三方多策略式博弈系统的长期演化稳定均衡特性研究

程乐峰[1], 杨　汝[1†], 王晓刚[1], 余　涛[2]

(1. 广州大学 机械与电气工程学院, 广东 广州 510006; 2. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510641)

摘要: 演化博弈论(EGT)基于有限理性假设且更加贴近现实, 近年来已在众多领域得到了初步应用. 基于此, 本文关注一类较为常见的三方多策略式演化博弈系统, 尝试通过理论分析总结其长期演化稳定均衡(ESE)特性, 并进行仿真验证研究. 首先, 研究了一般情形下的三方两策略对称与非对称演化博弈系统; 然后, 将其扩展到更复杂的三方三策略非对称演化博弈类型, 并对其长期ESE特性进行了理论分析与动态仿真验证; 进一步, 对通用三方n-策略($n > 1$)非对称演化博弈的建模思路进行了阐述与总结, 给出其收敛迭代的计算方法. 研究过程中详细定义了各类演化博弈模型的相对净支付(RNP)参数. 实验结果表明可通过一些外部因素适当调整RNP参数使各类系统朝着期望的长期ESE状态自发收敛. 最后, 进行了实例验证. 本文研究模型、方法和所得结论具有一定普适性, 旨在丰富EGT 研究, 尤其是三方多策略演化博弈问题研究, 并为相关领域非完全理性人参与的行为决策问题研究提供一些思路和理论参考.

关键词: 演化博弈论; 三方多策略式演化博弈; 长期演化稳定均衡; 演化稳定策略; 相对净支付; 复制者动态

引用格式: 程乐峰, 杨汝, 王晓刚, 等. 三方多策略式博弈系统的长期演化稳定均衡特性研究. 控制理论与应用, 2021, 38(10): 1631 – 1661

DOI: 10.7641/CTA.2021.00464

Investigation on long-term evolutionarily stable equilibrium characteristics of three-party multi-strategy game systems

CHENG Le-feng[1], YANG Ru[1†], WANG Xiao-gang[1], YU Tao[2]

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou Guangdong 510006, China;
2. School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510641, China)

Abstract: Based on assumption of bounded rationality, evolutionary game theory (EGT) is closer to reality compared with classical game theory. Focusing on general three-party multi-strategy evolutionary games, this paper attempts to summarize their long-term evolutionarily stable equilibrium (ESE) characteristics. Fristly, general three-party two-strategy symmetric and asymmetric evolutionary games are investigated. Then, the long-term ESE characteristics of more complex three-party three-strategy asymmetric games are theoretically analyzed and verified. Further, the modeling idea and convergence iteration method of general three-party n-strategy ($n > 1$) asymmetric evolutionary game are expounded and summarized. During the study, relative net payoff (RNP) parameters are defined for various evolutionary games. Research reveals that these games can spontaneously evolve toward an expected long-term ESE state by appropriately regulating their RNP parameters. Finally, the effectiveness of the proposed methods is verified. Overall, the research models, methods and conclusions have certain universality, aiming at enriching EGT research, especially for three-party multi-strategy evolutionary game issues, and providing some ideas for investigation of issues involving non-complete rational players.

Key words: xevolutionary game theory; three-party multi-strategy evolutionary game; long-term evolutionarily stable equilibrium; evolutionarily stable strategy; relative net payoff; replicator dynamics

Citation: CHENG Lefeng, YANG Ru, WANG Xiaogang, et al. Investigation on long-term evolutionarily stable equilibrium characteristics of three-party multi-strategy game systems. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(10): 1631 – 1661

收稿日期: 2020−07−19; 录用日期: 2021−03−04.

† 通信作者. E-mail: yangru@gzhu.edu.cn; Tel.: +86 13342885376.

本文责任编委: 杜如虚.

广东省自然科学基金团队项目(1714060000016), 广东省教育厅创新强校工程项目(自科类)(2020KQNCX054), 广州大学人才培育项目(RP2021017)资助.

Supported by the Guangdong Natural Science Foundation Team Project (1714060000016), the Department of Education of Guangdong Province Innovative and Strong School Project (Natural Sciences) (2020KQNCX054) and the Guangzhou University Talent Training Project (RP2021017).

1 引言

面对复杂的多主体行为决策问题, 博弈论(game theory)逐渐成为非常实用的数学工具[1–2]. 作为博弈论的新兴分支, 演化博弈论(evolutionary game theory, EGT)[3]立足于"有限理性(bounded rationality)"和"有限信息(limited information)"假设, 通过个体间模仿、学习和交流等动态交互决策过程能够很好描绘群体行为的变化趋势并准确预测个体的群体行为, 因而在经济[4]和管理[5]等领域得到了迅速应用, 并在工程领域[6–8]得到了初步发展.

目前, EGT在众多领域内的理论与应用研究多偏向于两群体两策略行为决策问题, 例如文献[9]探讨了供应商与零售商之间的演化博弈模型, 文献[10]则分析了政府补贴机制下的两级供应链绿色投资演化博弈. 而在理论研究方面, EGT则取得了长足的发展, 尤其是在合作演化博弈、随机演化博弈及演化博弈规则机制研究方面. 在合作演化博弈方面, 文献[11]探索了时间尺度与选择倾向性协同作用下的演化博弈模型, 表明个体的非理性行为能够促进合作涌现, 文献[12–15]针对复杂网络中的合作涌现问题进行了理论分析与动态仿真, 文献[16]则对共演化博弈中的一种反馈机制进行了系统性研究, 文献[17]对复杂网络上的两类典型演化博弈(囚徒困境博弈和公共品博弈)中的合作策略的演化及策略与其他属性的共同演化问题进行了深入研究. 在随机演化博弈方面, Kaniovski和Young[18]探索了随机演化博弈中的学习机制, 文献[19]则提出了基于随机演化博弈模型的网络防御策略选取方法, 文献[20]系统性探讨了随机演化博弈动力学并对其应用进行了研究, 文献[21] 则研究了随机演化博弈在发电市场中的应用, 文献[22]基于拟生灭过程对一类2×2的随机演化博弈模型进行了深入研究, Zhou和Qian[23]对随机演化博弈动力学中的固定原理、瞬态场景和扩散困境进行了深入理论分析, 文献[24]研究了随机演化博弈动力学中的演化稳定性和准平稳策略, 文献[25]则提出了一种双矩阵博弈的随机演化动力学方法. 在演化博弈规则及机制研究方面, 文献[26]研究了EGT 中的若干合作演化机制, 包括随机性与多样性机制、共演化中的断边与重连机制、结构群体间接互惠机制、部分最佳响应机制和结构种群中的迁移机制, 文献[27]则对基于策略更新机制的合作演化问题进行了深入研究, 文献[28] 则研究了一种行为识别声誉更新机制下的演化博弈特征. 总的来说, 近年来, EGT在理论研究方面取得了较为颇丰的成果.

在理论研究基础上, 近年来, 演化博弈在应用方面也相继在不同领域取得了较丰富的研究进展. 其中, 相关学者针对三方多策略式演化博弈问题的研究, 初步取得了一些成果. 例如, 文献[29]使用主从博弈对智能电网中分布式能源资源的三方能源管理模式进行了深入研究; 文献[30]运用EGT对外卖废品回收产业链中"政府–顾客–企业"三个利益相关者群体的协同进化进行了模拟研究; 文献[31–32]将EGT用于高校产学研三方的协同创新路径选择和演化博弈模拟; 文献[33]提出了一种三方动态博弈模型用于研究我国能源市场改革对天然气发电的促进作用; 文献[34]搭建了一个考虑电能质量的"国家电网–发电公司–市场买卖人员"三方电价博弈模型. 此外, 近年来通过搭建复杂的三方博弈网络模型, 文献[35]研究了基于社区结构的"用户–助手–服务器"三方主从博弈隐私保护问题; 文献[36]对基于"政府–公交企业–乘客"三方博弈的城市公交定价调整方案进行了评价分析, 为研究城市交通价格调整方案的可行性提供了一种研究方案; 文献[37]从一种利益攸关方博弈视角对"地方政府–承包商–回收厂"三方参与的推进拆建垃圾回收市场的可持续发展问题进行了深入研究; 类似地, 文献[38]建立了"政府机构–废物回收者–废物生产者"三方多主体演化博弈树; 文献[39]通过搭建三方演化博弈的系统动力学模型, 深入研究了可再生能源组合标准对电力零售市场的影响; 文献[40]对电商平台合作监管中"欺骗熟人"行为进行了"消费者–电商市场–政府"三方演化博弈分析, 其结果可以指导参与者更好地对电子商务市场进行决策; 文献[41]则搭建了一个"生产者–回收者–政府"三方演化博弈模型用于研究推动生产者延伸责任制在中国的实施机制及其影响因素.

总的来说, 上述研究多注重于均衡点稳定性的分析, 而忽视了基于复制者动态 (replicator dynamics, RD, 也可翻译为"复制动力学"或"复制子动态", 本文统一采用"复制者动态"这一说法)方程建立的雅克比矩阵的行列式和迹(trace)表达式中各参数的物理含义或经济含义, 也较少考虑这些参数的变化对系统长期演化稳定均衡状态的影响机制以及博弈方之间决策行为的动态交互影响, 也并未对其中的长期演化规律做详细深入的总结分析与动态仿真验证. 此外, 对于这些领域复杂系统的多群体非对称演化博弈行为决策问题的研究也鲜有涉及. 总的来说, 通过上述综述, 三方多策略式演化博弈模型在现实社会中越来越常见, 吸引了众多学者对这一场景进行深入研究, 目前已成为EGT领域中的一个研究热点.

基于此, 本文重点关注一类三方多策略式演化博弈类型, 尤其是三方两策略式演化博弈(three-party two-strategy evolutionary game, 3P2SEG)系统. 目前, 基于3P2SEG系统的一些应用研究成果包括: 政产学研协同创新机制三方演化博弈研究[42]、食品质量安全监管三方演化博弈研究[43]、电力市场售电商–电网公司–用户三方非对称演化博弈研究[44]、旅游市场中政府–旅行社–消费者三方演化博弈行为研究[45]、基于政府管理部门–运营企业–出行者三方演化博弈的

汽车共享产业推广模型研究[46]、基于企业–政府–公众三方演化博弈的雾霾协同治理研究[47]、基于寻租者–代理人–人民三方演化博弈的腐败问题研究[48]、基于平台–所有者–分享者三方演化博弈并考虑平台网络外部性的分享经济研究[49]、基于网民–网络媒体–政府三方演化博弈的网络舆情问题研究[50]、风–火–网三方参与新能源交易的非对称演化博弈问题研究[51]等. 上述研究极大丰富了三方多策略演化博弈的应用领域, 但其中大多数研究只是对系统稳定性进行了简单分析, 并未全面总结影响系统动态稳定性的各种因素, 也未对这些因素的影响做理论分析与动态仿真验证. 基于此, 本文关注这样一类一般情形下的三方多策略对称与非对称演化博弈模型, 尝试通过理论分析与动态仿真总结和验证其行为决策过程中的长期演化稳定均衡 (evolutionarily stable equilibrium, ESE)特性, 以期为相关领域内非完全理性群体参与的三方多策略式演化博弈决策问题提供一些思路与理论参考.

本文的创新点在于: 通过理论分析与动态仿真系统性地总结和验证了通用三方多策略演化博弈的长期均衡特性, 包括三方两策略对称演化博弈类型(three-party two-strategy symmetric evolutionary game, 3P2S–SEG)、三方两策略非对称演化博弈类型(three-party two-strategy asymmetric evolutionary game, 3P 2S–AEG)、以及更复杂的三方三策略非对称演化博弈类 型(three-party three-strategy asymmetric evolutionary game, 3P3S–AEG). 在上述研究过程中, 本文详细定义了各类演化博弈模型的相对净支付(relative net payoff, RNP)参数, 因而根据RNP参数总结分析和仿真了各类演化博弈模型完整行为决策特性包含的所有博弈场景及这些场景下系统所有的演化状态, 并对一般情形下的三方n-策略($n > 1$)策略非对称演化博弈 (three-party n-strategy asymmetric evolutionary game, 3PnS–AEG) 的建模思路和收敛迭代计算方法进行了详细阐述. 最后, 以供给侧发电市场中新能源发电企业群体、传统能源发电企业群体和电网企业群体参与的发电量上网竞价博弈为例, 对本文在研究过程中所提出的模型和方法进行了有效的仿真验证. 总的来说, 本文模型、方法和所得结论具有一定普适性和实用性, 旨在丰富演化博弈论的理论与应用研究.

本文结构安排如下: 第2章介绍EGT中几个核心概念作为预备知识; 第3章通过理论和仿真分析总结和验证3P2S–SEG, 3P2S–AEG, 3P3S–AEG 等通用三方多策略演化博弈的长期演化均衡特性, 阐述了一般情形下3PnS–AEG 的建模思路和收敛迭代方法, 并对各类多方多策略式演化博弈系统的长期演化均衡规律进行了详细总结. 第4章给出一个具体的三方多策略演化博弈实例, 用于验证本文研究模型和方法的有效性和实用性. 第5章为结论.

2 预备知识

2.1 演化博弈基本架构

一个典型的演化博弈(用G表示)的基本架构包括种群参与者集合、种群策略集合和种群支付矩阵[7–8], 如下所示:

$$G := \{N; \varPhi; U\}, \tag{1}$$

其中: N 为种群参与者集合, 如G含n个种群, 则$N = \{1, 2, \cdots, i, \cdots, n\}$, $i \in N$; $\varPhi$为种群策略集合, $\varPhi = \{S_1, S_2, \cdots, S_i, \cdots, S_n\}$, S_i为种i的策略集; U 为种群支付集合, $U = \{U_1, U_2, \cdots, U_i, \cdots, U_n\}$, U_i为种群i的支付集. 基于此, 可从多个方面比较演化博弈论与经典博弈论的区别[8], 如表1所示.

表 1 演化博弈论与经典博弈论之间的比较

Table 1 Comparison between EGT and classical game theory

比较项目	演化博弈论	经典博弈论
研究对象	种群	个体
理性假设	有限理性	完全理性
信息假设	有限信息	完全信息
均衡概念	演化稳定均衡(严格精炼的纳什均衡(Nash equilibrium, NE))	纳什均衡
均衡获取	源于前向归纳法	源于后向归纳法
动态过程	重点关注种群达到ESE的动态调整过程及稳定性	不涉及达到均衡状态的调整过程
系统达到均衡的过程	均衡是暂时的, 系统需经种群长期动态交互才能达到ESE状态	常常处于均衡, 且达到均衡无需时间

2.2 对称与非对称演化博弈

基于式 (1), 对于通用的三方n-策略演化博弈 (three-party n-strategy evolutionary game, 3PnSEG), 当其支付参数对称时, 该博弈为对称演化博弈, 此时该博弈中所有参与者都知道彼此的偏好[52]; 反之, 若支付参数不对称, 则为非对称演化博弈, 此时各种群对彼此信息的掌握程度将不对称.

2.3 演化稳定策略与演化稳定均衡

演化稳定策略(evolutionarily stable strategy, ESS)用于表征演化博弈系统在某一均衡点(即策略选择)下

的稳定状态[53]. 当系统的某个纯策略为ESS时, 可抵御任意含突变策略小群体的入侵, 即拥有ESS的群体在已定义的策略集Φ中具有更高的稳定性. 假设系统的两个纯策略$s_1, s_2 \in \Phi$, 且$s_1 \neq s_2$, 若总存在$\kappa \in (0, 1)$使得下式成立, 则s_1为系统的ESS.

$$\begin{aligned} & f(s_1, \kappa' s_1 + (1-\kappa')s_2) > \\ & f(s_2, \kappa' s_1 + (1-\kappa')s_2), \end{aligned} \tag{2}$$

其中$\forall \kappa' \in (0, \kappa)$. $f(\cdot)$表示为式(2)中所示的系统在某一策略选择情形下的适应度函数, 其刻画了策略与适应度的映射关系, 类似于经典博弈论中的支付函数, 而其计算结果表示具体的适应度值(可简单理解为繁殖率). 在下文针对具体演化博弈类型的分析过程中, 将这一适应度值表示为系统在某一策略选择情形下的支付, 从而形成系统的支付分布参数矩阵. 至于$f(\cdot)$函数的具体表达形式则需要根据实际演化博弈场景中给定的支付函数来确定. 进一步, 系统在纯策略处取得的ESS称为系统的演化稳定均衡(ESE). 非对称演化博弈只能在纯策略处取得ESE.

2.4 复制者动态模型

复制者动态模型(即RD模型)是演化博弈理论中的一种核心动力学机制, 可很好地用于描述有限理性个体的群体行为的变化趋势[53–54]. 若种群i在每轮次重复演化博弈中对策略集S_i中某策略s的选择概率或个体比例为$x_i(t)$, 相应的期望支付为$f_i(s;x;t)$, 且此时种群i的平均期望支付为$f_{\mathrm{ave}}(s;t)$, 则选择策略s的RD模型为

$$\frac{\mathrm{d}x_i(t)}{\mathrm{d}t} = x_i(t)[f_i(s;x;t) - f_{\mathrm{ave}}(s;t)], \tag{3}$$

由式(3)可见种群内选择某策略的概率(或个体比例)的微分正比于该概率值, 以及选择该策略的期望支付与种群此时的平均期望支付之间的差值. 因此, 当等式右边等于0时, 意味着策略s在种群中的比例维持不变, 将成为系统长期演化后自发形成的ESS. 需要说明的是, 式(3)针对的是某一纯策略s_i在每次博弈过程中被选择的概率(或个体比例)的变化规博弈过程中被选择的概率或个体比例的变化规律, 即$x_i(t)$的演化规律. 式(3)表明若个体选择纯策略s_i的支付(或收益)少于群体平均支付(或收益), 则选择该纯策略s_i的个体数(或概率)的增长率为负; 反之则为正. 若二者相等, 则表明选择该纯策略s_i的个体比例(或概率)保持不变, 维持在稳定水平, 并在系统中导致一种动态平衡. 在该平衡状态中, 任何个体不会愿意单方面改变自身选择的策略. 事实上, 若对于一个混合策略, 根据研究表明[3–4]: 其不可能成为一个非对称多群体演化博弈系统的ESS, 即系统在混合策略处不可能自发地达到一种长期的演化稳定均衡状态.

2.5 演化稳定性判据

判定系统在某策略处的渐进稳定性(演化稳定性)可利用李雅普诺夫稳定性判据[55–56]. 当式(3)所示的系统RD模型(即系统的复制者动态方程组)所对应的雅克比矩阵(通常为一个方阵)在系统的某一内部均衡点处的所有特征值的实部均为负数时, 则系统在该均衡点处达到渐进稳定状态, 并取得ESS. 反之, 若所有特征值实部中至少有一个为零或正数, 则系统在该均衡点处处于演化不稳定均衡状态. 还存在一种特殊情况: 若所有特征值的实部有正有负, 则该均衡点称为系统的鞍点, 此时系统在该点处于临界均衡状态, 仍称为演化不稳定的均衡状态.

3 三方多策略式演化博弈系统的长期演化均衡特性

基于第2章, 在文献[55]基础上, 本章通过理论分析与仿真验证详细讨论一般三方多策略式演化博弈模型的长期均衡特性, 包括三方两策略对称演化博弈(3P2S–SEG)、三方两策略非对称演化博弈(3P2S–SEG)、三方三策略非对称演化博弈(3P3S–AEG)和通用三方n-策略非对称演化博弈(3PnS–AEG). 首先建立模型并定义其完整的RNP参数, 然后进行长期ESE理论分析与动态仿真验证, 最后进行总结.

3.1 三方两策略式对称演化博弈(3P2S–SEG)

3.1.1 模型建立

对于通用的三群体两策略演化博弈(3P2SEG), 其中的三方分别用群体A, B和C表示. 这3个群体的策略集都包含一对互斥的纯策略, 即群体A, B和C的策略集分别假设为

$$\begin{aligned} & \Phi_{\mathrm{SA}} = \{S_{\mathrm{A1}}, S_{\mathrm{A2}}\},\ \Phi_{\mathrm{SB}} = \{S_{\mathrm{B1}}, S_{\mathrm{B2}}\}, \\ & \Phi_{\mathrm{SC}} = \{S_{\mathrm{C1}}, S_{\mathrm{C2}}\}, \end{aligned}$$

其中: S_{A1}与S_{A2}, S_{B1}与S_{B2}, S_{C1}与S_{C2}分别表示一对互为相反的策略(即一对互斥策略, 且是一对互斥的纯策略). 例如, S_{A1}表示群体A中的个体做出某一决策时, 则S_{A2}表示群体A中的个体做出这一决策的相反决定(即对应的反策略, 本文中均指纯策略). 由群体A, B和C构成的演化博弈系统在每轮次重复博弈中, 互为相反的策略对S_{A1}与S_{A2}, S_{B1}与S_{B2}, S_{C1}与S_{C2}分别在群体A, B和C中被选择的概率(或个体比例)为x和$1-x$, y和$1-y$, z和$1-z$, 其中$x, y, z \in [0, 1]$. 因此, 该类通用的三方两策略式演化博弈系统的决策空间可定义为$\Psi = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$, 其表示$xyz$坐标系中单位立方体空间内的某一区域, 该区域内任意一点的各个坐标值均为非负数, 即$\Psi = \{(x, y, z) | x \in [0, 1], y \in [0, 1], z \in [0, 1]\}$. 进一步可知, 群体A, B和C在上述情形下将总共形成8个纯策略组合(本文只讨论通用演化博弈模型在纯策略处的长期均衡特性, 因

为模型只有在纯策略处才能取得严格精炼的NE, 而在混合策略处一般都是不稳定或临界稳定的[3–4], 可不予讨论), 即

$$\begin{aligned}&\varPhi_1=(S_{\rm A1},S_{\rm B1},S_{\rm C1}),\ \varPhi_2=(S_{\rm A1},S_{\rm B1},S_{\rm C2}),\\&\varPhi_3=(S_{\rm A1},S_{\rm B2},S_{\rm C1}),\ \varPhi_4=(S_{\rm A1},S_{\rm B2},S_{\rm C2}),\\&\varPhi_5=(S_{\rm A2},S_{\rm B1},S_{\rm C1}),\ \varPhi_6=(S_{\rm A2},S_{\rm B1},S_{\rm C2}),\\&\varPhi_7=(S_{\rm A2},S_{\rm B2},S_{\rm C1}),\ \varPhi_8=(S_{\rm A2},S_{\rm B2},S_{\rm C2}),\end{aligned}$$

假设第i 个策略对$\varPhi_i$对应的支付组合为(a_i,b_i,c_i), 其中: $i=1,2,\cdots,8$, a_i,b_i,c_i 为本文定义的可全文通用的支付(或收益)分布参数. 因此, 该类通用3P2SEG系统的支付(或收益)矩阵(payoff matrix) 可表示为

$$\begin{array}{l}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ \mathrm{C}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad z\qquad\quad 1-z\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ S_{\rm C1}\qquad\ \ S_{\rm C2}\\ \left\{\begin{array}{l}\mathrm{A}:S_{\rm A1}\to x\to\qquad\qquad\ \downarrow\qquad\qquad\downarrow\\ \mathrm{B}\left\{\begin{array}{l}\ \ y\ \ \ \to S_{\rm B1}\to\\1-y\to S_{\rm B2}\to\end{array}\right.\!\!\begin{bmatrix}(a_1,b_1,c_1)&(a_2,b_2,c_2)\\(a_3,b_3,c_3)&(a_4,b_4,c_4)\end{bmatrix},\\ \mathrm{A}:S_{\rm A2}\to 1-x\to\\ \mathrm{B}\left\{\begin{array}{l}\ \ y\ \ \ \to S_{\rm B1}\to\\1-y\to S_{\rm B2}\to\end{array}\right.\!\!\begin{bmatrix}(a_5,b_5,c_5)&(a_6,b_6,c_6)\\(a_7,b_7,c_7)&(a_8,b_8,c_8)\end{bmatrix}.\end{array}\right.\end{array}\tag{4}$$

对于式(4), 根据3P2S–SEG 中的博弈对称性要求, 其支付参数需同时满足

$$\begin{aligned}&a_1=a_4,\ a_2=a_3,\ a_5=a_8,\ a_6=a_7,\\&b_1=b_6,\ b_2=b_5,\ b_3=b_8,\ b_4=b_7,\\&c_1=c_7,\ c_3=c_5,\ c_2=c_8,\ c_4=c_6.\end{aligned}$$

基于此, 不妨假设

$$\begin{aligned}&a_1=a_4=a,\ a_2=a_3=b,\ a_5=a_8=c,\\&a_6=a_7=d,\ b_1=b_6=e,\ b_2=b_5=f,\\&b_3=b_8=g,\ b_4=b_7=h,\ c_1=c_7=k,\\&c_3=c_5=l,\ c_2=c_8=p,\ c_4=c_6=q.\end{aligned}$$

此处的a,b,c,d,e,f,g,h,k,l,p和q为本文定义的可全文通用的支付分布参数. 因此, 该3P2S–SEG 系统的支付矩阵可转变为如式(5)所示的形式.

3.1.2　系统RNP参数定义

对于通用根据3P2S–SEG的支付矩阵, 本文对其完整的RNP参数进行定义, 共6组, 如表2所示. 以“RNP参数1”为例, 即$(a-c)$, 其定义为当群体B选择策略$S_{\rm B1}$、群体C始终选择策略$S_{\rm C1}$时, 群体A选择策略$S_{\rm A1}$时的相对净支付(其物理含义或实际意义为: 此时群体A中个体选择策略$S_{\rm A1}$时获得的期望支付与其选择策略集中另一策略$S_{\rm A2}$时获得的期望支付之间的差值, 即$(a-c)$), 或当群体B选择策略$S_{\rm B2}$、群体C始终选择策略$S_{\rm C2}$时, 群体A选择策略$S_{\rm A1}$ 时的相对净支付(其含义同上, 即群体A中个体在此情形下选择策略$S_{\rm A1}$时获得的期望支付与其选择策略集中另一策略$S_{\rm A2}$时获得的期望支付之间的差值, 仍等于$(a-c)$). 如表2所示, 其他组RNP参数的含义也可参照该表类似得到, 此处不再赘述. 当然, 若将这6组RNP参数分别取它们的相反数, 则可得到另外6组RNP参数, 其含义分别表示群体A, B和C选择其策略集中第2个纯策略时的相对净支付.

$$\begin{array}{l}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ \mathrm{C}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad z\qquad\quad 1-z\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\ \ S_{\rm C1}\qquad\ \ S_{\rm C2}\\ \left\{\begin{array}{l}\mathrm{A}:S_{\rm A1}\to x\to\qquad\qquad\ \downarrow\qquad\qquad\downarrow\\ \mathrm{B}\left\{\begin{array}{l}\ \ y\ \ \ \to S_{\rm B1}\to\\1-y\to S_{\rm B2}\to\end{array}\right.\!\!\begin{bmatrix}(a,e,k)&(b,f,p)\\(b,g,l)&(a,h,q)\end{bmatrix},\\ \mathrm{A}:S_{\rm A2}\to 1-x\to\\ \mathrm{B}\left\{\begin{array}{l}\ \ y\ \ \ \to S_{\rm B1}\to\\1-y\to S_{\rm B2}\to\end{array}\right.\!\!\begin{bmatrix}(c,f,l)&(d,e,q)\\(d,h,k)&(c,g,p)\end{bmatrix}.\end{array}\right.\end{array}\tag{5}$$

表 2　一般情形下的通用3P2S–SEG 系统中定义的6组相对净支付参数

Table 2　Six RNP parameters defined in the general 3P2S–SEG system

RNP参数编号	RNP参数	具体定义	群体A策略选择	群体B策略选择	群体C策略选择
RNP 参数1	$a-c$	群体A选择策略$S_{\rm A1}$ 时的相对净支付	$S_{\rm A1}$	$S_{\rm B1}$ $S_{\rm B2}$	$S_{\rm C1}$ $S_{\rm C2}$
RNP 参数2	$b-d$	群体A选择策略$S_{\rm A1}$ 时的相对净支付	$S_{\rm A1}$	$S_{\rm B2}$ $S_{\rm B1}$	$S_{\rm C1}$ $S_{\rm C2}$
RNP 参数3	$e-g$	群体B选择策略$S_{\rm B1}$ 时的相对净支付	$S_{\rm B1}$	$S_{\rm A1}$ $S_{\rm A2}$	$S_{\rm C1}$ $S_{\rm C2}$
RNP 参数4	$f-h$	群体B选择策略$S_{\rm B1}$ 时的相对净支付	$S_{\rm B1}$	$S_{\rm A2}$ $S_{\rm A1}$	$S_{\rm C1}$ $S_{\rm C2}$
RNP 参数5	$k-p$	群体C选择策略$S_{\rm C1}$ 时的相对净支付	$S_{\rm C1}$	$S_{\rm A1}$ $S_{\rm A2}$	$S_{\rm B1}$ $S_{\rm B2}$
RNP 参数6	$l-q$	群体C选择策略$S_{\rm C1}$ 时的相对净支付	$S_{\rm C1}$	$S_{\rm A2}$ $S_{\rm A1}$	$S_{\rm B1}$ $S_{\rm B2}$

3.1.3 长期均衡理论分析与动态仿真验证

基于第2 章, 并根据前文式(5)所示的系统支付(或收益)矩阵, 该通用3P2S–SEG 系统的RD 模型(多元偏微分方程组)可表示为

$$\begin{cases}\dot{x}=x(1-x)[\gamma_1\gamma(y,z)+\gamma_2],\\ \dot{y}=y(1-y)[\gamma_3\gamma(x,z)+\gamma_4],\\ \dot{z}=z(1-z)[\gamma_5\gamma(x,y)+\gamma_6],\end{cases} \tag{6}$$

其中:

$\gamma_1=a-b-c+d,\ \gamma_2=a-c,$

$\gamma_3=e-f-g+h,$

$\gamma_4=e-g,\ \gamma_5=k-l-p+q,$

$\gamma_6=k-p,\ \gamma(x,y)=2xy-x-y,$

$\gamma(x,z)=2xz-x-z,\ \gamma(y,z)=2yz-y-z.$

相应地, 该系统RD 方程对应的雅克比矩阵$J_{\text{3P2S–SEG}}$为

$$J_{\text{3P2S–SEG}}=\begin{bmatrix}J_{11}&J_{12}&J_{13}\\ J_{21}&J_{22}&J_{23}\\ J_{31}&J_{32}&J_{33}\end{bmatrix}, \tag{7}$$

其中:

$J_{11}=(1-2x)[\gamma_2+\gamma_1\gamma(y,z)],$

$J_{12}=x(1-x)(2z-1)\gamma_1,$

$J_{13}=x(1-x)(2y-1)\gamma_1,$

$J_{21}=y(1-y)(2z-1)\gamma_3,$

$J_{22}=(1-2y)[\gamma_4+\gamma_3\gamma(x,z)],$

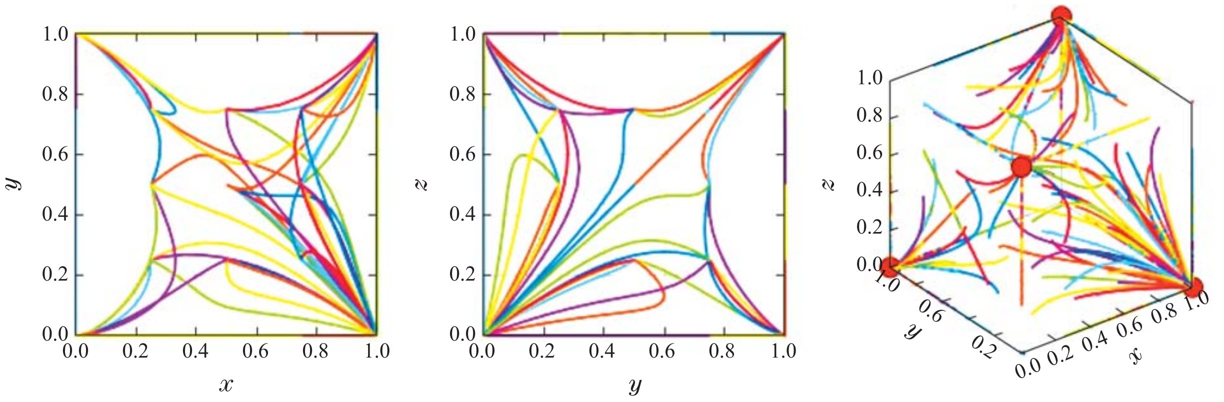
$J_{23}=y(1-y)(2x-1)\gamma_3,$

$J_{31}=z(1-z)(2y-1)\gamma_5,$

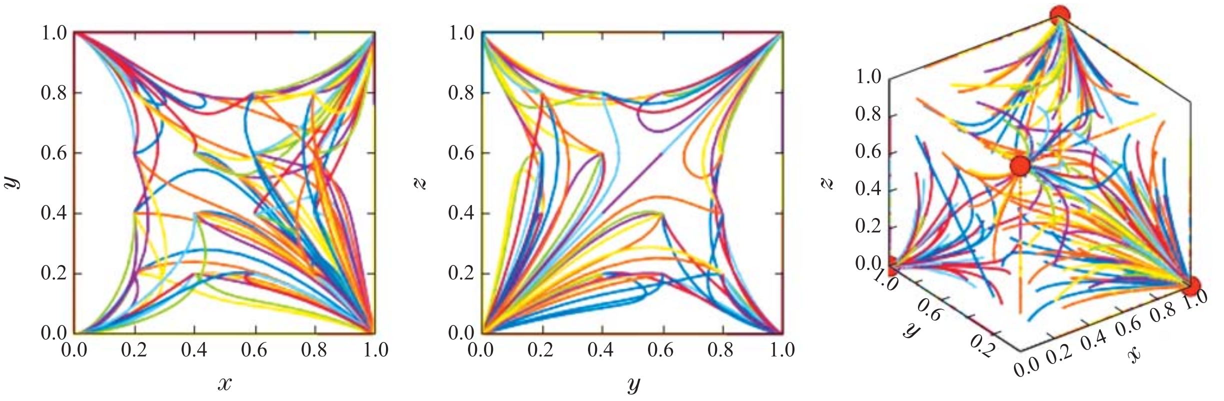
$J_{32}=z(1-z)(2x-1)\gamma_5,$

$J_{33}=(1-2z)[\gamma_6+\gamma_5\gamma(x,y)].$

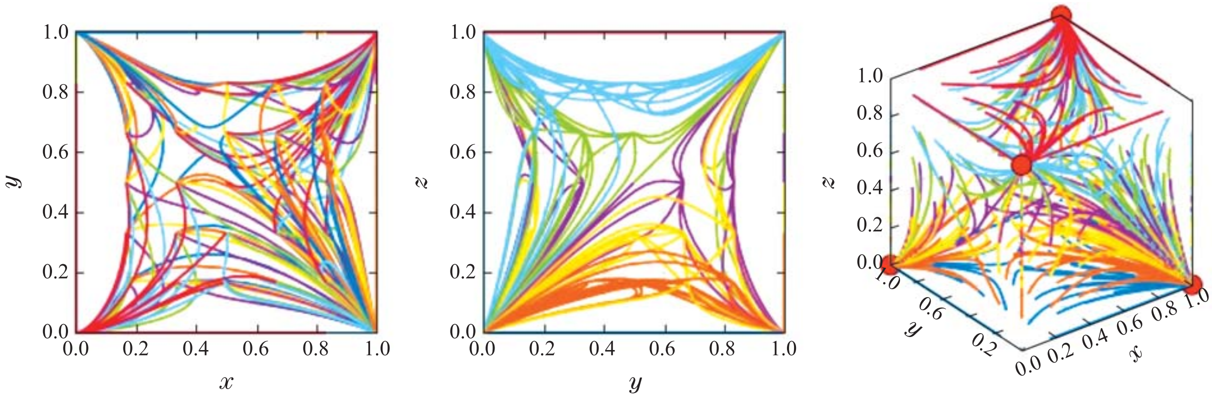
为更加直观观察系统长期均衡自发形成过程中各策略的演化动态性与稳定性, 不妨对系统RD 模型进行动态仿真, 取$(a,b,c,d,e,f,g,h,k,l,p,q)=$(8, 6, 3, 9, 7, 4, 3, 9, 9, 7, 5, 12), 并分别以 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8和1/9为间隔, 在该演化博弈系统的决策空间$\Psi=[0,1]\times[0,1]\times[0,1]$内对$x$, y 和z的初始值从0至1进行取值, 即分别进行125, 216, 343, 512, 729和1000 轮次的动态仿真验证, 并依次记为Case 1至Case 6, 并分别如图1(a)至(f)所示. 各情形下分别展示了(x,y), (y,z)和(x,y,z) 的相轨迹图, 图中红色实心圆点为系统长期演化后自发形成的ESS, 该表示方式在全文通用.



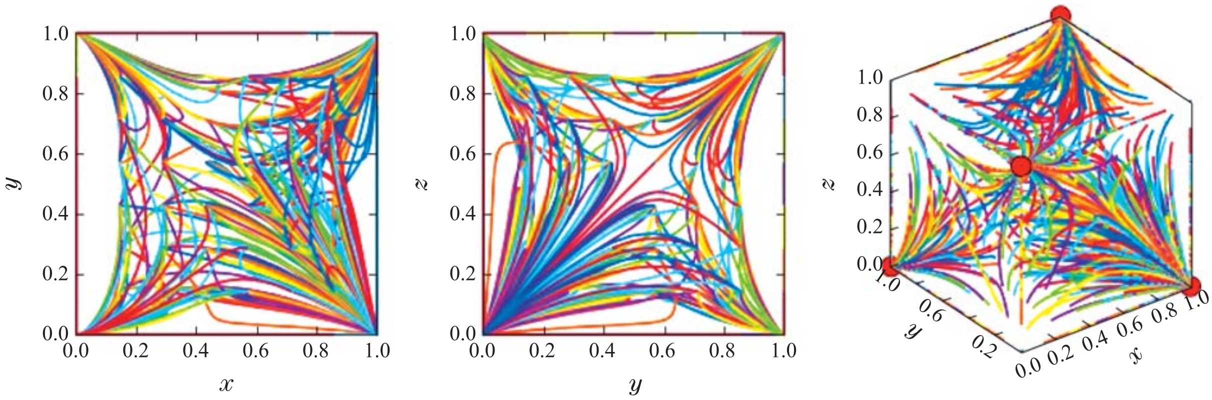
(a) Case 1: 125轮次演化博弈动态仿真结果



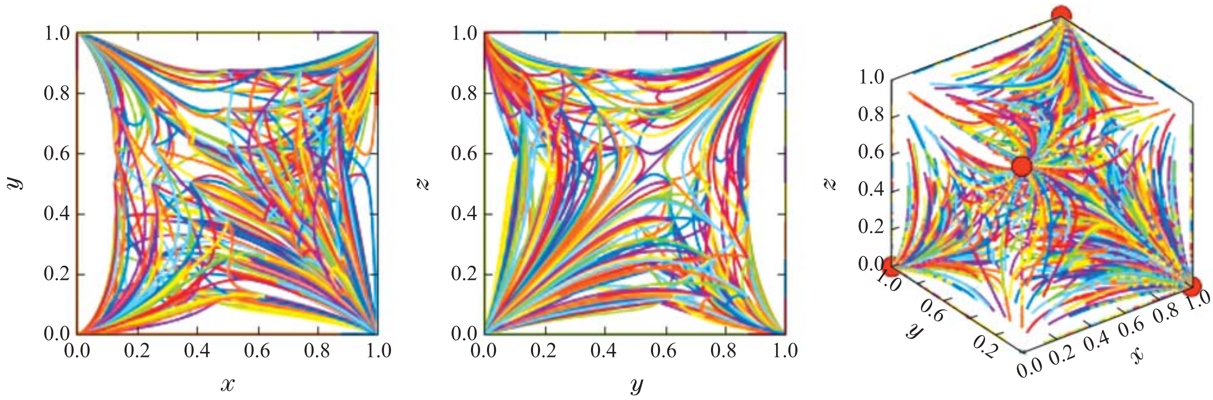
(b) Case 2: 216轮次演化博弈动态仿真结果



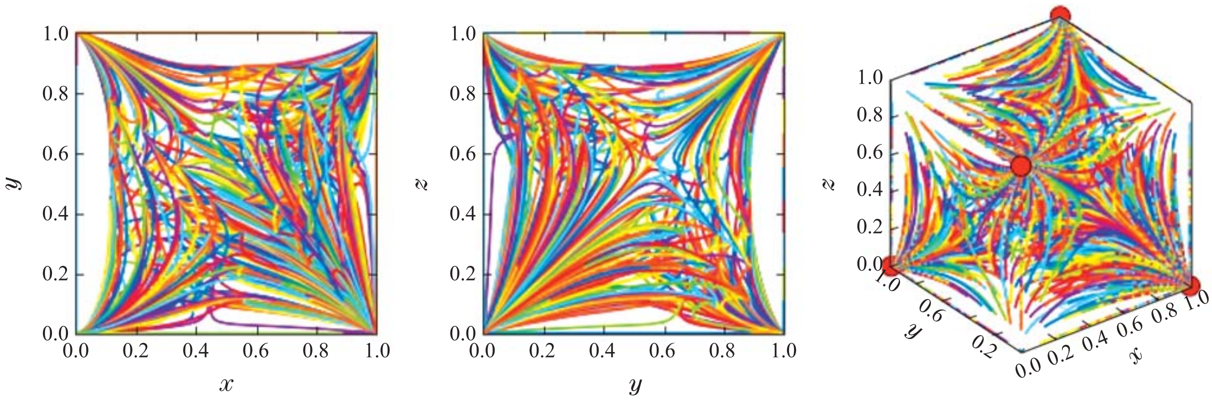
(c) Case 3: 343轮次演化博弈动态仿真结果



(d) Case 4: 512轮次演化博弈动态仿真结果



(e) Case 5: 729轮次演化博弈动态仿真结果



(f) Case 6: 1000轮次演化博弈动态仿真结果

图 1 通用3P2S–SEG系统在$(a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, p, q)$ = (8, 6, 3, 9, 7, 4, 3, 9, 9, 7, 5, 12)下的长期演化均衡仿真结果

Fig. 1 Dynamic simulation results of long-term evolutionary equilibrium in the general 3P2S–SEG system when taking $(a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, p, q)$ = (8, 6, 3, 9, 7, 4, 3, 9, 9, 7, 5, 12)

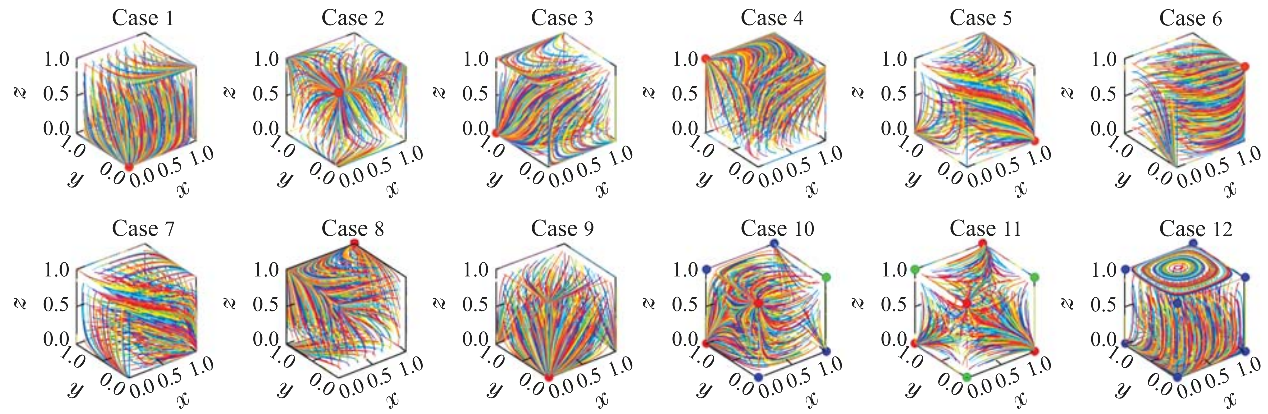


图 2 通用3P2S–SEG 系统在12种典型博弈态势下的长期演化稳定均衡动态仿真结果

Fig. 2 Dynamic simulation results of long-term ESE of the general 3P2S–SEG system in 12 representative game situations

由图1可知系统在给定支付参数下最终自发形成4组ESS, 即(0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)和(1, 1, 1), 它们都是纯策略ESE. 根据文献[3–4], 以及式(2)所示的ESS的定义, 当多群体演化博弈系统在其纯策略处达到均衡状态时, 则在该均衡状态下任意种群中的任何个体不会愿意单方面改变其现有策略, 而其他任意突变策略也无法入侵(invade)这个种群, 此时系统在这些纯策略均衡点处都将取得NE均衡(但反过来, 系统取得的NE均衡不一定是ESS), 且是严格精炼的NE. 具体的证明过程可参考文献[3–4]. 基于此, 该3P2S–SEG系统在一般支付参数下的长期ESE又将如何? 详细讨论如下.

首先, 根据系统的RD模型进行求解, 可知其内部均衡点共8个, 且都是纯策略内部均衡点, 即

$$\Upsilon_{\text{3P2S–SEG}} = \\ \{(x,y,z)|(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1), \\ (1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)\}.$$

为直观观察系统在这些纯策略处的长期均衡特性, 不妨以1/8为间隔, 对(x, y, z) 的初始值从0至1进行取值, 即进行729 轮次重复演化博弈, 对12种情形(依次记为Case 1 至Case 12)下(x, y, z) 的相轨迹进行动态仿真, 结果如图2所示. 其中, 仿真时间$t \in [0, 10]$, Case 1至Case 8则依次详细展示了当$\Upsilon_{\text{3P2S–SEG}}$ 内每个纯策略为系统唯一ESS时的情形, Case 9至Case 11分别展示了系统长期演化过程中只有1组、2 组和4组ESS的情形, Case 12展示了系统不存在任何长期ESE的情形. 图中红色、绿色和蓝色实心圆点分别表示系统长期演化后自发形成的ESE点、不稳定均衡点和鞍点(或中心).

进一步, 将$\Upsilon_{\text{3P2S–SEG}}$中每组均衡点依次代入系统雅克比矩阵$J_{\text{3P2S–SEG}}$中, 通过计算可依次得出该矩阵在每组纯策略内部均衡点处的特征值. 具体而言, 在(0, 0, 0)处, 其3个特征值依次为$a-c, e-g, k-p$; 在(0, 0, 1)处, 其3个特征值依次为$b-d, f-h, p-k$; 在(0, 1, 0)处, 其3个特征值依次为$b-d, g-e, l-q$; 在(0, 1, 1)处, 其3个特征值依次为$a-c, h-f, q-l$; 在(1, 0, 0)处, 其3个特征值依次为$c-a, f-h, l-q$; 在(1, 0, 1)处, 其3个特征值依次为$d-b, e-g, q-l$; 在(1, 1, 0)处, 其3个特征值依次为$d-b, h-f, k-p$; 在(1, 1, 1)处, 其3个特征值则为$c-a, g-e, p-k$. 由此可知, $\boldsymbol{J}_{\text{3P2S–SEG}}$的特征值实部由表2中定义的6组系统RNP参数(或其相反数)唯一决定.

因此, 对这6组RNP参数的正负取值进行排列组合可知系统长期演化均衡特性共包含64($=2^6$)种博弈态势. 如表3所示, 全文中分别用“×”、“◯” 和“★”表示系统在相应内部均衡点处处于不稳定均衡状态、临界均衡状态和演化稳定均衡状态, 并分别用N_1, N_2和N_3表示相应场景下系统在其8个纯策略内部均衡点处取得的演化稳定均衡状态数、演化不稳定均衡状态数和临界均衡状态数.

如表3所示, 每种博弈态势依次由前文定义的6组RNP参数所唯一决定的, 它们分别是: $a-c, e-g, k-p, b-d, f-h$和$l-q$. 基于此, 不妨用“+”和“-”分别表示它们取正和取负的情形, 例如“++++++”表示上述6组RNP参数依次取正, 即$a-c>0, e-g>0, k-p>0, b-d>0, f-h>0$以及$l-q>0$. 由表3可知: 该类通用3P2S–SEG系统在长期演化过程中总计存在64种ESE状态, 以及64种演化不稳定均衡状态和384种临界状态(即鞍点或中心).

此外, 由表3可知系统在一种博弈态势下最多可同时获得4组长期ESE, 且都是纯策略的精炼NE, 对此进行动态仿真验证. 不妨以1/6为间隔在系统决策空间Ψ内对(x, y, z)的初始值从0至1进行取值, 即对表3中所有博弈态势(即博弈场景, 将其依次记为Scenario 1至Scenario 64)都进行343轮次演化博弈动态仿真, 如图3所示. 图中红色、绿色和蓝色实心圆点含义同上图. 由图3可知: 该系统在各博弈态势下的长期均衡特性仿真结果与表3中的理论分析结果完全一致, 从而对理论分析结果进行了有效验证.

表 3 一般情形下的通用3P2S–SEG 系统长期演化均衡特性的完整理论分析结果

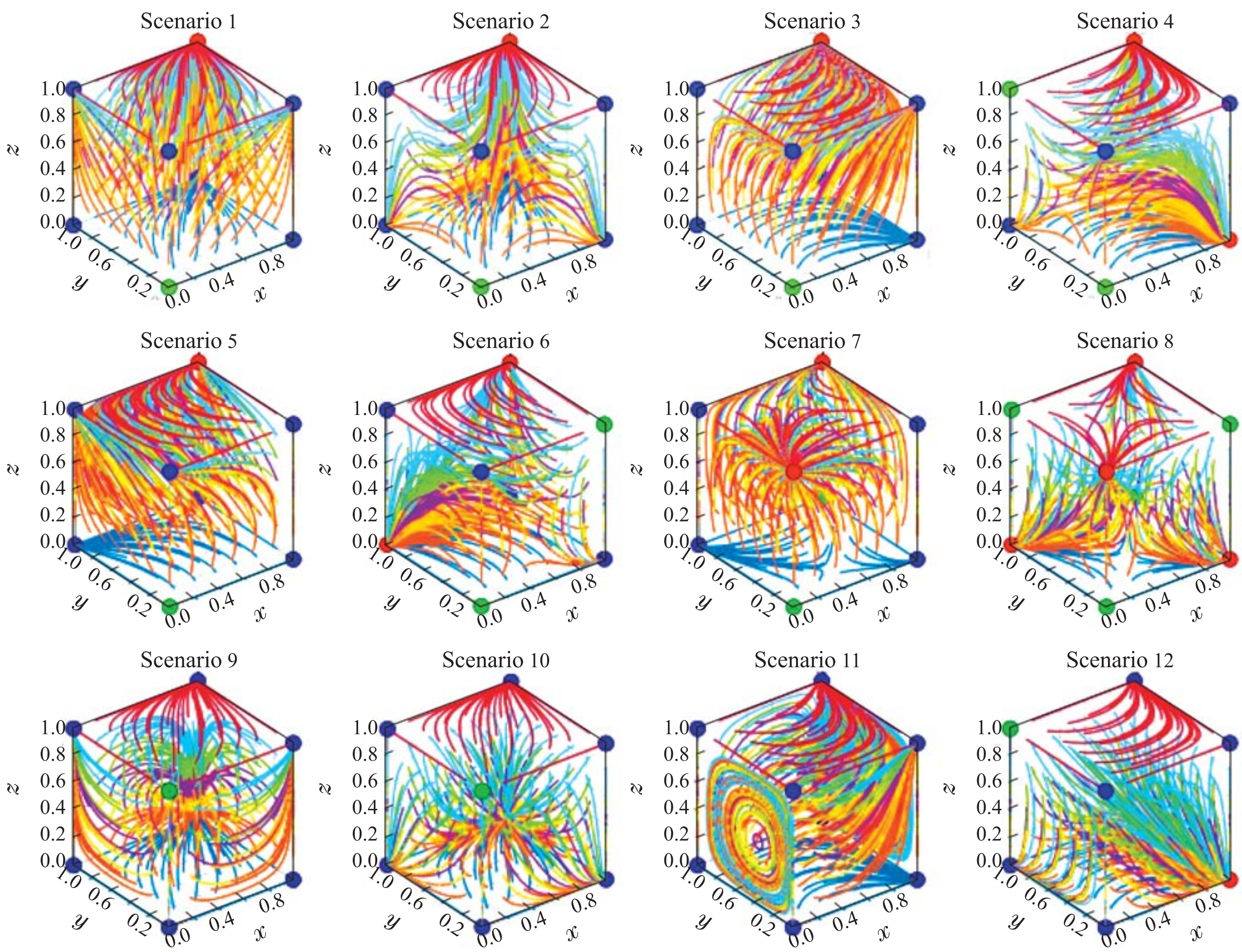
Table 3 Complete theoretical analysis results of long-term equilibrium for the general 3P2S–SEG system

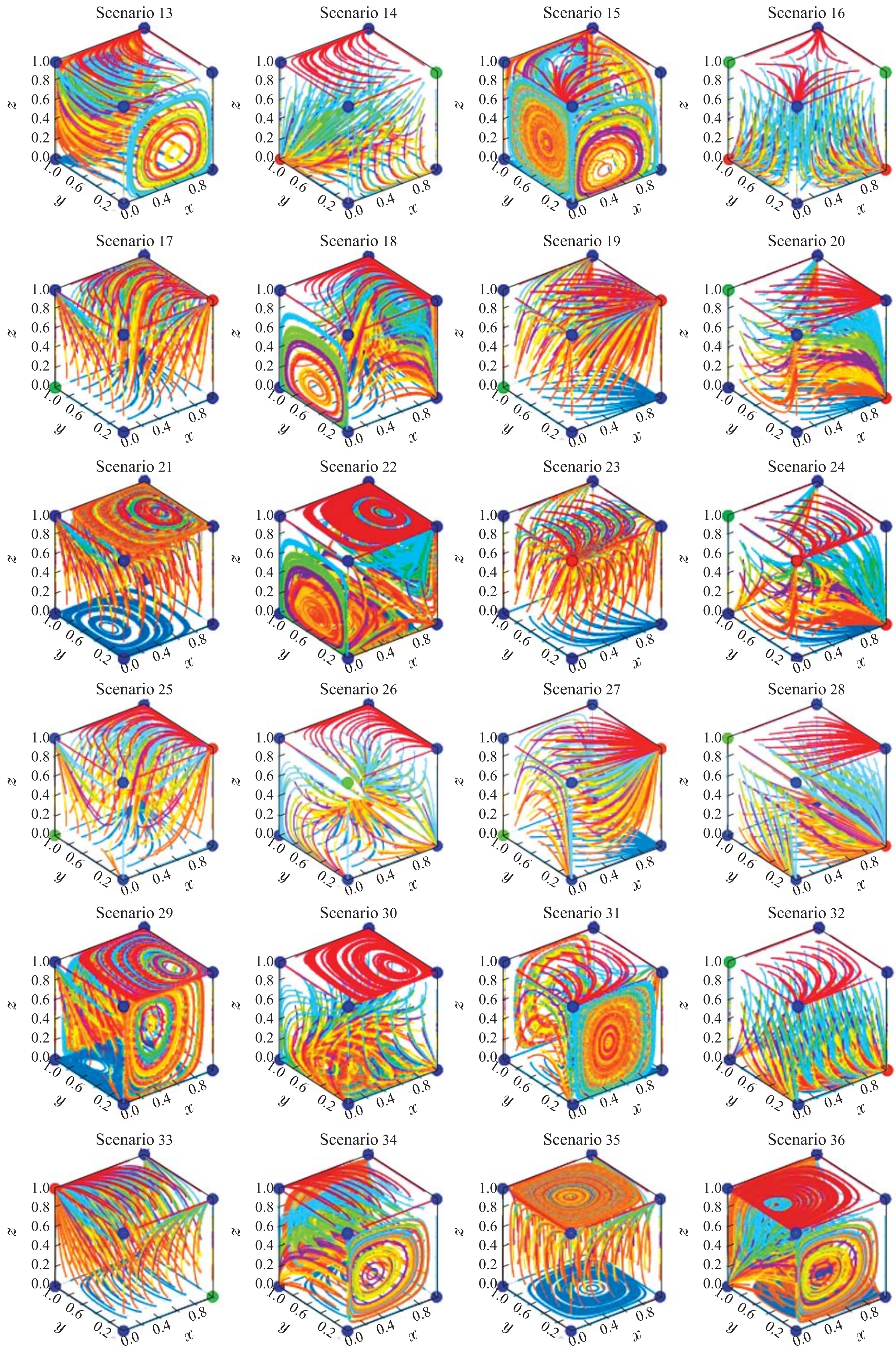
场景编号	博弈态势	(0, 0, 0)	(0, 0, 1)	(0, 1, 0)	(0, 1, 1)	(1, 0, 0)	(1, 0, 1)	(1, 1, 0)	(1, 1, 1)	N_1	N_2	N_3
Scenario 1	++++++	×	○	○	○	○	○	○	★	1	1	6
Scenario 2	+++++-	×	○	○	○	○	○	○	★	1	1	6
Scenario 3	++++-+	×	○	○	○	○	○	○	★	1	1	6
Scenario 4	++++--	×	○	○	×	★	○	○	★	2	2	4
Scenario 5	+++-++	×	○	○	○	○	○	○	★	1	1	6
Scenario 6	+++-+-	×	○	★	○	○	×	○	★	2	2	4
Scenario 7	+++--+	×	★	○	○	○	○	×	★	2	2	4
Scenario 8	+++---	×	★	★	×	★	×	×	★	4	4	0
Scenario 9	++-+++	○	×	○	○	○	○	★	○	1	1	6
Scenario 10	++-++-	○	×	○	○	○	○	★	○	1	1	6
Scenario 11	++-+-+	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 12	++-+--	○	○	○	×	★	○	○	○	1	1	6
Scenario 13	++--++	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 14	++--+-	○	○	★	○	○	×	○	○	1	1	6
Scenario 15	++---+	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 16	++----	○	○	★	×	★	×	○	○	2	2	4
Scenario 17	+-++++	○	○	×	○	○	★	○	○	1	1	6
Scenario 18	+-+++-	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 19	+-++-+	○	○	×	○	○	★	○	○	1	1	6
Scenario 20	+-++--	○	○	○	×	★	○	○	○	1	1	6
Scenario 21	+-+-++	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 22	+-+-+-	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 23	+-+--+	○	★	○	○	○	○	×	○	1	1	6
Scenario 24	+-+---	○	★	○	×	★	○	×	○	2	2	4
Scenario 25	+--+++	○	×	×	○	○	★	★	○	2	2	4
Scenario 26	+--++-	○	×	○	○	○	○	★	○	1	1	6
Scenario 27	+--+-+	○	○	×	○	○	★	○	○	1	1	6
Scenario 28	+--+--	○	○	○	×	★	○	○	○	1	1	6
Scenario 29	+---++	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 30	+---+-	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 31	+----+	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 32	+-----	○	○	○	×	★	○	○	○	1	1	6
Scenario 33	-+++++	○	○	○	★	×	○	○	○	1	1	6
Scenario 34	-++++-	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 35	-+++-+	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 36	-+++--	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 37	-++-++	○	○	○	★	×	○	○	○	1	1	6
Scenario 38	-++-+-	○	○	★	○	○	×	○	○	1	1	6
Scenario 39	-++--+	○	★	○	○	○	○	×	○	1	1	6
Scenario 40	-++---	○	★	★	○	○	×	×	○	2	2	4
Scenario 41	-+-+++	○	×	○	★	×	○	★	○	2	2	4
Scenario 42	-+-++-	○	×	○	○	○	○	★	○	1	1	6
Scenario 43	-+-+-+	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 44	-+-+--	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8

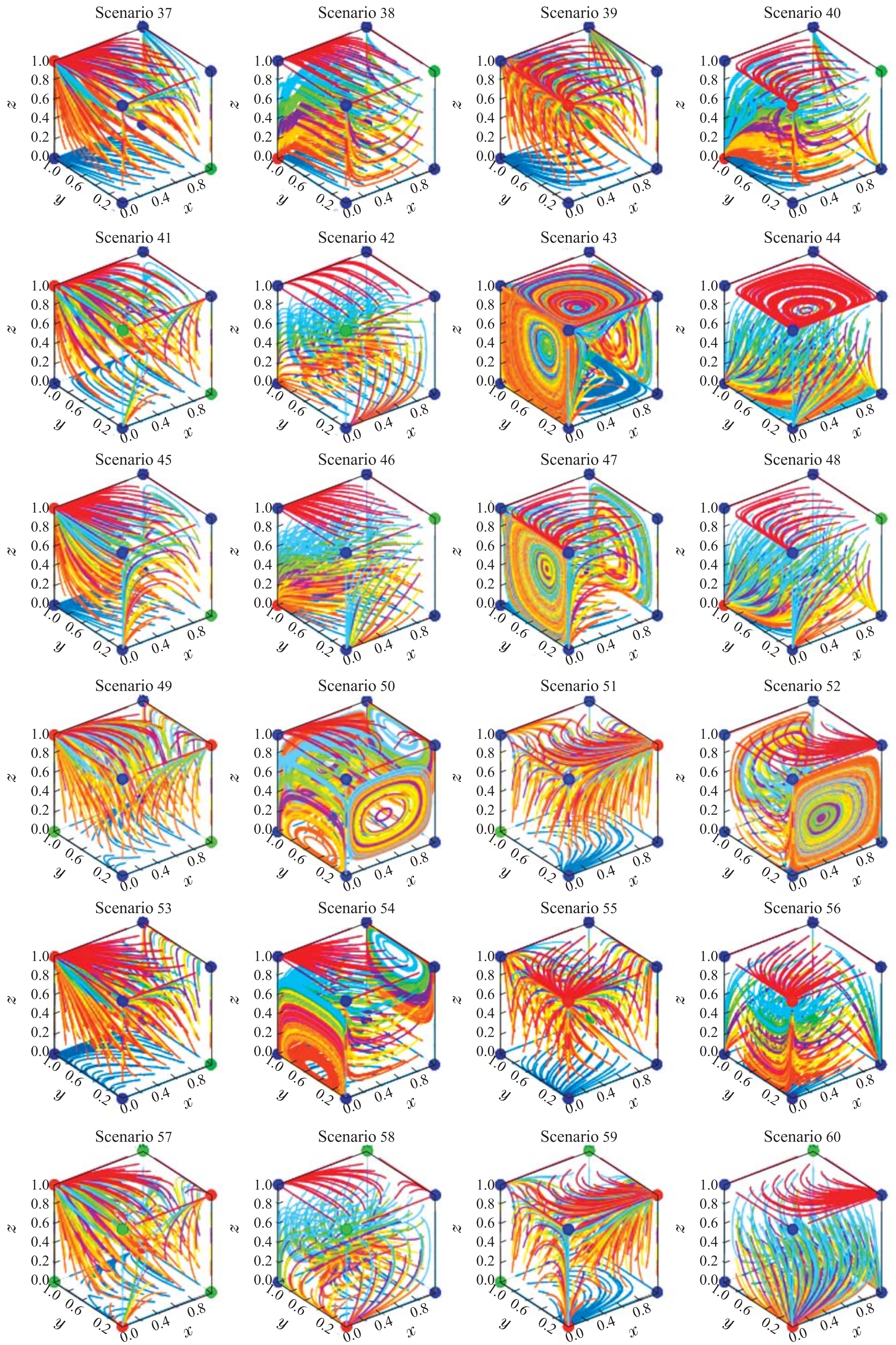
(转下一页)

(接上一页)

场景编号	博弈态势	(0, 0, 0)	(0, 0, 1)	(0, 1, 0)	(0, 1, 1)	(1, 0, 0)	(1, 0, 1)	(1, 1, 0)	(1, 1, 1)	N_1	N_2	N_3
Scenario 45	-+--++	○	○	○	★	×	○	○	○	1	1	6
Scenario 46	-+--+-	○	○	★	○	○	×	○	○	1	1	6
Scenario 47	-+---+	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 48	-+----	○	○	★	○	○	×	○	○	1	1	6
Scenario 49	--++++	○	○	×	★	×	★	○	○	2	2	4
Scenario 50	--+++-	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 51	--++-+	○	○	×	○	○	★	○	○	1	1	6
Scenario 52	--++--	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 53	--+-++	○	○	○	★	×	○	○	○	1	1	6
Scenario 54	--+-+-	○	○	○	○	○	○	○	○	0	0	8
Scenario 55	--+--+	○	★	○	○	○	○	×	○	1	1	6
Scenario 56	--+---	○	★	○	○	○	○	×	○	1	1	6
Scenario 57	---+++	★	×	×	★	×	★	★	×	4	4	0
Scenario 58	---++-	★	×	○	○	○	○	★	×	2	2	4
Scenario 59	---+-+	★	○	×	○	○	★	○	×	2	2	4
Scenario 60	---+--	★	○	○	○	○	○	○	×	1	1	6
Scenario 61	----++	★	○	○	★	×	○	○	×	2	2	4
Scenario 62	----+-	★	○	○	○	○	○	○	×	1	1	6
Scenario 63	-----+	★	○	○	○	○	○	○	×	1	1	6
Scenario 64	------	★	○	○	○	○	○	○	×	1	1	6
统计	/	/	/	/	/	/	/	/	/	64	64	384




Scenario 13
Scenario 14
Scenario 15
Scenario 16
Scenario 17
Scenario 18
Scenario 19
Scenario 20
Scenario 21
Scenario 22
Scenario 23
Scenario 24
Scenario 25
Scenario 26
Scenario 27
Scenario 28
Scenario 29
Scenario 30
Scenario 31
Scenario 32
Scenario 33
Scenario 34
Scenario 35
Scenario 36


Scenario 37
Scenario 38
Scenario 39
Scenario 40
Scenario 41
Scenario 42
Scenario 43
Scenario 44
Scenario 45
Scenario 46
Scenario 47
Scenario 48
Scenario 49
Scenario 50
Scenario 51
Scenario 52
Scenario 53
Scenario 54
Scenario 55
Scenario 56
Scenario 57
Scenario 58
Scenario 59
Scenario 60
z
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
y
1.0
0.6
0.2
x
0.0
0.4
0.8

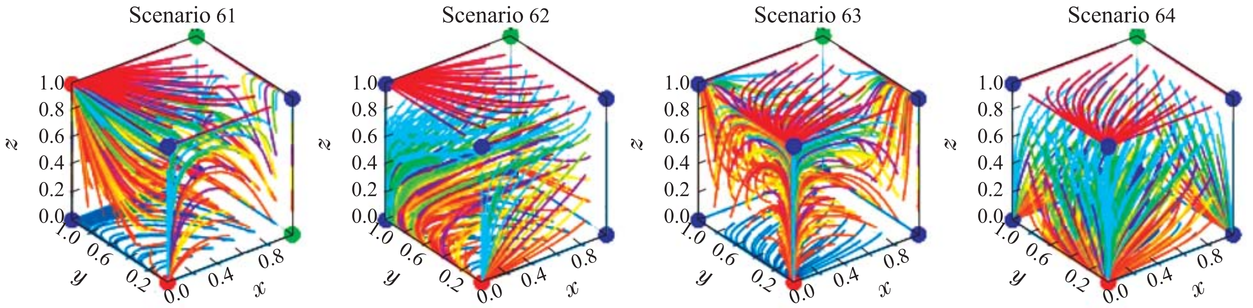


图 3 通用3P2S–SEG 系统在所有博弈态势下的长期均衡特性完整动态仿真结果结果

Fig. 3 Complete dynamic simulation results of long-term equilibrium for the general 3P2S–SEG system in all game situations

总的来说, 通过第3.1节对3P2S–SEG 系统的长期ESE 特性的理论分析与动态仿真研究表明: i) 该系统仅存在8组纯策略内部均衡点, 且最多同时在其中4 组均衡点处取得ESS, 即达到ESE状态; ii) 系统最终自发形成的演化状态将由表2 中定义的6 组RNP参数唯一决定, 因而可通过改变这些RNP参数使得系统朝着期望的ESE状态处发展; iii) 系统完整的长期均衡特性总共包含64种博弈态势, 且在这些态势下系统总计可获得64次ESE, 以及64次演化不稳定均衡和384次临界演化均衡; iv) 系统长期均衡演化过程中, 自发形成的ESE 与不稳定均衡数相同, 其原因在于系统演化博弈是对称的(支付参数严格对称), 而该过程中系统出现次数最多的还是临界演化均衡状态.

3.2　三方两策略式非对称演化博弈(3P2S–SEG)

3.2.1　模型建立

对于3P2S–SEG 系统, 其支付矩阵如式(4)所示. 基于此, 相应的RD模型表示如下:

$$\begin{cases}\dot{x}=x(1-x)(\chi_1yz+\chi_2y+\chi_3z+\chi_4),\\ \dot{y}=y(1-y)(\chi_5xz+\chi_6x+\chi_7z+\chi_8),\\ \dot{z}=z(1-z)(\chi_9xy+\chi_{10}x+\chi_{11}y+\chi_{12}),\end{cases} \tag{8}$$

其中:

$$\chi_1=a_1-a_2-a_3+a_4-a_5+a_6+a_7-a_8,$$
$$\chi_2=a_2-a_4-a_6+a_8,\ \chi_3=a_3-a_4-a_7+a_8,$$
$$\chi_4=a_4-a_8,$$
$$\chi_5=b_1-b_2-b_3+b_4-b_5+b_6+b_7-b_8,$$
$$\chi_6=b_2-b_4-b_6+b_8,\ \chi_7=b_5-b_6-b_7+b_8,$$
$$\chi_8=b_6-b_8,$$
$$\chi_9=c_1-c_2-c_3+c_4-c_5+c_6+c_7-c_8,$$
$$\chi_{10}=c_3-c_4-c_7+c_8,\ \chi_{11}=c_5-c_6-c_7+c_8,$$
$$\chi_{12}=c_7-c_8.$$

进一步, 通过计算可得到该RD模型对应的雅克比矩阵$J_{\text{3P2S–AEG}}$为

$$J_{\text{3P2S–AEG}}=\begin{bmatrix}R_{11} & R_{12} & R_{13}\\ R_{21} & R_{22} & R_{23}\\ R_{31} & R_{32} & R_{33}\end{bmatrix}, \tag{9}$$

其中:

$$R_{11}=(1-2x)\varphi(y,z),$$
$$R_{12}=x(1-x)(\chi_2+\chi_1z),$$
$$R_{13}=x(1-x)(\chi_3+\chi_1y),$$
$$R_{21}=y(1-y)(\chi_6+\chi_5z),$$
$$R_{22}=(1-2y)\varpi(x,z),$$
$$R_{23}=y(1-y)(\chi_7+\chi_5x),$$
$$R_{31}=z(1-z)(\chi_{10}+\chi_9y),$$
$$R_{32}=z(1-z)(\chi_{11}+\chi_9x),$$
$$R_{33}=(1-2z)\omega(x,y),$$
$$\varphi(y,z)=\chi_4+\chi_2y+\chi_3z+\chi_1yz,$$
$$\varpi(x,z)=\chi_8+\chi_6x+\chi_7z+\chi_5xz,$$
$$\omega(x,y)=\chi_{12}+\chi_{10}x+\chi_{11}y+\chi_9xy.$$

此外, 式(8)所对应的系统策略空间为边长均为1的三维立方体空间, 即$[0,1]\times[0,1]\times[0,1]$.

3.2.2　系统RNP参数定义

基于式(4), 本文定义该通用3P2S–SEG系统完整的RNP参数, 总计12组, 如表4所示. 以表4中的前2组RNP参数为例, 即(a_1-a_5)和(a_3-a_7), 其定义为当群体B分别选择其策略集中的策略S_{B1}和S_{B2}, 而群体C始终选择策略S_{C1}时, 群体A选择策略S_{A1}时的相对净支付. 剩余10组RNP参数的含义参照表4可类似得到, 不再赘述. 显然, 若将这12组RNP参数都取负, 则成为另外12组RNP参数, 分别表示群体A, B和C选择其策略集中的第2个策略时的相对净支付集合.

3.2.3　长期均衡理论分析与动态仿真验证

为更直观观察式(8)所示3P2S–SEG系统的长期均衡演化特性, 即各群体策略集中策略S_{A1}, S_{B1}和S_{C1}在演化过程中的动态性与稳定性, 不妨取

$$\chi_1=15,\ \chi_2=-27,\ \chi_3=6,$$

$$\chi_4 = 10,\ \chi_5 = -50,\ \chi_6 = 30,$$
$$\chi_7 = 27,\ \chi_8 = -22,\ \chi_9 = -47,$$
$$\chi_{10} = 46,\ \chi_{11} = 34,\ \chi_{12} = -45,$$

并分别以1/5, 1/6, 1/7和1/8为间隔, 在系统决策空间$[0,1]\times[0,1]\times[0,1]$内对$(x,y,z)$的初始值(即系统初始博弈态势)从0至1进行取值, 即分别进行216, 343, 512和729轮次演化博弈动态仿真, 并分别记住为Case1至Case4, 结果如图4所示. 其中仿真时间$t\in[0,10]$. 各仿真下分别展示了(x,y,z), (x,y), (x,z)和(y,z)的相轨迹图. 由图可见: 系统长期ESE在给定支付参数下, 将在内部均衡点$(0,0,0)$处取得唯一的ESS, 如各图中红色实心圆点所示.

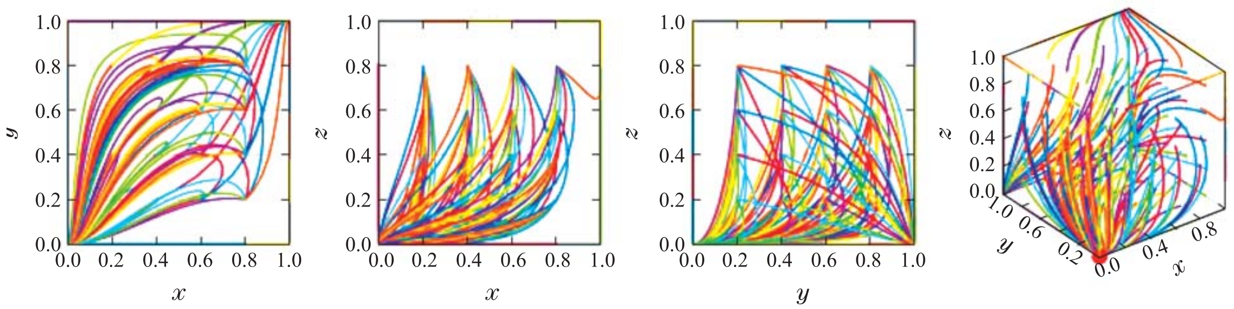
事实上, 对式(8)分析知: 系统RD方程不存在其他任何混合策略演化稳定均衡点, 而仅存在8组纯策略内部均衡点(都是严格精炼的NE 点), 即$\varPhi_{\text{3P2S–AEG}}=\{(x,y,z)|x,y,z\in[0,1]\}=\{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$, 它们刚好位于系统决策空间立方体的8个顶点. 基于此, 对该通用3P2S–SEG的长期ESE特性讨论如下.

基于上述分析, 将$\varPhi_{\text{3P2S–AEG}}$中各内部均衡点(记为$E_1\sim E_8$)依次代入式(9)所示雅克比矩阵$J_{\text{3P2S–AEG}}$中, 可得到其行列式$\det(J_{\text{3P2S–AEG}})$、迹$\text{tr}(J_{\text{3P2S–AEG}})$、以及特征值$(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$的计算统计结果, 如表5所示.

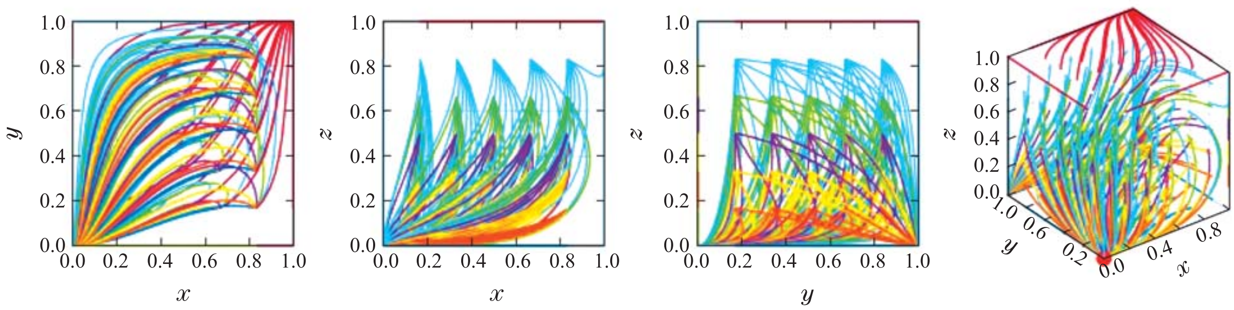
表 4 一般情形下3P2S–SEG系统中定义的12组RNP参数

Table 4 12 RNP parameters defined in the general 3P2S–SEG system

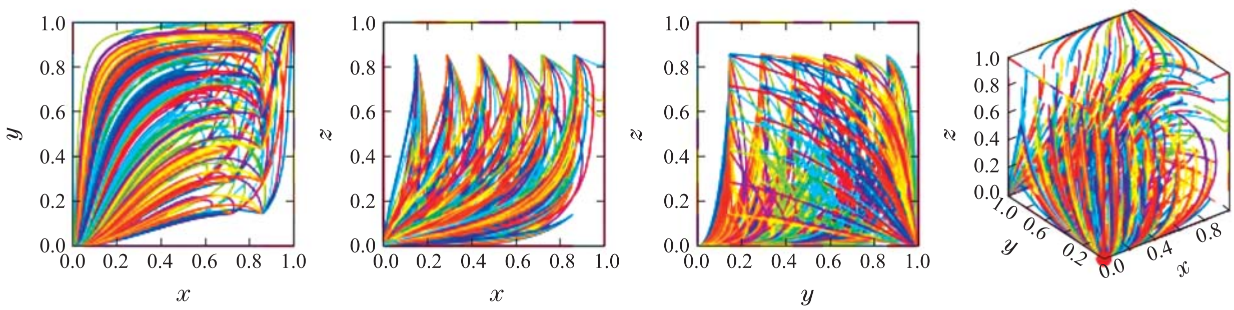
参数编号	具体值	参数含义	群体A	群体B	群体C
RNP参数1	$a_1\sim a_5$	群体A选		S_{B1}	S_{C1}
RNP参数2	$a_3\sim a_7$	择策略S_{A1}	S_{A1}	S_{B2}	S_{C1}
RNP参数3	$a_2\sim a_6$	时的相对		S_{B1}	S_{C2}
RNP参数4	$a_4\sim a_8$	净支付		S_{B2}	S_{C2}
RNP参数5	$b_1\sim b_3$	群体B选	S_{A1}		S_{C1}
RNP参数6	$b_2\sim b_4$	择策略S_{B1}	S_{A1}	S_{B1}	S_{C2}
RNP参数7	$b_5\sim b_7$	时的相对	S_{A2}		S_{C1}
RNP参数8	$b_6\sim b_8$	净支付	S_{A2}		S_{C2}
RNP参数9	$c_1\sim c_2$	群体C选		S_{A1}	S_{B1}
RNP参数10	$c_3\sim c_4$	择策略S_{C1}	S_{C1}	S_{A1}	S_{B2}
RNP参数11	$c_5\sim c_6$	时的相对		S_{A2}	S_{B1}
RNP参数12	$c_7\sim c_8$	净支付		S_{A2}	S_{B2}



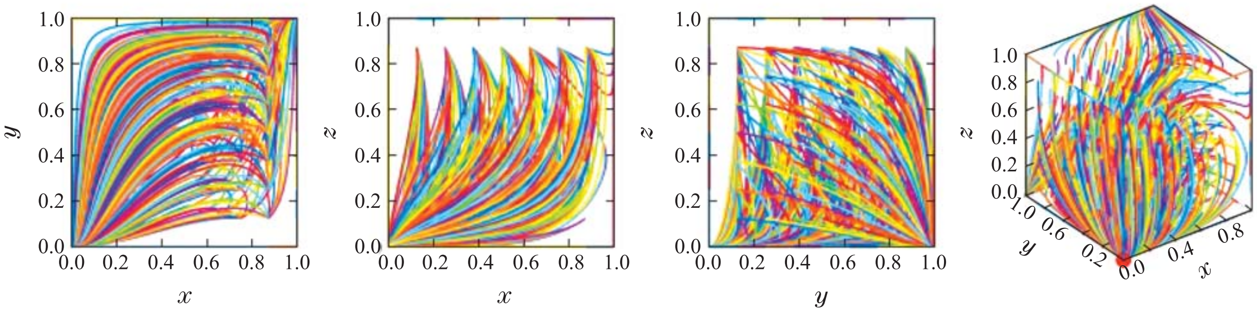
(a) Case 1: 216轮次演化博弈动态仿真结果



(b) Case 2: 343轮次演化博弈动态仿真结果



(c) Case 3: 512轮次演化博弈动态仿真结果



(d) Case 4: 729轮次演化博弈动态仿真结果

图 4 通用3P2S–SEG 系统在给定$\chi_1 = 15, \chi_2 = -27, \chi_3 = 6, \chi_4 = 10, \chi_5 = -50, \chi_6 = 30, \chi_7 = 27, \chi_8 = -22, \chi_9 = -47, \chi_{10} = 46, \chi_{11} = 34, \chi_{12} = -45$时的长期演化稳定均衡动态仿真结果

Fig. 4 Dynamic simulation results of long-term ESE for the general 3P2S–SEG system when taking $\chi_1 = 15, \chi_2 = -27, \chi_3 = 6, \chi_4 = 10, \chi_5 = -50, \chi_6 = 30, \chi_7 = 27, \chi_8 = -22, \chi_9 = -47, \chi_{10} = 46, \chi_{11} = 34, \chi_{12} = -45$

表 5 通用3P2S–SEG 系统在其纯策略内部均衡点处的雅克比矩阵的特征值、行列式和迹的统计情况

Table 5 Eigenvalues, determinants and traces of $J_{\text{3P2S–AEG}}$ for the general 3P2S–SEG system at all internal equilibrium points

编号	纯策略均衡点	$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$	$\det(J_{\text{3P2S–AEG}})$	$\text{tr}(J_{\text{3P2S–AEG}})$
E_1	$(0,0,0)$	$(a_4-a_8, b_6-b_8, c_7-c_8)$	$(a_4-a_8)(b_6-b_8)(c_7-c_8)$	$(a_4-a_8)+(b_6-b_8)+(c_7-c_8)$
E_2	$(0,0,1)$	$(a_3-a_7, b_5-b_7, c_8-c_7)$	$(a_3-a_7)(b_5-b_7)(c_8-c_7)$	$(a_3-a_7)+(b_5-b_7)+(c_8-c_7)$
E_3	$(0,1,0)$	$(a_2-a_6, b_8-b_6, c_5-c_6)$	$(a_2-a_6)(b_8-b_6)(c_5-c_6)$	$(a_2-a_6)+(b_8-b_6)+(c_5-c_6)$
E_4	$(0,1,1)$	$(a_1-a_5, b_7-b_5, c_6-c_5)$	$(a_1-a_5)(b_7-b_5)(c_6-c_5)$	$(a_1-a_5)+(b_7-b_5)+(c_6-c_5)$
E_5	$(1,0,0)$	$(a_8-a_4, b_2-b_4, c_3-c_4)$	$(a_8-a_4)(b_2-b_4)(c_3-c_4)$	$(a_8-a_4)+(b_2-b_4)+(c_3-c_4)$
E_6	$(1,0,1)$	$(a_7-a_3, b_1-b_3, c_4-c_3)$	$(a_7-a_3)(b_1-b_3)(c_4-c_3)$	$(a_7-a_3)+(b_1-b_3)+(c_4-c_3)$
E_7	$(1,1,0)$	$(a_6-a_2, b_4-b_2, c_1-c_2)$	$(a_6-a_2)(b_4-b_2)(c_1-c_2)$	$(a_6-a_2)+(b_4-b_2)+(c_1-c_2)$
E_8	$(1,1,1)$	$(a_5-a_1, b_3-b_1, c_2-c_1)$	$(a_5-a_1)(b_3-b_1)(c_2-c_1)$	$(a_5-a_1)+(b_3-b_1)+(c_2-c_1)$

由表5知, 该类3P2S–SEG系统在每个均衡点处的3 个特征值$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$均为上节定义的RNP参数. 这表明系统在$E_1 \sim E_8$处的长期ESE 状态取决于3组RNP参数的数学符号. 对于表5中均衡点$E_i (i = 1, 2, \cdots, 8)$而言, 假设与之对应的3组RNP参数分别为$\text{RNP}_{i,1}$, $\text{RNP}_{i,2}$ 和 $\text{RNP}_{i,3}$. 例如, $E_1 = (0, 0, 0)$ 的 3 组RNP参数分别为: $\text{RNP}_{1,1} = a_4 - a_8$, $\text{RNP}_{1,2} = b_6 - b_8$, $\text{RNP}_{1,3} = c_7 - c_8$. 由此知, 当 $\text{RNP}_{i,1}$, $\text{RNP}_{i,2}$ 和 $\text{RNP}_{i,3}$ 均不为0时, 则系统在纯策略内部均衡点E_i处的长期ESE特性的数学描述如式(10)所示:

$$E_i \begin{cases} \text{an ESS}, \\ \quad \text{RNP}_{i,1} < 0,\ \text{RNP}_{i,2} < 0,\ \text{RNP}_{i,3} < 0, \\ \text{unstable}, \\ \quad \text{RNP}_{i,1} > 0,\ \text{RNP}_{i,2} > 0,\ \text{RNP}_{i,3} > 0, \\ \text{a saddle point (also unstable)}, \\ \quad \text{其他}. \end{cases} \tag{10}$$

因此, 可知该类通用3P2S–SEG系统最终自发形成的长期演化均衡状态仅仅取决于表4中定义的12组RNP参数, 即

$$a_4 - a_8,\ b_6 - b_8,\ c_7 - c_8,\ a_3 - a_7,\ b_5 - b_7,$$
$$a_2 - a_6,\ c_5 - c_6,\ a_1 - a_5,\ b_2 - b_4,\ c_3 - c_4,$$
$$b_1 - b_3,\ c_1 - c_2.$$

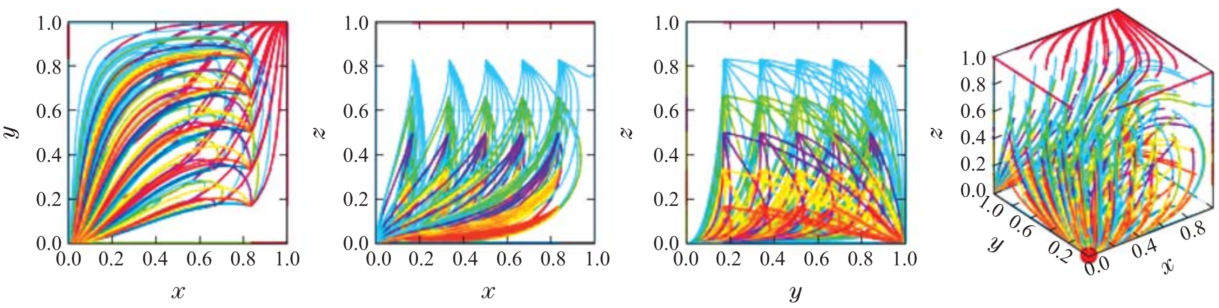
它们决定了该类3P2S–SEG系统最终的演化均衡状态. 基于此, 不妨对上述RNP参数的正负进行排列组合, 则可知系统的长期均衡特性总计存在4096 ($= 2^{12}$)种博弈态势. 在这些博弈场景下, 3P2S–SEG系统在各纯策略内部均衡点E_i处的长期均衡演化稳定条件及互斥奇点的统计情况如表6所示.

由表6可知系统最多可同时在4组内部均衡点处达到长期ESE状态, 且都是严格的精炼NE状态; 而每个纯策略均衡点达到演化稳定时均存在与之互斥的3组内部均衡点存在. 为更直观观察系统在表6中各纯策略均衡点处的长期ESE特性, 不妨进行如下12组动态仿真验证, 并分别记为Case 1至Case 12. 其中, Case 1至Case 8按顺序依次动态仿真了$\Phi_{\text{3P2S–AEG}}$中每个纯策略内部均衡点成为全系统唯一ESS的情形; Case 9至Case 11分别仿真了系统长期演化后仅获得1组、2组和4组ESE的情形; Case 12则仿真了系统不存在任何长期ESE的情形. 仿真结果如图5所示, 其中决策时间$t \in [0, 20]$, 各个博弈情景下分别展示了该演化博弈系统在(x, y), (x, z), (y, z)和(x, y, z)处的相轨迹图.

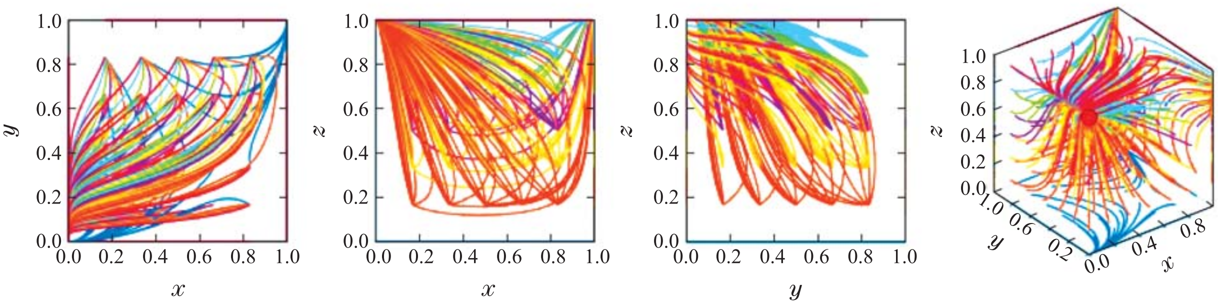
表 6 通用3P2S–SEG系统在各纯策略内部均衡点处的渐进稳定性条件及互斥奇点情况

Table 6 Asymptotic stability conditions and corresponding mutually exclusive equilibrium points of the general 3P2S–SEG system at all of its pure-strategy internal equilibrium point

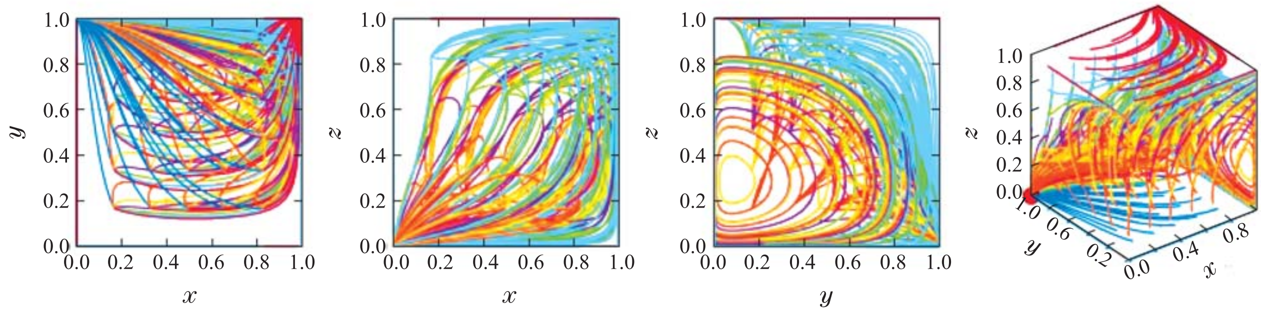
纯策略内部均衡点	达到长期演化稳定均衡的条件(ESS)	演化不稳定性条件(演化不稳定均衡点)	演化临界稳定性条件(鞍点或中心)	系统获得的纯策略长期演化稳定均衡	对应互斥奇点
$(0,0,0)$	$a_4<a_8$	$a_4>a_8$	i) $a_4>a_8, b_6<b_8, c_7<c_8$ ii) $a_4>a_8, b_6>b_8, c_7<c_8$	$x=0$	$(0,0,1)$
	$b_6<b_8$	$b_6>b_8$	iii) $a_4>a_8, b_6<b_8, c_7>c_8$ iv) $a_4<a_8, b_6>b_8, c_7>c_8$	$y=0$	$(0,1,0)$
	$c_7<c_8$	$c_7>c_8$	v) $a_4<a_8, b_6>b_8, c_7<c_8$ vi) $a_4<a_8, b_6<b_8, c_7>c_8$	$z=0$	$(1,0,0)$
$(0,0,1)$	$a_3<a_7$	$a_3>a_7$	i) $a_3>a_7, b_5<b_7, c_8<c_7$ ii) $a_3>a_7, b_5>b_7, c_8<c_7$	$x=0$	$(0,0,0)$
	$b_5<b_7$	$b_5>b_7$	iii) $a_3>a_7, b_5<b_7, c_8>c_7$ iv) $a_3<a_7, b_5>b_7, c_8>c_7$	$y=0$	$(0,1,1)$
	$c_8<c_7$	$c_8>c_7$	v) $a_3<a_7, b_5>b_7, c_8<c_7$ vi) $a_3<a_7, b_5<b_7, c_8>c_7$	$z=1$	$(1,0,1)$
$(0,1,0)$	$a_2<a_6$	$a_2>a_6$	i) $a_2>a_6, b_8<b_6, c_5<c_6$ ii) $a_2>a_6, b_8>b_6, c_5<c_6$	$x=0$	$(0,0,0)$
	$b_8<b_6$	$b_8>b_6$	iii) $a_2>a_6, b_8<b_6, c_5>c_6$ iv) $a_2<a_6, b_8>b_6, c_5>c_6$	$y=1$	$(0,1,1)$
	$c_5<c_6$	$c_5>c_6$	v) $a_2<a_6, b_8>b_6, c_5<c_6$ vi) $a_2<a_6, b_8<b_6, c_5>c_6$	$z=0$	$(1,1,0)$
$(0,1,1)$	$a_1<a_5$	$a_1>a_5$	i) $a_1>a_5, b_7<b_5, c_6<c_5$ ii) $a_1>a_5, b_7>b_5, c_6<c_5$	$x=0$	$(0,0,1)$
	$b_7<b_5$	$b_7>b_5$	iii) $a_1>a_5, b_7<b_5, c_6>c_5$ iv) $a_1<a_5, b_7>b_5, c_6>c_5$	$y=1$	$(0,1,0)$
	$c_6<c_5$	$c_6>c_5$	v) $a_1<a_5, b_7>b_5, c_6<c_5$ vi) $a_1<a_5, b_7<b_5, c_6>c_5$	$z=1$	$(1,1,1)$
$(1,0,0)$	$a_8<a_4$	$a_8>a_4$	i) $a_8>a_4, b_2<b_4, c_3<c_4$ ii) $a_8>a_4, b_2>b_4, c_3<c_4$	$x=1$	$(0,0,0)$
	$b_2<b_4$	$b_2>b_4$	iii) $a_8>a_4, b_2<b_4, c_3>c_4$ iv) $a_8<a_4, b_2>b_4, c_3>c_4$	$y=0$	$(1,0,1)$
	$c_3<c_4$	$c_3>c_4$	v) $a_8<a_4, b_2>b_4, c_3<c_4$ vi) $a_8<a_4, b_2<b_4, c_3>c_4$	$z=0$	$(1,1,0)$
$(1,0,1)$	$a_7<a_3$	$a_7>a_3$	i) $a_7>a_3, b_1<b_3, c_4<c_3$ ii) $a_7>a_3, b_1>b_3, c_4<c_3$	$x=1$	$(0,0,1)$
	$b_1<b_3$	$b_1>b_3$	iii) $a_7>a_3, b_1<b_3, c_4>c_3$ iv) $a_7<a_3, b_1>b_3, c_4>c_3$	$y=0$	$(1,0,0)$
	$c_4<c_3$	$c_4>c_3$	v) $a_7<a_3, b_1>b_3, c_4<c_3$ vi) $a_7<a_3, b_1<b_3, c_4>c_3$	$z=1$	$(1,1,1)$
$(1,1,0)$	$a_6<a_2$	$a_6>a_2$	i) $a_6>a_2, b_4<b_2, c_1<c_2$ ii) $a_6>a_2, b_4>b_2, c_1<c_2$	$x=1$	$(0,1,0)$
	$b_4<b_2$	$b_4>b_2$	iii) $a_6>a_2, b_4<b_2, c_1>c_2$ iv) $a_6<a_2, b_4>b_2, c_1>c_2$	$y=1$	$(1,0,0)$
	$c_1<c_2$	$c_1>c_2$	v) $a_6<a_2, b_4>b_2, c_1<c_2$ vi) $a_6<a_2, b_4<b_2, c_1>c_2$	$z=0$	$(1,1,1)$
$(1,1,1)$	$a_5<a_1$	$a_5>a_1$	i) $a_5>a_1, b_3<b_1, c_2<c_1$ ii) $a_5>a_1, b_3>b_1, c_2<c_1$	$x=1$	$(0,1,1)$
	$b_3<b_1$	$b_3>b_1$	iii) $a_5>a_1, b_3<b_1, c_2>c_1$ iv) $a_5<a_1, b_3>b_1, c_2>c_1$	$y=1$	$(1,0,1)$
	$c_2<c_1$	$c_2>c_1$	v) $a_5<a_1, b_3>b_1, c_2<c_1$ vi) $a_5<a_1, b_3<b_1, c_2>c_1$	$z=1$	$(1,1,0)$



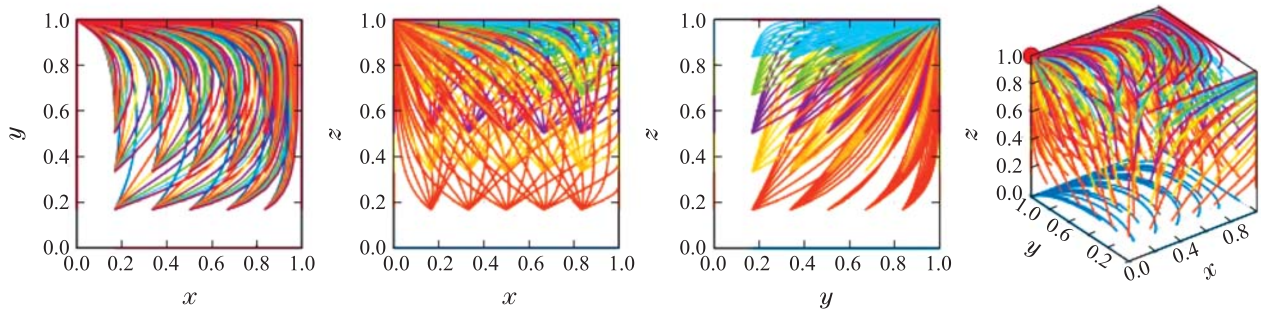
(a) Case 1: 系统在唯一ESS点(0, 0, 0)处的动态仿真结果



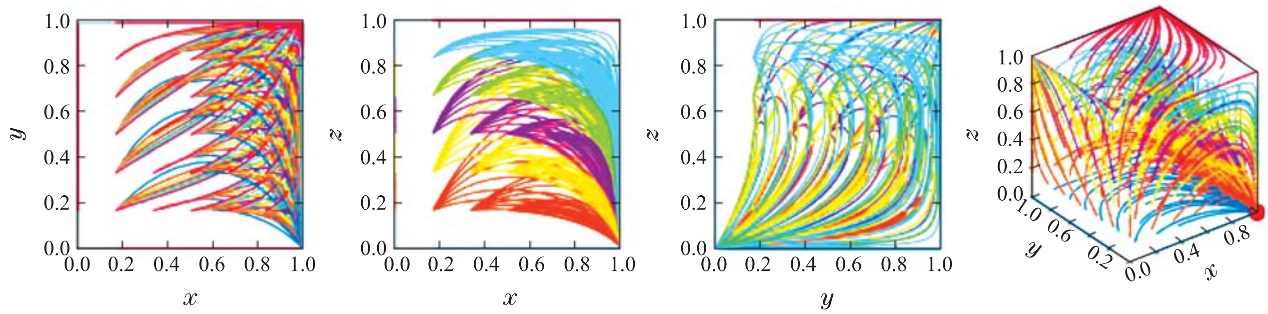
(b) Case 2: 系统在唯一ESS点(0, 0, 1)处的动态仿真结果



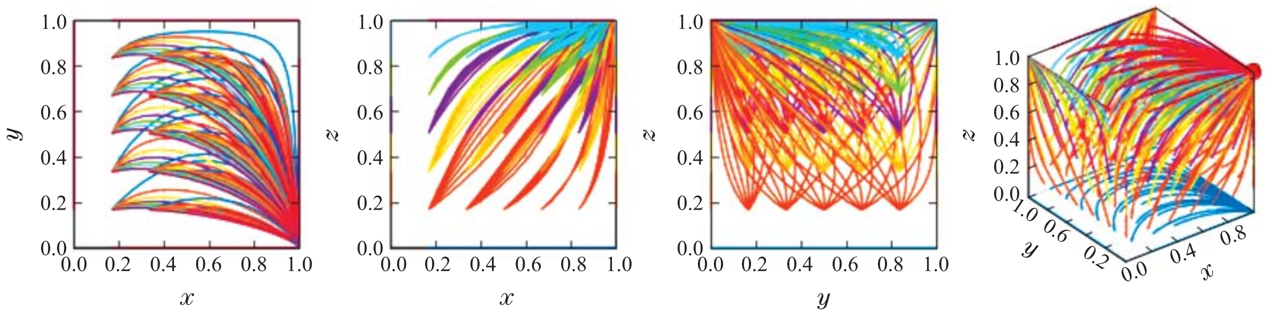
(c) Case 3: 系统在唯一ESS点(0, 1, 0)处的动态仿真结果



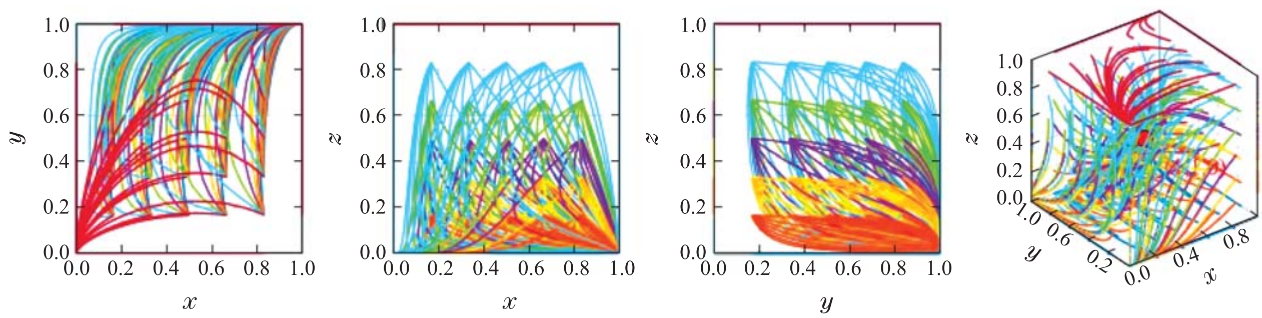
(d) Case 4: 系统在唯一ESS点(0, 1, 1)处的动态仿真结果



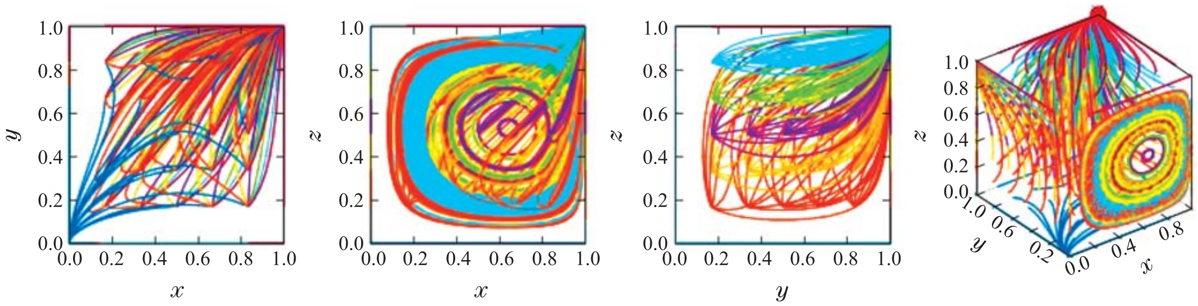
(e) Case 5: 系统在唯一ESS点(1, 0, 0)处的动态仿真结果



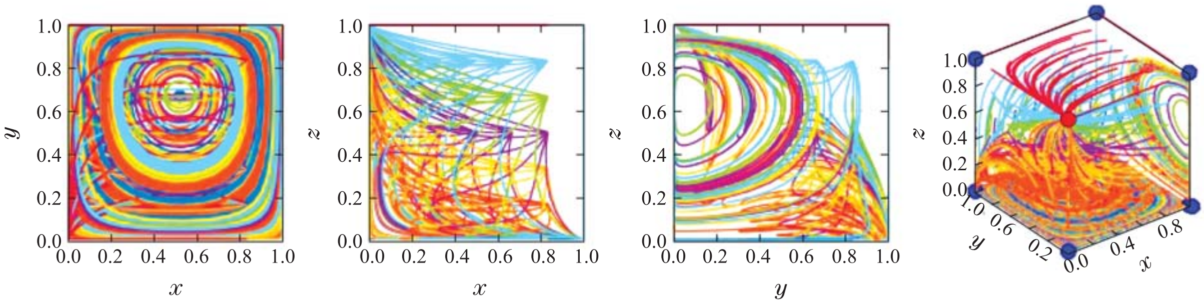
(f) Case 6: 系统在唯一ESS点(1, 0, 1)处的动态仿真结果



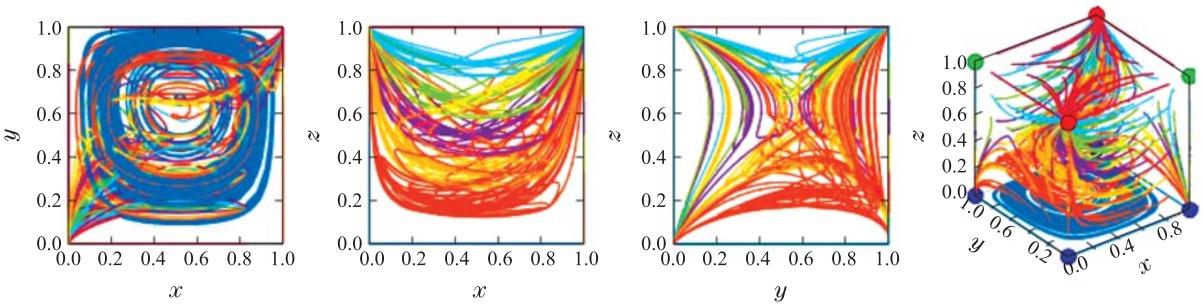
(g) Case 7: 系统在唯一ESS点(1, 1, 0)处的动态仿真结果



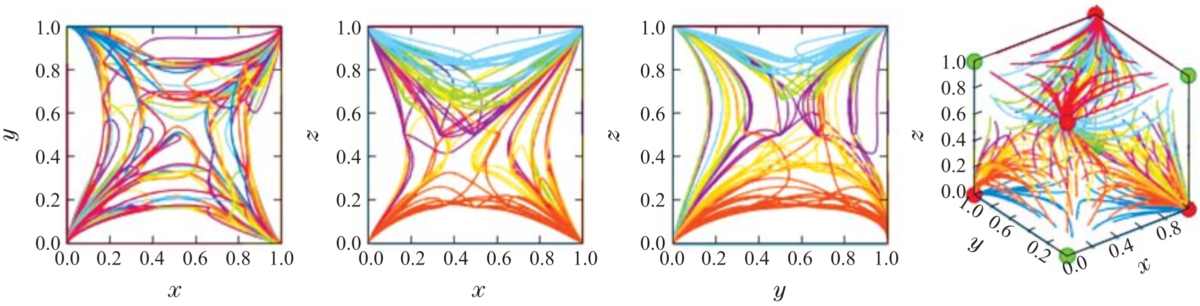
(h) Case 8: 系统在唯一ESS点(1, 1, 1)处的动态仿真结果



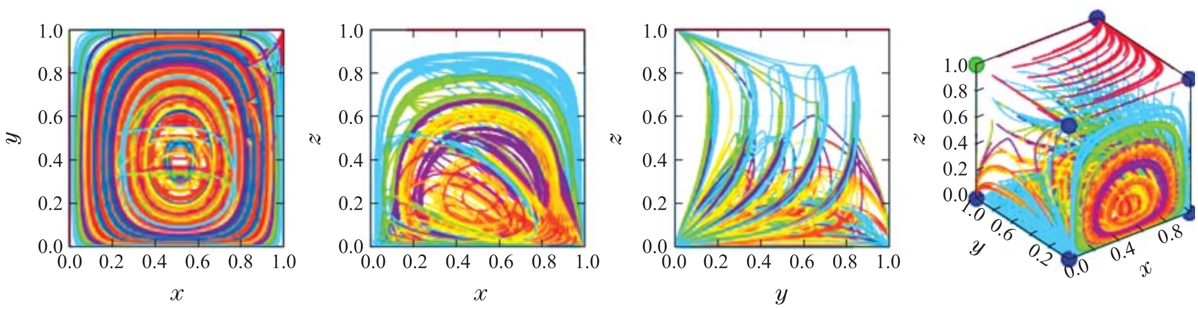
(i) Case 9: 系统仅获得1组ESE时的动态仿真结果



(j) Case 10: 系统仅获得2组ESE时的动态仿真结果



(k) Case 11: 系统仅获得4组ESE时的动态仿真结果



(l) Case 12: 系统不存在任何长期ESE时的动态仿真结果

图 5 通用3P2S–SEG系统在12代表性博弈态势下的长期演化稳定均衡特性动态仿真结果

Fig. 5 Dynamic simulation results of long-term ESE characteristics for the general 3P2S–SEG system in 12 representative game situations

由图5可知, 所得系统长期ESE特性的仿真结果与表5中的理论分析结果完全一致, 从而验证了理论分析所得结果的正确性与有效性.

总的来说, 通过第3.2节对通用3P2S–SEG系统的理论分析和动态仿真研究表明: i) 该系统的RD方程仅存在8个内部均衡点, 如$\varPhi_{\text{3P2S–AEG}}$所示; ii) 在这些均衡点处, 系统均可能取得ESS并最终达到长期ESE状态, 且是严格的纯策略NE状态; iii) 系统不存在任何混合策略, 即使存在, 系统在这些策略处也始终无法达到长期ESE状态; iv) 系统每组均衡点均存在与之互斥的另外3组均衡点, 且任意一组均衡点是否为系统的长期ESE仅取决于3组RNP参数(即初始博弈态势), 且系统的RNP参数总共包含12组, 因而系统总计存在4096 ($= 2^{12}$)种演化状态; v) 通过适当调整系统的支付参数($a_i, b_i, c_i, i = 1, 2, 3$)以改变系统的RNP参数取值, 可使系统的长期均衡朝着期望的ESE 处发展, 并使期望的ESS在系统长期演化过程中的动态性和稳定性得到有效保证; vi) 系统在某一博弈态势下最多可同时获得4组长期ESE状态, 此外系统还可能只能获得1组或2组ESE状态, 甚至还包括不存在任何ESE状态的情形; vii) 当系统达到长期演化稳定时, 其中任意一个群体的RD方程恒等于0, 且其策略集中的任意策略都将处于稳定水平, 且任意策略都可在8种博弈态势下成为该群体的ESS, 因而任意群体总计存在16种博弈态势可达到长期ESE状态.

3.3　三方三策略式非对称演化博弈(3P3S–AEG)

进一步将第3.2节中的三方两策略非对称演化博弈(3P2S–SEG) 扩展为更复杂的通用三方三策略非对称演化博弈, 即3P3S–AEG系统, 并探究一般情形下三方多策略式非对称演化博弈系统的长期演化均衡特征.

3.3.1　模型建立

类似于式(4), 此时该演化博弈系统的支付矩阵如式(11)所示:

$$
\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{C} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad u \qquad\qquad v \qquad\qquad 1-u-v \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad S_{\mathrm{C1}} \qquad\quad S_{\mathrm{C2}} \qquad\quad S_{\mathrm{C3}}
\end{array}
$$

$$
\left\{\begin{array}{l}
\mathrm{A}: S_{\mathrm{A1}} \rightarrow x \rightarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \\
\mathrm{B}\left\{\begin{array}{r}
p \rightarrow \quad S_{\mathrm{B1}} \rightarrow \\
q \rightarrow \quad S_{\mathrm{B2}} \rightarrow \\
1-p-q \rightarrow S_{\mathrm{B3}} \rightarrow
\end{array}\right.\left[\begin{array}{ccc}
(d_1, e_1, f_1) & (d_2, e_2, f_2) & (d_3, e_3, f_3) \\
(d_4, e_4, f_4) & (d_5, e_5, f_5) & (d_6, e_6, f_6) \\
(d_7, e_7, f_7) & (d_8, e_8, f_8) & (d_9, e_9, f_9)
\end{array}\right], \\
\mathrm{A}: S_{\mathrm{A2}} \rightarrow y \rightarrow \\
\mathrm{B}\left\{\begin{array}{r}
p \rightarrow \quad S_{\mathrm{B1}} \rightarrow \\
q \rightarrow \quad S_{\mathrm{B2}} \rightarrow \\
1-p-q \rightarrow S_{\mathrm{B3}} \rightarrow
\end{array}\right.\left[\begin{array}{ccc}
(d_{10}, e_{10}, f_{10}) & (d_{11}, e_{11}, f_{11}) & (d_{12}, e_{12}, f_{12}) \\
(d_{13}, e_{13}, f_{13}) & (d_{14}, e_{14}, f_{14}) & (d_{15}, e_{15}, f_{15}) \\
(d_{16}, e_{16}, f_{16}) & (d_{17}, e_{17}, f_{17}) & (d_{18}, e_{18}, f_{18})
\end{array}\right], \\
\mathrm{A}: S_{\mathrm{A3}} \rightarrow x \rightarrow y \rightarrow \\
\mathrm{B}\left\{\begin{array}{r}
p \rightarrow \quad S_{\mathrm{B1}} \rightarrow \\
q \rightarrow \quad S_{\mathrm{B2}} \rightarrow \\
1-p-q \rightarrow S_{\mathrm{B3}} \rightarrow
\end{array}\right.\left[\begin{array}{ccc}
(d_{19}, e_{19}, f_{19}) & (d_{20}, e_{20}, f_{20}) & (d_{21}, e_{21}, f_{21}) \\
(d_{22}, e_{22}, f_{22}) & (d_{23}, e_{23}, f_{23}) & (d_{24}, e_{24}, f_{24}) \\
(d_{25}, e_{25}, f_{25}) & (d_{26}, e_{26}, f_{26}) & (d_{27}, e_{27}, f_{27})
\end{array}\right].
\end{array}\right. \tag{11}
$$

其中, 群体A, B和C的策略集各包含3个纯策略, 即$\varPhi_{\text{SA}} = \{S_{\text{A1}}, S_{\text{A2}}, S_{\text{A3}}\}$, 且每轮次演化博弈过程中, 上述各策略在群体A中被选择的概率(或个体比例)分别为x, y和$(1-x-y)$; $\varPhi_{\text{SB}} = \{S_{\text{B1}}, S_{\text{B2}}, S_{\text{B3}}\}$, 且各策略在群体B中被选择的概率分别为$p$, q和$(1-p-q)$; $\varPhi_{\text{SC}} = \{S_{\text{C1}}, S_{\text{C2}}, S_{\text{C3}}\}$, 且各策略在群体C中被选择的概率分别为$u$, v和$(1-u-v)$. 其中, $x, y, p, q, u, v \in [0, 1]$; d_i, e_i和f_i为定义在该通用3P3S–AEG系统中的支付分布参数, 其中($i = 1, 2, \cdots, 27$). 由此可见, 系统的决策空间为一个六维空间. 假设群体A中个体依次选择其策略集中S_{A1}, S_{A2}和S_{A3} 的期望支付分别为l_1, l_2和l_3, 而A的群体平均期望支付则为l_{a}; 同理, 群体B中个体依次选择S_{B1}, S_{B2}和S_{B3}的期望支付分别为g_1, g_2和g_3, B的群体平均期望支付为g_{a}; 群体C中个体依次选择S_{C1}, S_{C2}和S_{C3} 的期望支付分别为h_1, h_2 和h_3, C的群体平均期望支付为h_{a}. 基于此, 根据第2章可得上述各期望支付的值, 以群体A为例,经计算可得该群体在各纯策略下的期望支付以及总的种

群平均期望支付, 如下所示:

$$
\begin{aligned}
l_1 = {} & d_1pu + d_2pv + d_3p(1-u-v) + d_4qu+ \\
& d_5qv + d_6q(1-u-v) + d_7(1-p-q)u+ \\
& d_8(1-p-q)v + d_9(1-p-q)(1-u-v), \\
l_2 = {} & d_{10}pu + d_{11}pv + d_{12}p(1-u-v) + d_{13}qu+ \\
& d_{14}qv + d_{15}q(1-u-v) + d_{16}(1-p-q)u+ \\
& d_{17}(1-p-q)v + d_{18}(1-p-q)(1-u-v), \\
l_3 = {} & d_{19}pu + d_{20}pv + d_{21}p(1-u-v) + d_{22}qu+ \\
& d_{23}qv + d_{24}q(1-u-v) + d_{25}(1-p-q)u+ \\
& d_{26}(1-p-q)v + d_{27}(1-p-q)(1-u-v), \\
l_a = {} & xl_1 + yl_2 + (1-x-y)l_3.
\end{aligned}
$$

同理, 可计算群体B和C的上述期望值, 不再赘述. 基于此, 可得该系统的RD模型(多元偏微分方程组)如式(12)所示:

$$
\begin{cases}
f_1(x) = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \\
x[l_1 - xl_1 - yl_2 - (1-x-y)l_3], \\
f_2(y) = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \\
y[l_2 - xl_1 - yl_2 - (1-x-y)l_3], \\
f_3(p) = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \\
p[g_1 - pg_1 - qg_2 - (1-p-q)g_3], \\
f_4(q) = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \\
q[g_2 - pg_1 - qg_2 - (1-p-q)g_3], \\
f_5(u) = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \\
u[h_1 - uh_1 - vh_2 - (1-u-v)h_3], \\
f_6(v) = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \\
v[h_2 - uh_1 - vh_2 - (1-u-v)h_3].
\end{cases}
\tag{12}
$$

$$
\boldsymbol{J}_{\text{3P3S–AEG}} = \begin{bmatrix}
\dfrac{\mathrm{d}f_1(x)}{\mathrm{d}x} & \dfrac{\partial f_1(x)}{\partial y} & \dfrac{\partial f_1(x)}{\partial p} & \dfrac{\partial f_1(x)}{\partial q} & \dfrac{\partial f_1(x)}{\partial u} & \dfrac{\partial f_1(x)}{\partial v} \\
\dfrac{\partial f_2(y)}{\partial x} & \dfrac{\mathrm{d}f_2(y)}{\mathrm{d}y} & \dfrac{\partial f_2(y)}{\partial p} & \dfrac{\partial f_2(y)}{\partial q} & \dfrac{\partial f_2(y)}{\partial u} & \dfrac{\partial f_2(y)}{\partial v} \\
\dfrac{\partial f_3(p)}{\partial x} & \dfrac{\partial f_3(p)}{\partial y} & \dfrac{\mathrm{d}f_3(p)}{\mathrm{d}p} & \dfrac{\partial f_3(p)}{\partial q} & \dfrac{\partial f_3(p)}{\partial u} & \dfrac{\partial f_3(p)}{\partial v} \\
\dfrac{\partial f_4(q)}{\partial x} & \dfrac{\partial f_4(q)}{\partial y} & \dfrac{\partial f_4(q)}{\partial q} & \dfrac{\mathrm{d}f_4(q)}{\mathrm{d}q} & \dfrac{\partial f_4(q)}{\partial u} & \dfrac{\partial f_4(q)}{\partial v} \\
\dfrac{\partial f_5(u)}{\partial x} & \dfrac{\partial f_5(u)}{\partial y} & \dfrac{\partial f_5(u)}{\partial p} & \dfrac{\partial f_5(u)}{\partial q} & \dfrac{\mathrm{d}f_5(u)}{\mathrm{d}u} & \dfrac{\partial f_5(u)}{\partial v} \\
\dfrac{\partial f_6(v)}{\partial x} & \dfrac{\partial f_6(v)}{\partial y} & \dfrac{\partial f_6(v)}{\partial p} & \dfrac{\partial f_6(v)}{\partial q} & \dfrac{\partial f_6(v)}{\partial u} & \dfrac{\mathrm{d}f_6(v)}{\mathrm{d}v}
\end{bmatrix}.
\tag{13}
$$

进一步, 根据式(12), 经计算可得其雅克比矩阵 $\boldsymbol{J}_{\text{3P3S–AEG}}$ 如式(13)所示. 其中, $\dfrac{\mathrm{d}f_1(x)}{\mathrm{d}x}$表示$f_1(x)$对$x$的导数, $\dfrac{\partial f_1(x)}{\partial y}$为$f_1(x)$ 对y的偏导数, 式(13)中其他表达式含义类似.

3.3.2 系统RNP参数定义

同理, 可定义该类系统的RNP参数. 首先, 计算该演化博弈系统的纯策略内部均衡点集合$\varPhi_{\text{3P3S–AEG}}$. 由于$x$和$y$(或$p$和$q$、$u$和$v$)不能同时为1, 因此根据式(12)计算可知系统纯策略内部均衡点总计3×3×3=27组, 分别记为$E_1 \sim E_{27}$, 如表7所示. 将$E_1 \sim E_{27}$依次代入式(13)所示雅克比矩阵, 可得其相应的特征值, 经计算统计后如表7所示. 基于此, 本文将系统每组纯策略内部均衡点所对应的雅克比矩阵的6组特征值定义为系统的RNP参数. 因此, 系统此时总计存在81组不重复RNP参数(本文定义绝对值相同的都算重复的RNP参数), 如表7第3列所示. 由此可知系统在每组纯策略内部均衡点处的长期演化特性将由6组RNP参数所唯一决定. 因此, 系统完整的长期演化均衡特性总计包含$2^{81}(\approx 2.42\times10^{24})$ 种博弈场景, 由此可见该类3P3S–AEG系统包含的博弈场景总数目非常大且异常复杂.

3.3.3 长期均衡理论分析与动态仿真验证

通过第3.3.2节理论分析, 可知该通用3P3S–AEG系统总计存在多达2^{81}种博弈场景, 不可能对每种场景进行动态仿真验证. 不妨对系统同时存在最多数ESE状态的情形进行仿真验证. 由表7可知, 在上述$E_1 \sim E_{27}$个纯策略内部均衡点处, 系统最多可同时在其中7个均衡点处取得长期ESE, 且是严格的精炼的NE(纳什均衡). 基于此, 通过适当调整 3P3S–AEG 系统的 RNP 参数, 可使系统在 $E_1, E_5, E_9, E_{11}, E_{13}, E_{21}$ 和 E_{25}这7个纯策略内部均衡点处同时取得ESE, 其仿真结果如图6所示. 其中, 以1/2为间隔, 在系统的六维决策空间内对(x,y,p,q,u,v)的初始值分别从0至1进行取值, 即进行729轮次重复演化博弈动态仿真, 图中分别展示了

$(x,y,p),(x,y,q),(x,y,u),(x,y,v),(x,p,q),$
$(x,p,u),(x,p,v),(x,q,u),(x,q,v),(x,u,v),$
$(y,p,q),(y,p,u),(y,p,v),(y,q,u),(y,q,v),$
$(y,u,v),(p,q,u),(p,q,v),(p,u,v)$和$(q,u,v)$

的相轨迹图, 共20组, 并分别用"相轨迹1"至"相轨迹20"表示. 此外, 各图中红色、绿色和蓝色实心圆点分别表示演化稳定均衡点(汇)、演化不稳定均衡点(源)和演化临界均衡点(即鞍点或中心). 由各图可看出系统最终同时在上述$E_1 \sim E_{27}$中的7组纯策略内部均衡点处达到长期ESE状态, 从而验证了理论分析结果的有效性.

3.4　一般三方N策略式非对称演化博弈(general 3PnS–AEG)

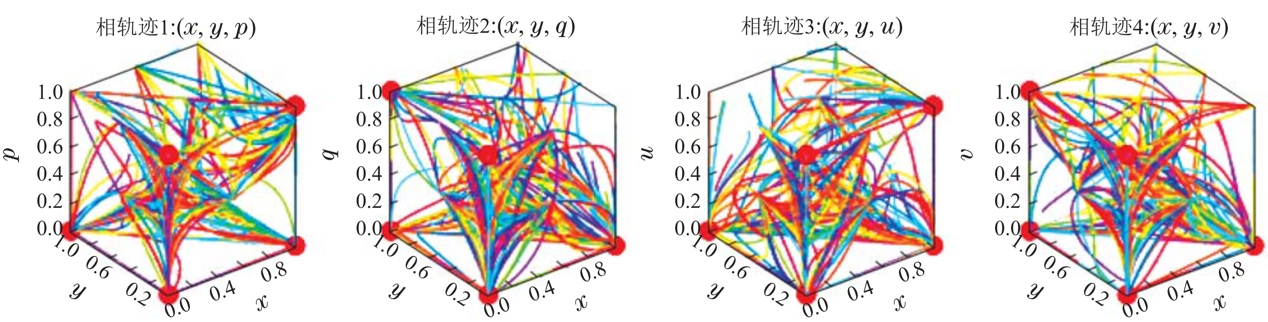
3.4.1　建模思路

基于前面章节对具体三方多策略演化博弈模型的理论分析与动态仿真验证, 本节对通用的三方N策略非对称演化博弈(即3PnS–AEG)的建模思路进行阐述. 该思路适用于不同领域内任意复杂的多方多策略演化博弈场景的建模过程, 可为模型的长期ESE特性分析与仿真验证提供很好的借鉴.

表 7　通用3P3S–AEG 系统的RNP 参数及纯策略内部均衡点统计

Table 7　Statistics of RNP parameters and pure-strategy equilibrium points for the general 3P3S–AEG system

编号	纯策略内部均衡点坐标						各均衡点处特征值(其中部分特征值定义为系统RNP 参数)						涉及到不重复的RNP参数个数统计
	x	y	p	q	u	v	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	
E_1	0	0	0	0	0	0	d_9-d_{27}	$d_{18}-d_{27}$	$e_{21}-e_{27}$	$e_{24}-e_{27}$	$f_{25}-f_{27}$	$f_{26}-f_{27}$	6
E_2	0	0	0	0	0	1	d_8-d_{26}	$d_{17}-d_{26}$	$e_{20}-e_{26}$	$e_{23}-e_{26}$	$f_{25}-f_{26}$	$f_{27}-f_{26}$	5
E_3	0	0	0	0	1	0	d_7-d_{25}	$d_{16}-d_{25}$	$e_{19}-e_{25}$	$e_{22}-e_{25}$	$f_{26}-f_{25}$	$f_{27}-f_{25}$	4
E_4	0	0	0	1	0	0	d_6-d_{24}	$d_{15}-d_{24}$	$e_{21}-e_{24}$	$e_{27}-e_{24}$	$f_{22}-f_{24}$	$f_{23}-f_{24}$	4
E_5	0	0	0	1	0	1	d_5-d_{23}	$d_{14}-d_{23}$	$e_{20}-e_{23}$	$e_{26}-e_{23}$	$f_{22}-f_{23}$	$f_{24}-f_{23}$	4
E_6	0	0	0	1	1	0	d_4-d_{22}	$d_{13}-d_{22}$	$e_{19}-e_{22}$	$e_{25}-e_{22}$	$f_{23}-f_{22}$	$f_{24}-f_{22}$	3
E_7	0	0	1	0	0	0	d_3-d_{21}	$d_{12}-d_{21}$	$e_{24}-e_{21}$	$e_{27}-e_{21}$	$f_{19}-f_{21}$	$f_{20}-f_{21}$	4
E_8	0	0	1	0	0	1	d_2-d_{20}	$d_{11}-d_{20}$	$e_{23}-e_{20}$	$e_{26}-e_{20}$	$f_{19}-f_{20}$	$f_{21}-f_{20}$	3
E_9	0	0	1	0	1	0	d_1-d_{19}	$d_{10}-d_{19}$	$e_{22}-e_{19}$	$e_{25}-e_{19}$	$f_{20}-f_{19}$	$f_{21}-f_{19}$	2
E_{10}	0	1	0	0	0	0	d_9-d_{18}	$d_{27}-d_{18}$	$e_{12}-e_{18}$	$e_{15}-e_{18}$	$f_{16}-f_{18}$	$f_{17}-f_{18}$	6
E_{11}	0	1	0	0	0	1	d_8-d_{17}	$d_{26}-d_{17}$	$e_{11}-e_{17}$	$e_{14}-e_{17}$	$f_{16}-f_{17}$	$f_{18}-f_{17}$	4
E_{12}	0	1	0	0	1	0	d_7-d_{16}	$d_{25}-d_{16}$	$e_{10}-e_{16}$	$e_{13}-e_{16}$	$f_{17}-f_{16}$	$f_{18}-f_{16}$	3
E_{13}	0	1	0	1	0	0	d_6-d_{15}	$d_{24}-d_{15}$	$e_{12}-e_{15}$	$e_{18}-e_{15}$	$f_{13}-f_{15}$	$f_{14}-f_{15}$	4
E_{14}	0	1	0	1	0	1	d_5-d_{14}	$d_{23}-d_{14}$	$e_{11}-e_{14}$	$e_{17}-e_{14}$	$f_{13}-f_{14}$	$f_{15}-f_{14}$	3
E_{15}	0	1	0	1	1	0	d_4-d_{13}	$d_{22}-d_{13}$	$e_{10}-e_{13}$	$e_{16}-e_{13}$	$f_{14}-f_{13}$	$f_{15}-f_{13}$	2
E_{16}	0	1	1	0	0	0	d_3-d_{12}	$d_{21}-d_{12}$	$e_{15}-e_{12}$	$e_{18}-e_{12}$	$f_{10}-f_{12}$	$f_{11}-f_{12}$	3
E_{17}	0	1	1	0	0	1	d_2-d_{11}	$d_{20}-d_{11}$	$e_{14}-e_{11}$	$e_{17}-e_{11}$	$f_{10}-f_{11}$	$f_{12}-f_{11}$	2
E_{18}	0	1	1	0	1	0	d_1-d_{10}	$d_{19}-d_{10}$	$e_{13}-e_{10}$	$e_{16}-e_{10}$	$f_{11}-f_{10}$	$f_{12}-f_{10}$	1
E_{19}	1	0	0	0	0	0	$d_{18}-d_9$	$d_{27}-d_9$	e_3-e_9	e_6-e_9	f_7-f_9	f_8-f_9	4
E_{20}	1	0	0	0	0	1	$d_{17}-d_8$	$d_{26}-d_8$	e_2-e_8	e_5-e_8	f_7-f_8	f_9-f_8	3
E_{21}	1	0	0	0	1	0	$d_{16}-d_7$	$d_{25}-d_7$	e_1-e_7	e_4-e_7	f_8-f_7	f_9-f_7	2
E_{22}	1	0	0	1	0	0	$d_{15}-d_6$	$d_{24}-d_6$	e_3-e_6	e_9-e_6	f_4-f_6	f_5-f_6	3
E_{23}	1	0	0	1	0	1	$d_{14}-d_5$	$d_{23}-d_5$	e_2-e_5	e_8-e_5	f_4-f_5	f_6-f_5	2
E_{24}	1	0	0	1	1	0	$d_{13}-d_4$	$d_{22}-d_4$	e_1-e_4	e_7-e_4	f_5-f_4	f_6-f_4	1
E_{25}	1	0	1	0	0	0	$d_{12}-d_3$	$d_{21}-d_3$	e_6-e_3	e_9-e_3	f_1-f_3	f_2-f_3	2
E_{26}	1	0	1	0	0	1	$d_{11}-d_2$	$d_{20}-d_2$	e_5-e_2	e_8-e_2	f_1-f_2	f_3-f_2	1
E_{27}	1	0	1	0	1	0	$d_{10}-d_1$	$d_{19}-d_1$	e_4-e_1	e_7-e_1	f_2-f_1	f_3-f_1	0
合计	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	81



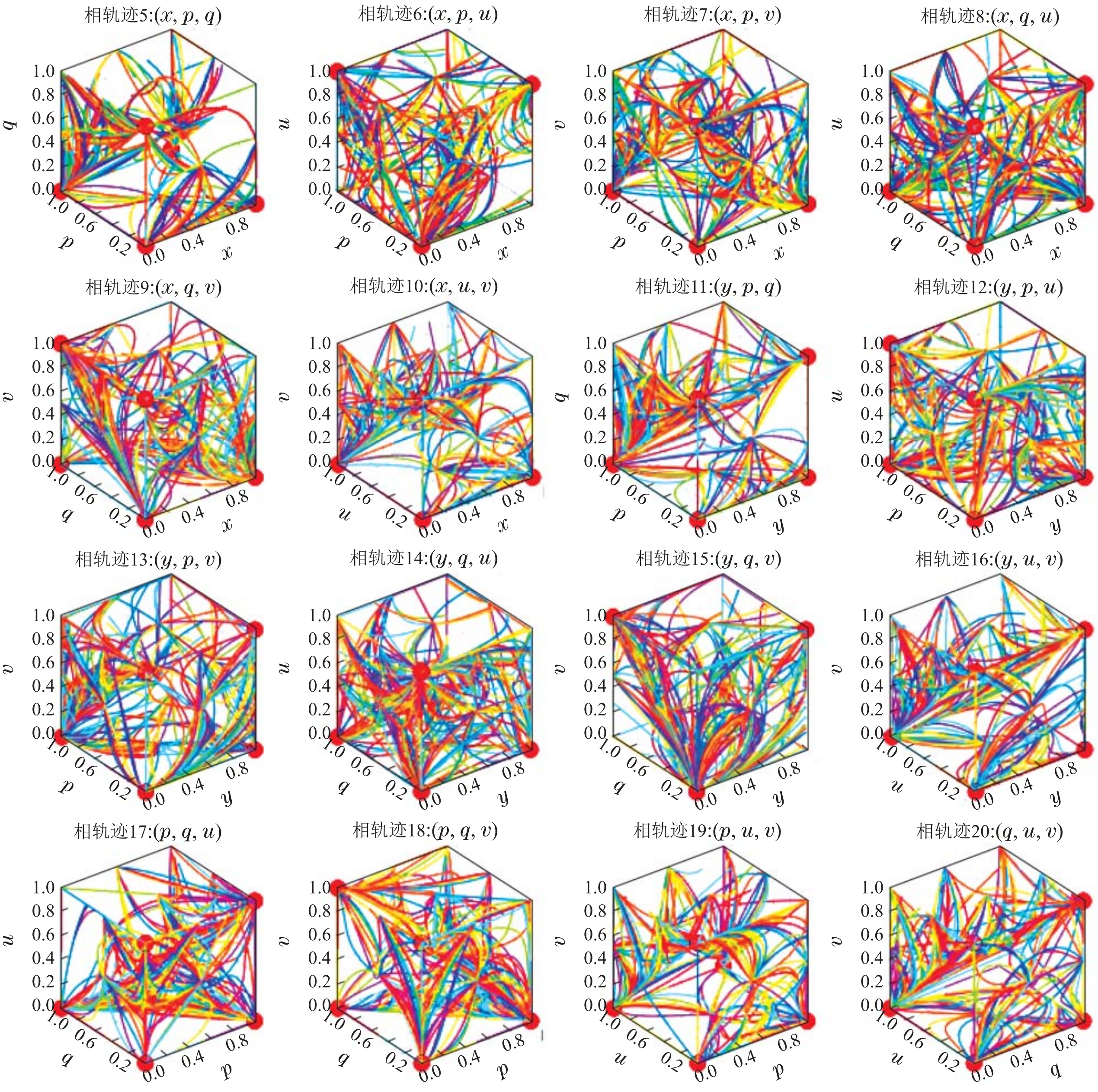


图 6 通用3P3S–AEG同时取得最多ESE时的动态仿真结果

Fig. 6 Dynamic simulation results of long-term equilibrium characteristics for the general 3P3S–AEG system when it achieves the largest number of ESE states simultaneously

基于此, 系统中的三方A, B 和C各自策略集中均包含有N个策略, 分别表示如下. 群体A的策略集为$\Phi_{\mathrm{AN}}=\{S_{\mathrm{A},1}, S_{\mathrm{A},2}, \cdots, S_{\mathrm{A},N}\}$, 且每轮次重复博弈过程中各策略被选择的概率(或个体比例)分别为$x_{\mathrm{A},1}, x_{\mathrm{A},2}, \cdots, x_{\mathrm{A},N}$, 其中$x_{\mathrm{A},1}+x_{\mathrm{A},2}+\cdots+x_{\mathrm{A},N}=1$. 同理, 群体B的策略集为$\Phi_{\mathrm{B},N}=\{S_{\mathrm{B},1}, S_{\mathrm{B},2}, \cdots, S_{\mathrm{B},N}\}$, 且策略集中的各策略在每次博弈时被选择的概率(或个体比例)分别假设为$y_{\mathrm{B},1}, y_{\mathrm{B},2}, \cdots, y_{\mathrm{B},N}$, 其中$y_{\mathrm{B},1}+y_{\mathrm{B},2}+\cdots+y_{\mathrm{B},N}=1$. 群体C的策略集为$\Phi_{\mathrm{C},N}=\{S_{\mathrm{C},1}, S_{\mathrm{C},2}, \cdots, S_{\mathrm{C},N}\}$, 且各策略被选择的概率(或个体比例)分别为$z_{\mathrm{C},1}, z_{\mathrm{C},2}, \cdots, z_{\mathrm{C},N}$, 其中$z_{\mathrm{C},1}+z_{\mathrm{C},2}+\cdots+z_{\mathrm{C},N}=1$. 此外, 假设群体A中个体依次选择其策略集中的各策略的期望支付分别为$U_{\mathrm{A},1}, U_{\mathrm{A},2}, \cdots, U_{\mathrm{A},N}$. 相应地, 群体B的期望支付分别为$U_{\mathrm{B},1}, U_{\mathrm{B},2}, \cdots, U_{\mathrm{B},N}$, 群体C的期望支付分别为$U_{\mathrm{C},1}, U_{\mathrm{C},2}, \cdots, U_{\mathrm{C},N}$. 基于此, $U_{\mathrm{A},k}$, $U_{\mathrm{B},k}$和$U_{\mathrm{C},k}$ $(k=1,2,\cdots,N)$分别表示如下:

$$\begin{cases} U_{\mathrm{A},k}=\sum\limits_{i,j=1}^{N} y_{\mathrm{B},i} z_{\mathrm{C},j} u_{\mathrm{A},k,i,j}, \\ U_{\mathrm{B},k}=\sum\limits_{i,j=1}^{N} x_{\mathrm{A},i} z_{\mathrm{C},j} u_{\mathrm{B},k,i,j}, \quad \forall k,\ \forall t, \\ U_{\mathrm{C},k}=\sum\limits_{i,j=1}^{N} x_{\mathrm{A},i} y_{\mathrm{B},j} u_{\mathrm{C},k,i,j}, \end{cases} \tag{14}$$

其中: $u_{\mathrm{A},k,i,j}$为群体B和群体C中个体分别选择其策略集中的第i个策略和第j个策略时, 群体A中个体选

择第k个策略时的支付; 同理, $u_{\mathrm{B},k,i,j}$为群体A和群体C中个体分别选择其策略集中的第i个策略和第j个策略时, 群体B中个体选择第k个策略时的支付; $u_{\mathrm{C},k,i,j}$为群体A和群体B中个体分别选择其策略集中的第i个策略和第j个策略时, 群体C中个体选择第k个策略时的支付. 基于此, 群体A, B和C各自平均期望支付$U_{\mathrm{A_ave}}$, $U_{\mathrm{B_ave}}$和$U_{\mathrm{C_ave}}$表示如下:

$$\begin{cases}U_{\mathrm{A\_ave}}=\sum\limits_{k=1}^{N}U_{\mathrm{A},k}x_{\mathrm{A},k},\ \forall k,\ \forall t,\\ U_{\mathrm{B\_ave}}=\sum\limits_{k=1}^{N}U_{\mathrm{B},k}y_{\mathrm{B},k},\ \forall k,\ \forall t,\\ U_{\mathrm{C\_ave}}=\sum\limits_{k=1}^{N}U_{\mathrm{C},k}z_{\mathrm{C},k},\ \forall k,\ \forall t,\end{cases}\tag{15}$$

其中: $\sum\limits_{k=1}^{N}x_{\mathrm{A},k}=1,\ \sum\limits_{k=1}^{N}x_{\mathrm{B},k}=1,\ \sum\limits_{k=1}^{N}x_{\mathrm{C},k}=1, \forall k\in\{1,2,\cdots,N\}$. 基于式(14)–(15), 则该通用3PnS–AEG的RD模型可描述如下:

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_{\mathrm{A},k}}{\mathrm{d}t}=x_{\mathrm{A},k}(U_{\mathrm{A},k}-U_{\mathrm{A\_ave}}),\\ \dfrac{\mathrm{d}y_{\mathrm{B},k}}{\mathrm{d}t}=y_{\mathrm{B},k}(U_{\mathrm{B},k}-U_{\mathrm{B\_ave}}),\\ \dfrac{\mathrm{d}z_{\mathrm{C},k}}{\mathrm{d}t}=z_{\mathrm{C},k}(U_{\mathrm{C},k}-U_{\mathrm{C\_ave}}),\\ \forall k,\ \forall t,\end{cases}\tag{16}$$

式(16)反映了通用3PnS–AEG 中各群体内个体选择某一纯策略的个体比例(或选择概率)的增长率正比于该个体比例值, 也正比于使用该策略所得到的网络期望支付(或收益)与该种群的平均网络期望支付(或收益)之间的差值, 因而很好地刻画了有限理性个体的群体行为变化趋势.

3.4.2　算法设计

在实际仿真过程中, 需将式(16)作离散化处理以方便系统在重复演化博弈过程中的迭代运算. 因此, 仿真进行到第m步迭代时, 其收敛迭代计算方法为

$$\begin{cases}x_{\mathrm{A},k}(m+1)=\\ x_{\mathrm{A},k}(m)+\sigma_{m,k}\cdot x_{\mathrm{A},k}(m)\cdot[U_{\mathrm{A},k}(m)-U_{\mathrm{A\_ave}}(m)],\\ y_{\mathrm{B},k}(m+1)=\\ y_{\mathrm{B},k}(m)+\rho_{m,k}\cdot y_{\mathrm{B},k}(m)\cdot[U_{\mathrm{B},k}(m)-U_{\mathrm{B\_ave}}(m)],\\ z_{\mathrm{C},k}(m+1)=\\ z_{\mathrm{C},k}(m)+\tau_{m,k}\cdot z_{\mathrm{C},k}(m)\cdot[U_{\mathrm{C},k}(m)-U_{\mathrm{C\_ave}}(m)],\\ x_{\mathrm{A},k}(t),\ y_{\mathrm{B},k}(t),\ z_{\mathrm{C},k}(t)\in[0,1],\\ \forall m\geqslant 1,\ \forall k\in\{1,2,\cdots,N\},\ \forall t,\end{cases}\tag{17}$$

其中: $\sigma_{m,k}$, $\rho_{m,k}$和$\tau_{m,k}$分别为群体A, B和C中第k个策略的选择概率(或个体比例)在第m次迭代时设置的步长, 通常为一个非常小的正数. 通过式(17)设计的步长保证了每次迭代过程中各策略选择的概率(或个体比例)不会超出范围$[0,1]$. 进一步, 为了使迭代过程收敛到预期的精度, 通常还需要设置一个非常小的正数用于判断群体A, B和C三方的迭代计算是否达到收敛条件, 而一旦达到预期精度即可终止各种群的迭代计算, 如下所示.

$$\begin{cases}|U_{\mathrm{A},k}(m)-U_{\mathrm{A\_ave}}(m)|<o_{1,k},\\ |U_{\mathrm{B},k}(m)-U_{\mathrm{B\_ave}}(m)|<o_{2,k},\\ |U_{\mathrm{C},k}(m)-U_{\mathrm{C\_ave}}(m)|<o_{3,k},\\ \forall m\geqslant 1,\ \forall k\in\{1,2,\cdots,N\},\ \forall t,\end{cases}\tag{18}$$

其中: $o_{1,k}$, $o_{2,k}$和$o_{3,k}$分别为群体A, B和C迭代计算过程中设置的非常小的正数, 用于判断各群体长期演化后是否以预期收敛精度达到期望的ESE状态.

3.5　一般两方和三方多策略式演化博弈比较

根据本章研究思路, 可进一步研究两方多策略演化博弈系统的长期ESE特性, 此处不再赘述. 总的来说, 本文就两方两策略对称与非对称演化博弈(分别记为2P2S–SEG和2P2S–AEG)、两方三策略对称演化博弈(记为2P3S–SEG)、三方两策略对称与非对称演化博弈(分别记为3P2S–SEG和3P2S–SEG)、以及三方三策略非对称演化博弈(3P3S–AEG)等通用演化博弈系统进行多方面的对比分析和总结, 如表8所示. 由表8可知, 系统涵盖的博弈场景总数等于以2为底、系统的RNP参数总数目为幂的指数, 而随着系统各方数目及各方采取的策略数目的增加, 系统总的演化状态数量将急剧增加. 以3P3S–AEG系统为例, 其相比3P2S–SEG, 各方策略集中的策略数量仅增加了1个, 但系统的RNP参数总数量增加至81个, 相应的博弈场景总数增加至2^{81}, 约等于2.42×10^{24}, 这是一个极大的数目. 可见, 随着系统维度(参与方数量维度或采取的策略数量维度)的增加, 其博弈态势将越来越复杂, 相应的博弈场景数也急剧增加, 使得问题的复杂性和分析难度越来越高.

通过对对称和非对称三方两策略演化博弈(即3P2S–SEG和3P2S–SEG)的长期演化均衡特性的理论分析与动态仿真验证, 笔者发现它们最终在RD方程内部均衡点处可取得的演化状态取决于系统的若干组RNP参数. 具体而言, 3P2S–SEG取决于6组RNP参数, 因而其演化动力学行为决策特性总共包含64($=2^6$)种博弈场景, 且每个内部均衡点演化过程中的动态性和渐进稳定性仅取决于2组RNP参数; 3P2S–SEG则取决于12组RNP参数, 因而其完整的演化动力学行为决策特性总共包含4096($=2^{12}$)种博弈场景, 且每个内部均衡点演化过程中的动态性和稳定性取决于3组RNP参数; 对于3P2S–SEG和3P2S–SEG系统而言, 前者可在纯策略和混合策略处取得ESS并最终达到演化稳定均衡状态, 后者则只能在纯策略处取得ESS并最

终达到演化稳定均衡状态, 而在混合策略处则始终处于不稳定均衡状态或演化临界均衡状态; 此外, 二者的RD系统方程最多都只有8个解, 因而二者最多具有8个内部均衡点, 且都是纯策略均衡点; 在这些均衡点处, 二者最多都只能同时获得4组ESS使它们达到演化稳定均衡状态, 当然系统还可同时获得1组和2组ESS, 但无法同时获得3组ESS. 这是由于每组内部均衡点成为ESS时必然存在与之互斥的另外3组内部均衡点. 最后, 对于二者而言, 通过改变一些外部因素(如市场监督、政府管控、政策发布等)适当调整某些RNP参数将可使得系统朝着期望的稳定均衡状态处演化, 从而使系统演化过程中策略选择的稳定性和动态性得到有效保证, 有利于系统的长期演化发展.

相较之下, 通过对扩展后的通用三方三策略非对称演化博弈(即3P3S–AEG)的长期演化均衡特性的理论分析与动态仿真研究发现: 通用3P3S–AEG总计存在27组纯策略内部均衡点, 且每组均衡点能否成为系统的长期ESE由6组RNP参数唯一决定; 系统总计存在81组RNP参数, 因而其完整的长期演化特性总计包含2^{81}种博弈场景, 数目非常大而且很复杂; 此外, 系统的每组纯策略内部均衡点达到演化稳定时, 都存在与之互斥的6组其他纯策略内部均衡点, 即这6组均衡点要么处于不稳定演化状态, 要么处于临界演化状态(鞍点或中心). 例如, E_1达到演化稳定时, $E_2, E_3, E_4, E_7, E_{10}$和$E_{19}$则必然为演化不稳定的均衡点或鞍点(或中心). 此外, 通过适当调整系统的RNP参数可使其朝着期望的长期ESE状态处发展.

表 8 一般情形下的通用两方和三方多策略式演化博弈系统的演化均衡特性比较

Table 8 Comparison of evolutionary equilibrium characteristics between general two-party and three-party multi-strategy evolutionary game systems

比较项目	2P2S–SEG	2P2S-AEG	2P3S-SEG	3P2S–SEG	3P2S–SEG	3P3S–AEG
系统RD方程的内部均衡点总数	5	5	7	8	8	64
可获得的纯策略内部均衡点总数	4	4	3	8	8	27
不重复的RNP参数总数	2	4	6	6	12	81
系统的博弈场景总数	4	16	64	64	4096	2^{81}
系统的演化状态总数	45	80	288	512	—	—
长期ESE状态总数	8	16	82	64	—	—
不稳定均衡状态总数	29	16	85	64	—	—
演化临界均衡状态总数	8	48	121	384	—	—
可同时获得的ESE总数	2	2	3	4	4	7

4 三方多策略演化博弈举例分析

本章探讨三方多策略演化博弈的应用, 以三方两策略非对称演化博弈(3P2S–SEG)为例, 通过动态仿真分析, 描述这一更为常见的三方两策略式演化博弈类型在工程技术领域中的使用场景.

4.1 新能源发电企业参与的发电侧EM竞价模型

针对新能源企业参与的发电市场多方竞价博弈情形, 文献[51]对此进行了简要的理论分析, 对RD系统平衡状态的渐进稳定性的讨论并不十严格, 未涉及实际三方收益, 且并未开展动态仿真验证. 基于此, 选择文献[51]的研究对象为例, 对其中的三方之间的利益联系进行动态仿真验证. 因此, 基于文献[51], 以新能源和传统能源两大类发电企业参与供给侧发电市场长期竞价电量上网为例, 讨论新能源发电企业(记作群体A)、传统能源发电企业(记作群体B)和电网公司企业(记作群体C)三方在上述发电市场竞价电量演化博弈过程中的长期均衡特性. 为此, 本章的算例仿真分析对建立的雅克比矩阵的行列式和迹表达式中各参数的物理或经济含义进行了详细说明, 定义了该博弈场景的RNP参数, 考虑了这些RNP参数的政策性调整对整个三方演化博弈系统的长期ESE状态的影响机制以及对博弈方之间决策行为的交互影响, 并进行了总结与仿真验证. 相较之下, 文献[51]只是部分开展了上述研究工作, 并未对三方演化博弈系统的长期演化稳定均衡规律进行详细的总结分析与动态仿真验证.

基于此, 在上述实际演化博弈场景中, 假设参与博弈决策的三方(即群体A, B, C)的策略集中各实施2个纯报价策略参与供给侧发电市场的长期发电量竞价上网博弈, 该策略集不妨分别记作$S_{\mathrm{A}}=\{S_{\mathrm{A}1},S_{\mathrm{A}2}\}$, $S_{\mathrm{B}}=\{S_{\mathrm{B}1},S_{\mathrm{B}2}\}$和$S_{\mathrm{C}}=\{S_{\mathrm{C}1},S_{\mathrm{C}2}\}$, 由此可得支付矩阵为

$$
\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{C} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{S_{c1}}(\gamma) \qquad\quad \mathrm{S_{c2}}(\gamma) \\
\begin{cases}
\mathrm{S_{A1}}(\alpha)\rightarrow \qquad\qquad\quad \downarrow \qquad\qquad\quad \downarrow \\
\mathrm{B}\begin{cases}\mathrm{S_{B1}}(\beta) & \rightarrow \\ \mathrm{S_{B2}}(1-\beta) & \rightarrow\end{cases}\begin{bmatrix}(l_1,m_1,n_1) & (l_2,m_2,n_2)\\ (l_3,m_3,n_3) & (l_4,m_4,n_4)\end{bmatrix}, \\
\mathrm{S_{A1}}(1-\alpha)\rightarrow \\
\mathrm{B}\begin{cases}\mathrm{S_{B1}}(\beta) & \rightarrow \\ \mathrm{S_{B2}}(1-\beta) & \rightarrow\end{cases}\begin{bmatrix}(l_5,m_5,n_5) & (l_6,m_6,n_6)\\ (l_7,m_7,n_7) & (l_8,m_8,n_8)\end{bmatrix},
\end{cases}
\end{array}
\tag{19}
$$

其中$l_i, m_i, n_i (i = 1, 2, \cdots, 8)$为该例中设定的用于表示不同策略组合下的收益的通用分布参数. 此外, 纯策略S_{A1}和S_{A2}在每轮电量博弈中被A内企业个体选择的概率(或比例)分别为α和$1-\alpha$, 并分别表示新能源发电企业选择与传统能源发电企业合作(即A选择与B合作)并送出新能源上网交易电量为W_1、新能源发电企业选择不与传统能源发电企业合作(即A选择不与B合作)并送出新能源上网交易电量为W_2; 纯策略S_{B1}和S_{B2}在每轮博弈中被B内企业个体选择的概率(或比例)分别为β和$1-\beta$, 并分别表示传统能源发电企业选择与新能源发电企业合作(即B选择与A合作)并送出传统能源上网交易电量为T_1、传统能源发电企业选择不与新能源发电企业合作(即B选择不与A合作)并送出传统能源上网交易电量为T_2; 纯策略S_{C1}和S_{C2}在每轮博弈中被C内企业个体选择的概率(或比例)分别为γ和$1-\gamma$, 并分别表示电网公司企业选择积极参与消纳新能源并且消纳新能源发电量为G_1、电网公司企业选择消极消纳新能源并且消纳新能源发电量为G_2. 其中, $\alpha, \beta, \gamma \in [0, 1]$.

显然, 这是一个由新能源发电企业群体A、传统能源发电企业群体B和电网公司企业群体C构成的三方两策略参与的发电侧电力市场竞价上网电量演化博弈, 是一个典型的三方两策略非对称演化博弈, 即3P2S–SEG. 此时, A是否倾向于选择与B合作、B是否倾向于选择与A合作、政府相关部门是否对新能源参与发电市场交易进行监督和管控、C是否倾向于选择积极参与新能源消纳等因素关乎发电市场能否长期健康稳定的运行, 这个上网电量竞价博弈过程显然是一个在有限信息系统内进行的市场长期均衡演化过程, 因而非常适合利用EGT 进行分析. 根据第3章分析, 显然该3P2S–SEG的系统RD方程有且仅有8个纯策略内部均衡点(x, y, z), 即$\Phi_{\text{3P2S–AEG}} = \{(x, y, z) | x, y, z \in [0, 1]\} = \{(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$. 基于此, 该系统的RD方程为

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \alpha(E_{\text{As1}} - \bar{E}_{\text{A}}), \\ \dot{\beta} = \dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}t} = \beta(E_{\text{Bs1}} - \bar{E}_{\text{B}}), \\ \dot{\gamma} = \dfrac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \gamma(E_{\text{Cs1}} - \bar{E}_{\text{C}}), \end{cases} \tag{20}$$

其中: $E_{\text{As1}}, E_{\text{Bs1}}$和$E_{\text{Cs1}}$分别为A, B和C内个体选择其策略集中第1个策略的期望支付; $E_{\text{As2}}, E_{\text{Bs2}}$和$E_{\text{Cs2}}$为选择第2个策略的期望支付; $\bar{E}_{\text{A}}, \bar{E}_{\text{B}}$和$\bar{E}_{C}$分别为A, B和C的群体期望支付. 上述支付参数分别为

$$E_{\text{As1}} = \beta[l_1\gamma + l_2(1-\gamma)] + (1-\beta)[l_3\gamma + l_4(1-\gamma)],$$

$$E_{\text{As2}} = \beta[l_5\gamma + l_6(1-\gamma)] + (1-\beta)[l_7\gamma + l_8(1-\gamma)],$$

$$E_{\text{Bs1}} = \alpha[m_1\gamma + m_2(1-\gamma)] + (1-\alpha)[m_5\gamma + m_6(1-\gamma)],$$

$$E_{\text{Bs2}} = \alpha[m_3\gamma + m_4(1-\gamma)] + (1-\alpha)[m_7\gamma + m_8(1-\gamma)],$$

$$E_{\text{Cs1}} = \alpha[n_1\beta + n_3(1-\beta)] + (1-\alpha)[n_5\beta + n_7(1-\beta)],$$

$$E_{\text{Cs2}} = \alpha[n_2\beta + n_4(1-\beta)] + (1-\alpha)[n_6\beta + n_8(1-\beta)],$$

$$\bar{E}_A = \alpha E_{\text{As1}} + (1-\alpha)E_{\text{As2}},$$

$$\bar{E}_B = \beta E_{\text{Bs1}} + (1-\beta)E_{\text{Bs2}},$$

$$\bar{E}_C = \beta E_{\text{Cs1}} + (1-\gamma)E_{\text{Cs2}}.$$

基于此, 该3P2S–SEG系统RD方程的雅克比矩阵$\boldsymbol{J}_{\text{ABC}}$为

$$\boldsymbol{J}_{\text{ABC}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\dot{\alpha}}{\partial\alpha} & \dfrac{\partial\dot{\alpha}}{\partial\beta} & \dfrac{\partial\dot{\alpha}}{\partial\gamma} \\ \dfrac{\partial\dot{\beta}}{\partial\alpha} & \dfrac{\partial\dot{\beta}}{\partial\beta} & \dfrac{\partial\dot{\beta}}{\partial\gamma} \\ \dfrac{\partial\dot{\gamma}}{\partial\alpha} & \dfrac{\partial\dot{\gamma}}{\partial\beta} & \dfrac{\partial\dot{\gamma}}{\partial\gamma} \end{bmatrix}. \tag{21}$$

4.2 仿真分析

将上述$\Phi_{\text{3P2S–AEG}}$中的8个纯策略内部均衡点依次代入到式(21)中, 可得到$\boldsymbol{J}_{\text{ABC}}$在这8个均衡点处的特征值、行列式和迹的计算统计结果, 如表9所示. 由表9可得: 每个内部均衡点均存在对应的3组互斥均衡点存在, 且系统在每组均衡点处是否获得长期ESE取决于对应的3组RNP参数. 因此, 系统最多可在1, 2和4组内部均衡点处取得长期ESE, 即新能源发电企业参与的发电侧电力市场三群体两策略非对称上网电量竞价演化博弈最多存在4组竞价电量ESS. 当然, 这种情况需要建立在市场无任何监督的条件下才能发生. 事实上, 当政府对市场不进行任何监督时, 即发电侧电力市场没有制定有效的上网电量交易规则时, 该市场经长期发展最终将会自发形成如下演化稳定的博弈态势.

情形 i) 无论电网企业群体C是否选择积极或是消极消纳新能源, 以及无论传统能源发电企业群体B是否选择与新能源发电企业群体A合作, 对于A而言, 显然其选择不与B合作, 相较于其选择与B合作能获得更多的竞价上网电量, 从而获得更高的收益. 此时根据式(19), 存在如下两种情形: a) 当电网企业群体C选择积极消纳新能源时, 而当B始终选择合作时, A选择不与B合作相较于与B合作能获得更高收益, 即$l_5 > l_1$, 此时由表9知$E_8(1, 1, 1)$为演化不稳定的纯策略

内部均衡点, 系统无法在该点处取得长期ESE; 当B始终选择不合作时, A也选择不与B合作相较于与B合作能获得更高收益, 即$l_7 > l_3$, 此时由表9知$E_6(1,0,1)$将为演化不稳定的纯策略内部均衡点, 系统在该点处无法取得长期ESE; 同理, 无论A是否选择与B合作, B始终选择不与A合作相较于其选择与A合作能获得更多的上网电量, 即获得的收益更高, 此时可得$m_3 > m_1$(A始终选择与B合作时), 以及$m_7 > m_5$ (A始终选择不与B合作时). 由此可知$E_8(1,1,1)$和$E_4(0,1,1)$都将成为演化不稳定的纯策略内部均衡点, 系统在这两点处无法取得长期ESE; b) 当电网企业群体C选择消极消纳新能源时, 无论A是否与B合作, B始终选择不合作可获得更多上网电量, 即发电收益更高, 可得$m_4 > m_2$ (A始终选择与B合作时), 以及$m_8 > m_6$ (A始终选择不与B合作时), 由表9知$E_7(1,1,0)$和$E_3(0,1,0)$都将成为演化不稳定的内部均衡点, 系统在这两点处无法取得长期ESE; 同理, 无论B是否与A 合作, A始终选择不与B合作相较于其选择与B合作能获得更多的上网电量和收益, 则有$l_6 > l_2$(B始终选择与A合作时), $l_8 > l_4$ (B始终选择不与A合作时), 由表9知$E_7(1,1,0)$和$E_5(1,0,0)$都将成为演化不稳定的纯策略内部均衡点, 系统在这两点处无法取得长期ESE. 因此, 当政府在市场发展初期对该发电市场暂不进行有效的竞价交易监督时, 在情形i)下可知$E_3(0,1,0)$, $E_4(0,1,1)$, $E_5(1,0,0)$, $E_6(1,0,1)$, $E_7(1,1,0)$和$E_8(1,1,1)$最终都无法自发演化形成为该市场的长期ESE状态.

表 9 A, B和C三方参与的发电侧电力市场竞价上网电量博弈的内部均衡点稳定性统计

Table 9 Evolutionary stability statistics of internal equilibrium points of the generation-side pricing game for online electricity involving three parties of A, B and C

3P2S–SEG纯策略内部均衡点	雅克比矩阵$\boldsymbol{J}_{\rm ABC}$计算结果			演化渐进稳定性条件(演化稳定均衡点)	演化不稳定性条件(演化不稳定均衡点)	演化临界稳定性条件(鞍点或中心)	系统可能获得的演化稳定策略	对应的互斥内部均衡点统计
	矩阵特征值($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$)	矩阵行列式$\det(\boldsymbol{J}_{\rm ABC})$	矩阵的迹$\mathrm{tr}(\boldsymbol{J}_{\rm ABC})$					
$E_1(0,0,0)$	$(l_4-l_8, m_6-m_8, n_7-n_8)$	$(l_4-l_8)\times(m_6-m_8)\times(n_7-n_8)$	$(l_4-l_8)+(m_6-m_8)+(n_7-n_8)$	$l_4<l_8, m_6<m_8, n_7<n_8$	$l_4>l_8, m_6>m_8, n_7>n_8$	剩余情形	$(S_{\rm A2}, S_{\rm B2}, S_{\rm C2})$	E_2, E_3, E_5
$E_2(0,0,1)$	$(l_3-l_7, m_5-m_7, n_8-n_7)$	$(l_3-l_7)\times(m_5-m_7)\times(n_8-n_7)$	$(l_3-l_7)+(m_5-m_7)+(n_8-n_7)$	$l_3<l_7, m_5<m_7, n_8<n_7$	$l_3>l_7, m_5>m_7, n_8>n_7$	剩余情形	$(S_{\rm A2}, S_{\rm B2}, S_{\rm C1})$	E_1, E_4, E_6
$E_3(0,1,0)$	$(l_2-l_6, m_8-m_6, n_5-n_6)$	$(l_2-l_6)\times(m_8-m_6)\times(n_5-n_6)$	$(l_2-l_6)+(m_8-m_6)+(n_5-n_6)$	$l_2<l_6, m_8<m_6, n_5<n_6$	$l_2>l_6, m_8>m_6, n_5>n_6$	剩余情形	$(S_{\rm A2}, S_{\rm B1}, S_{\rm C2})$	E_1, E_4, E_7
$E_4(0,1,1)$	$(l_1-l_5, m_7-m_5, n_6-n_5)$	$(l_1-l_5)\times(m_7-m_5)\times(n_6-n_5)$	$(l_1-l_5)+(m_7-m_5)+(n_6-n_5)$	$l_1<l_5, m_7<m_5, n_6<n_5$	$l_1>l_5, m_7>m_5, n_6>n_5$	剩余情形	$(S_{\rm A2}, S_{\rm B1}, S_{\rm C1})$	E_2, E_3, E_8
$E_5(1,0,0)$	$(l_8-l_4, m_2-m_4, n_3-n_4)$	$(l_8-l_4)\times(m_2-m_4)\times(n_3-n_4)$	$(l_8-l_4)+(m_2-m_4)+(n_3-n_4)$	$l_8<l_4, m_2<m_4, n_3<n_4$	$l_8>l_4, m_2>m_4, n_3>n_4$	剩余情形	$(S_{\rm A1}, S_{\rm B2}, S_{\rm C2})$	E_1, E_6, E_7
$E_6(1,0,1)$	$(l_7-l_3, m_1-m_3, n_4-n_3)$	$(l_7-l_3)\times(m_1-m_3)\times(n_4-n_3)$	$(l_7-l_3)+(m_1-m_3)+(n_4-n_3)$	$l_7<l_3, m_1<m_3, n_4<n_3$	$l_7>l_3, m_1>m_3, n_4>n_3$	剩余情形	$(S_{\rm A1}, S_{\rm B2}, S_{\rm C1})$	E_2, E_5, E_8
$E_7(1,1,0)$	$(l_6-l_2, m_4-m_2, n_1-n_2)$	$(l_6-l_2)\times(m_4-m_2)\times(n_1-n_2)$	$(l_6-l_2)+(m_4-m_2)+(n_1-n_2)$	$l_6<l_2, m_4<m_2, n_1<n_2$	$l_6>l_2, m_4>m_2, n_1>n_2$	剩余情形	$(S_{\rm A1}, S_{\rm B1}, S_{\rm C2})$	E_3, E_5, E_8
$E_8(1,1,1)$	$(l_5-l_1, m_3-m_1, n_2-n_1)$	$(l_5-l_1)\times(m_3-m_1)\times(n_2-n_1)$	$(l_5-l_1)+(m_3-m_1)+(n_2-n_1)$	$l_5<l_1, m_3<m_1, n_2<n_1$	$l_5>l_1, m_3>m_1, n_2>n_1$	剩余情形	$(S_{\rm A1}, S_{\rm B1}, S_{\rm C1})$	E_4, E_6, E_7

情形 ii) 无论新能源发电企业群体A与传统能源发电企业群体B之间是否合作, 电网企业群体C在政府对市场无监督情况下选择消极消纳新能源相较于其选择积极消纳新能源能降低更多的运营成本(此时无需额外投资建设电网用于消纳新能源), 因而获得的效益也更高. 此时, 基于式(19), 依然存在如下两种情形: a) 当A选择与B合作时, C始终选择消极消纳新能源能获得更高的收益, 可得$n_2 > n_1$ (B选择与A合作时), 以及$n_4 > n_3$ (B选择不与A合作时), 此时由表9知$E_6(1,0,1)$和$E_8(1,1,1)$都将成为演化不稳定的纯策略内部均衡点, 系统在这两点处无法取得长期ESE; b) 当A选择不与B合作时, C始终选择消极消纳新能源获得的收益将更高, 可得$n_6 > n_5$ (B选择与A合作时), 以及$n_8 > n_7$ (B选择不与A合作时), 此时由表9可知: $E_2(0,0,1)$和$E_4(0,1,1)$都将成为演化不稳定的纯策略内部均衡点, 系统在这两点处无法取得长期ESE. 因此, 当政府对市场无有效监督时, 在情形ii)下可知E_2 $(0,0,1)$, $E_4(0,1,1)$, $E_6(1,0,1)$和$E_8(1,1,1)$最终都无法自发演化成为该市场的长期ESE状态.

综合上述情形i)和情形ii)可知, 在政府相关部门未对该发电侧市场的企业电量竞价上网做出有效监督时, 即市场尚未制定有效的上网电量交易规则时, 该市场长期演化过程中, 其仅有的8个纯策略内部均衡点中将有7 个成为演化不稳定的纯策略均衡点, 即E_2, E_3, E_4, E_5, E_6, E_7和E_8. 在这些均衡点处系统无法取得ESS, 即含这些电量竞价策略的企业小群体将无法入侵到达到长期ESE状态的群体中来, 从而在发电市场的演化过程中逐渐消失掉. 此时, 可知系统仅存在唯一的一个演化稳定的纯策略内部均衡点, 即$E_1(0,0,0)$, 其含义为新能源发电企业群体A与传统能源发电企业群体B之间互相采取不合作策略, 同时电网企业群体C采取消极消纳新能源策略.

由此可见, 在政府无有效监督下, 群体A, B和C都将采取其策略集中第2个策略以争取更多上网交易电量或降低更多电网运营成本, 实现自身利益最大化. 此时, 新能源与传统能源发电企业间互不合作, 电网企业群体针对由于消纳新能源带来的电网投资成本升高这一状况, 选择消极消纳新能源企业的发电量, 由此造成的后果是: 新能源发电企业群体无法有效参与到发电市场交易, 市场中存在大量的新能源发电量被弃用, 即弃风弃光现象非常严重, 这不利于可再生能源的持续发展, 容易造成发电市场动荡以及长期不健康运行, 对此进行动态仿真验证.

在满足上述情形i)和ii)的条件下, 在三维决策空间$[0,1]\times[0,1]\times[0,1]$内对$\alpha$, β和γ的初始值以1/8为间隔从0到1进行取值, 即进行多达729轮次的发电市场上网电量重复竞价博弈动态仿真, 观察电量竞争策略(α,β,γ)在市场长期演化发展过程中的相轨迹, 仿真时间取$t=10$ (单位: 年), 仿真结果如图7所示. 图7中, 红色、绿色和蓝色实心圆点分别表示系统取得的唯一电量竞争ESS(即长期ESE状态)、演化不稳定均衡状态和演化临界状态(即鞍点).

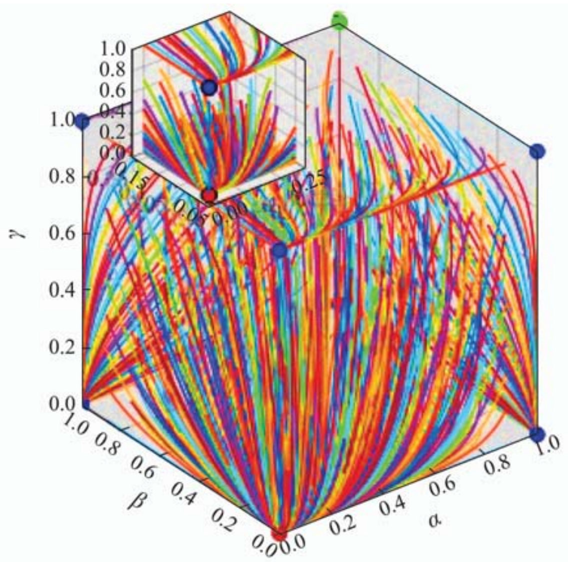


图 7　政府无监督情况下新能源发电企业群体参与的发电侧电力市场上网电量博弈的动态仿真: 在729 次动态仿真下(α,β,γ) 的相轨迹图

Fig. 7　Dynamic simulation results of the generation-side on-grid power generation amount competition game involving participants of new energy corporation groups when the government conducts no supervision on the power generation market: the phase trajectory of $(\alpha,$ $\beta,\gamma)$ based on 729 times of simulations

由图7可知: 经过不同轮次的动态仿真, 系统最终都只在$E_1(0,0,0)$处取得唯一的长期竞价ESS, 在E_2, E_3, E_4, E_5, E_6和E_7处处于临界状态, 在E_8处则处于演化不稳定状态. 因此, 通过理论分析与动态仿真验证可见: 在政府对发电市场不进行有效监督的情况下, 新能源发电企业群体、传统能源发电企业群体和电网公司企业群体三方将经过多轮次的上网电量降价长期博弈, 最终使该发电市场在均衡点E1 处自发形成唯一的竞价ESS, 即达到唯一的长期ESE状态. 在该状态下, 新能源与传统能源发电企业群体间采取互不合作的策略, 与此同时电网企业群体消极消纳新能源, 以争取自身经济利润最大化.

显然, 在上述唯一ESE状态下, 市场无法良性发展, 对于促进新能源发电企业参与电力市场交易和促进新能源消纳都是极为不利的. 因此, 有必要结合表9对该市场的相关纯策略内部均衡点的RNP参数进行适当调整, 而这可通过政府制定有效的发电侧电力市场电量上网竞价交易规则来实现. 此时, 需要通过政府有效监督和引导新能源发电企业与传统能源发电企业互相合作, 并使电网公司企业群体积极参与到新能

源消纳中来, 而其他上网电量竞价策略都将在市场长期演化发展过程中逐渐消失掉. 因此, 通过政府积极制定交易规则引导电力市场良性发展, 将使得$E_8(1, 1, 1)$成为全系统唯一的ESS. 而要实现这一点, 则需要系统的RNP参数同时满足如下5个条件: i) $l_5 < l_1, m_3 < m_1, n_2 < n_1$, 该条件可使得$E_8(1, 1, 1)$逐渐演化成为长期ESS, 相应地, $E_4(0, 1, 1)$, $E_6(1, 0, 1)$和$E_7(1, 1, 0)$ 将成为不稳定的演化均衡点; ii) $l_4 > l_8, m_6 > m_8, n_7 > n_8$中至少有一个满足, 这将使得$E_1(0, 0, 0)$成为演化不稳定的均衡点; iii) $l_3 > l_7, m_5 > m_7, n_8 > n_7$中至少有一个满足, 这将使得$E_0(0, 0, 1)$成为演化不稳定的均衡点; iv) $l_2 > l_6, m_8 > m_6, n_5 > n_6$中至少有一个满足, 这将使得$E_3(0, 1, 0)$成为演化不稳定的均衡点; v) $l_8 > l_4, m_2 > m_4,\ n_3 > n_4$中至少有一个满足, 这将使得$E_5(1, 0, 0)$成为演化不稳定的均衡点.

基于此, 系统中除$E_8(1, 1, 1)$外, 其余7个纯策略内部均衡点都将成为系统的不稳定均衡点或鞍点, 从而系统在这些均衡点处无法取得ESS, 即无法达到长期ESE状态. 此时, $E_8(1, 1, 1)$成为全系统唯一的ESS, 发电市场在该均衡点处将达到长期ESE状态. 在该均衡点处, 新能源发电企业群体与传统能源发电企业群体选择互相合作, 促进新能源发电企业积极参与发电侧电力市场发电量交易, 同时电网企业群体在一定精度负荷预测基础上选择积极参与到新能源消纳中来, 进一步促进新能源发电量上网, 并尽量减少弃风弃光等新能源浪费现象发生. 这对于电网削峰填谷和安全稳定运行都具有重要意义.

因此, 在完成对上述RNP参数调整的前提下, 对"$E_8(1, 1, 1)$成为发电市场唯一的长期竞价ESS"这种情况进行动态仿真验证. 在该发电市场的三维决策空间$[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$内对$\alpha$, β和γ 的初始值以1/9为间隔从0 到1进行取值, 即进行1000轮次的上网电量竞价博弈动态仿真, 观察电量竞争策略(α, β, γ) 在市场长期演化发展过程中的演化趋势(即相轨迹), 仿真时间取$t = 10$ (单位: 年), 仿真结果如图8所示. 其中, 各图中红色、绿色和蓝色实心圆点含义同图7.

图8表明: 在满足上述i)–v)所示的RNP参数条件下, 市场将在$E_8(1, 1, 1)$处取得唯一的ESS, 即发电市场将在该点处达到唯一的长期ESE状态. 此时新能源发电企业群体A选择与传统能源发电企业群体B互相合作, 而电网企业群体C则选择积极参与新能源消纳. 除此之外, 系统其它的7个纯策略均衡点都将成为演化不稳定的均衡点, 系统在这些均衡点处将处于不稳定均衡状态(绿色圆点)和临界均衡状态(蓝色圆点), 而选择这些演化不稳定均衡点处策略的企业小群体最终将无法入侵到达到演化稳定均衡状态的企业群体中来, 从而在发电侧电力市场长期的演化发展过程中逐渐消失, 并成为市场中不稳定的发电量上网竞价策略组合.

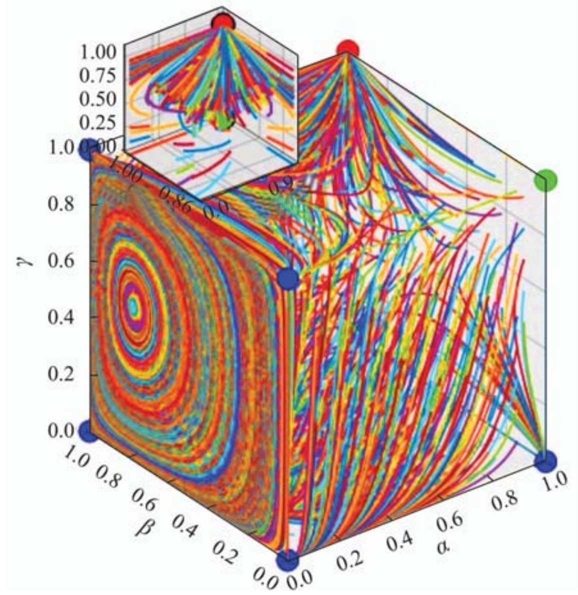


图 8 政府有监督情况下新能源发电企业群体参与的发电侧电力市场上网电量博弈的动态仿真: 在1000次动态仿真下(α, β, γ)的相轨迹图

Fig. 8 Dynamic simulation results of the generation-side on-grid power generation amount competition game involving participants of new energy corporation groups when the government conducts some supervision on the power generation market: the phase trajectory of (α, β, γ) based on 1000 times of simulations

总的来说, 上述算例仿真分析充分验证了本文关于三方两策略演化博弈行为决策特性的理论研究结论, 这也表明通过对具体算例的演化博弈模型进行完整的演化动力学行为决策特性的理论分析与动态仿真验证, 可充分发掘系统在所有内部均衡点处的长期演化稳定均衡状态, 并确定系统所有的RNP 参数, 并进一步获得这些参数的实际物理含义或经济含义. 此外, 通过算例仿真分析表明: 通过一些外部因素(比如算例中提到制定市场竞价交易政策进行引导与监督)来适当调整复杂多方演化博弈系统的这些RNP参数将会使得全系统的长期演化稳定均衡状态朝着期望的均衡点处收敛. 这对于研究工程或其他领域内更复杂、具体的多群体多策略式对称与非对称演化博弈问题具有重要的理论指导和借鉴意义.

5 总结

演化博弈论(EGT)建立在有限理性和有限信息假设基础上, 相比经典博弈论更加符合实际博弈情形, 因而EGT目前在很多领域得到了初步发展. 为此, 立足于EGT中的RD, ESS和ESE等几个核心概念, 本文探索了较为常见的通用三方多策略对称与非对称演化博弈的行为决策特性, 通过详细的理论分析与动态仿真总结和验证了诸如3P2S–SEG, 3P2S–SEG, 3P3S

–AEG等常见三方两策略和三策略演化博弈模型的长期ESE 特性. 在研究过程中, 本文详细定义了各类演化博弈模型的RNP参数.

研究表明这些RNP参数决定了各演化博弈最终的长期ESE状态的获取, 因而通过某些外部因素适当调整这些RNP参数可使各类三方多策略演化博弈模型朝着期望的长期ESE状态处演化发展. 此外, 通过定义模型的RNP参数, 可以完整揭示模型所有的演化博弈场景, 其总数等于以2为底、定义的系统RNP参数总数目为幂的一个指数, 而进一步将系统所有的内部均衡点依次代入到每种博弈场景中即可得到系统完整的演化状态分布, 即演化动力学行为决策特性分布. 这为研究实际的三方多策略(甚至更多方多策略场景)演化博弈行为决策问题提供了一种很好的求解思路.

此外, 本文对各类通用两方和三方多策略演化博弈模型的长期ESE特性进行了详细总结, 并对一般情形下的三方任意策略非对称演化博弈的建模思路和收敛迭代计算方法进行了详细阐述, 可为研究更多方参与的实际多策略演化博弈问题提供一些理论参考. 最后, 本文提供了一个供给侧发电市场中三方参与上网电量竞争的长期演化博弈的算例, 对本文研究模型和方法的有效性进行了充分验证.

总的来说, 本文研究模型、方法和所得结论具有一定普适性、有效性和实用性, 可适用于研究各类实际的三方多策略对称与非对称行为决策问题, 并可进一步拓展用于更复杂的多方多策略行为决策问题分析. 本文抛砖引玉, 从理论研究与动态仿真验证出发详细探索了非完全理性群体参与的三方多群体对称与非对称演化博弈行为决策问题的解决方案, 旨在丰富演化博弈论的理论与应用研究内容, 期待为相关领域内非完全理性参与人的多方多策略演化博弈, 尤其是三方多策略演化博弈行为决策问题提供一些思路与理论参考.

参考文献:

[1] VON NEUMANN J, MORGENSTERN O. *The Theory of Games and Economic Behavior*. USA: Princeton University Press, 1944.

[2] CHENG L, YU T. Game-theoretic approaches applied to transactions in the open and ever-growing electricity markets from the perspective of power demand response: An overview. *IEEE Access*, 2019, 7: 25727 – 25762.

[3] MAYNARD SMITH J, PRICE G. The logic of animal conflict. *Nature*, 1973, 246: 15 – 18.

[4] HUANG Kainan. Evolutionary game and evolutional economics. *Economic Research Journal*, 2009, 44(2): 132 – 145.
(黄凯南. 演化博弈与演化经济学. 经济研究, 2009, 44(2): 132 – 145.)

[5] NAINI S, ALIAHMADI A, JAFARI-ESKANDARI M. Designing a mixed performance measurement system for environmental supply chain management using evolutionary game theory and balanced scorecard: A case study of an auto industry supply chain. *Resources, Conservation and Recycling*, 2011, 55: 593 – 603.

[6] ZHANG H, XU Z, ZHOU D, et al. Waste cooking oil-to-energy under incomplete information: Identifying policy options through an evolutionary game. *Applied Energy*, 2017, 185: 547 – 555.

[7] CHENG Lefeng, YU Tao. Typical scenario analysis of equilibrium stability of multi-group asymmetric evolutionary games in the open and ever-growing electricity market. *Proceedings of the CSEE*, 2018, 38(19): 5687 – 5703.
(程乐峰, 余涛. 开放电力市场环境下多群体非对称演化博弈的均衡稳定性典型场景分析. 中国电机工程学报, 2018, 38(19): 5687 – 5703.)

[8] MEI Shengwei, LIU Feng, WEI Wei. *A Primer in Engneering Game Theory and its Application in Power Systems*. Beijing: Science Press, 2016.
(梅生伟, 刘锋, 魏韡. 工程博弈论基础及电力系统应用. 北京: 科学出版社, 2016.)

[9] CAI Lingru, WU Sijun, CHEN Shuang. A system dynamics model for evolutionary game between suppliers and retailers. *Journal of Shantou University (Natural Science)*, 2015, 30(1): 53 – 63.
(蔡玲如, 吴思俊, 陈双. 供应商与零售商演化博弈系统动力学模型. 汕头大学学报(自然科学版), 2015, 30(1): 53 – 63.)

[10] SUN H, WAN Y, ZHANG L, et al. Evolutionary game of the green investment in a two-echelon supply chain under a government subsidy mechanism. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 235: 1315 – 1326.

[11] WANG Xilong, WANG Jicheng, LUO Cheng, et al. Cooperation dynamics within the synergistic effect of time scale and preference. *Journal of Computer Applications*, 2019, 39(6): 1824 – 1828.
(王西龙, 王继成, 罗成, 等. 时间尺度与选择倾向性协同作用下的演化博弈模型. 计算机应用, 2019, 39(6): 1824 – 1828.)

[12] FAN Ruguo, YANG Weiguo, ZHANG Yingqing, et al. Cooperation based on double-degree-preference community network in social dilemma. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2018, 47(6): 943 – 952.
(范如国, 杨维国, 张应青, 等. 社会困境下双重度偏好社团网络合作涌现研究. 电子科技大学学报, 2018, 47(6): 943 – 952.)

[13] FAN Ruguo, CUI Yingying, ZHANG Yingqing. Simulation study of multi-preferences and community structure on the emergence of cooperation. *Complex Systems and Complexity Science*, 2016, 13(4): 26 – 34.
(范如国, 崔迎迎, 张应青. 多元偏好、社团结构与网络合作涌现仿真研究. 复杂系统与复杂性科学, 2016, 13(4): 26 – 34.)

[14] LI Zhihua. *Several Mechanisms of the Emergence of Cooperation in Complex Systems*. Hefei: University of Science and Technology of China, 2012.
(李志华. 复杂系统中合作涌现的几种机制. 合肥: 中国科学技术大学, 2012.)

[15] JIANG Luoluo. *Emergence of Cooperation and Self-Organization in Complex Systems*. Hefei: University of Science and Technology of China, 2010.
(姜罗罗. 复杂系统中的合作涌现与自组织. 合肥: 中国科学技术大学, 2010.)

[16] WANG Long, WU Te, ZHANG Yanling. Feedback mechanism in coevolutionary games. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(7): 823 – 836.
(王龙, 吴特, 张艳玲. 共演化博弈中的反馈机制. 控制理论与应用, 2014, 31(7): 823 – 836.)

[17] CONG Rui. *Coevolutionary Games on Complex Networks*. Xi'an: Xidian University, 2014.
(从睿. 复杂网络上的共演化博弈研究. 西安: 西安电子科技大学, 2014.)

[18] KANIOVSKI Y, YOUNG H. Learning dynamics in games with stochastic perturbations. *Games and Economic Behavior*, 1995, 11: 330 – 363.

[19] HUANG Jianming, ZHANG Hengwei. A method for selecting defense strategies based on stochastic evolutionary game model. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(9): 2222 – 2228.
(黄健明, 张恒巍. 基于随机演化博弈模型的网络防御策略选取方法. 电子学报, 2018, 46(9): 2222 – 2228.)

[20] LI Shijing. *Research on Stochastic Evolutionary Game Dynamics and its Application*. Baoding: North China Electric Power University, 2014.
(李世婧. 随机演化博弈动力学及其应用研究. 保定: 华北电力大学, 2014.)

[21] ZHU Weiying. *Application and Analysis of Stochastic Evolutionary Model in Power Generation Market*. Baoding: North China Electric Power University, 2012.
(朱维莹. 随机演化博弈模型在发电市场的应用及其分析. 保定: 华北电力大学, 2012.)

[22] YU Qian, WANG Xianjia. Evolutionary game model based on QBD for 2 × 2 bimatrix game with stochastic payoffs. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2007, 27(3): 56 – 62, 70.
(余谦, 王先甲. 基于拟生灭过程的随机支付2 × 2 双矩阵博弈演化模型. 系统工程理论与实践, 2007, 27(3): 56 – 62, 70.)

[23] ZHOU D, QIAN H. Fixation, transient landscape, and diffusion dilemma in stochastic evolutionary game dynamics. *Physical Review E*, 2011, 84: 031907.

[24] ZHOU D, WU B, GE H. Evolutionary stability and quasi-stationary strategy in stochastic evolutionary game dynamics. *Journal of Theoretical Biology*, 2010, 264: 874 – 881.

[25] OHTSUKI H. Stochastic evolutionary dynamics of bimatrix games. *Journal of Theoretical Biology*, 2010, 264: 136 – 142.

[26] ZHANG Yanling, LIU Aizhi, SUN Changyin. Development of several studies on indirect reciprocity and the evolution of cooperation. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(1): 1 – 12.
(张艳玲, 刘爱志, 孙长银. 间接互惠与合作演化的若干问题研究进展. 自动化学报, 2018, 44(1): 1 – 12.)

[27] LIU Xuesong. *Study of Evolution of Cooperation Based on Updating Mechanisms*. Dalian: Dalian University of Technology, 2017.
(刘雪松. 基于策略更新机制的合作演化研究. 大连: 大连理工大学, 2017.)

[28] DONG Fei, ZHOU Yonghui. Some characteristics of population evolutionary games under a rule of reputation updating with action discrimination. *Journal of Guizhou Normal University (Natural Science)*, 2013, 31(2): 69 – 74.
(董飞, 周永辉. 一种行为识别声誉更新机制下的演化博弈特征. 贵州师范大学学报(自然科学版), 2013, 31(2): 69 – 74.)

[29] TUSHAR W, CHAI B, YUEN C, et al. Three-party energy management with distributed energy resources in smart grid. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(4): 2487 – 2498.

[30] LONG R, YANG J, CHEN H, et al. Co-evolutionary simulation study of multiple stakeholders in the take-out waste recycling industry chain. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 231: 701 – 713.

[31] HU X. Collaborative innovation path selection of universities industry-university-research. *International Journal of Digital Content Technology and its Applications*, 2014, 8: 104.

[32] CHEN J, YIN H, XIE F, et al. The evolutionary game simulation on industry-academy-research co-operation in collaborative innovation. *Science & Technology Management Research*, 2014, 31: 1 – 6.

[33] TIAN R, ZHANG Q, WANG G, et al. Study on the promotion of natural gas-fired electricity with energy market reform in China using a dynamic game-theoretic model. *Applied Energy*, 2017, 185: 1832 – 1839.

[34] ZANG T, XIANG Y, YANG J. The tripartite game model for electricity pricing in consideration of the power quality. *Energies*, 2017, 10: 2025.

[35] ZHANG J, XU L, TSAI P. Stackelberg game model for privacy protection. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, 86: 20 – 35.

[36] GONG H, JIN W. Analysis of urban public transit pricing adjustment program evaluation based on trilateral game. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2014, 138: 332 – 339.

[37] SU Y, SI H, CHEN J, et al. Promoting the sustainable development of the recycling market of construction and demolition waste: A stakeholder game perspective. *Journal of Cleaner Production*, 2020, 277: 122281.

[38] SU Y. Multi-agent evolutionary game in the recycling utilization of construction waste. *Science of The Total Environment*, 2020, 738: 139826.

[39] ZHU C, FAN R, LIN J. The impact of renewable portfolio standard on retail electricity market: A system dynamics model of tripartite evolutionary game. *Energy Policy*, 2020, 136: 111072.

[40] WU B, CHENG J, QI Y. Tripartite evolutionary game analysis for “Deceive acquaintances” behavior of e-commerce platforms in cooperative supervision. *Physica A*, 2020, 550: 123892.

[41] SHAN H, YANG J. Promoting the implementation of extended producer responsibility systems in China: A behavioral game perspective. *Journal of Cleaner Production*, 2020, 250: 119446.

[42] WU Jie, CHE Xiaojing, SHENG Yongxiang, et al. Study on government-industry-university-institute collaborative innovation based on tripartite evolutionary game. *Chinese Journal of Management Science*, 2019, 27(1): 162 – 173.
(吴洁, 车晓静, 盛永祥, 等. 基于三方演化博弈的政产学研协同创新机制研究. 中国管理科学, 2019, 27(1): 162 – 173.)

[43] ZHU Lilong, SUN Shuhui. Tripartite evolution game and simulation analysis of food quality and safety supervision under consumer feedback mechanism. *Journal of Chongqing University (Social and Science Edition)*, 2019, 25(3): 94 – 107.
(朱立龙, 孙淑慧. 消费者反馈机制下食品质量安全监管三方演化博弈及仿真分析. 重庆大学学报(社会科学版), 2019, 25(3): 94 – 107.)

[44] CHENG L, YU T. Nash equilibrium-based asymptotic stability analysis of multi-group asymmetric evolutionary games in typical scenario of electricity market. *IEEE Access*, 2018, 6: 32064 – 32086.

[45] LU Lu. Evolutionary game analysis between governments, travel agents and consumers in tourism market. *Journal of Beijing Polytechnic College*, 2016, 15(2): 27 – 30.
(路璐. 旅游市场中政府、旅行社、消费者三方演化博弈行为分析. 北京工业职业技术学院学报, 2016, 15(2): 27 – 30.)

[46] LU Ke, ZHOU Jing, JU Peng. Promotion model and evolution path of car sharing industry based on tripartite game. *Statistics & Decision*, 2019, 35(5): 68 – 72.
(卢珂, 周晶, 鞠鹏. 基于三方博弈的汽车共享产业推广模型及演化路径. 统计与决策, 2019, 35(5): 68 – 72.)

[47] XU Liting, YE Chunming. Research on three party game of haze collaborative government based on evolutionary game theory. *Ecological Economy*, 2018, 34(12): 148 – 152.
(徐莉婷, 叶春明. 基于演化博弈论的雾霾协同治理三方博弈研究. 生态经济, 2018, 34(12): 148 – 152.)

[48] PANG Qinghua, SHEN Yi. Three-party evolutionary game analysis of corruption issue under bounded rationality. *Statistics & Decision*, 2018, 34(14): 36 – 40.
(庞庆华, 沈一. 有限理性下腐败问题的三方演化博弈分析. 统计与决策, 2018, 34(14): 36 – 40.)

[49] ZHAO Daozheng, HAO Jiaqin, YANG Jie, et al. Evolutionary game analysis of the three parties in the sharing economy considering the network externality of the platform. *Control and Decision*, 2019, 35(7): 1741 – 1750.
(赵道政, 郝家芹, 杨洁, 等. 考虑平台网络外部性的分享经济中三方演化博弈分析. 控制与决策, 2019, 35(7): 1741 – 1750.)

[50] CHEN Fuji, HUANG Jiangling. Study of online public opinions evolution based on three-side game. *Information Science*, 2015, 33(9): 22 – 26.
(陈福集, 黄江玲. 三方博弈视角下的网络舆情演化研究. 情报科学, 2015, 33(9): 22 – 26.)

[51] LIU Lianguang, LIU Hongxi, LIU Zifa, et al. Analysis of tripartite asymmetric evolutionary game among wind power enterprises, thermal power enterprises and power grid enterprises under new energy resources integrated. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2015, 45(12): 1297 – 1303.
(刘连光, 刘鸿熹, 刘自发, 等. 新能源接入下风火网三方非对称进化博弈分析. 中国科学: 技术科学, 2015, 45(12): 1297 – 1303.)

[52] ABAPOUR S, NAZARI-HERIS M, MOHAMMADI-IVATLOO B, et al. Game theory approaches for the solution of power system problems: a comprehensive review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2020, 27: 81 – 103.

[53] TAYLOR P, JONKER L. Evolutionary stable strategies and game dynamics. *Mathematical Biosciences*, 1978, 40: 145 – 156.

[54] CHENG Lefeng, YU Tao. Decision-making behavior investigation for general multi-strategy evolutionary games in the spontaneous formation of long-term bidding equilibria of a power generation market. *Proceedings of the CSEE*, 2020, 40(21): 6936 – 6955.
(程乐峰, 余涛. 发电市场长期竞价均衡自发形成过程中的一般多策略演化博弈决策行为研究. 中国电机工程学报, 2020, 40(21): 6936 – 6955.)

[55] CHENG L, ZHANG J, YIN L, et al. General three-population multi-strategy evolutionary games for long-term on-grid bidding of generation-side electricity market. *IEEE Access*, 2021, 9: 5177 – 5198.

[56] WEIBULL J. *Evolutionary GAME THEORY*. Cambridge, MA: MIT Press, 1997: 93 – 98.

作者简介:

程乐峰 博士, 副教授, 目前研究方向为电力系统优化运行与控制、博弈论、电力市场等, E-mail: chenglefeng@gzhu.edu.cn;

杨 汝 博士, 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为电力电子非线性系统分析与控制等, E-mail: yangru@gzhu.edu.cn;

王晓刚 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为新能源发电与微电网技术等, E-mail: wxg@gzhu.edu.cn;

余 涛 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂电力系统的非线性控制理论和仿真等, E-mail: taoyu1@scut.edu.cn.