

考虑重要输入变量选择的非线性系统模糊辨识

刘福才^{1†}, 吕金凤^{1,2}, 任亚雪¹

(1. 燕山大学 智能控制系统与智能装备教育部工程研究中心, 河北 秦皇岛 066004; 2. 河北科技师范学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对有数百个可能输入的复杂非线性动态系统模糊建模问题, 本文提出一种新的考虑重要输入变量选择的模糊辨识方法. 首先采用两阶段模糊曲线方法(TSFC)从大量可选的输入变量中给出各输入变量与输出之间的关联度权重, 根据输入变量指标快速选择出重要的输入变量, 然后采用模糊聚类(FCM)和高斯(Gaussian)型隶属函数确定模糊模型前提参数, 采用递推最小二乘(RLS)辨识出模糊模型结论参数. 最后通过对Mackey-Glass混沌时间序列和Box-Jenkins煤气炉数据两个国际标准例题模糊建模验证了该方法的有效性, 并将该方法应用到一个实际气动变载荷加载系统的模糊建模中, 验证了该方法的实用性.

关键词: 模糊系统; 输入变量选择; Takagi-Sugeno(T-S)模型; 模糊聚类(FCM)算法; Gaussian函数; 气动加载系统

引用格式: 刘福才, 吕金凤, 任亚雪. 考虑重要输入变量选择的非线性系统模糊辨识. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1381 – 1392

DOI: 10.7641/CTA.2021.00686

Fuzzy identification of nonlinear system considering the selection of important input variables

LIU Fu-cai^{1†}, LÜ Jin-feng^{1,2}, REN Ya-xue¹

(1. Engineering Research Center of the Ministry of Education for Intelligent Control System and Intelligent Equipment, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. Hebei Normal University of Science and Technology, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: Aiming at the fuzzy modeling of complex nonlinear dynamic systems with hundreds of possible inputs, this paper proposes a new fuzzy identification method considering the selection of important input variables. First, the two stage fuzzy curves method (TSFC) is used to give the weight of the correlation between each input variable and the output from a large number of selectable input variables, and the important input variable is quickly selected according to the input variable index. Then fuzzy C -means clustering (FCM) and Gaussian membership functions are used to determine the premise parameters of the fuzzy model, and recursive least squares (RLS) are used to identify the conclusion parameters of the fuzzy model. Finally, the effectiveness of the method is verified by fuzzy modeling of two international standard examples of Mackey-Glass Chaotic System and Box-Jenkins system. In order to verify the practicability of this method, this method is applied to the fuzzy modeling of an actual variable load pneumatic loading system.

Key words: fuzzy systems; input variable selection; Takagi-Sugeno (T-S) model; fuzzy C -means (FCM) algorithm; Gaussian function; pneumatic loading system

Citation: LIU Fucai, LÜ Jinfeng, REN Yaxue. Fuzzy identification of nonlinear system considering the selection of important input variables. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1381 – 1392

1 引言

针对有数百个可能输入的复杂、病态非线性动态系统进行模糊建模时, 如果所有的变量都被考虑, 模糊规则数则呈指数增加^[1]. 对于基于模糊规则的辨识问题, 必须考虑两个主要问题, 一个是建模精度要高, 另外一个模糊规则数要少. 文献[2]采用模糊聚类与启发式学习相结合的方式生成初始规则并对规则进

行多种群量子编码, 避免了维数灾难问题. 按着 Stone-Weierstrass理论, 模糊基函数可以扩展成万能逼近器, 并且若有足够的模糊规则数则建模误差可以任意地小. 然而在实际应用中模糊规则数是有限的, 满足精度和减小规则库规模是相互矛盾的, 因此, 考虑重要输入变量选择是解决应用模糊系统进行辨识问题的一个重要手段^[1].

收稿日期: 2020-10-12; 录用日期: 2021-03-22.

[†]通信作者. E-mail: lfc@ysu.edu.cn; Tel.: +86 335-8387556.

本文责任编辑: 周彤.

载人航天领域预研项目(2016040301), 河北省自然科学基金项目(F2019203505)资助.

Supported by the Research Projects of Manned Spaceflight (2016040301) and the Natural Science Foundation of Hebei Province (F2019203505).

文献[1]针对非线性系统输入结构辨识问题,提出了两阶段模糊曲线和曲面(two stage fuzzy curves and surfaces, TSFCS)方法. 第1阶段模糊曲线是针对每一个输入的输出局部平均值,第2阶段模糊曲线是方差的局部估计值. 两阶段模糊曲面是两阶段模糊曲线的二维类比. 这种两阶段模糊曲线和曲面方法可以用于自动和快速地辨识出有着大量输入的系统模型中所需的重要输入变量. 为了提高模糊建模精度和减小模糊规则库的规模,文献[3]通过应用一种改进的距离规则(linear distance rules, LDR)提出了一种确定多输入系统重要输入变量的方法. 通过定义近零指标函数,可以获得在输入-输出关系中每一个输入信号对于输出的影响程度,从而确定重要变量. 为了系统分析多输入多输出非线性动态系统模糊逻辑控制器性能,文献[4]提出了一种从输入-输出数据出发,利用滑模控制理论设计鲁棒模糊控制规则,建立模糊逻辑模型的方法. 首先通过定义隶属函数设计每一个输入候选变量对于输出的映射距离指标,在有限的候选变量中辨识出重要输入变量,然后应用滑模控制理论设计了一种鲁棒模糊控制器,并将该方法应用到四自由度机械臂轨迹跟踪控制中,通过与高增益比例积分微分(proportional integral derivative, PID)控制器进行比较,获得了较好的跟踪性能. 文献[5]通过应用遗传算法(genetic algorithm, GA)选择输入变量,提出了一种模糊建模中自动分配隶属函数的方法,并通过仿真举例验证了提出的隶属函数分配性能优于传统的方法. 输入变量选择对于时间序列预测模型是比较重要的,不仅可以改善模型预测性能,而且可以降低数据采集成本,文献[6]研究了3种输入变量选择方法的性能,包括两个基于偏线性相关(partial linear correlation, PLC)和偏互信息(partial mutual information, PMI)的无模型方法和一个基于模型的遗传算法(genetic programming, GP)方法,通过4个假设数据集和2个实际数据集对3个方法进行性能检验,检验结果表明所提出的计算简单的无模型PLC方法和能够确定复杂非线性关系的基于模型的GP方法是比较适合做输入变量选择的. 文献[7]提出一种基于判别式特征提取的输入变量选择方法. 通过分析输入空间与特征空间之间的关系,基于协方差矩阵(image covariance matrix, IVX-IC)选择包含大量辨别信息的输入变量,删除带有较少辨别信息的输入变量,并通过含有噪声输入变量的人脸识别实验数据验证了提出方法的有效性. 文献[8]针对商用建筑的热负荷预测问题,对所有可能的输入变量进行选择,并通过(artificial neural network, ANN)模型对预测结果进行分析. 通过对商用建筑的高度、楼层和窗户面积等重要输入变量选择可以在保持同样预测精度的前提下降低预测模型的复杂性.

一般来说, Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型的建立包

括结构辨识和参数辨识两部分. 输入变量的选择、模糊规则的确定和模糊空间的划分都属于结构辨识的范畴. 在模糊建模中,这两部分和参数辨识的比例为100: 10: 1^[9], 这说明了输入变量选择(input variable selection, IVS)在T-S模糊建模中的重要作用. 对于一个未知的实际系统,如果所有的变量都被考虑,模糊规则数则呈指数增加,然而在实际应用中模糊规则数是有限的. 对于基于模糊规则的辨识问题,选择重要的输入变量可以解决提高模型精度和减小规则库规模之间的矛盾. 通常,模糊建模总是基于经验确定的固定输入变量,难以保证所选择的输入变量集合中没有冗余变量,而这将会直接影响模型的辨识精度. 因此,对于非线性系统模糊建模,显然需要比较稳健的IVS方法,这种方法不依赖于系统的先验知识或假设,计算成本低,并且能够表征候选输入之间的非线性和相互依赖的关系. 故本文提出改进的重要输入变量选择方法并将其引入到模糊系统建模中.

在以往的模糊辨识研究中,对于非线性动态系统,输入变量是已知的或确定的. 虽然在模糊结构辨识中输入变量的选取是非常重要的,但目前还没有详细的研究成果. 针对T-S模糊模型的特点,本文对文献[1]中的重要输入变量选择方法进行了深入分析和研究,采用简化的两阶段模糊曲线的变量选择方法选择模糊系统的重要输入变量,进行结构辨识. 为了提高模型的辨识精度,本文进一步采用合适的算法进行参数辨识.

众所周知,参数辨识包括前提参数辨识和结论参数辨识. 在前提参数辨识中,模糊子集的划分是由前提隶属函数确定的. 隶属函数是描述模糊子集隶属度的一种方式,在确定模糊变换过程中起着重要作用. 常用的隶属函数有高斯函数、三角函数和模糊聚类函数. 在实际应用中,高斯隶属函数曲线的形状更适合描述模糊子集. 但是,当选择钟形高斯函数作为模糊逻辑函数时,其中心的确定是决定模糊划分合理性的关键. 为此,可以考虑采用适当的优化算法确定高斯函数的中心.

各种研究和相关数据表明,模糊聚类(fuzzy C-means, FCM)对于T-S模糊模型的前提参数识别是非常适用和广泛的,其算法的核心问题是建立合理的聚类指标来优化模糊输入空间的划分. FCM算法是一种基于欧几里得范数的形成球形聚类中心的聚类算法,通过优化目标函数的每个采样点对所有类中心隶属度,实现自动分类目标样本数据. 本文考虑采用FCM与高斯函数结合的方式来划分模糊空间,提高模型辨识精度.

针对非线性动态系统的模糊辨识问题,本文提出一种新的考虑重要输入变量选择的模糊辨识方法. 首先采用两阶段模糊曲线方法快速从大量可选择的输

入变量中选择出重要的输入变量, 然后采用FCM和Gaussian型隶属函数确定模糊模型前提参数, 应用递推最小二乘(recursive least squares, RLS)辨识模糊模型结论参数. 最后通过对Mackey-Glass混沌时间序列和Box-Jenkins煤气炉数据两个国际标准例题模糊建模验证了该方法的有效性, 并将该方法应用到一实际气动变载荷加载系统的模糊建模中, 验证了该方法的实用性. 综上所述, 本文的创新之处可以归纳为以下几点:

1) 将输入变量选择的方法引入到模糊辨识中, 并对两阶段模糊曲线和模糊曲面方法进行改进, 以适应模糊模型的输入变量选择;

2) 在模糊模型前提参数辨识方法中, 将FCM与高斯函数相结合对前模糊子空间进行划分.

2 预备知识

2.1 T-S模糊模型

T-S模糊动态模型是用局部表示非线性模型输入-输出关系的模糊IF-THEN规则描述的^[10-12]. 首先, 考虑数据集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M\}$, 其中 M 为输入变量的个数, 对于每个输入向量

$$\mathbf{X}_k = \{x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)\} \in \mathbb{R}^M,$$

$k = 1, 2, \dots, N$ 为第 k 个样本数据. T-S模糊模型的第 i 个规则描述如下:

$$\begin{aligned} R^i : & \text{IF } x_1(k) \text{ is } A_1^i \text{ AND } \dots \text{ AND } x_M(k) \text{ is } A_M^i, \\ \text{THEN } & y^i(k) = a_0^i + a_1^i x_1(k) + \dots + a_M^i x_M(k), \end{aligned} \quad (1)$$

式中: R^i 是第 $i = 1, 2, \dots, c$ 个模糊规则, c 是模糊规则数, $x_q(k)$ 是输入变量, $q = 1, 2, \dots, M$, A_q^i 为模糊集, $y^i(k)$ 是第 i 个模糊规则的输出, a_q^i 为第 i 个输出的结论参数.

通过使用推理乘积、单值模糊发生器和中心平均解模糊器, 整个T-S模糊模型的解模糊输出表示为

$$\hat{y}(k) = \frac{\sum_{i=1}^c w_i(k) y^i(k)}{\sum_{i=1}^c w_i(k)}, \quad (2)$$

其中: $\hat{y}(k)$ 是模糊系统的输出, 权重

$$w_i(k) = \prod_{q=1}^M A_q^i(x_q(k)),$$

并且 $\sum_{i=1}^c w_i(k) = 1$. $A_q^i(x_q(k))$ 是隶属度函数, 表示为

$$A_q^i(x_q(k)) \exp\left\{-\left(\frac{x_q(k) - \alpha_q^i}{\beta_q^i}\right)^2\right\}, \quad (3)$$

其中: α_q^i 和 β_q^i 分别表示钟型隶属度函数的中心和钟形隶属函数的标准差, $i = 1, 2, \dots, c$.

2.2 模糊C-均值算法

模糊C-均值聚类方法是由Bezdek在1981年提出目前应用最广泛的聚类方法之一^[13], 因为它具有高效、简单、易于实现的特点, 已广泛地应用于模式识别和数据聚类中^[11]. 在诸多自动产生模糊IF-THEN规则的方法中, 模糊聚类方法是最流行的方法. 该算法的主要思想是使如下目标函数最小化:

$$J_{\text{FCM}}(\Phi, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\varphi_{ik})^m \cdot D_{ik}^2, \quad (4)$$

$$D_{ik}^2 = \|\mathbf{X}_k - \mathbf{v}_i\|^2 = (\mathbf{X}_k - \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{X}_k - \mathbf{v}_i), \quad (5)$$

D_{ik} 是数据 $\mathbf{X}_k$ 到中心 $\mathbf{v}_i$ 的欧氏距离的平方, $i = 1, 2, \dots, c$, $k = 1, \dots, N$, m 是1.5到2.5之间的加权指数, c 是聚类数.

分区矩阵的每个元素 $\varphi_{ik} \in [0, 1]$ 是量化数据点 $\mathbf{X}_k$ 属于聚类 i 的程度, 并满足由以下等式表示的约束:

$$\sum_{i=1}^c \varphi_{ik} = 1, \quad \forall k = 1, \dots, N. \quad (6)$$

FCM算法的基本思想是根据不同类的中心和模糊划分系数最小化公式(4)给出的判据, 然后根据最小化的结果定义更新关系:

$$\mathbf{v}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\varphi_{ik}^{(l-1)})^m \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^N (\varphi_{ik}^{(l-1)})^m}, \quad (7)$$

$$\varphi_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ik}^2}{D_{jk}^2}\right)^{\frac{1}{m-1}}}. \quad (8)$$

根据给定的数据集 $(\mathbf{X}_k, y_k)$, 将FCM算法归纳为以下步骤:

步骤1 初始化迭代次数 $l = 0$, 设置聚类数 c 、权重指数 m 、停止标准 ε , 并随机初始化模糊划分矩阵 Φ .

步骤2 根据式(7)更新聚类中心 $\mathbf{v}_i$.

步骤3 使用式(5)更新每个聚类的距离 D_{ik} .

步骤4 更新式(8)表示的模糊划分矩阵 $U = (\varphi_{ik})$.

步骤5 如果 $\|\Phi^{(l)} - \Phi^{(l-1)}\| > \varepsilon$ 回到步骤2, 否则停止.

3 考虑输入变量选择的模糊辨识方法

3.1 重要输入变量选择

两阶段模糊曲线曲面法适合处理输入变量相互依赖性较强的情况. 由于T-S模糊模型基准问题的输入变量之间的相关性较小, 因此可以对TSFCS方法进行改进, 使其更适合T-S模糊模型. 该部分将TSFCS方法简化为两阶段模糊曲线法(two-stage fuzzy curve, TS-FC), 给出各输入变量与输出之间的关联度权重. 在此基础上, 得到所有输入变量的重要性指数. 可以根据输入变量指标选择重要的输入变量. 具体算法流程图

如图1所示.

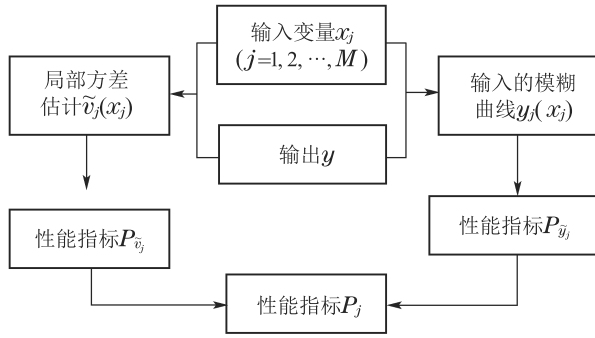


图1 TSFC算法流程图

Fig. 1 The flow diagram of the TSFC algorithm

3.1.1 第1阶段模糊曲线

第1阶段的模糊曲线是基于一个简单的想法: 最重要的输入对逼近输出起主要作用. 假设模糊系统有 M 个可能的输入: $x_1, x_2, \dots, x_M$, 一个输出 y , 以及 N 个输入-输出数据对.

首先, 对于每个输入变量 $x_i (i = 1, 2, \dots, M)$, 定义空间 $x_i - y$ 中的高斯隶属度函数 $\mu_{ki}(x_i)$ 为

$$\mu_{ki}(x_i) = \exp\left(-\left(\frac{x_{ki} - x_i}{b_i}\right)^2\right), \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

其中: x_{ki} 表示 $x_i - y$ 空间中的一个数据点, b_i 为高斯函数的宽度, 常取为

$$b_i = 0.2 \times \left(\max_{1 \leq k \leq N} (x_k) - \min_{1 \leq k \leq N} (x_k) \right). \quad (10)$$

然后利用式(9), 为每个输入 x_i 创建一个模糊曲线 $\tilde{y}_i(x_i)$:

$$\tilde{y}_i(x_i) = \frac{\sum_{k=1}^N (y_k \cdot \mu_{ki}(x_i))}{\sum_{k=1}^N \mu_{ki}(x_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (11)$$

式(11)中的模糊曲线 $\tilde{y}_i$ 可以看作是 y_k 的局部加权平均值, 局部邻域的大小由 b_i 决定.

如果输入变量 x_i 比输入变量 x_j 更重要, 则局部平均值 $\tilde{y}_i(x_{ki})$ 比模糊曲线 $\tilde{y}_j(x_{kj})$ 更接近输出值 y_k . 设 $P_{\tilde{y}_i}$ 为性能指标函数

$$P_{\tilde{y}_i} = \frac{1}{N v_y} \sum_{k=1}^N (\tilde{y}_i(x_{ki}) - y_k)^2, \quad (12)$$

其中: $v_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2$ 为 $y_1, y_2, \dots, y_N$ 的方差, $\bar{y}$ 为 $y_1, y_2, \dots, y_N$ 的均值, $i = 1, 2, \dots, m$, $P_{\tilde{y}_i}$ 越小, 输入变量 x_i 越重要, 因此, 按性能指标函数 $P_{\tilde{y}_i}$ 的升序给出变量 x_i 的列表, 以找出更重要的变量.

3.1.2 第2阶段模糊曲线

利用第1阶段模糊曲线, 第2阶段模糊曲线可以表

示为

$$\tilde{v}_i(x_i) = \frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}_i(x_i) - y_k)^2 \cdot \mu_{ki}(x_i)}{\sum_{k=1}^N \mu_{ki}(x_i)}. \quad (13)$$

第2阶段的模糊曲线表示沿每个 x_i 轴输出方差的局部估计. 如果输入 x_i 与输出 y 是随机相关的, 那么方差 $\tilde{v}_i(x_i)$ 的局部估计值将近似等于全局值 v_y , 对于所有的 x_i 应该是 $\tilde{v}_i(x_i) \approx v_y$; 相反, 如果输入 x_i 与输出 y 有因果关系, 则 $\tilde{v}_i(x_i)$ 在任何点上都与全局方差 v_y 有显著差异.

因此, 利用式(13), 将第2阶段模糊曲线的性能指标函数 $P_{\tilde{v}_i}$ 定义为

$$P_{\tilde{v}_i} = \frac{1}{N v_y^2} \sum_{k=1}^N (\tilde{v}_i(x_{ki}) - v_y)^2. \quad (14)$$

与式(12)中 $P_{\tilde{y}_i}$ 相比, $P_{\tilde{v}_i}$ 越大, x_i 越重要. 将 $P_{\tilde{y}_i}$ 和 $P_{\tilde{v}_i}$ 合并成一个性能指标 P_i , 如下所示:

$$P_i = \frac{P_{\tilde{y}_i}}{1 + P_{\tilde{v}_i}}, \quad (15)$$

计算式(15)中的性能指标函数 P_i , 并按降序排列, 得到按重要性排序的变量 x_i 列表. 如果 $P_i = 0$, 表示性能很好, 如果 $P_i = 1$, 表示性能很差, $0 < P_i < 1$.

3.2 提出的辨识方法

从文献[14-15]的模糊辨识方法中可以看出, 高斯型隶属函数的形状更适合模糊辨识, 而且高斯函数中心的确定是比较重要的. 为了提高模型辨识精度, 文献中多采用粒子群算法对高斯函数的中心和宽度同时进行优化, 这样虽然能够提高辨识精度, 但却增加了计算机寻优时间. 为了避免复杂的迭代优化过程, 本文从简化计算机运行时间角度出发, 将FCM与高斯型函数相结合(简称FCM-G), 利用模糊聚类能自动搜索聚类中心的特点, 来弥补高斯型隶属函数中心不能自动确定的缺陷, 同时引入重要输入变量选择的概念, 提出一种新的非线性动态系统模糊辨识方法. 即首先采用改进的TSFC方法从众多候选变量中确定重要的输入变量, 并确定输入变量个数; 然后采用模糊聚类(FCM)对样本数据进行模糊C均值划分, 获得聚类中心, 并将聚类中心作为高斯型隶属函数的中心, 通过选择合适的高斯函数宽度值, 从而获得最终的前提参数; 最后采用递推最小二乘(RLS)辨识结论参数. 本文提出的考虑重要输入变量选择的模糊辨识方法(简称TSFC-FCM-G)如图2所示, 具体辨识步骤如下.

步骤1 重要输入变量选择.

应用改进的TSFC方法由式(12)(14)分别计算候选输入变量 x_i 的第1阶段模糊曲线性能指标 $P_{\tilde{y}_i}$ 和第2阶段模糊曲线性能指标 $P_{\tilde{v}_i}$, 根据获得的 $P_{\tilde{y}_i}$ 和 $P_{\tilde{v}_i}$ 由式(15)计算合成性能指标函数 P_i , 并按降序排列, 得到按

重要性排序的变量 x_i 列表, 选出重要输入变量并确定输入变量个数 r , 用其进行建模.

步骤2 模糊C-均值聚类中心获取.

首先确定初始的模糊聚类数 c , 利用随机数发生器给聚类中心矩阵 v 赋初值, 根据式(6)(7)分别计算聚类中心 v_i 和模糊隶属度函数矩阵 Φ , 根据循环停止条件 ε 获得最后的聚类中心 v_i , 并作为高斯型函数的中心.

步骤3 前件隶属函数 A_q^i 的获取.

与高斯型隶属度函数结合对前提参数进行辨识, 将步骤2得到聚类中心 v_i 作为高斯函数的中心, $\alpha_q^i = v_{iq}$. 通过选择合适的高斯函数宽度 β , 代入式(3)计算 $A_q^i(x_q)$, 获取前件隶属函数.

步骤4 采用递推最小二乘算法对结论参数进行辨识.

设辨识对象为 $P(X, Y)$, 其中 X 为系统的输入, Y 为系统的输出, $X \in \mathbb{R}^N$, $Y \in \mathbb{R}^q$. 因为这样的多进多出(multiple input multiple output, MIMO)系统可分为 q 个多进单出(multiple input single output, MISO)子系统进行辨识, 因此只讨论MISO系统的辨识. 本文采用的模型为T-S模糊模型, 如式(1). 定义

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{m=1}^c w_m}. \quad (16)$$

由式(2)可知系统的输出可表示为

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^c \bar{w}_i y^i = \sum_{i=1}^c \bar{w}_i (a_0^i + a_1^i x_1 + a_2^i x_2 + \cdots + a_r^i x_N) = [\bar{w}_1 \ \bar{w}_1 x_1 \ \cdots \ \bar{w}_1 x_N \ \bar{w}_c \ \bar{w}_c x_1 \ \cdots \ \bar{w}_c x_N] \times [a_0^1 \ a_1^1 \ \cdots \ a_N^1 \ \cdots \ a_0^c \ a_1^c \ \cdots \ a_N^c]^T. \quad (17)$$

将 N 对输入输出数据代入上式可得到一矩阵等式

$$Y = XA, \quad (18)$$

其中: A 是 $L = (N+1)c$ 维结论参数向量; Y, X 分别是 $N \times 1, N \times L$ 的矩阵. A 的最小二乘估计为 $A^* = (X^T X)^{-1} X^T Y$. 结论参数 A 的辨识方法采用递推最小二乘法^[11], 一方面这样可以避免矩阵求逆, 另一方面是该方法具有实时更新样本参数的作用.

步骤5 计算性能指标均方误差(mean square error, MSE), 其计算式如下. 如果MSE满足辨识精度, 则辨识算法结束; 否则增加 c , 转到步骤2.

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2, \quad (19)$$

式中: k 是第 k 个数据对, N 是数据样本总数, $y(k)$ 是第 k 个原始模型输出, $\hat{y}(k)$ 是第 k 个数据点的模型输出.

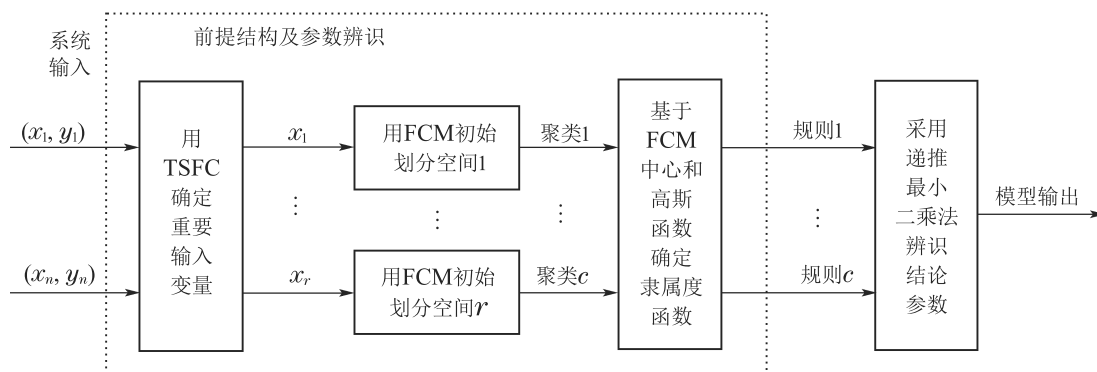


图2 基于TSFC的T-S模糊模型辨识方法

Fig. 2 T-S fuzzy model identification approach based on TSFC

4 仿真举例与应用

本文通过例举两个熟知的仿真实例和一个实际应用系统来验证所提出的辨识方法的优越性, 主要考核模型的预测性能和泛化性. 在仿真实例中通过选择不同数量的输入变量数来验证重要输入变量选择的重要性. 仿真举例中模型预测性能是通过与文献中的其他方法相比较来验证的. 为了验证模型的泛化性, 将数据样本集分成训练集和测试集两部分.

为了反映原始模型与提出的模糊模型的之间的误差大小, 可以将均方误差(MSE)作为评价性能指标.

4.1 Mackey-Glass混沌时间序列

Mackey-Glass混沌时滞微分方程广泛用于比较不同模糊模型的学习和泛化能力^[11]. Mackey-Glass混沌时间序列由以下微分方程产生:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{0.2x(t-17)}{1+x^{10}(t-17)} - 0.1x(t). \quad (20)$$

时间序列预测的任务是利用已知时间序列在 $x(t)$ 的值去预测将来时刻 $x(t+P)$ 的值(P 为预测步数). 为了获得时间序列在整数点的值, 可采用四阶龙格-库塔法得到式(20)的数值解. 设初始值 $x(0) = 1.2$, 在 $t = 124$ 和 $t = 1123$ 之间采集1000个输入输出数据对.

4.1.1 重要输入变量选择

利用得到的1000个输入输出数据对, 令

$$x_i = x(t-i), i = 1, \dots, 18, y = x(t+1),$$

利用第3节中提出的TSFC方法, 计算变量 x_i 的性能指标函数 P_i , 并根据其重要性得到变量列表(见表1). 由表1可知以下输入变量: $x(t-1)$, $x(t-2)$, $x(t-3)$, $x(t-4)$, $x(t-5)$ 和 $x(t-18)$ 是混沌系统的6个重要输入变量.

表1 Mackey-Glass混沌系统输入变量性能指标列表

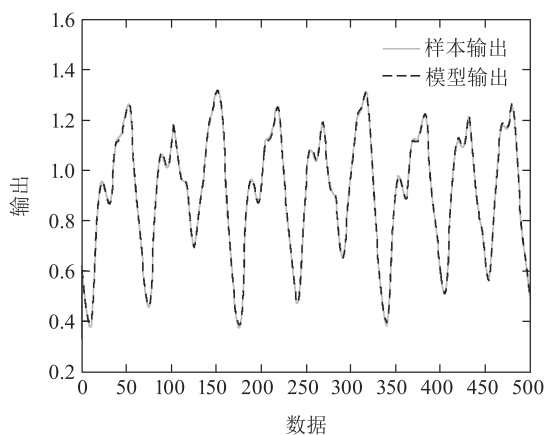
Table 1 List of performance index for Mackey-Glass chaotic system

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_{18}
输入	$x(t-1)$	$x(t-2)$	$x(t-3)$	$x(t-4)$	$x(t-5)$	$x(t-18)$
P_i	0.0611	0.1164	0.1967	0.3003	0.4203	0.4960

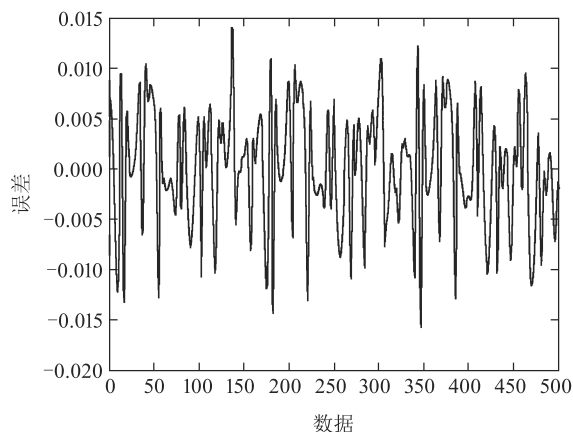
4.1.2 预测模型的建立

为了验证考虑重要输入变量选择的T-S模糊模型的预测性能与泛化性, 将1000个数据对分为两部分, 前500个数据对作为训练样本集, 剩余500个数据对作为检验样本集.

多数文献中, 一般选用 $x(t-1)$, $x(t-2)$, $x(t-3)$, $x(t-4)$, $x(t-5)$ 和 $x(t-6)$ 这6个输入变量, 来预测输出变量 $x(t+1)$ 的值. 本文选取由TSFC方法确定的6个变量作 $x(t-1)$, $x(t-2)$, $x(t-3)$, $x(t-4)$, $x(t-5)$ 和 $x(t-18)$ 作为T-S模糊模型的输入, 模糊规则数设为2. 图3~4分别给出了本文方法的建模与预测结果. 表2列出了在选择常规输入变量与重要输入变量两种情况下的模型辨识结果, 对比结果表明, 本文提出的方法具有较好的建模与预测精度. 即, 在输入变量数相同的条件下, 考虑输入变量选择的模糊模型辨识精度的要优于常规输入变量选择的模糊辨识结果.



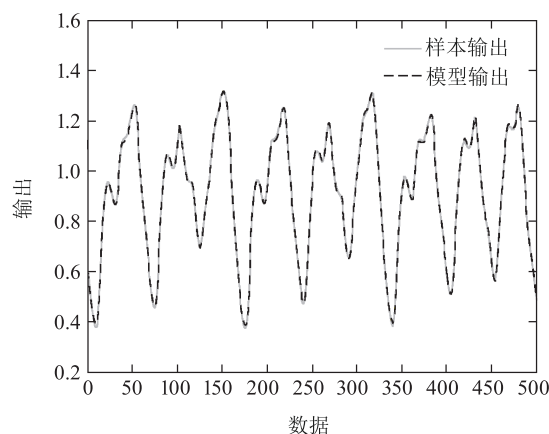
(a) 输出比较



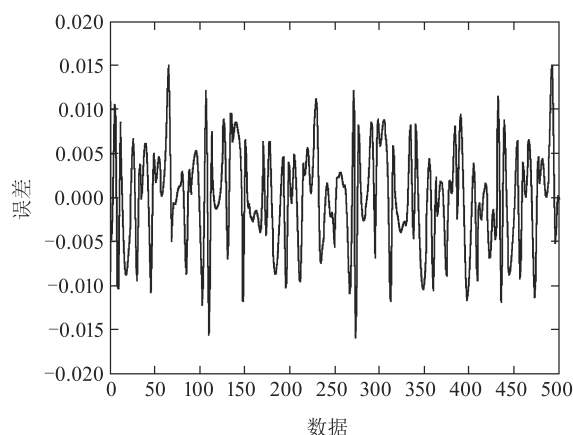
(b) 建模误差

图3 训练模型和原系统的Mackey-Glass混沌系统的比较

Fig. 3 Comparison of our model and the original system for Mackey-Glass chaotic system (training)



(a) 输出比较



(b) 预测误差

图4 检验模型和原系统的Mackey-Glass混沌系统的比较

Fig. 4 Comparison of our model and the original system for Mackey-Glass chaotic system (testing)

同时, 表3列出了将本文的模型性能与现有文献的模型性能比较结果, 从表3中可以看出, 在规则数为2的情况下, 本文方法的建模与预测结果分别为 3.071×10^{-5} 和 3.142×10^{-5} , 远高于文献中提出的其他方法.

表2 Mackey-Glass混沌系统输入变量选取结果的比较

Table 2 Comparison of the results of selecting input variables for Mackey-Glass chaotic system

模型	输入变量	规则数	MSE1(建模)	MSE2(预测)
FCM-G	$x(t-1), x(t-2), x(t-3), x(t-4), x(t-5), x(t-6)$	2	4.6697×10^{-5}	4.881×10^{-5}
TSFC-FCM-G	$x(t-1), x(t-2), x(t-3), x(t-4), x(t-5), x(t-18)$	2	3.0711×10^{-5}	3.1425×10^{-5}

表3 Mackey-Glass混沌系统不同模型的比较

Table 3 Comparison of different models for Mackey-Glass chaotic system

模型	规则数	MSE1(建模) $\times 10^{-4}$	MSE2(预测) $\times 10^{-4}$
文献[16]	25	5.76	6.401
文献[16]	36	7.1289	6.5536
文献[17]	—	9.61	10.24
文献[18]	—	4.84	7.29
文献[19]	10	5.0216	6.7449
本文模型	2	0.46697	0.4881
本文模型(TSFC)	2	0.30711	0.31425

4.2 Box-Jenkins煤气炉系统

本节考虑单输入单输出的动态煤气炉系统^[20-21], u 表示输入到煤气炉的煤气流量, y 表示煤气炉输出气体的二氧化碳浓度, 采样时间为9 s, 具有296个输入输出测量值.

4.2.1 基于TSFC选择输入变量

根据本文第3节的TSFC方法, 令

$$x_i = \begin{cases} u(k-i-1), & i=1, 2, \dots, 5, \\ y(k-i+5), & i=6, 7, 8. \end{cases}$$

利用式(15)计算 x_i 的性能指标函数 P_i , 得到变量 x_i 的列表如表4所示, P_i 越小, 输入变量越重要. 从表4中可以看出, $y(k-1)$, $u(k-4)$, $y(k-2)$, $u(k-3)$, $y(k-3)$ 和 $u(k-2)$ 是与输出 $y(k)$ 密切相关的重要输入变量.

4.2.2 预测模型建立

这个实验分两种情况, 第1种情况将所有296组

数据都用于构建模糊模型. 为了突出重要输入变量对模型精度的影响, 输入变量数分别按2, 4, 6这3种形式进行验证. 详细的性能比较结果如表5所示. 从表中可以看出, 重要输入变量对模型性能影响较大, 特别是在输入变量数较少的情况下. 当输入变量数为6时, 现有文献一般选择 $u(k)$, $u(k-1)$, $u(k-2)$, $y(k-1)$, $y(k-2)$, $y(k-3)$ 作为模型的输入变量; 本文将根据重要输入变量选择结果采用 $y(k-1)$, $u(k-4)$, $y(k-2)$, $u(k-3)$, $y(k-3)$ 和 $u(k-2)$ 作为T-S模糊模型的输入, 设规则数为2.

表4 Box-Jenkins系统输入变量性能指标列表

Table 4 List of performance index for Box-Jenkins system

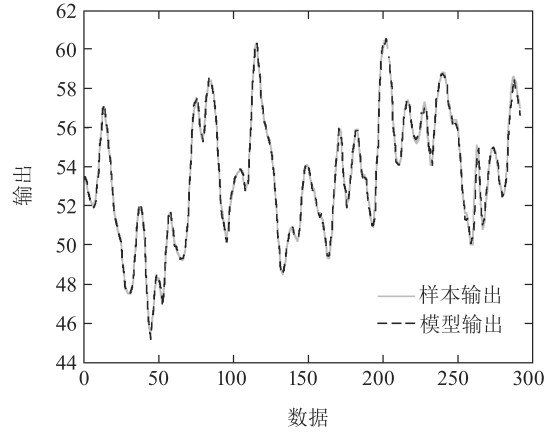
x_i	x_6	x_5	x_7	x_4	x_8	x_3
输入	$y(k-1)$	$u(k-4)$	$y(k-2)$	$u(k-3)$	$y(k-3)$	$u(k-2)$
P_i	0.0705	0.1494	0.1605	0.2604	0.3061	0.4296

表5 Box-Jenkins系统输入变量选择结果的比较(情形1)

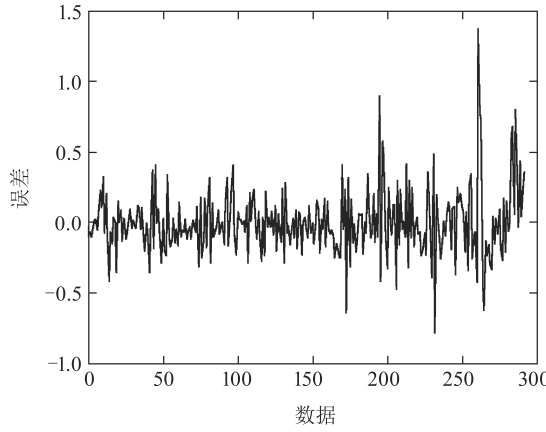
Table 5 Comparison of the results of selecting input variables for Box-Jenkins system (Case 1)

模型	输入变量	规则数	MSE
FCM-G	$u(k), y(k-1)$	2	0.4243
TSFC-FCM-G	$u(k-4), y(k-1)$	2	0.1655
FCM-G	$u(k), u(k-1), y(k-1), y(k-2)$	2	0.0757
TSFC-FCM-G	$u(k-4), u(k-3), y(k-1), y(k-2)$	2	0.0609
FCM-G	$u(k), u(k-1), u(k-2), y(k-1), y(k-2), y(k-3)$	2	0.0579
TSFC-FCM-G	$u(k-4), u(k-3), u(k-2), y(k-1), y(k-2), y(k-3)$	2	0.05464

图5给出了本文提出的考虑6个重要输入变量的模型预测结果,图5(a)是实际输出与模型预测输出曲线,图5(b)是建模误差曲线.表6给出了本文模型与现有文献的比较结果,从表6中可以看出本文模型在模糊规则数为2时的建模精度为0.0545,优于其他文献的结果.



(a) 输出比较



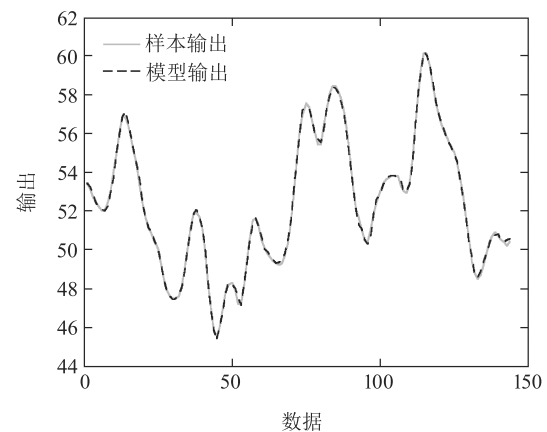
(b) 建模误差

图5 模型和原系统的Box-Jenkins煤气炉系统的比较(情形1)
Fig. 5 Comparison of our model and the original system for Box-Jenkins system (Case 1)

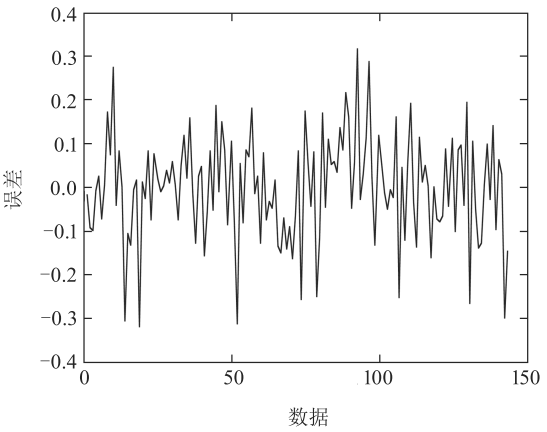
表6 Box-Jenkins系统不同模型的比较(情形1)
Table 6 Comparison of different models for Box-Jenkins system (Case 1)

模型	输入变量数	规则数	MSE(训练)
文献[22]	6	2	0.068
文献[23]	6	2	0.066
文献[24]	6	8	0.075
文献[11]	6	2	0.0561
文献[15]	6	4	0.0498
文献[25]	6	3	0.0560
文献[26]	6	3	0.0534
本文模型	6	2	0.0545

第2种情况,将前148个数据对作为训练数据集,剩余148个数据对作为检验数据集来评价模糊模型.当规则数为2,输入变量数为6时,通过应用训练数据和检验数据建立的逼近实际系统的模糊模型性能结果和逼近误差分别如图6-7所示,可见构建的T-S模糊模型输出能够很好地逼近实际系统输出.

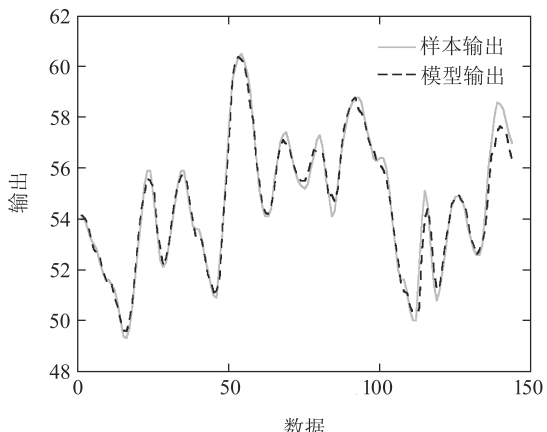


(a) 输出比较



(b) 建模误差

图6 应用训练数据建立的模型和实际Box-Jenkins系统的比较(情形2)
Fig. 6 Comparison of our model and the original system for Box-Jenkins system using training data (Case 2)



(a) 输出比较

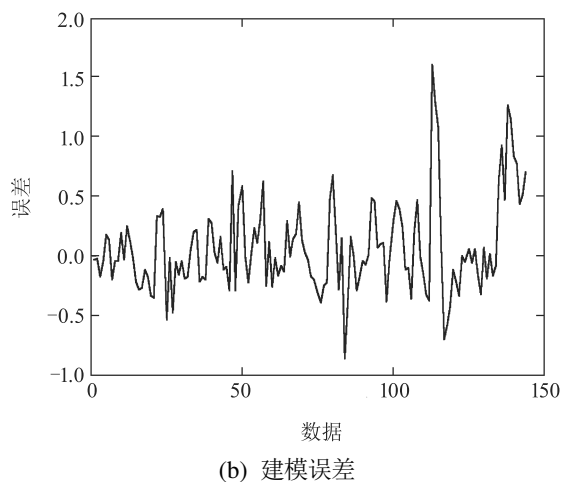


图7 应用检验数据建立的模型和实际Box-Jenkins系统的比较(情形2)

Fig. 7 Comparison of our model and the original system for Box-Jenkins system using tasting data (Case 2)

表7给出了提出的辨识方法和其它方法的详细比较结果.

表7 Box-Jenkins系统不同模型的比较(情形2)

Table 7 Comparison of different models for Box-Jenkins system (Case 2)

模型	规则数	MSE1(建模)	MSE2(预测)
文献[27]	4	0.071	0.261
文献[28]	2	0.034	0.244
文献[24]	7	0.022	0.236
文献[29]	3	0.0159	0.1255
文献[26]	3	0.0150	0.1470
文献[30]	2	0.0254	0.1243
文献[31]	2	0.0168	0.1402
文献[32]	3	0.0149	0.1324
本文模型	2	0.0165	0.1522
本文模型(TSFC)	2	0.0151	0.1674
本文模型	3	0.0144	0.1627
本文模型(TSFC)	3	0.0142	0.1540

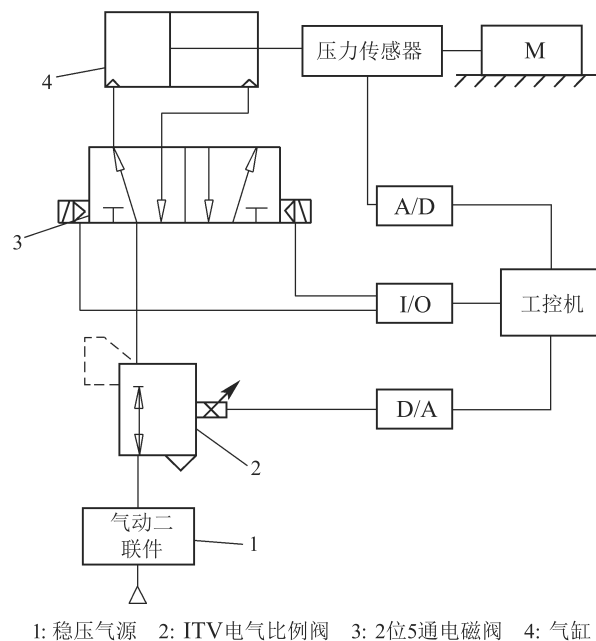
从表7中可以看出, 构建的T-S模糊模型训练性能指标MSE是0.0142, 检验性能指标MSE是0.1540, 优于或接近文献中提出的方法. 而且构建的只有2个模糊规则的T-S模糊模型的训练性能指标MSE是0.0151, 检验性能指标MSE是0.1674. 尽管文献中构建的T-S模糊模型也是有2-3个模糊规则, 训练性能指标和检验性能指标接近本文提出的方法, 但这些辨识结果均是通过迭代向量量化聚类法^[29]、重力搜索算法(gravity search algorithm, GSA)^[26,32]和改

进的混合回溯搜索算法(improved hybrid backtracking search algorithm, IHBSA)^[31]等复杂参数优化过程获得的, 本文算法的优势在于避免了这些复杂的迭代学习过程.

4.3 气动变载荷加载系统

气动系统具有成本低、输出质量比高、无污染、维护方便等优点, 广泛应用于工业自动化领域. 然而, 空气的可压缩性、气缸两腔的充排气特性、电气比例阀的流量非线性、死区特性、时滞性以及气缸摩擦力等因素, 导致了气动加载系统的强非线性、强耦合性, 从而给气动加载系统的建模和控制带来许多困难^[33]. 一般来说, 建立系统模型有两种方法: 一是完全了解系统的运行规律, 根据物理规律建立模型; 另一种是根据系统的运行和实验数据来识别系统模型. 本文采用考虑重要输入变量选择的模糊辨识方法, 建立气动变载荷加载系统的T-S模糊模型.

气动变载荷加载试验机适用于小载荷的精确加载和数值连续可变的变载荷加载, 可模拟地面和空间机构活动界面的运动行为, 实现重力和微重力环境下多种活动界面间的摩擦磨损模拟试验. 图8为试验用气动变载荷加载系统结构图.



1: 稳压气源 2: ITV电气比例阀 3: 2位5通电磁阀 4: 气缸

图8 气压加载系统结构简图

Fig. 8 Structural diagram of the variable load pneumatic loading system

图8系统包括稳压气源、气动联轴器、SMC先导电比例压力阀、SMC单杆双作用气缸等气动元件, 气缸直径40 mm、行程50 mm. 测控系统包括用于实时压力测量的拉力压力传感器、用于模拟输入的

研华PCI-1710数据采集卡、用于控制输出的研华PCI-1720模拟输出卡,系统控制器为IPC-610研华工控机.在系统的动态响应范围内,以伪随机方波序列作为激励信号,在开环状态下连续作用于系统,采集系统的输入和输出数据.采样周期为0.1 s,采样时间为100 s,得到1000个采样点,其中 $u(k)$ 为气动比例阀电流输入, $y(k)$ 为气动加载系统实际压力输出.

4.3.1 基于TSFC选择输入变量

利用采集到的1000组数据,根据本文第2部分描述的TSFC方法对输入变量进行排序,它们的重要性如表8所示,选择 $u(k-1)$, $u(k-2)$, $u(k-3)$, $u(k-4)$, $y(k-1)$ 和 $y(k-2)$ 6个变量作为模糊模型的重要输入变量.

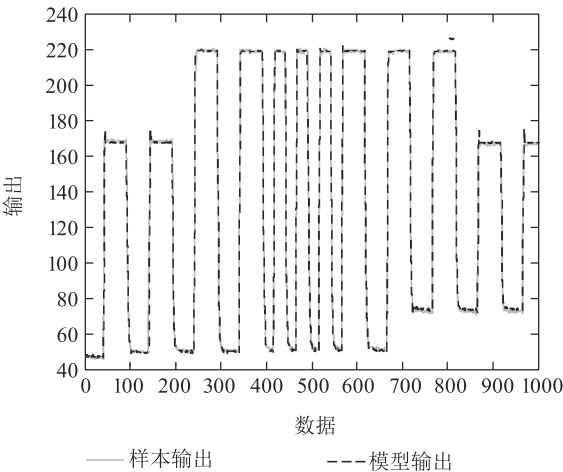
表 8 气动变载荷加载系统输入变量性能指标列表
Table 8 List of performance index for variable load pneumatic loading system

x_i	x_{12}	x_9	x_8	x_{10}	x_{13}	x_7
输入	$y(k-1)$	$u(k-2)$	$u(k-3)$	$u(k-1)$	$y(k-2)$	$u(k-4)$
P_i	0.0212	0.0262	0.0375	0.0577	0.0598	0.0702

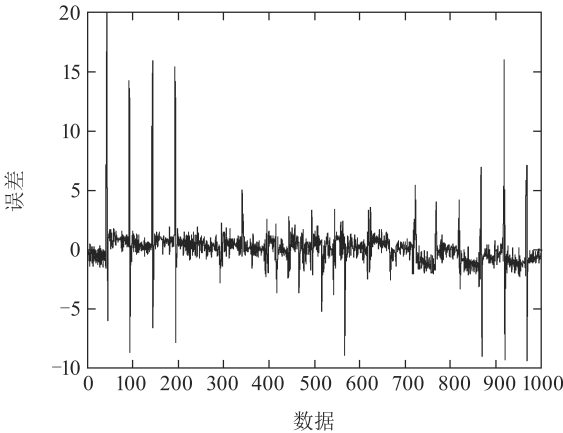
4.3.2 预测模型建立

为了说明输入变量选择在实际非线性动态系统建模中的作用,分别采用常规输入变量 $u(k-2)$, $u(k-1)$, $u(k)$, $y(k-1)$, $y(k-2)$, $y(k-3)$ 和重要输入变量建立T-S模糊模型进行比较,设模糊规则数为3.采用本文提出的T-S模糊模型建模方法建立气动变载荷加载系统的模糊模型,并通过实验数据建立的逼近实际系统的模糊模型性能结果和逼近误差分别如图9(a)–9(b)所示,可见构建的T-S模糊模型输出能够很好地逼近实际气动加载系统的输出.气动加载系统输入变量选择模型性能比较如表9所示,从表9中可以看出,在输入变量数为4时,考虑重要输入变量选择的性能指标MSE为3.7864,不考虑

重要输入变量选择的性能指标MSE为19.4820;在输入变量数为6时,考虑重要输入变量选择的性能指标MSE为1.8307,不考虑重要输入变量选择的性能指标MSE为14.7006,可见本文提出的模糊建模方法的逼近误差评价指标远低于常规输入变量的选择方法,重要输入变量的选择对于实际动态系统的建模是比较重要的.



(a) 输出比较



(b) 建模误差

图 9 应用实验数据建立的气动系统模糊模型和实际系统输出比较

Fig. 9 Square wave loading test results for the variable load pneumatic loading system

表 9 气动加载系统输入变量选择结果比较

模型	输入变量	规则数	MSE
FCM-G	$u(k-1), u(k), y(k-1), y(k-2)$	3	19.4820
TSFC-FCM-G	$u(k-1), u(k-2), u(k-3), y(k-1)$	3	3.7864
FCM-G	$u(k-2), u(k-1), u(k), y(k-1), y(k-2), y(k-3)$	3	14.7006
TSFC-FCM-G	$u(k-1), u(k-2), u(k-3), u(k-4), y(k-1), y(k-2)$	3	1.8307

5 结论

本文提出了一种新的模糊辨识方法, 研究了重要输入变量的选择对模糊建模精度的影响. 首先利用TSFC方法选取重要输入变量并进行结构辨识, 然后利用FCM与高斯函数相结合的方法进行前提参数辨识; 最后为了避免矩阵求逆, 利用递推最小二乘方法进行结论参数辨识. 通过重要输入变量的选择, 不仅可以解决模型精度与模糊规则库大小的矛盾, 而且可以避免复杂的参数寻优过程. 与以往的模糊模型相比, TSFC模型简化了结构识别的复杂性, 通过对重要的输入变量进行离线预处理, 实现了结构辨识的简捷性和较高的识别精度. 仿真实验部分, 通过两个国际标准例题的辨识结果表明, 基于TSFC的模糊建模方法大大提高了模型的精度. 此外, 在气动变载荷加载系统中的实际应用结果验证了输入变量选择的实用性. 本文的研究结果对模糊辨识在非线性动态系统中的应用具有重要的理论意义.

参考文献:

- [1] LIN Y, CUNNINGHAM G A I, COGGESHALL S V, et al. Nonlinear system input structure identification: Two stage fuzzy curves and surfaces. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics—Part A Systems and Humans*, 1998, 28(5): 678 – 684.
- [2] QIAN Xiaoyi, ZHANG Yuxian, ZHANG Zhifeng, et al. Interval type-2 fuzzy rule mining algorithm based on multi-population quantum evolutionary optimization. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(1): 32 – 42.
(钱小毅, 张宇献, 张志峰, 等. 基于多种群量子进化的区间二型模糊规则挖掘算法. 控制理论与应用, 2019, 36(1): 32 – 42.)
- [3] WANG S D, LEE C H. Fuzzy system modeling using linear distance rules. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 108(2): 179 – 191.
- [4] EMAMI M R, GOLDENBERG A A, I BURHAN TÜRKSSEN. Fuzzy-logic control of dynamic systems: From modeling to design. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2000, 13(1): 47 – 69.
- [5] SAKOH N, FURUHASHI T, TACHIBANA K, et al. A study on automatic allocation of membership functions for fuzzy modeling. *IEEE International Conference on Systems*. Tokyo, Japan: IEEE, 1999: 290 – 295.
- [6] TRAN H D, MUTTIL N, PERERA B J C. Selection of significant input variables for time series forecasting. *Environmental Modelling and Software*, 2015, 64: 156 – 163.
- [7] CHOI S I, OH J, CHOI C H, et al. Input variable selection for feature extraction in classification problems. *Signal Processing*, 2012, 92(3): 636 – 648.
- [8] KAPETANAKIS D S, MANGINA E, FINN D P. Input variable selection for thermal load predictive models of commercial buildings. *Energy and Buildings*, 2017, 137(Complete): 13 – 26.
- [9] SUGENO M, YASUKAWA T. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, 122(1): 7 – 31.
- [10] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 1985, 15(1): 116 – 132.
- [11] LIU Fucui. *Fuzzy Model Identification of Nonlinear System and its Application*. Beijing: National Defense Industry Press, 2006.
(刘福才. 非线性系统的模糊模型辨识及其应用. 北京: 国防工业出版社, 2006.)
- [12] TSAI S H, CHEN Y W. A novel identification method for Takagi-Sugeno fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*, 2018, 338: 117 – 135.
- [13] BEZDEK J C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. New York: Plenum Press, 1981.
- [14] KUNG C C, SU J Y. Affine Takagi-Sugeno fuzzy modelling algorithm by fuzzy *c*-regression models clustering with a novel cluster validity criterion. *IET Control Theory Application*, 2007, 1(5): 1255 – 1265.
- [15] LI C, ZHOU J, XIANG X, et al. T-S fuzzy model identification based on a novel fuzzy *c*-regression model clustering algorithm. *Engineering Application of Artificial Intelligence*, 2009, 22(4/5): 646 – 653.
- [16] DUAN J C, CHUNG F L. Multilevel fuzzy relational systems: Structure and identification. *Soft Computing*, 2002, 6(2): 71 – 86.
- [17] GUO F, LIN L, XIE X, et al. Novel hybrid rule network based on T-S fuzzy rules. *Neural Network World*, 2015, 25(1): 93 – 116.
- [18] MASOUMI SHAHR-BABAK M, KHANJANI M, QADERI K. Uplift capacity prediction of suction caisson in clay using a hybrid intelligence method (GMDH-HS). *Applied Ocean Research*, 2016, 59: 408 – 416.
- [19] ZOU W, LI C, ZHANG N. A T-S fuzzy model identification approach based on a modified inter type-2 FRCM algorithm. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(3): 1104 – 1113.
- [20] BOX G E, JENLINS G M. Time series analysis: Forecasting and control. *Oakland, California, Holden-Day*, 1976, 31(4): 238 – 242.
- [21] LIU Fucui, GUAN Xinping, PEI Run. Fuzzy identification of nonlinear system based on a new fuzzy model. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(1): 113 – 116.
(刘福才, 关新平, 裴润. 基于一种新模糊模型的非线性系统模糊辨识. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 113 – 116.)
- [22] SUGENO M, TANAKA K. Successive identification of a fuzzy model and its applications to prediction of a complex system. *Fuzzy Sets System*, 1991, 42(3): 315 – 334.
- [23] WANG L, LANGARI R. Building Sugeno-type models using fuzzy discretisation and orthogonal parameter estimation techniques. *IEEE Transactions Fuzzy Systems*, 1995, 3(4): 454 – 458.
- [24] TSEKOURAS G E. On the use of the weighted fuzzy *C*-means in fuzzy modeling. *Advance Engineering Software*, 2005, 36(5): 287 – 300.
- [25] LI C S, ZHOU J Z, LI Q Q, et al. A new T-S fuzzy-modeling approach to identify a boiler-turbine system. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37: 2214 – 2221.
- [26] LI C S, ZHOU J Z, FU B, et al. T-S fuzzy model identification with a gravitational search-based hyper-plane clustering algorithm. *IEEE Transactions Fuzzy Systems*, 2012, 20(2): 305 – 317.
- [27] LIN Y, CUNNINGHAM G A. A new approach to fuzzy-neural modeling. *IEEE Transactions Fuzzy Systems*, 1995, 3(2): 190 – 198.
- [28] KIM E, LEE H, PARK M, et al. A simply identified Sugeno-type fuzzy model via double clustering. *Information Sciences*, 1998, 110(1/2): 25 – 39.
- [29] LI C S, ZHOU J Z, XIANG X Q, et al. T-S fuzzy model identification based on a novel fuzzy *c*-regression model clustering algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2009, 22(4/5): 646 – 653.
- [30] LUO M, SUN F, LIU H. T-S fuzzy systems identification based on hierarchical sparse representation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2013, 21(6): 1032 – 1043.

- [31] YAN S Q, ZHOU J Z, ZHENG Y, et al. An improved hybrid backtracking search algorithm based T-S fuzzy model and its implementation to hydroelectric generating units. *Neurocomputing*, 2018, 275: 2066 – 2079.
- [32] LI C S, ZOU W, ZHANG N, et al. An evolving T-S fuzzy model identification approach based on a special membership function and its application on pump-turbine governing system. *Engineering Application of Artificial Intelligence*, 2018, 69: 93 – 103.
- [33] LIU Fucui, JIA Yafei, LIU Shuangshuang. Integral linear ADRC for pneumatic loading system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(8): 1090 – 1097.
(刘福才, 贾亚飞, 刘爽爽. 气动加载系统的积分型线性自抗扰控制器. 控制理论与应用, 2015, 32(8): 1090 – 1097.)
- [34] JIA Ru, WANG Gang, SONG Donghua. New stability criterion for time-delay Takagi-Sugeno fuzzy systems. *Control Theory & Appli-*

cations, 2018, 35(3): 317 – 323.

(贾茹, 汪刚, 宋华东. 一类新的Takagi-Sugeno模糊时滞系统的稳定性准则. 控制理论与应用, 2018, 35(3): 317 – 323.)

作者简介:

刘福才 博士生导师, 目前研究方向为空间机构运动行为分析与控制、非线性系统模糊辨识与控制, E-mail: lfc@ysu.edu.cn;

吕金凤 博士研究生, 目前研究方向为非线性系统模糊辨识与控制, E-mail: xfy0308@163.com;

任亚雪 博士研究生, 目前研究方向为非线性系统模糊辨识与控制, E-mail: 2592863354@qq.com.