时滞半Markov跳变神经网络系统事件驱动故障检测滤波器设计

林文娟[1,2], 何　勇[1,2†]

(1. 中国地质大学 自动化学院, 湖北 武汉 430074; 2. 复杂系统先进控制与智能自动化湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430074)

摘要: 本文针对一类具有时滞的半Markov跳变神经网络系统, 研究其基于滤波器的故障检测问题. 首先, 通过引入一种事件驱动通讯机制和一个滤波器, 并将时变时滞以及网络诱导时滞考虑进来, 建立残差系统, 将故障检测问题转化为求解满足一定H_∞性能指标的滤波问题. 然后, 基于Lyapunov-Krasovskii(L–K)泛函方法, 通过利用时滞乘积型L–K泛函思想、积分不等式、改进逆凸矩阵不等式等方法, 以线性矩阵不等式形式给出故障检测滤波器的设计方法. 最后, 数值仿真结果验证本文所设计故障检测滤波器的有效性与优越性.

关键词: 半Markov跳变神经网络; 故障检测; 事件驱动; 时滞; Lyapunov-Krasovskii泛函

引用格式: 林文娟, 何勇. 时滞半Markov跳变神经网络系统的事件驱动故障检测滤波器设计. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1341 – 1350

DOI: 10.7641/CTA.2021.00502

Event-triggered fault detection filter design for semi-Markov jump neural networks with time delays

LIN Wen-juan[1,2], HE Yong[1,2†]

(1. School of Automation, China University of Geosciences, Wuhan Hubei 430074, China;
2. Hubei Key Laboratory of Advanced Control and Intelligent Automation for Complex Systems, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: In this paper, the problem of fault detection is addressed for delayed semi-Markov jump neural networks based on an event-triggered communication scheme. By introducing a filter, the addressed fault detection problem is converted into an H_∞ filtering problem. Then, based on the Lyapunov-Krasovskii functional theory, by constructing a delay-product-Lyapunov-Krasovskii functional and using the improved reciprocally convex combination approach, a fault detection filter that guarantees the asymptotic stability and the desired H_∞ performance of the residual system is designed. Finally, numerical simulations are provided to illustrate the effectiveness and superiority of the presented results.

Key words: semi-Markov jump neural networks; fault detection; event-triggered: time delays; Lyapunov-Krasovskii functional

Citation: LIN Wenjuan, HE Yong. Event-triggered fault detection filter design for semi-Markov jump neural networks with time delays. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1341 – 1350

1　引言

人工神经网络是一类模仿人脑神经突触连接进行信息处理, 模仿其记忆、推理和计算能力的数学型. 近年来, 人工神经网络逐渐成为机器学习、人工智能等领域的热点研究话题[1]. 在实现人工神经网络过程中, 由于硬件电路中放大器开关速率和信号传输速度的限制, 不可避免地会遇到时滞现象[2]. 时滞的存在往往会导致系统性能下降, 给系统分析设计以及应用带来困难[3]. 因此, 考虑时滞对神经网络的影响, 并对其进行分析与综合具有重要理论价值和实际意义. 鉴于Markov过程在刻画实际动力系统的有效性, 以及其在工业过程、生物医疗、社会经济等领域中强大的建模能力, 在对人工神经网络建模时引入Markov跳变特性具有重要的实际意义[4]. 近年来, 学者们也因此开展了大量关于Markov跳变时滞神经网络系统的研究, 包含耗散性分析[2]、可达集估计[3]、稳定性分析[4]、同步问题[5]、状态估计[6]等.

传统控制系统都是采用时间驱动的方式, 即周期

收稿日期: 2020−08−03; 录用日期: 2021−05−08.
†通信作者. E-mail: heyong08@cug.edu.cn; Tel.: +86 27-87175080.
本文责任编委: 周东华.
国家自然科学基金项目(61973284), 湖北省自然科学基金项目(2019CFA040), 111计划项目(B17040), 中国地质大学(武汉)中央高校基本科研业务费项目资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61973284), the Hubei Provincial Natural Science Foundation of China (2019CFA 040), the 111 Project (B17040), and the Fundamental Research Funds for National Universities, China University of Geosciences (Wuhan).

性地更新控制信号、采集信息. 这种基于时间驱动的控制策略通常会造成不必要的通信资源浪费[7], 而为了降低这种浪费, 有学者提出了事件触发机制[8]. 在这种机制下, 只有在满足预定义的事件触发条件时才传输信号. 受此启发, 学者们又提出了许多改进的事件触发机制, 如动态事件触发机制[9]、切换事件触发机制[10]、自适应事件触发机制[11]等.

近年来, 随着实际工业过程中对安全性和可靠性要求的提高, 故障检测技术被广泛应用于航天、汽车和制造业等领域, 各类控制系统的故障检测问题也受到了学者们越来越多重视. 目前关于各类控制系统故障检测问题的研究已有不少成果, 如非线性系统[12–13]、Markov 跳变系统[14]、网络化控制系统[15–16]、T–S模糊系统[17]. 同时, 由于事件触发机制的优点, 事件触发机制下的故障检测问题同样引起了学者们浓厚兴趣, 并开展了大量的研究工作[18–20].

在将Markov跳变神经网络应用于实际问题时, 可能会遇到元器件失调、参数漂移、环境突然变化等意外现象, 这就导致许多Markov跳变神经网络在实际应用中不可避免地会遇到故障. 例如, 在Markov跳变神经网络的模拟电路中, 通常需要用到运算放大器等无法在高温高压下工作的电路元器件, 因此当温度突然升高时, Markov跳变神经网络电路就会发生元器件故障, 因而导致Markov跳变神经网络电路无法达到预期的目的. 因此, 研究Markov跳变神经网络系统的故障检测问题具有重要的实际意义. 而考虑到Markov切换系统的逗留时间是一个服从指数分布的随机变量, 这就使其转移概率矩阵是时不变函数矩阵, 许多实际的神经网络常常不能满足这一理想假设. 相比较Markov过程, 半Markov跳变过程放宽了转移概率的限制条件, 半Markov跳变神经网络系统的故障检测也就具有更重要的研究价值. 但目前还并没有出现针对这一问题的相关研究.

基于此, 本文将针对具有时滞的半Markov跳变神经网络系统, 研究其故障检测问题. 通过构造一个故障检测滤波器, 生成一个残差信号, 将故障检测问题转化成求解满足H_∞性能指标的滤波问题, 然后基于Lyapunov-Krasovskii (L–K)泛函方法, 解决时滞半Markov跳变神经网络系统的故障检测问题. 本文的主要创新点如下所示:

1) 首次考虑了时滞半Markov跳变神经网络系统的故障检测问题;

2) 采用了一种事件驱动触发机制以及一个加权故障模型, 节约了网络资源并提高了故障检测精度;

3) 通过构造一个时滞乘积型L–K泛函, 并利用Writinger积分不等式结合改进逆凸矩阵不等式的方法估计L–K泛函弱无穷小算子, 得到了以线性矩阵不等式表达的故障检测滤波器设计方法.

最终, 通过数值仿真验证所提方法的有效性和优越性.

注 1 本文采用以下记号: $\mathbb{R}^n$和$\mathbb{R}^{m\times n}$分别表示实数域的n维向量空间和$m\times n$维矩阵空间, $\mathcal{L}_2(0,\infty)$表示在$(0,\infty)$上平方可积的函数集合, $P>0\ (\geqslant 0)$表示P是正定(半正定)矩阵, $\mathrm{diag}\{\cdots\}$表示块对角矩阵, I表示适当维数的单位矩阵, $*$表示矩阵由对称性得到的元素, $\mathrm{Sym}\{X\}=X+X^{\mathrm{T}}$.

2 系统与问题描述

本文研究基于模型的半Markov跳变神经网络故障检测问题, 其结构图如图1所示. 其主要思想是: 系统的测量输出以等周期的形式进行采样后传输到事件触发器, 依据事先设定的触发条件对采样信息进行筛选并选择性发送, 然后通过设计一个故障检测滤波器来建立残差信号, 最后通过诊断逻辑比较残差评估函数与阈值确定系统是否出现故障.

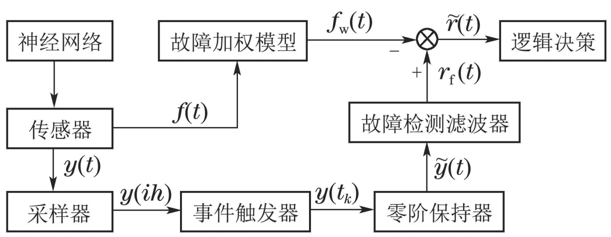

图 1 半Markov跳变神经网络事件驱动故障检测问题结构图

Fig. 1 Framework of event-based fault detection filtering for S-MNNs

2.1 系统描述

考虑如下所示的半Markov跳变神经网络系统:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=-D(r_t)x(t)+A(r_t)g(x(t))+\\ \qquad B(r_t)g(x(t-\tau(t)))+\\ \qquad M(r_t)\omega(t)+N(r_t)f(t),\\ y(t)=C(r_t)x(t),\end{cases}\tag{1}$$

其中: $x(t)=[x_1(t)\ x_2(t)\ \cdots\ x_n(t)]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^n$是神经元状态向量, $y(t),f(t)\in\mathbb{R}^p$分别是神经元的测量输出和故障信号, $\omega(t)\in\mathbb{R}^p$是隶属于$\mathcal{L}_2(0,\infty)$的外部扰动输入, $\tau(t)$为区间时变时滞, 满足

$$0\leqslant\tau(t)\leqslant\bar{\tau},\ \dot{\tau}(t)\leqslant\mu\leqslant 1,\tag{2}$$

这里$\bar{\tau},\mu$为已知的正实数. $g(x(t))=[g_1(x_1(t))\ g_2(x_2(t))\ \cdots\ g_n(x_n(t))]^{\mathrm{T}}$表示神经网络的激励函数, 满足下列Lipschitz条件:

$$v_i^-\leqslant\frac{g_i(\alpha_1)-g_i(\alpha_2)}{\alpha_1-\alpha_2}\leqslant v_i^+,\ i=1,2,\cdots,n,\tag{3}$$

其中: $\alpha_1\neq\alpha_2$, $g_i(0)=0$, $\bar{V}=\mathrm{diag}\{v_1^+,v_2^+,\cdots,v_n^+\}$, $\underline{V}=\mathrm{diag}\{v_1^-,v_2^-,\cdots,v_n^-\}$是已知常数矩阵. 随机过程$\{r_t,t>0\}$是一个连续时间齐次半Markov过程, 满足$r_t\in\mathcal{M}=\{1,2,\cdots,m\}$, 其转移概率满足

$$P\{r_{t+\hbar}=q|r_t=p\}=\begin{cases}\pi_{pq}(\hbar)\hbar+\mathrm{o}(\hbar), & p\neq q,\\ 1+\pi_{pp}(\hbar)\hbar+\mathrm{o}(\hbar), & p=q,\end{cases}$$

其中: $\hbar>0$, $\lim\limits_{\hbar\to 0}\dfrac{\mathrm{o}(\hbar)}{\hbar}=0$, $\mathrm{o}(\hbar)$为$\hbar$的无穷小量, $\pi_{pq}(\hbar)\geqslant 0\ (p,q\in\mathcal{M},p\neq q)$为模态$p$到模态$q$的转移概率, 满足

$$\pi_{pp}(\hbar)=-\sum_{q=1,q\neq p}^{m}\pi_{pq}(\hbar),$$

$D(r_t), A(r_t), B(r_t), M(r_t), N(r_t)$和$C(r_t)$是已知的模态相关系统矩阵, 对于$r(t)=p\in\mathcal{M}$, 分别表示为$D_{\mathrm{p}}, A_{\mathrm{p}}, B_{\mathrm{p}}, M_{\mathrm{p}}, N_{\mathrm{p}}$和$C_{\mathrm{p}}$.

注 2　半Markov过程的转移概率是时变的, 依赖于其驻留时间$\hbar$, 同时其驻留时间函数分布可以服从指数分布、韦伯分布、高斯分布等[21]. 而当它的驻留时间函数服从指数分布时, 它的转移概率就是常数, 也就退化为普通的Markov过程. 另一方面, 在很多实际过程中, 半Markov过程的转移概率$\pi_{pq}(\hbar)$通常是有界的, 满足$\pi_{pq}^{-}\leqslant\pi_{pq}(\hbar)\leqslant\pi_{pq}^{+}$. 在这种情况下, 它就满足如下的自然假设[22]:

$$\pi_{pq}(\hbar)=\sum_{u=1}^{\mathcal{U}}\zeta_u\pi_{pq,u},\tag{4}$$

这里:

$$\sum_{u=1}^{\mathcal{U}}\zeta_u=1,\ \zeta_u\geqslant 0,$$

$$\pi_{pq,u}=\begin{cases}\pi_{pq}^{-}+(u-1)\dfrac{\pi_{pq}^{+}-\pi_{pq}^{-}}{\mathcal{U}-1}, & p\neq q,\\ \pi_{pq}^{+}-(u-1)\dfrac{\pi_{pq}^{+}-\pi_{pq}^{-}}{\mathcal{U}-1}, & p=q.\end{cases}$$

为减少系统中冗余控制信号的发送频率、有效节约网络资源, 在故障检测滤波器与传感器之间添加了事件触发器. 系统由采样周期为h的传感器进行周期采样, 传输给事件触发器, 事件触发器将按照事件触发条件传输信号. 记事件触发器的触发时刻为$t_0, t_1, t_2, \cdots$, 事件触发器最新传输出去的状态为$y(t_k)$, 当前的采样信号$y(t_k+ih)$只有在满足如下的事件触发条件时才会传输到故障检测滤波器

$$[y(t_k+ih)-y(t_k)]^{\mathrm{T}}\varOmega[y(t_k+ih)-y(t_k)]\leqslant\varrho y^{\mathrm{T}}(t_k+ih)\varOmega y(t_k+ih),\tag{5}$$

其中: $\varOmega$是待定的正定矩阵, ϱ是阈值. 定义网络通信中存在网络诱导时滞d_k, 其中$d_k\in[0,\bar{d}_k]$, $\bar{d}_k$是已知正实数. 那么事件触发器传输出去的数据到达零阶保持器的时刻分别为$t_0+d_0, t_1+d_1, t_2+d_2,\cdots$. 接着, 根据零阶保持器的性质, 故障检测滤波器的输入信号就可以表示为

$$\tilde{y}(t)=y(t_k), t\in(t_k+d_k, t_{k+1}+d_{k+1}).\tag{6}$$

注 3　注意到当研究对象在当前时刻没有显著变化时, 采用时间驱动的控制策略就会造成很大程度上的资源浪费. 基于此本文采用了事件驱动的触发机制, 使采样间隔视系统性能所达需求而定, 也就是只有在满足事件触发条件(5)时才传输信号, 节约了网络资源.

注 4　考虑到式(6)中输入向量$\tilde{y}(t)$的存在给滤波器设计带来一定困难, 基于文献[23]提出的思想, 通过定义状态误差函数$e_k(t)$和网络允许的等效时延$d(t)$, 其中$0\leqslant d(t)\leqslant h+d_k=\bar{d}$, 事件驱动条件(5)就可以表示为

$$e_k^{\mathrm{T}}(t)\varOmega e_k(t)\leqslant\varrho y^{\mathrm{T}}(t-d(t))\varOmega y(t-d(t)).\tag{7}$$

同时, $\tilde{y}(t)$就可以表示为

$$\tilde{y}(t)=y(t-d(t))-e_k(t).\tag{8}$$

为实现对半Markov跳变神经网络(1)的故障检测, 本文引入具有如下形式的滤波器:

$$\begin{cases}\dot{x}_{\mathrm{f}}(t)=A_{\mathrm{fp}}x_{\mathrm{f}}(t)+B_{\mathrm{fp}}\tilde{y}(t),\\ r_{\mathrm{f}}(t)=C_{\mathrm{fp}}x_{\mathrm{f}}(t),\end{cases}\tag{9}$$

其中: $x_{\mathrm{f}}(t)\in\mathbb{R}^n$, $\tilde{y}(t)\in\mathbb{R}^p$分别表示滤波器的状态向量和输入向量, $r_{\mathrm{f}}(t)$表示与故障维数相容的残差向量, $A_{\mathrm{fp}}, B_{\mathrm{fp}}, C_{\mathrm{fp}}$是待求的滤波器增益矩阵.

同时, 为提高故障检测性能, 本文引入一个故障的加权矩阵函数$f_{\mathrm{w}}(t)$, 定义为$f_{\mathrm{w}}(s)=W(s)f(s)$, 其中$W(s)$是给定的加权矩阵, $f(s)$和$f_{\mathrm{w}}(s)$分别为$f(t)$和$f_{\mathrm{w}}(t)$的Laplace变换. 函数$f_{\mathrm{w}}(s)$的一个状态空间实现可以表示为

$$\begin{cases}\dot{x}_{\mathrm{w}}(t)=A_{\mathrm{w}}x_{\mathrm{w}}(t)+B_{\mathrm{w}}f(t),\\ f_{\mathrm{w}}(t)=C_{\mathrm{w}}x_{\mathrm{w}}(t)+D_{\mathrm{w}}f(t),\end{cases}\tag{10}$$

其中: $x_{\mathrm{w}}(t)\in\mathbb{R}^p$为状态向量, $A_{\mathrm{w}}, B_{\mathrm{w}}, C_{\mathrm{w}}, D_{\mathrm{w}}$为常数矩阵.

接着, 定义$\tilde{x}(t)=[x^{\mathrm{T}}(t)\ \ x_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(t)\ \ x_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $v(t)=[\omega^{\mathrm{T}}(t)\ \ f^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{r}(t)=r_{\mathrm{f}}(t)-f_{\mathrm{w}}(t)$, 通过式(1)、式(6)–(10), 就可以获得如下的残差系统:

$$\begin{cases}\dot{\tilde{x}}(t)=\tilde{D}\tilde{x}(t)+\tilde{A}g(x(t))+\tilde{B}g(x(t-\tau(t)))+\\ \qquad\tilde{M}v(t)+\tilde{C}_1x(t-d(t))+\tilde{C}_2e_k(t),\\ \tilde{r}(t)=\tilde{N}_1\tilde{x}(t)+\tilde{N}_2v(t),\end{cases}\tag{11}$$

其中:

$$\tilde{D}=\begin{bmatrix}D_{\mathrm{p}} & 0 & 0\\ 0 & A_{\mathrm{fp}} & 0\\ 0 & 0 & A_{\mathrm{w}}\end{bmatrix},\ \tilde{M}=\begin{bmatrix}M_{\mathrm{p}} & N_{\mathrm{p}}\\ 0 & 0\\ 0 & B_{\mathrm{w}}\end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_1=\begin{bmatrix}0\\ B_{\mathrm{fp}}C_{\mathrm{p}}\\ 0\end{bmatrix},\ \tilde{A}=[A_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{B}=[B_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}},\ \tilde{C}_2=[0\ \ -B_{\mathrm{fp}}^{\mathrm{T}}\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{N}_1=[0\ \ C_{\mathrm{fp}}\ \ -C_{\mathrm{w}}],\ \tilde{N}_2=[0\ \ -D_{\mathrm{w}}].$$

2.2 问题描述

本文的目的在于设计形如式(9)的故障检测滤波器, 使得:

1) 残差系统(11)在$v(t)=0$情况下全局渐近稳定;

2) 在零初始条件下, 对于给定的$\gamma>0$以及非零$v(t)$, 冗余误差$\tilde{r}(t)$满足如下的H_∞性能:

$$\int_0^\infty \tilde{r}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{r}(t)\mathrm{d}t \leqslant \gamma^2\int_0^\infty v^{\mathrm{T}}(t)v(t)\mathrm{d}t.$$

除此之外, 本文将采用以下残差评估机制检测故障是否发生:

$$\begin{cases} J(r)>J_{\mathrm{th}} \Rightarrow \text{有故障} \Rightarrow \text{报警},\\ J(r)\leqslant J_{\mathrm{th}} \Rightarrow \text{无故障}, \end{cases} \tag{12}$$

其中:

$$J(r)\triangleq\int_{t_1}^{t_2} r_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(s)r_{\mathrm{f}}(s)\mathrm{d}s,\ J_{\mathrm{th}}\triangleq\sup_{f(t)=0}J(r),$$

这里, t_1为事件触发机制下的初始评价时刻, t_2为最后一次评价时刻.

下面给出本文推导主要结果时用到的主要引理.

引理 1[24] 对于在$[\beta,\alpha]\rightarrow\mathbb{R}^n$内变化的可微函数$\varpi$及正定对称矩阵$R$, 下列不等式成立:

$$\int_\beta^\alpha \dot{\varpi}^{\mathrm{T}}(s)R\dot{\varpi}(s)\mathrm{d}s\geqslant \frac{1}{\alpha-\beta}\chi_1^{\mathrm{T}}R\chi_1+\frac{3}{\alpha-\beta}\chi_2^{\mathrm{T}}R\chi_2,$$

其中:

$$\chi_1=\varpi(\alpha)-\varpi(\beta),$$
$$\chi_2=\varpi(\alpha)+\varpi(\beta)-\frac{2}{\alpha-\beta}\int_\beta^\alpha\varpi(s)\mathrm{d}s.$$

引理 2[25] 对于正实数$0<\alpha<1$, 正定对称矩阵X,Y, 以及任意矩阵N, 下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{\alpha}X & 0\\ 0 & \frac{1}{1-\alpha}Y\end{bmatrix}\geqslant\begin{bmatrix}X+(1-\alpha)T_1 & N\\ * & Y+\alpha T_2\end{bmatrix},$$

其中: $T_1=X-NY^{-1}N^{\mathrm{T}},\ T_2=Y-N^{\mathrm{T}}X^{-1}N.$

3 故障检测滤波器设计

本节将基于L–K泛函方法, 研究半Markov跳变神经网络系统(1)的故障检测问题. 为了简化推导中的表示, 首先定义如下向量和符号:

$$\begin{aligned}\xi(t)=[&x^{\mathrm{T}}(t)\ x_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(t)\ x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\ x^{\mathrm{T}}(t-\bar{\tau})\\ &x^{\mathrm{T}}(t-d(t))\ x^{\mathrm{T}}(t-\bar{d})\ g^{\mathrm{T}}(x(t))\\ &g^{\mathrm{T}}(x(t-\tau(t)))\ \upsilon_1^{\mathrm{T}}(t)\ \upsilon_2^{\mathrm{T}}(t)\ \upsilon_3^{\mathrm{T}}(t)\\ &\upsilon_4^{\mathrm{T}}(t)\ x_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}(t)\ e_k^{\mathrm{T}}(t)\ f^{\mathrm{T}}(t)\ \omega^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},\end{aligned}$$

$$e_i=[0_{n\times(i-1)n}\ I_n\ 0_{n\times((12-i)n+4p)}],\ i=1,2,\cdots,12,$$

$$e_{i+12}=[0_{p\times12n}\ 0_{p\times(i-1)p}\ I_{\mathrm{p}}\ 0_{p\times((4-i)p)}],\ i=1,2,3,4,$$

$$\upsilon_1(t)=\int_{t-\tau(t)}^t\frac{x(s)}{\tau(t)}\mathrm{d}s,$$
$$\upsilon_2(t)=\int_{t-\bar{\tau}}^{t-\tau(t)}\frac{x(s)}{\bar{\tau}-\tau(t)}\mathrm{d}s,$$
$$\upsilon_3(t)=\int_{t-d(t)}^t\frac{x(s)}{d(t)}\mathrm{d}s,$$
$$\upsilon_4(t)=\int_{t-\bar{d}}^{t-d(t)}\frac{x(s)}{\bar{d}-d(t)}\mathrm{d}s.$$

3.1 残差系统H_∞性能分析

本节将给出残差系统(11)的H_∞性能分析, 为后面的故障检测滤波器设计提供基础.

定理 1 对于给定标量$\bar{\tau},\bar{d},\mu$, 如果存在正实数ϱ, 正定对称矩阵$P_{\mathrm{p}},Z_{\mathrm{p}},W_{\mathrm{p}},U_{\mathrm{p}},R_1,R_2,Q_1,Q_2,Q_3$, 正定对角矩阵$H_i=\mathrm{diag}\{\hbar_{i1},\hbar_{i2},\cdots,\hbar_{in}\},\varLambda_i\ (i=1,2)$, 以及任意矩阵$G_{\mathrm{p}},X,Y$, 使得如下的线性矩阵不等式对于$\forall p\in\mathcal{M},\forall u\in\mathcal{U}$成立:

$$\begin{bmatrix}\varXi|_{\tau(k)=0,d(k)=0} & E_1^{\mathrm{T}}X & E_3^{\mathrm{T}}Y\\ * & -\tilde{R}_1 & 0\\ * & * & -\tilde{R}_2\end{bmatrix}<0, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix}\varXi|_{\tau(k)=\bar{\tau},d(k)=0} & E_2^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}} & E_3^{\mathrm{T}}Y\\ * & -\tilde{R}_1 & 0\\ * & * & -\tilde{R}_2\end{bmatrix}<0, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\varXi|_{\tau(k)=0,d(k)=\bar{d}} & E_1^{\mathrm{T}}X & E_4^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}\\ * & -\tilde{R}_1 & 0\\ * & * & -\tilde{R}_2\end{bmatrix}<0, \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix}\varXi|_{\tau(k)=\bar{\tau},d(k)=\bar{d}} & E_2^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}} & E_4^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}\\ * & -\tilde{R}_1 & 0\\ * & * & -\tilde{R}_2\end{bmatrix}<0, \tag{16}$$

其中:

$$\varXi=\varPhi_0+\varPhi_1+\varPhi_2+\varPhi_3+\varPhi_4+\varPi_3^{\mathrm{T}}\varPi_3-\gamma^2\varPi_4^{\mathrm{T}}\varPi_4,$$

$$\begin{aligned}\varPhi_0=&\mathrm{Sym}\{(e_7-\underline{V}e_1)^{\mathrm{T}}\varLambda_1(\bar{V}e_1-e_7)+\\ &(e_8-\underline{V}e_3)^{\mathrm{T}}\varLambda_2(\bar{V}e_3-e_8)\}+\\ &\varrho e_5^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}\varOmega C_{\mathrm{p}}e_5-e_{14}^{\mathrm{T}}\varOmega e_{14},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varPhi_1=&\mathrm{Sym}\{\varPi_1^{\mathrm{T}}\varTheta_{\mathrm{p}}\varPi_2+\tau(t)e_1^{\mathrm{T}}U_{\mathrm{p}}\ell_1\}+\mu e_1^{\mathrm{T}}U_{\mathrm{p}}e_1+\\ &\sum_{q\in\mathcal{M}}\pi_{pq,u}(\varPi_1^{\mathrm{T}}\varTheta_q\varPi_1+\tau(t)e_1^{\mathrm{T}}U_qe_1),\end{aligned}$$

$$\varPhi_2=\mathrm{Sym}\{e_7^{\mathrm{T}}(H_1-H_2)\ell_1+e_1^{\mathrm{T}}(\bar{V}H_2-\underline{V}H_1)\ell_1\},$$

$$\begin{aligned}\varPhi_3=&e_1^{\mathrm{T}}(Q_1+Q_2+Q_3)e_1-(1-\mu)e_3^{\mathrm{T}}Q_1e_3-\\ &e_4^{\mathrm{T}}Q_2e_4-e_6^{\mathrm{T}}Q_3e_6,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varPhi_4=&\ell_1^{\mathrm{T}}(\bar{\tau}^2R_1+\bar{d}^2R_2)\ell_1-E_{12}^{\mathrm{T}}\mathcal{R}_\tau E_{12}-\\ &E_{34}^{\mathrm{T}}\mathcal{R}_{\mathrm{d}}E_{34},\end{aligned}$$

$\mathit{\Pi}_1=[e_1^{\rm T}\ \ e_2^{\rm T}\ \ e_{13}^{\rm T}]^{\rm T}$, $\mathit{\Pi}_2=[\ell_1^{\rm T}\ \ \ell_2^{\rm T}\ \ \ell_3^{\rm T}]^{\rm T}$,

$\mathit{\Pi}_3=C_{\rm fp}e_2-C_{\rm w}e_{13}-D_{\rm w}e_{15}$, $\mathit{\Pi}_4=[e_{16}^{\rm T}\ \ e_{15}^{\rm T}]^{\rm T}$,

$\ell_1=-D_{\rm p}e_1+A_{\rm p}e_7+B_{\rm p}e_8+N_{\rm p}e_{15}+M_{\rm p}e_{16}$,

$\ell_2=A_{\rm fp}e_2+B_{\rm fp}C_{\rm p}e_5-B_{\rm fp}e_{14}$,

$\ell_3=A_{\rm w}e_{13}+B_{\rm w}e_{15}$,

$E_1=\begin{bmatrix}e_1-e_3\\ e_1+e_3-2e_9\end{bmatrix}$, $E_2=\begin{bmatrix}e_3-e_4\\ e_3+e_4-2e_{10}\end{bmatrix}$,

$E_3=\begin{bmatrix}e_1-e_5\\ e_1+e_5-2e_{11}\end{bmatrix}$, $E_4=\begin{bmatrix}e_5-e_6\\ e_5+e_6-2e_{12}\end{bmatrix}$,

$E_{12}=[E_1^{\rm T}\ \ E_2^{\rm T}]^{\rm T}$, $E_{34}=[E_3^{\rm T}\ \ E_4^{\rm T}]^{\rm T}$,

$\mathcal{R}_\tau=\begin{bmatrix}\dfrac{2\bar\tau-\tau(k)}{\bar\tau}\tilde R_1 & X\\ * & \dfrac{\bar\tau+\tau(k)}{\bar\tau}\tilde R_1\end{bmatrix}$,

$\mathcal{R}_{\rm d}=\begin{bmatrix}\dfrac{2d_M-d(k)}{d_M}\tilde R_2 & Y\\ * & \dfrac{d_M+d(k)}{d_M}\tilde R_2\end{bmatrix}$,

$\tilde R_i=\begin{bmatrix}R_i & 0\\ 0 & 3R_i\end{bmatrix}$, $i=1,2$,

$\mathit{\Theta}_{\rm p}=\begin{bmatrix}P_{\rm p} & G_{\rm p} & 0\\ G_{\rm p}^{\rm T} & Z_{\rm p} & 0\\ 0 & 0 & W_{\rm p}\end{bmatrix}$,

那么, 残差系统(11)在$v(t)=0$情况下渐近稳定, 同时在零初始条件下满足$\rm H_\infty$性能指标γ.

证 构造如下形式的L–K泛函:

$$V(t)=\sum_{i=1}^{4}V_i(t), \tag{17}$$

其中:

$$V_1(t)=\tilde x^{\rm T}(t)\mathit{\Theta}_{\rm p}\tilde x(t)+\tau(t)x^{\rm T}(t)U_{\rm p}x(t),$$
$$V_2(t)=2\sum_{i=1}^{n}\int_0^{x_i(t)}[\hbar_{1i}(g_i(s)-v_i^-s)+\hbar_{2i}(v_i^+s-g_i(s))]{\rm d}s,$$
$$V_3(t)=\int_{t-\tau(t)}^{t}x^{\rm T}(s)Q_1x(s){\rm d}s+\int_{t-\bar\tau}^{t}x^{\rm T}(s)Q_2x(s){\rm d}s+\int_{t-\bar d}^{t}x^{\rm T}(s)Q_3x(s){\rm d}s,$$
$$V_4(t)=\bar\tau\int_{-\bar\tau}^{0}\int_{t+\theta}^{t}x^{\rm T}(s)R_1x(s){\rm d}s{\rm d}\theta+\bar d\int_{-\bar d}^{0}\int_{t+\theta}^{t}x^{\rm T}(s)R_2x(s){\rm d}s{\rm d}\theta.$$

定义$\mathcal{L}$为$(x(t),r_t,t\geqslant0)$的弱无穷小算子, 沿残差系统(11)计算$\mathcal{L}V(t)$, 可得

$$\begin{aligned}\mathcal{L}V_1(t)=&\,2\dot{\tilde x}^{\rm T}(t)\mathit{\Theta}_{\rm p}\tilde x(t)+2\tau(t)\dot x^{\rm T}(t)U_{\rm p}x(t)+\\&\dot\tau(t)x^{\rm T}(t)U_{\rm p}x(t)+\sum_{q\in\mathcal{M}}\pi_{pq}(\hbar)\times\\&(\tilde x^{\rm T}(t)\mathit{\Theta}_{\rm q}\tilde x(t)+\tau(t)x^{\rm T}(t)U_{\rm q}x(t))\leqslant\\&\xi^{\rm T}(t)(\sum_{u\in\mathcal{U}}\zeta_u\mathit{\Phi}_1)\xi(t),\end{aligned}\tag{18}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}V_2(t)=&\,2g^{\rm T}(x(t))(H_1-H_2)\dot x(t)+\\&2x^{\rm T}(t)(\bar VH_2-\underline{V}H_1)\dot x(t)=\\&\xi^{\rm T}(t)\mathit{\Phi}_2\xi(t),\end{aligned}\tag{19}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}V_3(t)=&\,x^{\rm T}(t)(Q_1+Q_2+Q_3)x(t)-\\&(1-\dot\tau(t))x^{\rm T}(t-\tau(t))Q_1x(t-\tau(t))-\\&x^{\rm T}(t-\bar\tau)Q_2x(t-\bar\tau)-\\&x^{\rm T}(t-\bar d)Q_3x(t-\bar d)\leqslant\\&\xi^{\rm T}(t)\mathit{\Phi}_3\xi(t),\end{aligned}\tag{20}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}V_4(t)=&\,\bar\tau^2\dot x^{\rm T}(t)R_1\dot x(t)-\\&\bar\tau\int_{t-\bar\tau}^{t}\dot x^{\rm T}(s)R_1\dot x(s){\rm d}s+\\&\bar d^2\dot x^{\rm T}(t)R_2\dot x(t)-\\&\bar d\int_{t-\bar d}^{t}\dot x^{\rm T}(s)R_2\dot x(s){\rm d}s.\end{aligned}\tag{21}$$

借助Writinger不等式(引理1)估计式(21)中R_1相关的积分项, 可得

$$\begin{aligned}&-\bar\tau\int_{t-\bar\tau}^{t}\dot x^{\rm T}(s)R_1\dot x(s){\rm d}s=\\&-\bar\tau\int_{t-\tau(t)}^{t}\dot x^{\rm T}(s)R_1\dot x(s){\rm d}s-\\&\bar\tau\int_{t-\bar\tau}^{t-\tau(t)}\dot x^{\rm T}(s)R_1\dot x(s){\rm d}s\leqslant\\&-\frac{\bar\tau}{\tau(t)}\kappa_1^{\rm T}\tilde R_1\kappa_1-\frac{\bar\tau}{\bar\tau-\tau(t)}\kappa_2^{\rm T}\tilde R_1\kappa_2,\end{aligned}\tag{22}$$

其中:

$$\kappa_1=\begin{bmatrix}x(t)-x(t-\tau(t))\\ x(t)+x(t-\tau(t))-2\upsilon_1(t)\end{bmatrix},$$
$$\kappa_2=\begin{bmatrix}x(t-\tau(t))-x(t-\bar\tau)\\ x(t-\tau(t))+x(t-\bar\tau)-2\upsilon_2(t)\end{bmatrix}.$$

接着, 利用改进逆凸矩阵不等式(引理2)对上式进行进一步估计可得

$$\begin{aligned}&-\frac{\bar\tau}{\tau(t)}\kappa_1^{\rm T}(t)\tilde R_1\kappa_1-\frac{\bar\tau}{\bar\tau-\tau(t)}\kappa_2^{\rm T}(t)\tilde R_1\kappa_2\leqslant\\&\frac{\bar\tau}{\bar\tau-\tau(t)}\kappa_1^{\rm T}X\tilde R_1^{-1}X^{\rm T}\kappa_1+\frac{\bar\tau}{\tau(t)}\kappa_2^{\rm T}X^{\rm T}\tilde R_1^{-1}X\kappa_2-\\&\begin{bmatrix}\kappa_1\\ \kappa_2\end{bmatrix}^{\rm T}\begin{bmatrix}\dfrac{2\bar\tau-\tau(k)}{\bar\tau}\tilde R_1 & X\\ * & \dfrac{\bar\tau+\tau(k)}{\bar\tau}\tilde R_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\kappa_1\\ \kappa_2\end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{23}$$

使用与上述相同方法估计式(21)中R_2相关的积分

项, 可得:

$$
\begin{aligned}
&-\bar{d}\int_{t-\bar{d}}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)R_2\dot{x}(s)\mathrm{d}s \leqslant \\
&-\begin{bmatrix}\kappa_3\\ \kappa_4\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\dfrac{2\bar{d}-d(k)}{\bar{d}}\tilde{R}_2 & Y\\ * & \dfrac{\bar{d}+d(k)}{\bar{d}}\tilde{R}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\kappa_3\\ \kappa_4\end{bmatrix}+\\
&\frac{\bar{d}}{\bar{d}-d(t)}\kappa_3^{\mathrm{T}}Y\tilde{R}_2^{-1}Y^{\mathrm{T}}\kappa_3+\frac{\bar{d}}{d(t)}\kappa_4^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}\tilde{R}_2^{-1}Y\kappa_4,
\end{aligned} \tag{24}
$$

其中:

$$
\kappa_3=\begin{bmatrix}x(t)-x(t-d(t))\\ x(t)+x(t-d(t))-2\upsilon_3(t)\end{bmatrix},
$$

$$
\kappa_4=\begin{bmatrix}x(t-d(t))-x(t-\bar{d})\\ x(t-d(t))+x(t-\bar{d})-2\upsilon_4(t)\end{bmatrix}.
$$

联合式(21)–(24), 可得

$$
\mathcal{L}V_4(t)\leqslant \xi^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\varPhi}_4\xi(t), \tag{25}
$$

这里

$$
\begin{aligned}
\tilde{\varPhi}_4=\varPhi_4&+\frac{\bar{\tau}-\tau(t)}{\bar{\tau}}E_1^{\mathrm{T}}X\tilde{R}_1^{-1}X^{\mathrm{T}}E_1+\\
&\frac{\tau(t)}{\bar{\tau}}E_2^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}}\tilde{R}_1^{-1}XE_2+\\
&\frac{\bar{d}-d(t)}{\bar{d}}E_3^{\mathrm{T}}Y\tilde{R}_2^{-1}Y^{\mathrm{T}}E_3+\\
&\frac{d(t)}{\bar{d}}E_4^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}\tilde{R}_2^{-1}YE_4.
\end{aligned}
$$

接着, 基于激励函数假设条件(3), 有如下不等式成立:

$$
0\leqslant 2[g^{\mathrm{T}}(x(t))-\underline{V}x^{\mathrm{T}}(t)]\varLambda_1[\bar{V}x(t)-g(x(t))], \tag{26}
$$

$$
\begin{aligned}
0\leqslant\ &2[g^{\mathrm{T}}(x(t-\tau(t)))-\underline{V}x^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))]\varLambda_2\times\\
&[\bar{V}x(t-\tau(t))-g(x(t-\tau(t)))].
\end{aligned} \tag{27}
$$

同时, 基于事件通讯机制(7), 如下不等式成立:

$$
\begin{aligned}
0\leqslant\ &\varrho x^{\mathrm{T}}(t-d(t))C_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}}\varOmega C_{\mathrm{p}}x(t-d(t))-\\
&e_k^{\mathrm{T}}(t)\varOmega e_k(t).
\end{aligned} \tag{28}
$$

考虑残差系统(11)的H_∞性能, 定义函数

$$
\mathcal{J}(t)=\tilde{r}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{r}(t)-\gamma^2v^{\mathrm{T}}(t)v(t). \tag{29}
$$

联合式(18)–(29)就有

$$
\begin{aligned}
&\int_0^\infty[\mathcal{L}V(t)+\mathcal{J}(t)]\mathrm{d}t\leqslant\\
&\int_0^\infty[\xi^{\mathrm{T}}(t)(\sum_{u\in\mathcal{U}}\zeta_u\varUpsilon)\xi(t)]\mathrm{d}t,
\end{aligned}
$$

这里 $\varUpsilon=\varPhi_0+\varPhi_1+\varPhi_2+\varPhi_3+\tilde{\varPhi}_4+\varPi_3^{\mathrm{T}}\varPi_3-\gamma^2\varPi_4^{\mathrm{T}}\varPi_4$. 考虑到$\varUpsilon$是关于$\tau(t)$和$d(t)$的线性函数, 就有

$$
\begin{cases}\varUpsilon|_{\tau(t)=0,d(t)=0}<0,\ \ \varUpsilon|_{\tau(t)=\bar{\tau},d(t)=0}<0,\\ \varUpsilon|_{\tau(t)=0,d(t)=\bar{d}}<0,\ \ \varUpsilon|_{\tau(t)=\bar{\tau},d(t)=\bar{d}}<0,\end{cases}
$$

$$
\Rightarrow \varUpsilon<0,\ \forall(\tau(t),d(t))\in[0,\bar{\tau}]\times[0,\bar{d}].
$$

接着, 由Schur补引理可知, 如果不等式(13)–(16)成立, 就有$\varUpsilon\leqslant 0$成立, 也就有

$$
\int_0^\infty(\mathcal{L}V(t)+\tilde{r}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{r}(t)-\gamma^2v^{\mathrm{T}}(t)v(t))\mathrm{d}t\leqslant 0.
$$

考虑到$\tilde{r}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{r}(t)>0$, 那么在$v(t)=0$情况下就有$\mathcal{L}V(t)\leqslant 0$成立, 也就意味着残差系统(11)是渐近稳定的. 同时, 又因为$V(t)>0$, 就可得

$$
\int_0^\infty\tilde{r}^{\mathrm{T}}(t)\tilde{r}(t)\mathrm{d}t\geqslant\beta^2\int_0^\infty v^{\mathrm{T}}(t)v(t)\mathrm{d}t,
$$

在零初始条件下成立. 证毕.

注 5 本文考虑了一类具有半Markov跳变特性的神经网络系统, 其转移概率$\pi_{pq}(\hbar)$是时变的, 这给定理1的推导带来了相当大不确定性, 导致不能直接推导出可以直接求解的线性矩阵不等式. 为解决这一问题, 本文使用了一个关于转移概率的自然假设, 见注2.

注 6 定理1基于L–K泛函方法对残差系统的H_∞性能进行了分析. 由于使用L–K泛函方法得到的结果都是充分非必要的, 因此得到的结果都具有一定程度保守性. 为了降低所得结果的保守性同时兼顾结果的计算复杂度, 本文在定理1的求解过程中采用了时滞乘积型L–K泛函思想、积分不等式技术以及改进逆凸组合等方法. 值得注意的是近年来, 学者陆续提出了各种降低结果保守性的方法, 如增广型L–K泛函思想、辅助函数积分不等式、自由矩阵积分不等式等, 但使用这些方法的同时也增加了所得线性矩阵不等式的维数或者是所得判据的决策变量数, 这样就增加了判据的计算复杂度, 从而降低了结果的优越性.

3.2 故障检测滤波器设计

基于上述定理, 下面给出故障检测滤波器增益矩阵求解方法.

定理 2 对于给定标量$\bar{\tau},\bar{d},\mu$, 如果存在正实数ϱ, 正定对称矩阵$P_{\mathrm{p}},P_{\mathrm{fp}},W_{\mathrm{p}},U_{\mathrm{p}},R_1,R_2,Q_1,Q_2,Q_3$, 正定对角矩阵$H_i=\mathrm{diag}\{\hbar_{i1},\hbar_{i2},\cdots,\hbar_{in}\},\varLambda_i\ (i=1,2)$, 以及任意矩阵$\mathcal{A}_{\mathrm{fp}},\mathcal{B}_{\mathrm{fp}},\mathcal{C}_{\mathrm{fp}},X,Y$, 使得如下的线性矩阵不等式对于$\forall p\in\mathcal{M},\forall u\in\mathcal{U}$成立:

$$
\begin{bmatrix}\tilde{\varXi}|_{\tau(k)=0,d(k)=0} & \tilde{\varPi}_3^{\mathrm{T}} & E_1^{\mathrm{T}}X & E_3^{\mathrm{T}}Y\\ * & -I & 0 & 0\\ * & * & -\tilde{R}_1 & 0\\ * & * & * & -\tilde{R}_2\end{bmatrix}<0, \tag{30}
$$

$$
\begin{bmatrix}\tilde{\varXi}|_{\tau(k)=\bar{\tau},d(k)=0} & \tilde{\varPi}_3^{\mathrm{T}} & E_2^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}} & E_3^{\mathrm{T}}Y\\ * & -I & 0 & 0\\ * & * & -\tilde{R}_1 & 0\\ * & * & * & -\tilde{R}_2\end{bmatrix}<0, \tag{31}
$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Xi}|_{\tau(k)=0,d(k)=\bar{d}} & \tilde{\Pi}_3^{\mathrm{T}} & E_1^{\mathrm{T}}X & E_4^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}} \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & -\tilde{R}_1 & 0 \\ * & * & * & -\tilde{R}_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{32}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Xi}|_{\tau(k)=\bar{\tau},d(k)=\bar{d}} & \tilde{\Pi}_3^{\mathrm{T}} & E_2^{\mathrm{T}}X^{\mathrm{T}} & E_4^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}} \\ * & -I & 0 & 0 \\ * & * & -\tilde{R}_1 & 0 \\ * & * & * & -\tilde{R}_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{33}$$

这里:

$$\tilde{\Xi} = \Phi_0 + \tilde{\Phi}_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 - \gamma^2 \Pi_4^{\mathrm{T}} \Pi_4,$$

$$\tilde{\Phi}_1 = \mathrm{Sym}\{\Pi_1^{\mathrm{T}} \tilde{\Theta}_{\mathrm{p}} \Pi_2 + \tau(t) e_1^{\mathrm{T}} U_{\mathrm{p}} \ell_1\} + \mu e_1^{\mathrm{T}} U_{\mathrm{p}} e_1 + \sum_{q\in\mathcal{M}} \pi_{pq,u} (\Pi_1^{\mathrm{T}} \check{\Theta}_{\mathrm{q}} \Pi_1 + \tau(t) e_1^{\mathrm{T}} U_{\mathrm{q}} e_1),$$

$$\tilde{\Pi}_2 = [\ell_1^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{\ell}_2^{\mathrm{T}}\ \ \ell_3^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{\Pi}_3 = \mathcal{C}_{\mathrm{fp}} e_2 - C_{\mathrm{w}} e_{13} - D_{\mathrm{w}} e_{15},$$

$$\tilde{\ell}_2 = \mathcal{A}_{\mathrm{fp}} e_2 + \mathcal{B}_{\mathrm{fp}} C_{\mathrm{p}} e_5 - \mathcal{B}_{\mathrm{fp}} e_{14},$$

$$\tilde{\Theta}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} P_{\mathrm{p}} & P_{\mathrm{fp}} & 0 \\ P_{\mathrm{fp}}^{\mathrm{T}} & I & 0 \\ 0 & 0 & W_{\mathrm{p}} \end{bmatrix},\ \check{\Theta}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} P_{\mathrm{p}} & P_{\mathrm{fp}} & 0 \\ P_{\mathrm{fp}}^{\mathrm{T}} & P_{\mathrm{fp}} & 0 \\ 0 & 0 & W_{\mathrm{p}} \end{bmatrix},$$

那么, 残差系统(11)在$v(t)=0$情况下渐近稳定, 同时在零初始条件下满足H_∞性能指标γ, 且故障检测滤波器增益可由下式求得

$$A_{\mathrm{fp}} = \mathcal{A}_{\mathrm{fp}} P_{\mathrm{fp}}^{-1},\ B_{\mathrm{fp}} = \mathcal{B}_{\mathrm{fp}},\ C_{\mathrm{fp}} = \mathcal{C}_{\mathrm{fp}} P_{\mathrm{fp}}^{-1}.$$

证　通过运算, 定理1中的Υ可以写为

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} \Upsilon_0 & \Pi_3^{\mathrm{T}} \\ * & -I \end{bmatrix}, \tag{34}$$

其中: $\Upsilon_0 = \Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \tilde{\Phi}_4 - \gamma^2 \Pi_4^{\mathrm{T}} \Pi_4$. 定义$\mathfrak{F} = \mathrm{diag}\{I_n, G_{\mathrm{p}} Z_{\mathrm{p}}^{-1}, I_{10n+5p}\}$, 然后对式(34)中的等号两边分别左乘右乘$\mathfrak{F}$和$\mathfrak{F}^{\mathrm{T}}$, 可得

$$\mathfrak{F} \Upsilon \mathfrak{F}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \tilde{\Upsilon}_0 & \tilde{\Pi}_3^{\mathrm{T}} \\ * & -I \end{bmatrix},$$

这里,

$$\tilde{\Upsilon}_0 = \Phi_0 + \tilde{\Phi}_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \tilde{\Phi}_4 - \gamma^2 \Pi_4^{\mathrm{T}} \Pi_4,$$

$$P_{\mathrm{fp}} = G_{\mathrm{p}} Z_{\mathrm{p}}^{-1} G_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}},\ \mathcal{A}_{\mathrm{fp}} = G_{\mathrm{p}} A_{\mathrm{f}} Z_{\mathrm{p}}^{-1} G_{\mathrm{p}}^{\mathrm{T}},$$

$$\mathcal{B}_{\mathrm{fp}} = G_{\mathrm{p}} B_{\mathrm{f}},\ \mathcal{C}_{\mathrm{fp}} = G_{\mathrm{p}} Z_{\mathrm{p}}^{-1} C_{\mathrm{f}}.$$

接着, 与定理1的证明相同, 基于Schur补引理, 不等式(30)–(33)成立就保证$\Upsilon \leqslant 0$成立, 也就保证残差系统(11)在$v(t)=0$情况下渐近稳定, 且在零初始条件下满足H_∞性能指标γ.　证毕.

注 7　定理2给出了事件驱动机制下故障检测滤波器的设计方法, 它不仅依赖于时变时滞$\tau(t)$, 还依赖于网络诱导时滞$d(t)$, 以及事件触发参数Ω和ϱ.

注 8　与本文相同, 文献[14,16,19]均基于L–K泛函方法, 对连续时间系统展开了基于滤波器的故障检测问题研究. 不同的是在滤波器的求解过程中, 文献[16]和文献[19]分别利用了自由权矩阵想和Jensen不等式结合逆凸矩阵不等式的泛函导数界定方法, 这些方法均存在一定的保守性. 相比之下, 本文所使用的时滞乘积型L–K泛函思想、Writinger不等式结合广义逆凸矩阵不等式的方法, 可以有效降低结果的保守性.

为验证注8中的结论, 通过使用Jensen积分不等式和逆凸矩阵不等式替换定理1推导过程中使用的Writinger积分不等式和广义逆凸矩阵不等式, 基于定理2就可以得到如下推论.

推论 1　对于给定标量$\bar{\tau}, \bar{d}, \mu$, 如果存在正实数ϱ, 正定对称矩阵$P_{\mathrm{p}}, P_{\mathrm{fp}}, W_{\mathrm{p}}, U_{\mathrm{p}}, R_1, R_2, Q_1, Q_2, Q_3$, 正定对角矩阵$H_i = \mathrm{diag}\{\hbar_{i1}, \hbar_{i2}, \cdots, \hbar_{in}\}, \Lambda_i\ (i=1,2)$, 以及任意矩阵$\mathcal{A}_{\mathrm{fp}}, \mathcal{B}_{\mathrm{fp}}, \mathcal{C}_{\mathrm{fp}}, X, Y$, 使得如下的线性矩阵不等式对于$\forall p \in \mathcal{M}, \forall u \in \mathcal{U}$成立:

$$\bar{\mathcal{R}}_\tau > 0,\ \bar{\mathcal{R}}_{\mathrm{d}} > 0, \tag{35}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\Xi} & \tilde{\Pi}_3^{\mathrm{T}} \\ * & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{36}$$

这里:

$$\bar{E}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{e}_1 & -\bar{e}_3 \\ \bar{e}_3 & -\bar{e}_4 \end{bmatrix},\ \bar{E}_{34} = \begin{bmatrix} \bar{e}_1 & -\bar{e}_5 \\ \bar{e}_5 & -\bar{e}_6 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{\mathcal{R}}_\tau = \begin{bmatrix} R_1 & X \\ * & R_1 \end{bmatrix},\ \bar{\mathcal{R}}_{\mathrm{d}} = \begin{bmatrix} R_2 & Y \\ * & R_2 \end{bmatrix},$$

$$\bar{e}_i = [0_{n\times(i-1)n}\ \ I_n\ \ 0_{n\times((8-i)n+4p)}],\quad i=1,2,\cdots,8,$$

$$\bar{e}_{i+8} = [0_{p\times 8n}\ \ 0_{p\times(i-1)p}\ \ I_{\mathrm{p}}\ \ 0_{p\times((4-i)p)}],\quad i=1,2,3,4,$$

其他符号分别用$\bar{E}_{12}, \bar{E}_{34}, \bar{\mathcal{R}}_\tau, \bar{\mathcal{R}}_{\mathrm{d}}, \bar{e}_i\ (i=1,2,\cdots,8), \bar{e}_i\ (i=9,10,11,12)$替换定理1和定理2中的$E_{12}, E_{34}, \mathcal{R}_\tau, \mathcal{R}_{\mathrm{d}}, e_i\ (i=1,2,\cdots,8), e_i\ (i=13,14,15,16)$就可以得到, 那么, 残差系统(11)在$v(t)=0$情况下渐近稳定, 同时在零初始条件下满足$\mathrm{H}_\infty$性能指标$\gamma$, 且故障检测滤波器增益可由下式求得:

$$A_{\mathrm{fp}} = \mathcal{A}_{\mathrm{fp}} P_{\mathrm{fp}}^{-1},\ B_{\mathrm{fp}} = \mathcal{B}_{\mathrm{fp}},\ C_{\mathrm{fp}} = \mathcal{C}_{\mathrm{fp}} P_{\mathrm{fp}}^{-1}.$$

4　数值仿真

考虑具有如下参数的半Markov跳变神经网络系统:

$$D_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 0.88 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$M_1=\begin{bmatrix}0.5\\-0.2\end{bmatrix},\ N_1=\begin{bmatrix}0.4\\0.6\end{bmatrix},\ D_2=\begin{bmatrix}2.2&0\\0&1.5\end{bmatrix},$$

$$A_2=\begin{bmatrix}-1&1\\0.5&-1\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}0.5&0.6\\0.7&0.8\end{bmatrix},\ M_2=\begin{bmatrix}0.3\\-0.4\end{bmatrix},$$

$$N_2=\begin{bmatrix}0.5\\0.2\end{bmatrix},\ C_1=[-0.2\ \ 0.3],\ C_2=[0.6\ \ -0.4],$$

$$A_{\mathrm{w}}=-0.5,\ B_{\mathrm{w}}=2,\ C_{\mathrm{w}}=0.1,\ D_{\mathrm{w}}=-2,$$

$$\bar{V}=\mathrm{diag}\{0.3,0.8\},\ \underline{V}=0,$$

$$\bar{\tau}=1.5,\ \mu=0.75,\ d_M=3,\ h=0.1,$$

转移概率满足$\pi_{12}\in[0.3\ \ 0.6]$, $\pi_{21}\in[0.35\ \ 0.55]$.

通过求解定理2中给出的线性矩阵不等式, 可得残差系统的最优H_∞性能指标$\gamma_{\min}=2$. 接着, 选取$\gamma=2.2$, 可得事件驱动阈值$\varrho=0.0389$, 以及故障检测滤波器(9)增益矩阵

$$A_{\mathrm{f}1}=\begin{bmatrix}-10.1688&0.4217\\2.5364&-7.1076\end{bmatrix},\ B_{\mathrm{f}1}=\begin{bmatrix}0.0163\\-0.0541\end{bmatrix},$$

$$A_{\mathrm{f}2}=\begin{bmatrix}-7.0967&5.0863\\2.1637&-5.8751\end{bmatrix},\ B_{\mathrm{f}2}=\begin{bmatrix}-0.0251\\0.0419\end{bmatrix},$$

$$C_{\mathrm{f}1}=[1.5166\ \ 1.3249],\ C_{\mathrm{f}2}=[0.0348\ \ -2.6321].$$

为了验证上述所得故障检测滤波器的有效性, 假设激励函数$g_1(x(t))=0.3\tanh x_1(t)$, $g_2(x(t))=0.8\tanh x_2(t)$, 时滞$d(t)=0.75+0.75\sin t$, 外部扰动输入$\omega(t)=0.5\sin t\mathrm{e}^{-0.1t}$, 故障信号为

$$f(t)=\begin{cases}3\sin t, & 15\leqslant k\leqslant 30,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

图2给出了半Markov跳变神经网络系统(1)的一种模态切换策略. 在此切换策略下, 半Markov跳变神经网络系统的状态轨迹如图3所示. 图4给出了阈值$\varrho=0.0389$时的事件触发图, 在评估时间50 s里, 采样次数为501次, 而传递到故障检测滤波器的次数为227次, 传感器数据传送率为45.3%, 这也就说明了事件触发机制可以很大程度上减少数据发送量, 节约网络资源. 图5和图6分别给出了残差响应$r_{\mathrm{f}}(t)$和残差评价函数$J(r)$随时间变化曲线. 从图5和图6可以看出当故障发生时, 残差信号和残差评价函数均有明显变化.

根据残差评估机制(12), 通过计算可得故障检测机制的阈值$J_{\mathrm{th}}=1.6208\times\mathrm{e}^{-6}$, 残差评价函数

$$\int_0^{15.4} r_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(s)r_{\mathrm{f}}(s)\mathrm{d}s=1.6147\times\mathrm{e}^{-6}<J_{\mathrm{th}},$$

$$\int_0^{15.5} r_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}(s)r_{\mathrm{f}}(s)\mathrm{d}s=1.6364\times\mathrm{e}^{-6}>J_{\mathrm{th}},$$

也就是说本文设计的故障检测滤波器可以在故障发生后的0.5 s时检测出故障, 由此可以看出本文设计的故障检测滤波器可以在故障发生后及时检测出来, 验证了本文所提方法的有效性.

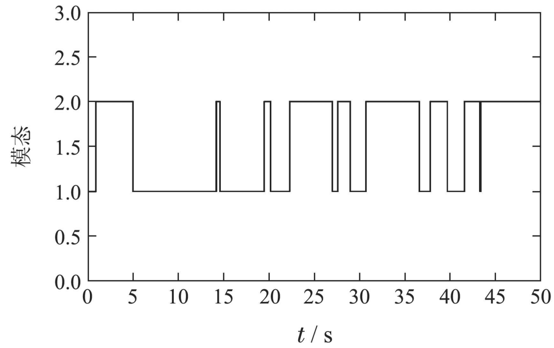

图 2 半Markov跳变神经网络系统(1)的模态切换策略

Fig. 2 Random jumping mode of S-MNN (1)

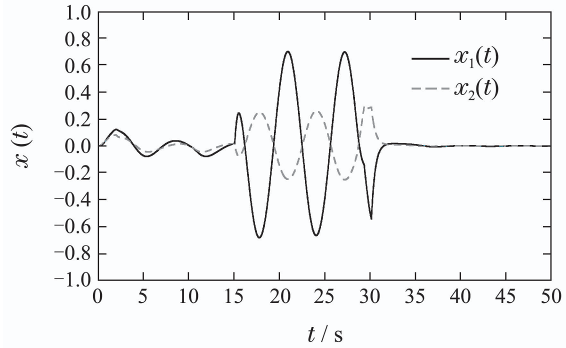

图 3 半Markov跳变神经网络系统(1)的状态轨迹

Fig. 3 System response of S-MNN (1)

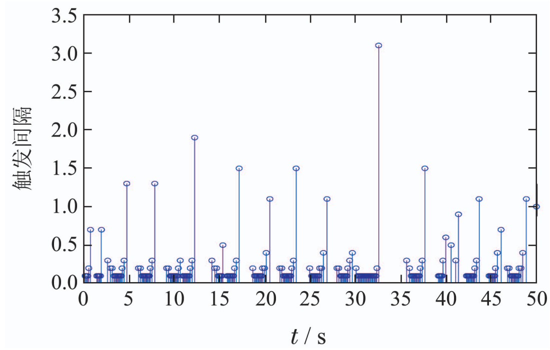

图 4 事件触发时刻与触发间隔

Fig. 4 Event-triggered release instants and intervals

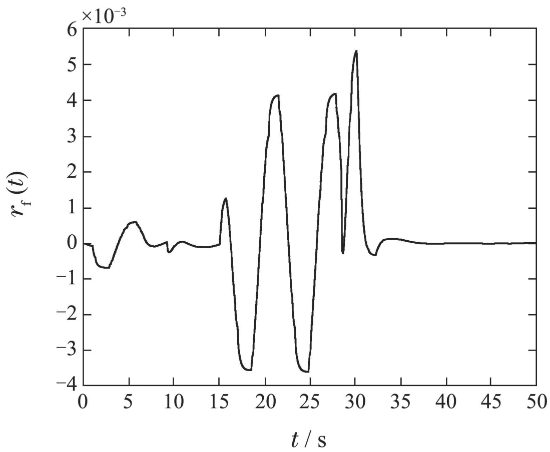

图 5 残差信号$r_{\mathrm{f}}(t)$

Fig. 5 Residual response $r_{\mathrm{f}}(t)$

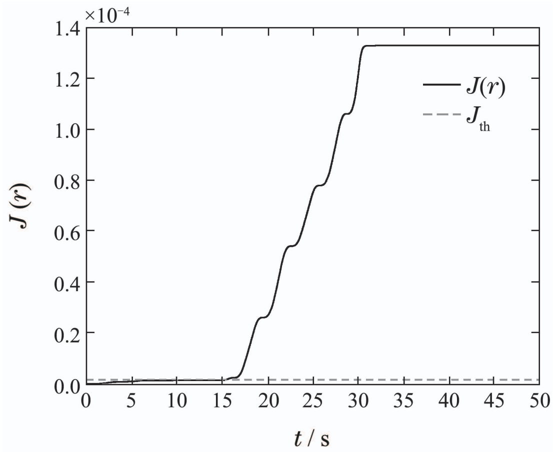

图 6 残差评价函数$J(r)$和阈值$J_{\rm th}$

Fig. 6 Residual evaluation function $J(r)$ and threshold $J_{\rm th}$

除此之外, 为了验证文本提出方法的优越性, 使用推论1重新对半Markov跳变神经网络系统(1)在上述情况下进行了故障检测. 通过求解推论1, 可得故障检测滤波器(9)增益矩阵为

$$A_{\rm f1}=\begin{bmatrix}-6.0509 & 0.4547\\ 0.5264 & -5.9386\end{bmatrix},\ B_{\rm f1}=\begin{bmatrix}0.0123\\ -0.032\end{bmatrix},$$

$$A_{\rm f2}=\begin{bmatrix}-4.9687 & 2.4306\\ 1.1980 & -4.1201\end{bmatrix},\ B_{\rm f2}=\begin{bmatrix}-0.0164\\ 0.0351\end{bmatrix},$$

$$C_{\rm f1}=[10.5763\ \ 1.180], C_{\rm f2}=[-0.2425\ \ -1.5128],$$

阈值$J_{\rm th}=6.7736\times{\rm e}^{-7}$, 残差评价函数

$$\int_0^{15.8} r_{\rm f}^{\rm T}(s)r_{\rm f}(s){\rm d}s=6.5147\times{\rm e}^{-7}<J_{\rm th},$$

$$\int_0^{15.9} r_{\rm f}^{\rm T}(s)r_{\rm f}(s){\rm d}s=6.8874\times{\rm e}^{-7}>J_{\rm th},$$

表明推论1得到故障检测器的故障检测时间为0.9 s, 晚于定理2得到故障检测器的故障检测时间, 这也就验证了定理2的优越性. 由于推论1采用了文献[19]中故障检测滤波器的设计方法, 同时, 文献[19]与本文所使用的故障检测机制相同, 这也就验证了本文所提故障检测方法的有效性.

5 结论

本文针对一类具有半Markov跳变特性的时滞经网络系统, 提出了基于滤波器的故障检测方法. 首先, 文章通过引入了一种事件驱动触发机制和一个加权故障模型, 并设计一个滤波器并利用增广技术, 将故障检测问题转化成了H_∞滤波问题, 利用H_∞性能指标来分析故障对残差的影响. 接着, 通过使用L–K泛函方法和线性矩阵不等式技术, 得到了故障检测滤波器增益矩阵的求解方法. 最后, 数值仿真结果表明本文所设计故障检测滤波器可以及时检测出故障发生, 与现有文献比较显示本文可以更快地检测出故障发生, 从而验证所设计故障检测滤波器的有效性与优越性.

参考文献:

[1] WU Y, FENG J. Development and application of artificial neural network. *Wireless Personal Communications*, 2018, 102(2): 1645 – 1656.

[2] LIN W J, HE Y, ZHANG C K, et al. Extended dissipativity analysis for Markovian jump neural networks with time-varying delay via delay-product-type functionals. *IEEE Transaction on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(8): 2528 – 2537.

[3] LIN W J, HE Y, ZHANG C K, et al. Reachable set estimation for discrete-time Markovian jump neural networks with generally incomplete transition probabilities. *IEEE Transaction on Cybernetics*, 2021, 51(3): 1311 – 1321.

[4] ZHU Q, CAO J. Stability of Markovian jump neural networks with impulse control and time varying delays. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2012, 13(5): 2259 – 2270.

[5] PRADEEP C, CAO Y, MURUGESU R, et al. An event-triggered synchronization of Semi-Markov jump neural networks with time-varying delays based on generalized free-weighting-matrix approach. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2019, 155: 41 – 56.

[6] LIN W J, HE Y, ZHANG C K, et al. Stochastic finite-time H_∞ state estimation for discrete-time semi-Markovian jump neural networks with time-varying delays. *IEEE Transaction on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(12): 5456 – 5467.

[7] ZHANG X M, HAN Q L, ZHANG B L. An overview and deep investigation on sampled-data-based event-triggered control and filtering for networked systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2016, 13(1): 4 – 16.

[8] ÅARZEN K E. A simple event-based PID controller. *IFAC Proceedings Volumes*, 1999, 32(2): 8687 – 8692.

[9] WANG Y, JIA Z, ZUO Z. Dynamic event-triggered and self-triggered output feedback control of networked switched linear systems. *Neurocomputing*, 2018, 314: 39 – 47.

[10] DING S, WANG Z, ZHANG H. Event-triggered stabilization of neural networks with time-varying switching gains and input saturation. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(10): 5045 – 5056.

[11] YAN H, HU C, ZHANG H, et al. H_∞ output tracking control for networked systems with adaptively adjusted event-triggered scheme. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 49(10): 2050 – 2058.

[12] CHEN Zhengquan, HAN Lu, HOU Yandong. Fault detection and estimation based on adaptive iterative learning algorithm for nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 837 – 846.
(陈政权, 韩路, 侯彦东. 基于自适应迭代学习算法的一类非线性系统故障检测与估计. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 837 – 846.)

[13] ZHOU Meng, WANG Zhenhua, WANG Chang, et al. H_∞/L_∞ fault detection observer design for Lipschitz nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(6): 778 – 785.
(周萌, 王振华, 王昶, 等. Lipschitz非线性系统的H_∞/L_∞故障检测观测器设计. 控制理论与应用, 2018, 35(6): 778 – 785.)

[14] LIU G, PARK JU H, XU S, et al. Robust non-fragile H_∞ fault detection filter design for delayed singular Markovian jump systems with linear fractional parametric uncertainties. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2019, 32: 65 – 78.

[15] WANG Yanfeng, WANG Peiliang, CAI Zhiduan. Robust H-infinity fault detection for networked control systems with partly unknown time-delay transition probabilities. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(2): 273 – 279.
(王燕锋, 王培良, 蔡志端. 时延转移概率部分未知的网络控制系统鲁棒H_∞故障检测. 控制理论与应用, 2017, 34(2): 273 – 279.)

[16] LI Shanglin, JIANG Shun, PAN Feng. Fault detection for networked systems with sensor saturation. *Journal of Nanjing University of*

Aeronautics & Astronautics, 2019, 51(6): 809 – 818.
(李尚霖, 姜顺, 潘丰. 传感器饱和约束下网络化系统的故障检测. 南京航空航天大学学报, 2019, 51(6): 809 – 818.)

[17] CHADLI M, ABDO A, DING S X. H_-/H_∞ fault detection filter design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy system. *Automatica*, 2013, 49(7): 1996 – 2005.

[18] QIAO B, SU X, JIA R, et al. Event-triggered fault detection filtering for discrete-time Markovian jump systems. *Signal Processing*, 2018, 152: 384 – 391.

[19] PAN Y, YANG G H. Event-triggered fault detection filter design for nonlinear networked systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(11): 1851 – 1862.

[20] LIU X, SU X, SHI P, et al. Fault detection filtering for nonlinear switched systems via event-triggered communication approach. *Automatica*, 2019, 101: 365 – 376.

[21] HOWARD R A. System analysis of semi-Markov processes. *IEEE Transactions on Military Electronics*, 1964, 8(2): 114 – 124.

[22] SHEN H, PARK J H, WU Z G, et al. Finite-time H_∞ synchronization for complex networks with semi-Markov jump topology. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, 24(1/3): 40 – 51.

[23] YUE D, TIAN E, HAN Q L. A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems. *IEEE Transaction on Automation Control*, 2013, 58(2): 475 – 481.

[24] SEURET A, GOUAISBAUT F. Wirtinger-based integral inequality: application to time-delay systems. *Automatica*, 2013, 49: 2860 – 2866.

[25] ZHANG C K, HE Y, JIANG L, et al. An extended reciprocally convex matrix inequality for stability analysis of systems with time-varying delay. *Automatica*, 2017, 85: 481 – 485.

作者简介:

林文娟 博士研究生, 目前研究方向为时滞系统鲁棒控制, E-mail: linwenjuan@cug.edu.cn;

何 勇 教授, 博士, 目前研究方向为时滞系统鲁棒控制、网络控制和过程控制, E-mail: heyong08@cug.edu.cn.