbol{\xi})).$$

由于$\boldsymbol{p},\boldsymbol{q},s$为已知函数, μ为未知函数, 定义

$$\xi_{r+1}=b(\boldsymbol{\xi})\mu,$$

那么

$$\dot{\xi}_{r+1}=h(t).$$

将扰动系统状态$\xi_1,\cdots,\xi_{r+1}$看作系统(1)的广义扩张状态, 并且记广义状态为$\bar{\boldsymbol{x}}=[x_1\ \cdots\ x_n\ \xi_1\ \cdots\ \xi_{r+1}]^{\mathrm{T}}$, 重构后得到系统的广义模型为

$$\begin{cases}\dot{\bar{\boldsymbol{x}}}=\begin{pmatrix}A_1 & A_2\\ \mathbf{0}_{(r+1)\times n} & A_3\end{pmatrix}\bar{\boldsymbol{x}}+\begin{pmatrix}B_{(n+1)\times 1}\\ \mathbf{0}_{r\times 1}\end{pmatrix}u+\\ \qquad\begin{pmatrix}\mathbf{0}_{r\times 1}\\ B_{(n+1)\times 1}\end{pmatrix}a(\boldsymbol{\xi})+\begin{pmatrix}\mathbf{0}_{r\times 1}\\ E_{(n+1)\times 1}\end{pmatrix}h(t),\\ y=(C_{1\times(n+1)}\mathbf{0}_{1\times r})\bar{\boldsymbol{x}},\end{cases}\tag{8}$$

其中:

$$A_1=\begin{pmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\0&0&0&\cdots&0\end{pmatrix}_{n\times n},\ A_2=\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{0}\\1&\mathbf{0}\end{pmatrix}_{n\times(r+1)},$$

$$A_3=\begin{pmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\0&0&0&\cdots&0\end{pmatrix}_{(r+1)\times(r+1)},$$

矩阵B,C,E的定义与式(2)相同.

针对重构后的系统模型(8), 设计如下的广义ESO:

$$\begin{cases}e_1(t)=\bar{x}_1(t)-\hat{x}_1(t),\\ \dot{\hat{x}}_1(t)=\hat{x}_2(t)+\varepsilon^{n+r-1}g_1(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^{n+r}}),\\ \dot{\hat{x}}_2(t)=\hat{x}_3(t)+\varepsilon^{n+r-2}g_2(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^{n+r}}),\\ \qquad\vdots\\ \dot{\hat{x}}_n(t)=\hat{x}_{n+1}(t)+\varepsilon^{r}g_n(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^{n+r}})+u(t),\\ \qquad\vdots\\ \dot{\hat{x}}_{n+r}(t)=\hat{x}_{n+r+1}(t)+a(\hat{\boldsymbol{\xi}})+g_{n+r}(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^{n+r}}),\\ \dot{\hat{x}}_{n+r+1}(t)=\dfrac{1}{\varepsilon}g_{n+r+1}(\dfrac{e_1(t)}{\varepsilon^{n+r}}),\end{cases}\tag{9}$$

其中: $\hat{\boldsymbol{\xi}}=(\hat{\xi}_1\ \cdots\ \hat{\xi}_r)^{\mathrm{T}}=(\hat{x}_{n+1}\ \cdots\ \hat{x}_{n+r})^{\mathrm{T}}$, 参数$\varepsilon$和非线性函数$g_i$的选取要求与系统(3)相同. 令

$$e_i(t)=\bar{x}_i(t)-\hat{x}_i(t),$$
$$\eta_i(t)=\frac{e_i(\varepsilon t)}{\varepsilon^{n+r+1-i}},\ i=1,2,\cdots,n+r+1,$$

可得系统(9)对系统(8)的观测误差动态系统为

$$\begin{cases}\dot{\eta}_1(t)=\eta_2(t)-g_1(\eta_1(t)),\\ \dot{\eta}_2(t)=\eta_3(t)-g_2(\eta_1(t)),\\ \qquad\vdots\\ \dot{\eta}_{n+r}(t)=\eta_{n+r+1}(t)-g_{n+r}(\eta_1(t))+\\ \qquad\quad(a(\boldsymbol{\xi})-a(\hat{\boldsymbol{\xi}})),\\ \dot{\eta}_{n+r+1}(t)=\varepsilon h(t)-g_{n+r+1}(\eta_1(t)).\end{cases}\tag{10}$$

注 1 事实上, 广义ESO是利用扰动解耦后的系统(7)将观测器扩张阶数高阶化, 扩张$r+1$阶, 包含了时变扰动的先验信息.

注 2 当已知部分扰动信息时, 比如某个频率的周期扰动, 这时对总扰动进行重构, 模型(7)中的$a(\hat{\boldsymbol{\xi}})$是已知的, 基于此构建系统的广义模型并进行广义非线性ESO设计, 就能补偿已知扰动分量, 提高跟踪精度.

假设 1 存在正常数, 使得$h(t)$有界, 且满足$|h(t)|\leqslant M$.

假设 2 存在正常数$\lambda_i(i=1,2,3,4)$, β以及连续的正定函数$V,W:\mathbb{R}^{n+r+1}\to\mathbb{R}$使得

1) $\lambda_1\|\boldsymbol{y}\|^2\leqslant V(\boldsymbol{y})\leqslant\lambda_2\|\boldsymbol{y}\|^2$, $\lambda_3\|\boldsymbol{y}\|^2\leqslant W(\boldsymbol{y})\leqslant\lambda_4\|\boldsymbol{y}\|^2$;

2) $\sum\limits_{i=1}^{n+r}\dfrac{\partial V}{\partial y_i}(y_{i+1}-g_i(y_1))+\dfrac{\partial V}{\partial y_{n+r}}(a(\boldsymbol{\xi})-a(\hat{\boldsymbol{\xi}}))-\dfrac{\partial V}{\partial y_{n+r+1}}g_{n+r+1}(y_1)\leqslant-W(\boldsymbol{y})$;

3) $|\dfrac{\partial V}{\partial y_{n+r+1}}|\leqslant\beta\|\boldsymbol{y}\|$.

定理 1　若假设1和假设2均满足, 对于系统(9)有如下结论成立:

1) 对于任意给定的正常数a, 在$[a,+\infty)$上下式一致成立,

$$\lim_{\varepsilon\to 0}|\bar{x}_i(t)-\hat{x}_i(t)|=0;$$

2) $\overline{\lim_{t\to\infty}}|\bar{x}_i(t)-\hat{x}_i(t)|\leqslant \mathrm{O}(\varepsilon^{n+r+2-i})$,

其中: $\hat{x}_i(t)(i=1,\cdots,n)$为系统(9)对系统(1)的状态估计值, $\hat{x}_i(t)(i=n+1,\cdots,n+r+1)$为系统(9)对系统(1)的总扰动及其高阶导数的估计值, $r+1$为扩张阶数.

证　由假设1和2, Lyapunov函数$V(\boldsymbol{\eta}(t))$沿着系统(10)关于时间t的导数为

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(\boldsymbol{\eta}(t))=&\sum_{i=1}^{n+r}\frac{\partial V}{\partial\eta_i}(\eta_{i+1}-g_i(\eta_1))+\\&\frac{\partial V}{\partial\eta_{n+r}}(a(\boldsymbol{\xi})-a(\hat{\boldsymbol{\xi}}))-\\&\frac{\partial V}{\partial\eta_{n+r+1}}g_{n+r+1}(\eta_1)+\\&\frac{\partial V}{\partial\eta_{n+r+1}}\varepsilon h(t)\leqslant\\&-W(\boldsymbol{\eta})+\varepsilon\beta M\|\boldsymbol{\eta}\|\leqslant\\&-\frac{\lambda_3}{\lambda_2}V(\boldsymbol{\eta})+\frac{\sqrt{\lambda_1}}{\lambda_1}\varepsilon\beta M\sqrt{V(\boldsymbol{\eta})}.\end{aligned}$$

由上式可知

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{V(\boldsymbol{\eta})}\leqslant-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}\sqrt{V(\boldsymbol{\eta})}+\frac{\sqrt{\lambda_1}}{2\lambda_1}\varepsilon\beta M,$$

于是有

$$\begin{aligned}\|\boldsymbol{\eta}\|\leqslant\sqrt{\frac{V(\boldsymbol{\eta})}{\lambda_1}}\leqslant&\frac{\sqrt{\lambda_1V(\boldsymbol{\eta}(0))}}{\lambda_1}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}t}+\\&\frac{\varepsilon\beta M}{2\lambda_1}\int_0^t\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}(t-s)}\mathrm{d}s.\end{aligned}$$

因此观测误差满足如下关系:

$$\begin{aligned}|e_i(t)|=&\varepsilon^{n+r+1-i}|\eta_i(\frac{t}{\varepsilon})|\leqslant\varepsilon^{n+r+1-i}\|\boldsymbol{\eta}(\frac{t}{\varepsilon})\|\leqslant\\&\varepsilon^{n+r+1-i}\frac{\sqrt{\lambda_1V(\boldsymbol{\eta}(0))}}{\lambda_1}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}t}+\\&\varepsilon^{n+r+2-i}\frac{\beta M}{2\lambda_1}\int_0^t\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}(t-s)}\mathrm{d}s=\\&\varepsilon^{n+r+1-i}\frac{\sqrt{\lambda_1V(\boldsymbol{\eta}(0))}}{\lambda_1}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}t}-\\&\varepsilon^{n+r+2-i}\frac{\beta M\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3}\mathrm{e}^{-\frac{\lambda_3}{2\lambda_2}t}+\\&\varepsilon^{n+r+2-i}\frac{\beta M\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3},\end{aligned}$$

对于任意给定的正常数a, 当$t\in[a,+\infty)$时, 对ε取极限可以得到

$$\lim_{\varepsilon\to 0}|e_i(t)|=0,$$

此时, 定理的结论1)成立. 若取ε为充分小的正数, 对t取极限可以得到

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}|e_i(t)|\leqslant\mathrm{O}(\varepsilon^{n+r+2-i}),$$

由此可见, 定理的结论2)成立.　　证毕.

注 3　由定理1可知, 当观测器的可调参数ε足够小时, 系统(9)的状态可以在整个时域上与系统(1)的状态及总扰动充分接近, 并且估计误差收敛于$\mathrm{O}(\varepsilon^{n+r+2-i})$, 同时刻画了观测误差与扩张阶数的定量关系. 与文献[21]中关于传统ESO收敛性的结论相比较, 观测器(9)利用扰动模型(7)增加了观测器的阶数, 而其中的已知分量信息降低了系统的不确定性, 显然当$r\geqslant 1$时, 其精度更高. 但是随着扩张阶数的增加, 假设1中对总扰动的约束条件越来越苛刻, 即要求补偿了已知分量信息的总扰动的$r+1$阶导数存在并且有界. 这就需要在实际工程问题中根据扰动的先验信息, 合理地选择扩张观测器阶数.

特别地, 若扰动系统经过微分同胚变换后系统(7)中的$a(\boldsymbol{\xi})$具有下面的形式:

$$\bar{a}(\boldsymbol{\xi})=m_1\xi_1+\cdots+m_r\xi_r,\tag{11}$$

其中$m_i\in\mathbb{R}$, $i=1,2,\cdots,r$. 构建系统(8)的广义LESO, 形式如下:

$$\begin{cases}\dot{z}_1(t)=z_2(t)-l_1(z_1(t)-\bar{x}_1(t)),\\\dot{z}_2(t)=z_3(t)-l_2(z_1(t)-\bar{x}_1(t)),\\\quad\vdots\\\dot{z}_n(t)=z_{n+1}(t)-l_n(z_1(t)-\bar{x}_1(t))+u(t),\\\quad\vdots\\\dot{z}_{n+r}(t)=z_{n+r+1}(t)+m_1z_{n+1}+\cdots+\\\qquad m_rz_{n+r}-l_{n+r}(z_1(t)-\bar{x}_1(t)),\\\dot{z}_{n+r+1}(t)=-l_{n+r+1}(z_1(t)-\bar{x}_1(t)),\end{cases}\tag{12}$$

系统矩阵为

$$\mathcal{E}=\begin{pmatrix}-l_1&1&0&0&\cdots&0&0\\-l_2&0&1&0&\cdots&0&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\-l_n&0&\cdots&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\-l_{n+r}&0&\cdots&m_1&\cdots&m_r&1\\-l_{n+r+1}&0&0&0&\cdots&0&0\end{pmatrix},$$

设计增益$l_i,i=1,\cdots,n+r+1$使矩阵$\mathcal{E}$是Hurwitz

的. 此时, 存在正定矩阵P是Lyapunov方程$P\mathcal{E}+\mathcal{E}^{\mathrm{T}}P=-I$的解, I表示$(n+r+1)$维单位矩阵. 定义函数$V,W:\mathbb{R}^{n+r+1}\rightarrow\mathbb{R}$为

$$V(\boldsymbol{\eta})=\langle P\boldsymbol{\eta},\ \boldsymbol{\eta}\rangle,\ W(\boldsymbol{\eta})=\langle\boldsymbol{\eta},\ \boldsymbol{\eta}\rangle,\ \forall\boldsymbol{\eta}\in\mathbb{R}^{n+r+1},$$

容易证明V,W满足假设2. 从而, 由定理1可以得到广义LESO的收敛性结果如下:

推论 1 若假设1和假设2均满足, 并且式(11)成立, 则对于系统(12)下列结论成立:

1) 对于任意给定的正常数a, 在$[a,+\infty)$上一致成立

$$\lim_{\varepsilon\rightarrow 0}|\bar{x}_i(t)-z_i(t)|=0;$$

2) $\overline{\lim\limits_{t\rightarrow\infty}}|\bar{x}_i(t)-z_i(t)|\leqslant \mathrm{O}(\varepsilon^{n+r+2-i})$,

其中: $z_i(t)(i=1,\cdots,n)$为线性扩张状态观测器(12)对系统(1)的状态估计值, $z_i(t)(i=n+1,\cdots,n+r+1)$为总扰动及其高阶导数的估计值.

4 干扰抑制性能的仿真分析

本节以被控对象为线性系统和非线性系统两个实例, 通过仿真对传统ESO和广义ESO进行性能对比分析. 首先考虑文献[6]中的运动控制系统, 数学模型为

$$\ddot{y}=-1.41\dot{y}+23.2T_{\mathrm{d}}+23.2u, \tag{13}$$

其中: y为输出位移, u为控制电压, T_{d}为转动扰动. 记系统状态为$x_1=y,\ x_2=\dot{y}$, 上述模型可以写为如下标准形式:

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_2(t),\\ \dot{x}_2(t)=f(t,x_1(t),x_2(t),T_{\mathrm{d}})+b_0u(t),\\ y(t)=x_1(t),\end{cases} \tag{14}$$

其中: $b_0=25$为控制增益的标称值, $f(\cdot)=-1.41x_2(t)+23.2T_{\mathrm{d}}-1.8u(t)$为总扰动.

设计非线性ESO[21]

$$\begin{cases}\dot{z}_1(t)=z_2(t)+\dfrac{3}{\varepsilon}(y(t)-z_1(t))+\varepsilon\varphi(\dfrac{y(t)-z_1(t)}{\varepsilon^2}),\\ \dot{z}_2(t)=z_3(t)+\dfrac{3}{\varepsilon^2}(y(t)-z_1(t))+b_0u(t),\\ \dot{z}_3(t)=\dfrac{1}{\varepsilon^3}(y(t)-z_1(t)),\end{cases} \tag{15}$$

这里的非线性函数$\varphi:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$的定义如下:

$$\varphi(s)=\begin{cases}-\dfrac{1}{4}, & s\in(-\infty,-\dfrac{\pi}{2}),\\ \dfrac{1}{4}\sin s, & s\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}),\\ \dfrac{1}{4}, & s\in(\dfrac{\pi}{2},+\infty),\end{cases} \tag{16}$$

ε为观测器高增益调整参数. 此时为传统非线性状态扩张观测器, 相应于系统(3), $g_i(i=1,2,3)$分别为

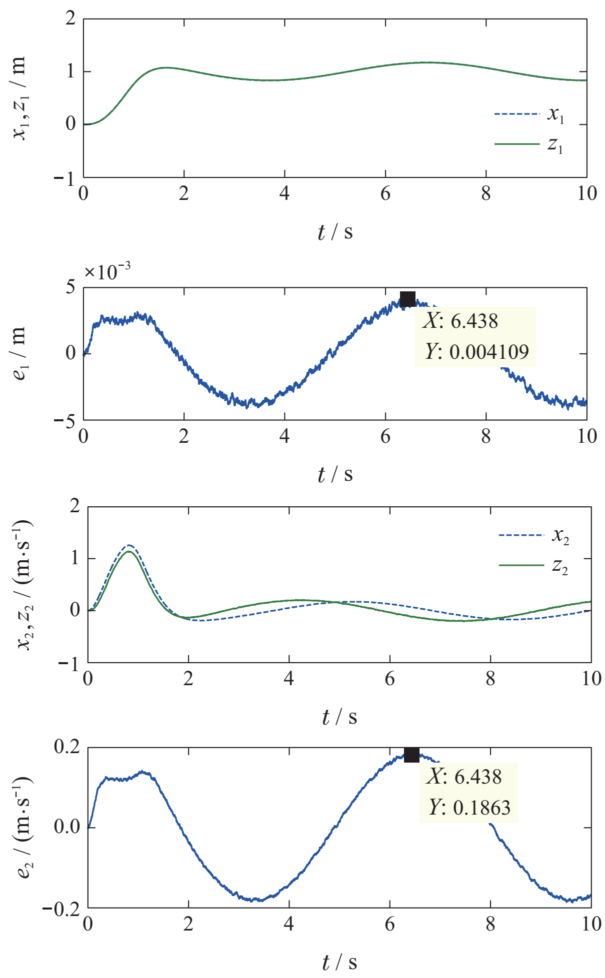
$$g_1(\eta_1)=3\eta_1+\varphi(\eta_1),\ g_2(\eta_1)=3\eta_1,\ g_3(\eta_1)=\eta_1.$$

外环ADRC控制器, 采用线性控制律

$$u=\frac{u_0-z_3}{b_0},\ u_0=k_1(r-z_1)+k_2z_2, \tag{17}$$

其中: r为参考输入信号, k_1,k_2为控制器参数. 选取内环观测器带宽为$\omega_{\mathrm{o}}=15$ rad/s, 外环控制器带宽为$\omega_{\mathrm{c}}=5$ rad/s[18]. 根据LESO"带宽法"参数整定原则, 参数设定为: $k_1=\omega_{\mathrm{c}}^2$, $k_2=-2\omega_{\mathrm{c}}$, $\varepsilon=1/\omega_{\mathrm{o}}$.

下面考察系统(14)受到正弦扰动下, ESO对扰动和状态的估计效果. 假设该周期性扰动的幅值为0.5, 频率为1 rad/s, 此时, 外扰对时间的一阶导数为同周期的余弦信号. 根据前文的分析, 在平衡点附近, 总扰动$f(\cdot)$对时间的变化率将近似呈现出周期性规律变化. 从图1可以看出观测器的估计效果, 在正弦扰动作用下, 观测器的输出误差也为正弦信号. 这说明, 当系统受到周期性时变外界扰动作用时, 传统非线性ESO无法完全消除该扰动的影响, 并且估计误差的大小随扰动周期的增大而增大.



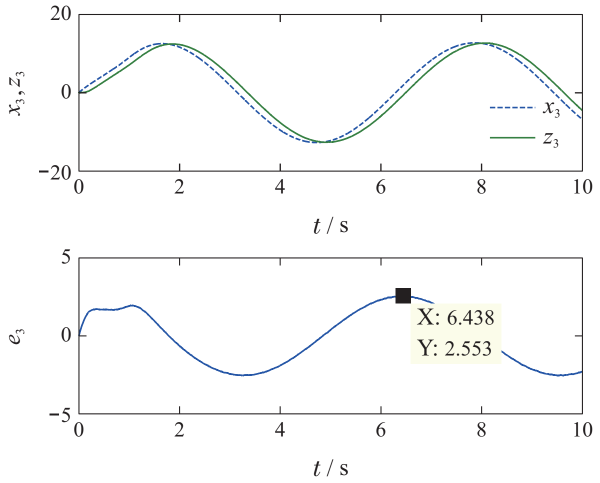


图 1　传统ESO估计正弦扰动的效果

Fig. 1　Effect of traditional ESO on estimating sinusoidal disturbance

下面利用本文的方法, 重构系统模型, 设计广义非线性ESO跟踪系统状态和扰动. 假设外界正弦扰动为$T_{\rm d}=0.5\sin(at)$, 满足$\ddot{T}_{\rm d}=-a^2T_{\rm d}$. 根据模型(7)定义广义扩张状态

$$x_3 \triangleq f(\cdot),\ x_4 \triangleq \dot{f}(\cdot),\ x_5 \triangleq \ddot{f}(\cdot)+a^2x_3,$$

对系统进行重构, 可以得到下面的模型:

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=x_2(t),\\ \dot{x}_2(t)=x_3(t)+b_0u(t),\\ \dot{x}_3(t)=x_4(t),\\ \dot{x}_4(t)=-a^2x_3+x_5(t),\\ \dot{x}_5(t)=h(t),\\ y(t)=x_1(t).\end{cases} \tag{18}$$

针对重构后的系统(18)设计广义非线性ESO

$$\begin{cases}\dot{z}_1(t)=z_2(t)+\dfrac{5}{\varepsilon}(y(t)-z_1(t))+\\ \qquad \varepsilon^3\varphi(\dfrac{y(t)-z_1(t)}{\varepsilon^4}),\\ \dot{z}_2(t)=z_3(t)+\dfrac{10-a^2\varepsilon^2}{\varepsilon^2}(y(t)-z_1(t))+\\ \qquad b_0u(t),\\ \dot{z}_3(t)=z_4(t)+\dfrac{10-5a^2\varepsilon^2}{\varepsilon^3}(y(t)-z_1(t)),\\ \dot{z}_4(t)=z_5(t)-a^2z_3+\dfrac{5}{\varepsilon^4}(y(t)-z_1(t)),\\ \dot{z}_5(t)=\dfrac{1}{\varepsilon^5}(y(t)-z_1(t)),\end{cases} \tag{19}$$

其中非线性函数φ的定义与式(16)相同, $g_i(i=1,2,3,4,5)$分别为

$$g_1(\eta_1)=5\eta_1+\varphi(\eta_1),\ g_2(\eta_1)=(10-a^2\varepsilon^2)\eta_1,$$
$$g_3(\eta_1)=(10-5a^2\varepsilon^2)\eta_1,\ g_4(\eta_1)=5\eta_1,$$
$$g_5(\eta_1)=\eta_1.$$

在本例中, $a=1$. 为了保证广义非线性ESO与传统ESO有相同的截止频率, 选取$\omega_0=6.8$ rad/s, $\varepsilon=1/\omega_0$, 使用与式(17)结构和参数均相同的外环控制器.

此时, 选取矩阵

$$\mathcal{E}=\begin{pmatrix}-5 & 1 & 0 & 0 & 0\\ -10+1/6.8^2 & 0 & 1 & 0 & 0\\ -10+5/6.8^2 & 0 & 0 & 1 & 0\\ -5 & 0 & -1 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

它的所有特征值均为负实部, 所以是Hurwitz矩阵. 通过求解Lyapunov方程$P\mathcal{E}+\mathcal{E}^{\rm T}P=-I$, 可得正定矩阵

$$P=\begin{pmatrix}7.9330 & -0.5 & -4.0993 & 1 & 1.3739\\ -0.5 & 2.7254 & -1 & -1.3739 & 0\\ -4.0993 & -1 & 3.3852 & -0.5 & -2.0113\\ 1 & -1.3739 & -0.5 & 2.0113 & -0.5\\ 1.3739 & 0 & -2.0113 & -0.5 & 16.5255\end{pmatrix}.$$

定义Lyapunov函数

$$V(\boldsymbol{\eta})=\langle P\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\eta}\rangle+\int_0^{\eta_1}\varphi(s){\rm d}s, \tag{20}$$

通过计算可以得到

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{4}\frac{\partial V}{\partial\eta_i}(\eta_{i+1}-g_i(\eta_1))-\\ &\frac{\partial V}{\partial\eta_4}\varepsilon^2a^2\eta_3-\frac{\partial V}{\partial\eta_5}g_5(\eta_1)=\\ &-\eta_1^2-\eta_2^2-\eta_3^2-\eta_4^2-\eta_5^2-(15.866\eta_1-\\ &\eta_2)\varphi(\eta_1)-(8.1986\eta_3+2\eta_4+2.7478\eta_5)\varphi(\eta_1)+\\ &(\eta_2-5\eta_1-\varphi(\eta_1))\varphi(\eta_1)\leqslant\\ &-\eta_1^2-0.966\varphi^2(\eta_1)-\eta_2^2+2\eta_2\varphi(\eta_1)-\\ &1.0101\varphi^2(\eta_1)-\eta_3^2+8.1986\eta_3\varphi(\eta_1)-\\ &16.9731\varphi^2(\eta_1)-\eta_4^2-2\eta_4\varphi(\eta_1)-\\ &1.0101\varphi^2(\eta_1)-\eta_5^2-2.7478\eta_5\varphi(\eta_1)-\\ &1.9076\varphi^2(\eta_1)\leqslant\\ &-\eta_1^2-0.01\eta_2^2-0.01\eta_3^2-0.01\eta_4^2-0.01\eta_5^2\triangleq\\ &-W(\eta_1,\eta_2,\eta_3,\eta_4,\eta_5).\end{aligned}$$

取$\lambda_3=0.01$, $\lambda_4=1$, 此时假设2的条件满足, 这说明式(19)是系统(14)定义好的非线性ESO.

现在使用相同的输入、扰动和初始值, 广义ESO的数值模拟结果见图2. 由于重构后的系统模型反映了周期性扰动的信息(本例中的外扰只有周期性正弦扰动), 因此, 进入稳态时, $h(t)\to 0$, 若观测器的参数ε充分小, 估计误差在稳态时能够渐近收敛到0. 从图2可以看出, 相较于传统ESO, 广义非线性扩张状态观测器跟踪输入信号及扰动的效果明显提高.

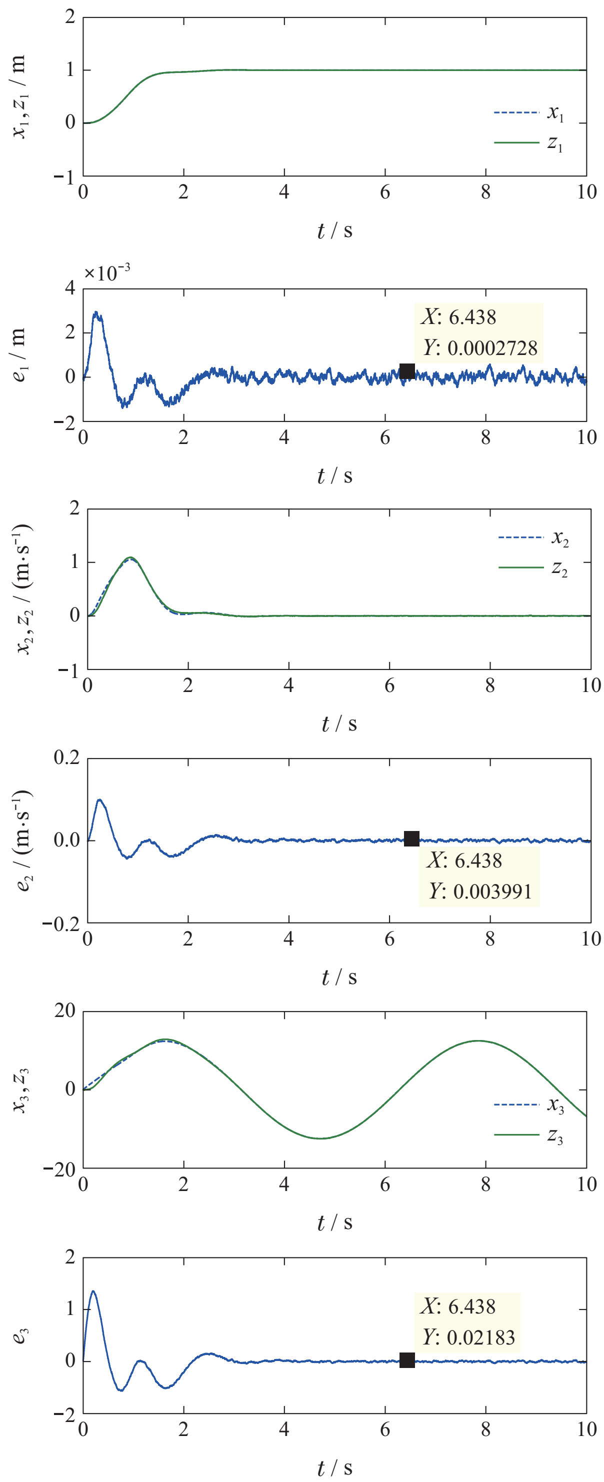


图 2 广义ESO估计正弦扰动的效果

Fig. 2 Effect of generalized ESO on estimating sinusoidal disturbance

下面给出一个非线性受控系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = \dfrac{\sin x_1(t) + \sin x_2(t)}{4\pi} + u(t) + w(t), \\ y(t) = x_1(t), \end{cases} \tag{21}$$

其中: $w(t)$为外部扰动, 总扰动为

$$f(\cdot) = (\sin x_1(t) + \sin x_2(t))/4\pi + w(t).$$

观测器、控制器结构与参数分别与式(15)(17)(19)相同, 并且与系统(14)有相同的输入、扰动和初始值. 传统ESO和广义ESO估计扰动的数值模拟结果分别见图3和图4. 对于非线性受控对象, 同样的, 广义ESO补偿了已知扰动分量, 从而减小了跟踪误差, 提高了估计扰动的精度.

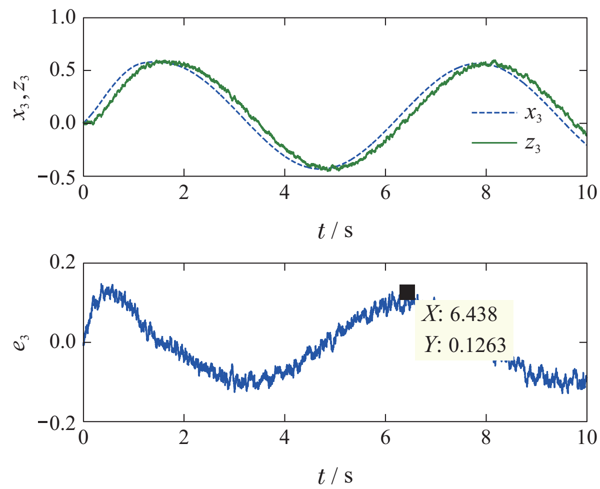


图 3 传统ESO估计正弦扰动的效果

Fig. 3 Effect of traditional ESO on estimating sinusoidal disturbance

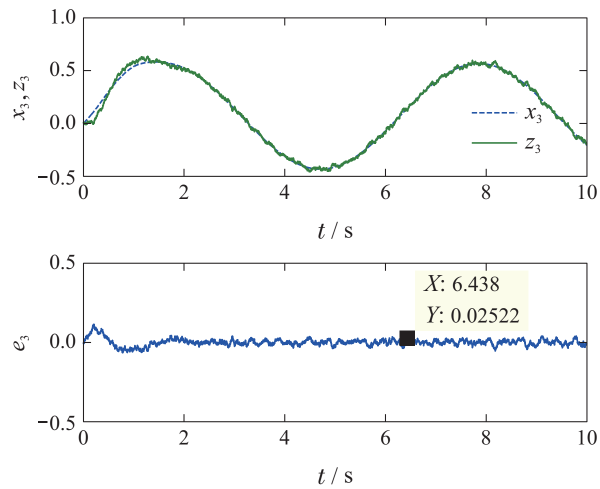


图 4 广义ESO估计正弦扰动的效果

Fig. 4 Effect of generalized ESO on estimating sinusoidal disturbance

通过上述两个仿真实例可以看到, 广义扩张状态观测器(19)对一定范围的被控对象来说是通用的, 其设计只是基于对象的相对阶次、输入输出通道个数以及总扰动$f(\cdot)$中已知分量部分, 而其估计效率的提高是由于从设计结构上补偿了已知扰动分量.

5 结论

针对时变外扰, 为了提高非线性扩张状态观测器的观测精度, 本文提出了一种基于扰动已知分量设计的广义非线性ESO, 通过定义广义扩张状态提高观测器的阶数, 实现对已知分量的完全补偿, 减小最终的扰动项$\|h(t)\|$ (补偿已知扰动分量后的总扰动的$r+1$阶导数)的上界, 从而减小跟踪误差, 提高观测器和控制系统的性能. 利用Lyapunov定理证明了广义非线性ESO的收敛性, 并得出了观测误差上界与扩张阶数的定量关系式. 通过仿真对传统和广义非线性ESO在干扰抑制方面进行了性能评估, 结果表明, 本文提出的观测器设计方法能够对扰动的已知分量实现完全抑制.

本文只是从理论的角度给出了一种ESO的设计思路, 并且进行了理论证明和仿真验证. 但是实际中可能为了得到扰动的某些先验信息也会多投入一些成本, 这是工程实践中追求控制的高品质和低投入之间的一种矛盾, 需要根据实际来进行选择和平衡.

本文研究的是一类非线性ESO, 其中的非线性项并不包含韩老师提出的"fal"函数, 对于更一般的非线性函数, 设计方法的有效性、收敛性证明以及参数整定等问题还需要进一步论证.

参考文献:

[1] CHEN Zhixiang, GAO Qinhe. Modified extended state observer: analysis and implementation. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1119 – 1206.
(陈志翔, 高钦和. 修改型扩张状态观测器: 分析与实现. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1119 – 1206.)

[2] SHAO Xingling, WANG Honglun. Performance analysis on linear extended state observer and its extension case with higher extended order. *Control and Decision*, 2015, 30(5): 815 – 822.
(邵星灵, 王宏伦. 线性扩张状态观测器及其高阶形式的性能分析. 控制与决策, 2015, 30(5): 815 – 822.)

[3] ŁAKOMY K, MADONSKI R. Cascade extended state observer for active disturbance rejection control applications under measurement noise. *ISA Transactions*, 2021, DOI: 10.1016/j.isatra.2020.09.007.

[4] WANG Y, YUAN Y, LIU J. Finite-time leader-following output consensus for multi-agent systems via extended state observer. *Automatica*, 2020, DOI: 10.1016/j.automatica.2020.109133.

[5] HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique-The Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
(韩京清. 自抗扰控制技术–估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008.)

[6] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of 2003 American Control Conference*. Denver, Colorado, USA: IEEE, 2003: 4989 – 4996.

[7] HAN Jingqing, ZHANG Rong. Error analysis of the second order ESO. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1999, 19(4): 465 – 471.
(韩京清, 张荣. 二阶扩张状态观测器的误差分析. 系统科学与数学, 1999, 19(4): 465 – 471.)

[8] HUANG Yi, HAN Jingqing. Analysis and design of nonlinear continuous second order extended state observer. *Chinese Science Bulletin*, 2000, 45(13): 1373 – 1379.
(黄一, 韩京清. 非线性连续二阶扩张状态观测器的分析与设计. 科学通报, 2000, 45(13): 1373 – 1379.)

[9] HUANG Y, WAN H, SONG J. Analysis and design for third order nonlinear continuous extended states observer. *Proceedings of the 19th Chinese Control Conference*. Hong Kong: IEEE, 2000: 677 – 681.

[10] GAN Zuoxin, HAN Jingqing. Construction of Lyapunov function for 2-order ESO. *Proceedings of the 21st Chinese Control Conference*. Hangzhou: Chinese Association of Automation, 2002: 143 – 147.
(甘作新, 韩京清. 二阶ESO的Lyapunov函数构造. 第21届中国控制会议. 杭州: 中国自动化学会, 2002: 143 – 147.)

[11] GUO B, ZHAO Z. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420 – 430.

[12] ZHAO Z, GUO B. Extended state observer for uncertain lower triangular nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2015, 85(2): 100 – 108.

[13] ZHAO Z, GUO B. On convergence of nonlinear extended stated observers with swithcing functions. *Proceedings of the 35th Chinese Control Conference*. Chengdu, China: IEEE, 2016: 664 – 669.

[14] MADOŃSKI R, HERMAN P. Survey on methods of increasing the efficiency of extended state disturbance observers. *ISA Transactions*, 2015, 56(5): 18 – 27.

[15] KIM K, REW K, KIM S. Disturbance observer for estimating higher order disturbances in time series expansion. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(8): 1905 – 1911.

[16] RADKE A, GAO Z. A survey of state and disturbance observers for practitioners. *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2006: 5183 – 5188.

[17] GODBOLE A, KOLHE J, TALOLE S. Performance analysis of generalized extended state observer in tackling sinusoidal disturbances. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(6): 2212 – 2223.

[18] WANG Lu. *Observer-Based Disturbance Rejection Control Methodology and Performance Evaluation*. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2015.
(王璐. 基于观测器的抗干扰控制策略研究及性能评估. 上海: 上海交通大学, 2015.)

[19] STANKOVIĆ R, MADONSKI R, SHAO S, et al. On dealing with harmonic uncertainties in the class of active disturbance rejection controllers. *International Journal of Control*, 2020, DOI: 10.1080/00207179.2020.1736639.

[20] MENG Shuping, ZHU Jiating, ZHANG Lijuan, et al. PMSM periodic speed ripple minimization based on new type extended state observer. *Micromotors*, 2020, 53(6): 58 – 77.
(孟淑平, 朱家厅, 张丽娟, 等. 基于新型扩张状态观测器的PMSM周期性转速脉动抑制方法. 微电机, 2020, 53(6): 58 – 77.)

[21] ZHAO Zhiliang. *Convergence of Nonlinear Active Disturbance Rejection Control*. Hefei: University of Science and Technology of China, 2012.
(赵志良. 非线性自抗扰控制的收敛性. 合肥: 中国科学技术大学, 2012.)

[22] HU Yueming. *The Theory and Application of the Nonlinear Control Systems*. Second Edition. Beijing: National Defense Industry Press, 2005.
(胡跃明. 非线性控制系统理论与应用(第2版). 北京: 国防工业出版社, 2005.)

作者简介:

张世华 博士研究生, 主要研究方向为自抗扰控制理论及应用, E-mail: zsh3991171@126.com;

齐晓慧 教授, 主要研究方向为无人机飞行控制理论及应用, E-mail: qi-xh@163.com;

万 慧 博士研究生, 主要研究方向为自抗扰控制理论及应用, E-mail: HuiWan_0425@163.com.