

非线性时变系统的自耦PID控制方法

苏 杰, 曾喆昭[†]

(长沙理工大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410076)

摘要: 针对一类非线性时变系统的控制问题, 使用了一种基于自耦PID的控制理论方法. 该方法首先将时变不确定、模型不确定定义为一个扩张状态, 并将非线性时变系统映射为未知线性系统; 然后使用自耦PID控制方法构造了一个闭环系统; 最后在复频域分析了闭环系统的鲁棒稳定性和抗扰动鲁棒性. 理论分析与仿真结果都表明了本文控制方法具有良好的动态品质和稳态性能, 在未知复杂系统控制领域具有广泛的应用前景.

关键词: 非线性时变系统; 自耦PID控制; 自适应速度因子; 鲁棒稳定性

引用格式: 苏杰, 曾喆昭. 非线性时变系统的自耦PID控制方法. 控制理论与应用, 2022, 39(2): 299 – 306

DOI: 10.7641/CTA.2021.00816

Auto-coupling PID control method for nonlinear time varying systems

SU Jie, ZENG Zhe-zhao[†]

(College of Electrical and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan 410076, China)

Abstract: Considering the control problem for a kind of nonlinear time varying systems, a control theory method based on auto-coupling PID was used. Firstly, the time-varying uncertainty and model uncertainty were defined as an extended state, and the nonlinear time varying system was mapped to an unknown linear system. Then a closed-loop system was constructed by using auto-coupling PID control method. Finally the robust stability and anti disturbance robustness of the closed-loop system were analyzed in the complex frequency domain. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed control method has good dynamic quality and steady-state performance, and has a wide application prospect in the control field of unknown complex systems.

Key words: nonlinear time varying systems; auto-coupling PID control; adaptive speed factor; robust stability

Citation: SU Jie, ZENG Zhezhaoh. Auto-coupling pid control method for nonlinear time varying systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(2): 299 – 306

1 引言

由于机理复杂、所处环境未知, 大部分工业系统往往存在时变不确定性和非线性, 因此近几十年来, 非线性时变系统的控制问题得到了国内外学者的广泛关注, 并获得了行之有效的研究成果^[1-5]. 现有控制方法主要包括: 神经网络控制方法^[6-9]、迭代学习与重复学习控制方法^[10-12]、backstepping控制方法^[13-15]、非线性自学习PID控制方法^[16-17]等. 尽管现有这些控制方法都获得了行之有效的控制效果, 然而也都存在各自的局限性, 如: 神经网络控制方法存在结构复杂、计算量大、实时性欠佳的局限性; 迭代学习与重复学习控制方法不仅对初始状态要求过高, 而且需要多次重复迭代才能实现有效控制, 因而存在计算量过大、实时性差的局限性, 而且只能实现周期轨迹的跟踪控制;

backstepping方法存在“微分爆炸”的局限性, 尽管通过干扰观测器或跟踪微分器可以解决“微分爆炸”问题, 然而却增加了控制系统的复杂性; 而自学习非线性PID控制方法则存在增益鲁棒性欠佳与抗扰鲁棒性差的局限性. 为了解决现有控制方法存在各种局限性问题, 文献[18-20]提出了一种自耦PID控制方法, 并根据与被控对象模型无关的速度因子形成了增益整定规则(量纲换算规则), 不仅有效解决了PID的整定难题, 而且解决了PID增益鲁棒性差与抗扰动鲁棒性差的科学问题. 然而, 文献[18-20]的自耦PID控制方法只提出了速度因子的概念, 没有对速度因子做系统深入研究, 而且根据积分步长来镇定速度因子, 不利于实际应用. 为此, 在现有基础上, 本文对速度因子进行了全面系统的分析, 并科学证明了速度因子与系统

收稿日期: 2020-11-18; 录用日期: 2021-04-23.

[†]通信作者. E-mail: 508984293@qq.com; Tel.: +86 13007316699.

本文责任编辑: 刘淑君.

湖南省教育厅重点项目(17A006,21A0183)资助.

Supported by the Key Subject of Education Department of Hunan Province (17A006,21A0183).

稳态误差之间的关系,为期望跟踪精度的决定提供了理论依据.同时为了避免动态过程中因积分饱和引起的超调与振荡现象,本文还设计了一种基于误差的自适应速度因子,有效提高了动态品质和稳态性能,解决了基于时间的自适应速度因子不适合期望输出频繁突变的情况.理论分析与仿真结果都表明了自耦PID (auto-coupling proportional - integral - differential, ACPID)控制方法在不确定非线性时变系统控制中的有效性.

2 问题背景

考虑某二阶时变不确定非线性系统^[12]

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = f_1(y_1, y_2, t) + \\ g(y_1, y_2, t)[f_2(y_1, y_2, t) + u], \\ y = y_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ 是可测量的两个状态, $u \in \mathbb{R}$ 是控制输入, $y \in \mathbb{R}$ 是系统输出. $f_1(\cdot), f_2(\cdot) \in \mathbb{R}$ 是未知非线性函数, $g(\cdot)$ 是系统未知控制增益,且 $0 < g(\cdot) \leq \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 \in \mathbb{R}$.

根据韩京清研究员对总和扰动(或扩张状态)的定义思想^[21],本文将非线性时变系统的未知动态定义为总和扰动 y_3 ,即

$$\begin{aligned} y_3 &= f_1(y_1, y_2, t) + g(y_1, y_2, t) \times \\ &[f_2(y_1, y_2, t) + u] - b_0 u, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 b_0 是未知控制增益的估计值(不要求精确),且 $0 < b_0 \leq \varepsilon_0$.

因而非线性时变系统(1)可等价映射为一个未知线性系统

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3 + b_0 u, \\ y = y_1. \end{cases} \quad (3)$$

由于系统(3)是系统(1)的等价映射,因此根据系统(3)形成的控制器可以对系统(1)施加有效控制.假设被控对象的期望输出为 r ,针对系统(3)的控制问题,定义跟踪的误差及其积分与微分分别为

$$e_1 = r - y, \quad e_0 = \int_0^t e_1 d\tau, \quad e_2 = \dot{e}_1 = \dot{r} - \dot{y},$$

则有: $\dot{e}_2 = \ddot{r} - \ddot{y} = \ddot{r} - \ddot{y}_3 - b_0 \dot{u}$, 同时为便于分析,设 $\hat{y}_3 = \ddot{r} - \ddot{y}_3$, 根据系统(3)可建立受控误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, \\ \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \hat{y}_3 - b_0 u. \end{cases} \quad (4)$$

显然,误差系统(4)实际上是一个在总和扰动 y_3 反向激励下的受控误差系统.设跟踪误差初值为 e_1^- ,跟踪误差微分的初值为 e_2^- .为了使该误差系统从任意不为0的初始状态($e_1^- \neq 0, e_2^- \neq 0$)快速趋向稳定的平衡原点(0, 0),要求合理设计控制律(控制力) u . 本文将使用ACPID控制理论方法来设计控制律(控制力) u .

3 自耦PID控制原理

3.1 自耦PID控制律模型

ACPID的主要特点在于通过速度因子 z_c 将比例(P)、积分(I)和微分(D)3个不同属性物理环节自行耦合在一起,进而形成一个功能各异、目标一致的协同控制信号,即ACPID控制律模型如下^[19]:

$$u = (z_c^3 e_0 + 3z_c^2 e_1 + 3z_c e_2)/b_0. \quad (5)$$

由于ACPID控制律(5)可分解为比例控制力 $u_p = 3z_c^2 e_1/b_0$ 、积分控制力 $u_i = z_c^3 e_0/b_0$ 和微分控制力 $u_d = 3z_c e_2/b_0$ 等3项,其理论依据之一是每一项都由速度因子进行量纲换算,使得3个不同属性的控制力遵循量纲匹配规则;其二是通过速度因子建立了3个不同属性环节之间的内在关系,使得比例控制力、积分控制力和微分控制力在控制过程中能够表现出功能各异且目标一致的协调控制行为,纠正了传统PID3个不同控制力各自为战的不协调控制行为.这两个理论依据正是曾喆昭教授提出的控制理论思想^[19-20].

为避免因积分饱和引起超调与振荡现象,要求对积分控制力 $u_i = z_c^3 e_0/b_0$ 进行限幅处理.此外,考虑到实际系统输入受限情况,要求对控制力也进行限幅处理.设控制输入允许的最大幅值为 u_m ,则限幅条件如下:

$$|u_i| \leq u_{im} = 0.8u_m, \quad |u| \leq u_m. \quad (6)$$

由ACPID控制律(5)组成的闭环控制系统如图1所示.

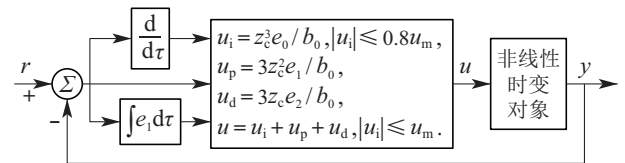


图1 ACPID控制模型

Fig. 1 The control model of ACPID

3.2 ACPID闭环系统分析

定理1 当 $|y_3| \leq \varepsilon_1 < \infty$, $|\ddot{r}| \leq \varepsilon_2 < \infty$, 且 $0 < z_c < \infty$ 时, ACPID闭环系统是大范围鲁棒稳定的,理论上能实现零误差跟踪控制,且具有良好的抗扰动鲁棒性.

证 将式(5)建立的ACPID控制律代入式(4),可得闭环系统

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, \\ \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \hat{y}_3 - z_c^3 e_0 - 3z_c^2 e_1 - 3z_c e_2. \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)取单边拉氏变换得

$$\begin{cases} sE_0(s) = E_1(s), \\ sE_1(s) = E_2(s), \\ sE_2(s) = \hat{Y}_3(s) - z_c^3 E_0(s) - 3z_c^2 E_1(s) - 3z_c E_2(s). \end{cases} \quad (8)$$

对式(8)整理可得

$$E_1(s) = \frac{s}{(s + z_c)^3} \hat{Y}_3(s). \quad (9)$$

可知式(9)为ACPID闭环系统的零状态响应, 由此可定义闭环系统传输函数为

$$H(s) = \frac{E_1(s)}{\hat{Y}_3(s)} = \frac{s}{(s + z_c)^3}. \quad (10)$$

当 $z_c > 0$ 时, 由于系统函数 $H(s)$ 有且仅有唯一的重三重极点 $s = -z_c < 0$ 在 S 域左半平面, 由复频域分析理论可知, 闭环系统(7)或(9)是稳定的. 又因为 z_c 与被控对象的模型无关, 因而系统(7)或(9)是大范围鲁棒稳定的.

根据系统(10), 闭环系统(9)可简化为

$$E_1(s) = H(s) \hat{Y}_3(s). \quad (11)$$

根据系统传输函数(10)可得其单位冲击响应为

$$h(t) = (t - 0.5z_c t^2) e^{-z_c t}. \quad (12)$$

因此闭环系统(11)的时域解为

$$e_1(t) = h(t) * \hat{y}_3(t), \quad (13)$$

其中“*”表示卷积积分运算.

当 $|y_3| \leq \varepsilon_1 < \infty$, $|\ddot{r}| \leq \varepsilon_2 < \infty$ 时, 则必有 $|\hat{y}_3| = |\ddot{r} - y_3| \leq \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ 成立. 再根据

$$e_1(t) = h(t) * \hat{y}_3(t) = \int_0^t h(\tau) * \hat{y}_3(t - \tau) d\tau,$$

则可以推出

$$|e_1(t)| \leq \int_0^t |h(\tau)| |\hat{y}_3(t - \tau)| d\tau \leq (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \int_0^t |h(\tau)| d\tau,$$

因而有

$$|e_1(\infty)| \leq (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \int_0^\infty |h(\tau)| d\tau. \quad (14)$$

由式(12)所示的 $h(t) = (t - 0.5z_c t^2) e^{-z_c t}$ 可知: 当 $0 < t < 2/z_c$ 时, $h(t) > 0$; 当 $2/z_c < t < \infty$ 时, $h(t) <$

0, 且 $h(0) = h(2/z_c) = h(\infty) = 0$. 由于

$$H(s) = \int_0^\infty h(\tau) e^{-s\tau} d\tau = \frac{s}{(s + z_c)^3},$$

因而有

$$H(0) = \int_0^\infty h(\tau) d\tau = 0,$$

即

$$\int_0^\infty h(\tau) d\tau = \int_0^{2/z_c} h(\tau) d\tau + \int_{2/z_c}^\infty h(\tau) d\tau = 0,$$

因此有

$$\int_0^{2/z_c} h(\tau) d\tau = - \int_{2/z_c}^\infty h(\tau) d\tau = \int_{2/z_c}^\infty |h(\tau)| d\tau.$$

从而有

$$\begin{aligned} \int_0^\infty |h(\tau)| d\tau &= \int_0^{2/z_c} h(\tau) d\tau + \int_{2/z_c}^\infty |h(\tau)| d\tau = \\ &2 \int_0^{2/z_c} h(\tau) d\tau = \frac{4}{z_c^2 e^2} < \frac{1}{z_c^2}. \end{aligned}$$

将上式代入式(14)即得

$$|e_1(\infty)| < (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/z_c^2. \quad (15)$$

根据 $e_2(t) = \dot{e}_1(t) = \dot{h}(t) * \hat{y}_3(t)$, 同理可得

$$|e_2(\infty)| < (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/z_c.$$

以上理论分析表明, 当总和扰动有界: $|y_3| \leq \varepsilon_1 < \infty$, $|\ddot{r}| \leq \varepsilon_2 < \infty$, 且当 $z_c \rightarrow \infty$ 时, $|e_1(\infty)| = 0$, $|e_2(\infty)| = 0$, 因此, 闭环系统(7)的跟踪误差 e_1 及其微分 e_2 可以从任意不为零的初始状态向稳定的平衡点 $(0, 0)$, 理论上可以实现零误差跟踪控制. 由于 (e_1, e_2) 趋向原点只与 $\hat{y}_3$ 是否有界有关, 而与其具体模型无关, 因此ACPID控制系统具有良好的抗总和扰动鲁棒性.

证毕.

文献[19]的鲁棒稳定性分析中: 根据 $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{h}(t) = 0$, 直接由 $e_1(t) = h(t) * \hat{y}_3(t)$, $e_2(t) = \dot{e}_1(t) = \dot{h}(t) * \hat{y}_3(t)$, 得出结论

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = 0,$$

显得不够严谨, 为此, 本文做了上述纠正.

为验证本文ACPID控制系统部分限幅的合理性, 现给出积分饱和和受限时的稳定性定理.

定理2 当 $0 < z_c < \infty$ 时, 积分控制力受限下的ACPID闭环系统是大范围鲁棒稳定的.

证 当ACPID控制系统积分环节饱和和受限时, 可设 $u_{im} = au_i$, 其中 $0 < a < 1$, 则式(5)所示控制律可转换为

$$u = (az_c^3 e_0 + 3z_c^2 e_1 + 3z_c e_2)/b_0. \quad (16)$$

将积分饱和时的ACPID控制律(16)代入式(4), 可得

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, \\ \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = \hat{y}_3 - az_c^3 e_0 - 3z_c^2 e_1 - 3z_c e_2. \end{cases} \quad (17)$$

对式(17)取拉氏变换并整理可得

$$E_1(s) = \frac{s}{s^3 + 3z_c s^2 + 3z_c^2 s + az_c^3} \hat{Y}_3(s). \quad (18)$$

由此可定义闭环系统传输函数为

$$H(s) = \frac{E_1(s)}{\hat{Y}_3(s)} = \frac{s}{s^3 + 3z_c s^2 + 3z_c^2 s + az_c^3}. \quad (19)$$

设 $A(s) = s^3 + 3z_c s^2 + 3z_c^2 s + az_c^3$, 则多项式 $A(s)$ 是霍尔威兹多项式的充要条件是 $A(s)$ 的罗斯阵列的第1列元素全部正定. 而 $A(s)$ 的罗斯阵列第1列共有4个元素, 分别为

$$\begin{cases} A_1 = 1, A_2 = 3z_c, \\ A_3 = -\frac{1}{3z_c} \begin{vmatrix} 1 & 3z_c^2 \\ 3z_c & az_c^3 \end{vmatrix} = (9-a)z_c^2, \\ A_4 = -\frac{1}{(9-a)z_c^2} \begin{vmatrix} 3z_c & az_c^3 \\ (9-a)z_c^2 & 0 \end{vmatrix} = az_c^3. \end{cases} \quad (20)$$

当 $0 < z_c < \infty$ 时, 由式(20)可得是霍尔威兹多项式的充要条件是 $0 < a < 9$, 即 $A(s) = 0$ 的根全部落在 S 域左半平面.

综上所述, 当 ACPID 的积分控制力在 $u_{im} = au_i$, 且 $0 < a < 1$ 的限幅条件下, 满足 $0 < a < 9$ 的霍尔威兹多项式的充要条件, 保证了系统函数 $H(s)$ 的全部极点在 S 域左半平面, 因而闭环系统(17)或(18)是大范围稳定的. 又因为 z_c 与被控对象的模型无关, 因而系统(17)或(18)是大范围鲁棒稳定的. 证毕.

3.3 自适应速度因子模型

由上述定理可知, 当 $|y_3| < \infty$, 且 $|\ddot{r}| < \infty$ 时, 只要 $z_c > 0$, 由 ACPID 控制器组成的闭环系统是大范围鲁棒稳定的, 而且具有良好的抗总和扰动鲁棒性, 表明 ACPID 的速度因子具有很大的整定裕度. 在控制过程中, 为避免比例控制力 $u_p = 3z_c^2 e_1/b_0$ 特别是积分控制力 $u_i = z_c^3 e_0/b_0$ 过大而引起超调与振荡现象, 要求使用较小的速度因子. 然而, 若 z_c 太小, 系统的动态响应速度、抗扰动能力以及稳态控制精度都会降低. 因此, 为了兼顾系统动态品质和稳态性能, 应使用自适应速度因子.

由于被控对象的动态快慢特性可由时间尺度 τ 来反映, τ 越大, 被控对象动态变化速度 ($1/\tau$) 就越慢, 否则反之, 因此, 只需 ACPID 的速度因子大于被控对象动态变化速度 ($1/\tau$), 即可实现有效控制, 即 $z_c > 1/\tau$, 因此, 可设定 ACPID 最小速度因子为

$$z_{cm} = \alpha/\tau, \quad (21)$$

其中 $1 < \alpha \leq 10$.

对于不确定非线性时变系统而言, 时间尺度 τ 难以获取, 为此, 本文利用被控对象由动态过程进入稳态过程的过渡过程时间 T_0 (调节时间) 来大概估计时间尺度 τ , 可设 $T_0 = 10\tau$, 结合式(19)可得

$$z_{cm} = 10\alpha/T_0, \quad (22)$$

其中: $1 < \alpha \leq 10$, T_0 是过渡过程时间.

本文根据式(22)设计了基于误差的自适应速度因子模型

$$z_c = z_{cm} e^{-\beta|e_1|}, \quad (23)$$

其中: $1 < \alpha \leq 10$, $\beta = 1 + \alpha$.

由于文献[19]设计的是基于时间的自适应速度因子, 不适合期望输出频繁突变的情况, 为此, 本文设计了式(23)所示基于误差的自适应速度因子.

4 仿真研究

4.1 二阶非线性时变系统的仿真研究

为验证本文方法的有效性, 并便于比较分析, 设被控对象及其初始状态与文献[12]完全相同, 即

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = f_1(y_1, y_2, t) + \\ \quad g(y_1, y_2, t)[f_2(y_1, y_2, t) + u], \\ y = y_1, \end{cases} \quad (24)$$

其中:

$$\begin{aligned} f_1(y_1, y_2, t) &= \cos(y_1)\theta_1(t) + \cos(y_2)\theta_2(t) - y_1^3 - y_2, \\ g(y_1, y_2, t) &= 1 + 0.1 \cos(\phi(t)y_1), \\ f_2(y_1, y_2, t) &= (\sin y_1 \gamma_1(t) + \sin y_2 \gamma_2(t)) - y_1^2. \end{aligned}$$

由于 $0.9 \leq g(y_1, y_2, t) \leq 1.1$, 因此, 可取 $b_0 = 1$; 设 $T_0 = 1$ s, $\alpha = 5$, $\beta = 6$, 则有: $z_{cm} = 50$, 因此本文的 ACPID 控制器及其自适应速度因子分别为

$$u = z_c^3 e_0 + 3z_c^2 e_1 + 3z_c e_2, \quad (25)$$

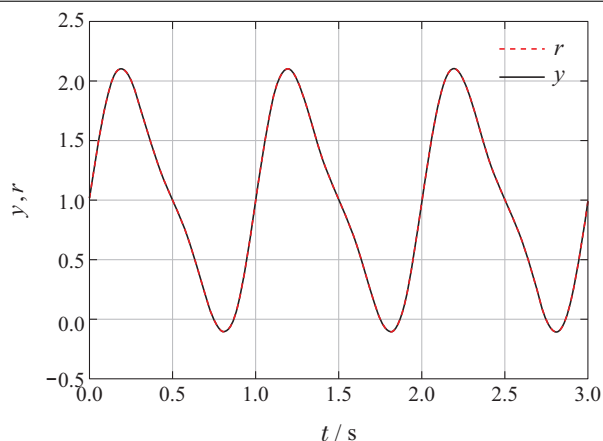
其中 $z_c = 50e^{-6|e_1|}$.

下列仿真实验中都使用完全相同的控制器和自适应速度因子, 且设控制输入允许的最大幅值为 $u_{\max} = 80$.

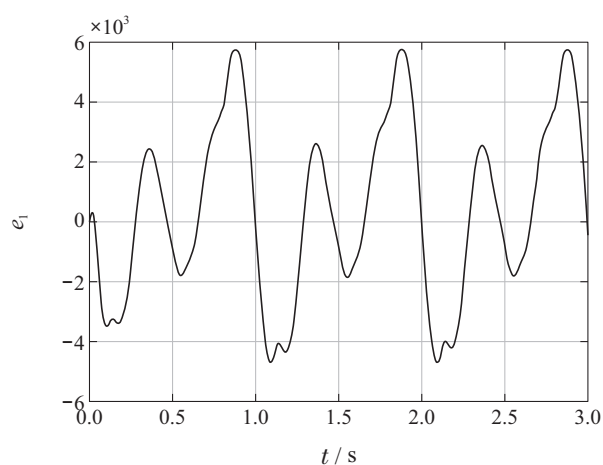
例1 时变参数、初始状态和期望轨迹与文献[12]完全相同, 即:

$$\begin{aligned} \theta_1(t) &= \cos(16\pi t), \quad \theta_2(t) = \sin(18\pi t), \\ \phi(t) &= \sin t, \quad \gamma_1(t) = \cos(2\pi t), \quad \gamma_2(t) = \cos(4\pi t), \end{aligned}$$

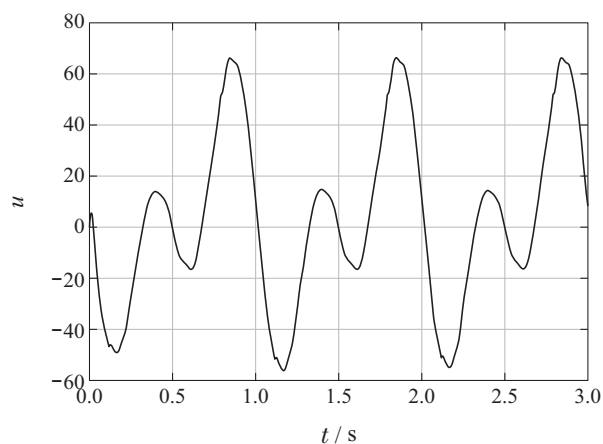
系统初始状态: $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 3\pi$; 期望轨迹: $r(t) = 1 + \sin(2\pi t) + 0.25 \sin(4\pi t)$. 本文控制结果如图2所示, 文献[12]的结果如图3所示.



(a) 跟踪轨迹



(b) 跟踪误差



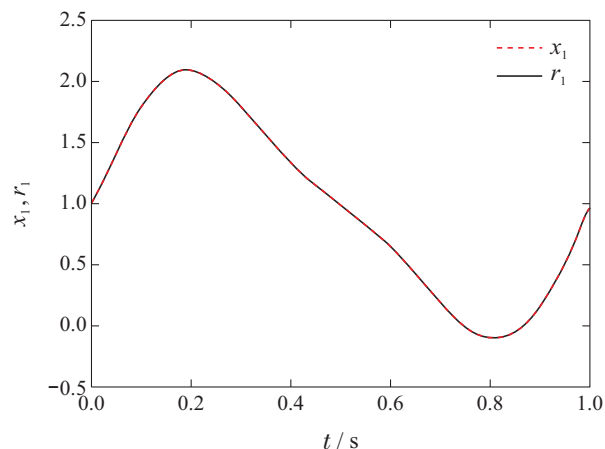
(c) 控制输入

图2 ACPID控制结果

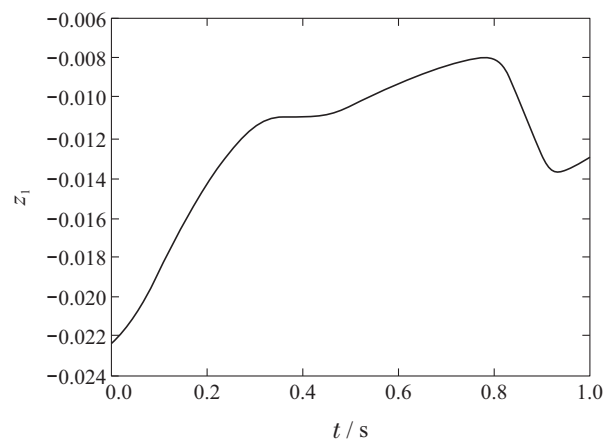
Fig. 2 The control results of ACPID

由图2可知, 本文使用ACPID控制方法获得的结果不仅响应速度快而且稳态跟踪控制精度高(最大绝对误差为 5×10^{-3}). 然而, 文献[12]使用重复学习控制方法不仅涉及多达7个参数, 计算复杂, 而且图3是经过40个周期的重复学习后, 第40个周期的控制结果, 因而实时性差、跟踪控制精度不高(最大绝对误差为 2.2×10^{-2}). 此外, 文献[12]只适合于周期轨迹的

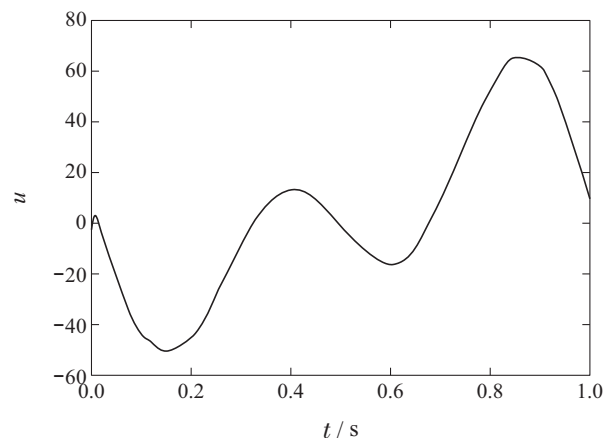
跟踪控制, 而且要求系统初始状态与期望轨迹的起点或终点重合, 因而存在较大的局限性.



(a) 跟踪轨迹



(b) 跟踪误差



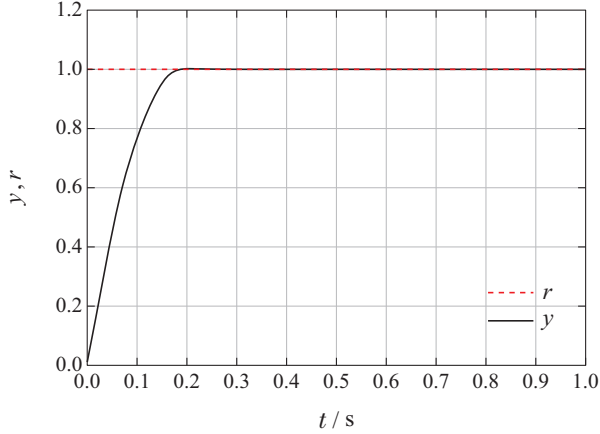
(c) 控制输入

图3 文献[12]控制结果

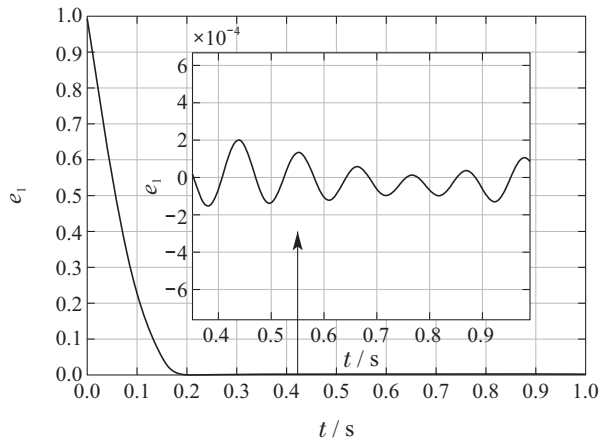
Fig. 3 The control results in [12]

例2 保持时变参数不变, 设期望轨迹为阶跃轨迹(非周期轨迹), 且初始状态远离期望轨迹的情况下($y_1(0) = 0, y_2(0) = 3\pi$), 本文控制方法的结果如图4所示.

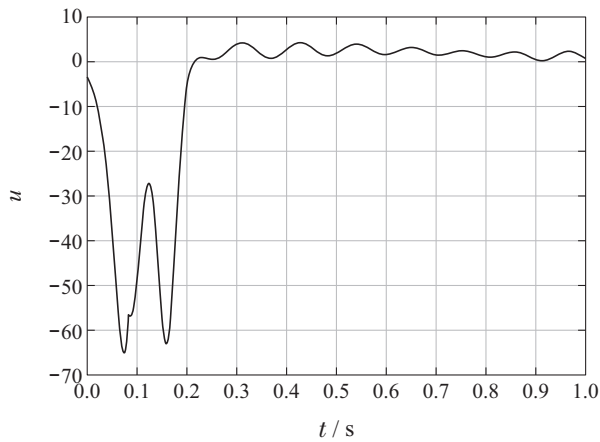
由图4可知,对于非周期的阶跃轨迹,本文ACPID控制方法依然能有效控制,不仅具有较快的响应速度(0.2 s达到稳态),而且无超调、无振荡,稳态最大绝对误差仅为 2×10^{-4} ,而文献[12]对该轨迹则是无法进行控制的.由此可知,本文控制ACPID方法不仅响应速度快,控制精度高,具有较强的抗扰鲁棒性,而且对于同一系统的不同跟踪轨迹具有普遍适用性.



(a) 跟踪轨迹



(b) 跟踪误差



(c) 控制输入

图4 ACPID阶跃跟踪结果

Fig. 4 The step tracking results of ACPID

4.2 小车倒立摆实际系统的仿真研究

为进一步证明本文控制方法的有效性,以小车倒立摆系统为例进行控制研究.小车倒立摆由小车、摆杆、轨道和驱动电机组成,结构如图5所示.

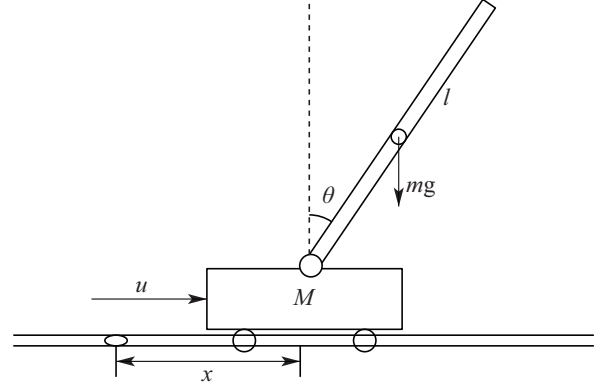


图5 小车倒立摆示意图

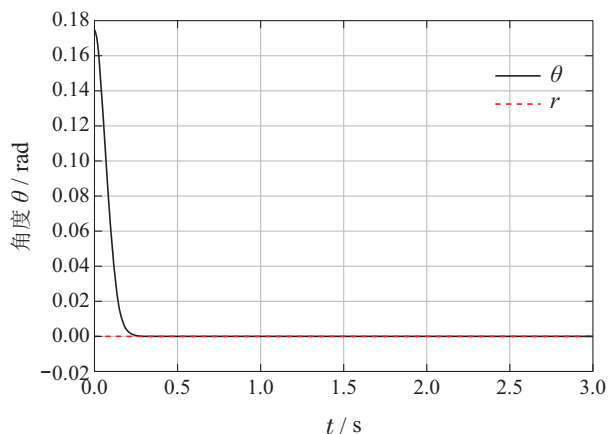
Fig. 5 Structure of cart-pole inverted pendulum

设小车质量为 M ,摆杆质量为 m , x 为小车至轨道中心的位移, u 为控制输入,转动惯量为 I ,小车摩擦系数为 b ,倒立摆摆杆角度为 θ .因此小车倒立摆系统可表示为

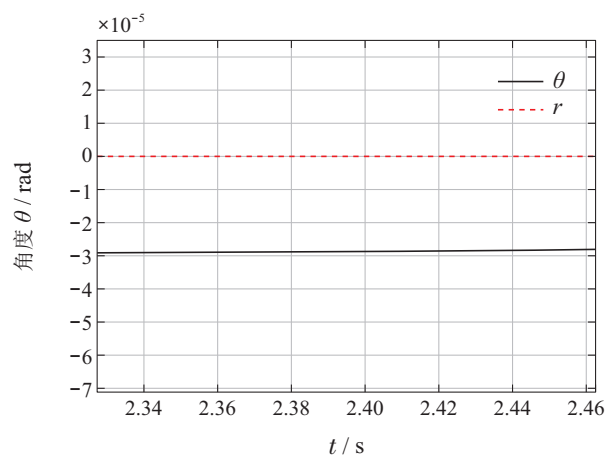
$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{-(I + ml^2)b}{I(M + m) + Mml^2} \dot{x} + \frac{-m^2gl^2}{I(M + m) + Mml^2} \theta + \frac{(I + ml^2)b}{I(M + m) + Mml^2} u, \\ \ddot{\theta} = \frac{-mlb}{I(M + m) + Mml^2} \dot{x} + \frac{mgl(M + m)}{I(M + m) + Mml^2} \theta + \frac{ml}{I(M + m) + Mml^2} u. \end{cases} \quad (26)$$

其中: $M = 1.2 \text{ kg}$, $m = 0.072 \text{ kg}$, $l = 0.36 \text{ m}$, $b = 0.08$, $I = 0.0018 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

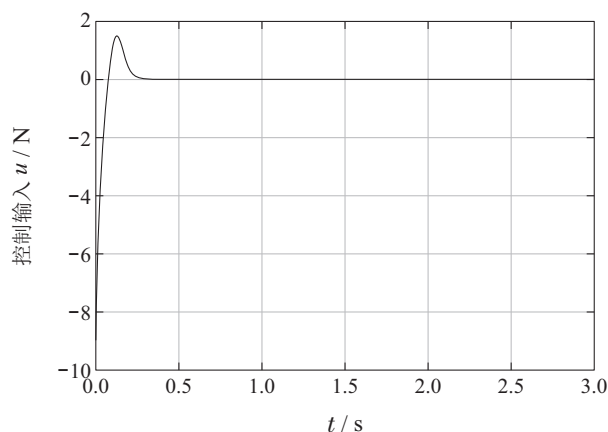
对于式(26)所示的小车倒立摆系统,只考虑控制摆杆的角度,不控制小车的位移.设期望的摆杆角度为 0 rad ,则摆杆的误差及其微分可表示为 $e_1 = -\theta$, $e_2 = -\dot{\theta}$,根据本文自耦PID控制理论思想,在不考虑积分环节的情况下,建立自耦PD控制律为 $u = (z_c^2 e_1 + 2z_c e_2)/b_0$.设 $T_0 = 1 \text{ s}$, $\alpha = 5$, $\beta = 6$,则有: $z_c = 50e^{-6|e_1|}$.给定系统初始状态为 $x(0) = 0.1 \text{ m}$, $\theta(0) = \frac{\pi}{18}$,仿真结果如图6所示.由图6可知,在本文方法控制下,小车倒立摆系统的摆杆角度能在0.3 s内达到稳态,不仅无超调和振荡现象,而且稳态绝对误差仅为 $3 \times 10^{-5} \text{ rad}$,表明了本文控制方法的有效性.



(a) 摆杆角度



(b) 摆杆角度放大图



(c) 控制信号

图6 小车倒立摆系统控制效果

Fig. 6 Control effect of car inverted pendulum system

5 结论

在ACPID控制理论的基础上, 本文建立了最小速度因子模型及其基于绝对误差的自适应速度因子模型, 其目的是有效避免因积分饱和而引起超调与振荡现象的问题. 本文控制方法不仅控制器结构简单、计算量小、便于实际应用, 而且是一种完全不依赖于对象模型的控制理论方法. 仿真结果不仅表明了良好的动态品质与稳态性能, 而且有效解决了文献[12]无法跟

踪非周期轨迹的局限性, 在非线性不确定未知系统控制领域具有广泛的应用前景.

参考文献:

- [1] XU B, SHI Z, YANG C. Composite fuzzy control of a class of uncertain nonlinear systems with disturbance observer. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 80(1/2): 341 – 351.
- [2] CHEN P C, CHEN C W, CHANG W L. GA-based modified adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear systems. *Expert Systems with Applications*, 2009, 36(3): 5872 – 5879.
- [3] CHANG Y F, JIANG T T, PU Z Q. Adaptive control of hypersonic vehicles based on characteristic models with fuzzy neural network estimators. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 68: 475 – 485.
- [4] XIAO Zhicai, CHENG Chunhua. control of nonlinear systems with unmeasured dynamic uncertainties. *Systems Engineering and Electronics*, 2016, 38(4): 909 – 914.
(肖支才, 程春华. 具有不可测动态不确定性非线性系统的控制. 系统工程与电子技术, 2016, 38(4): 909 – 914.)
- [5] CHANG Yafei. Characteristic model-based composite adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(7): 1137 – 1146.
(常亚菲. 一类不确定非线性系统基于特征模型的复合自适应控制. 控制理论与应用, 2019, 36(7): 1137 – 1146.)
- [6] YANG Feifei, WANG Cong. Pattern-based NN control of a type of uncertain nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2019, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2109.TP.20190326.0924.002.html>.
(杨飞飞, 王聪. 不确定非线性系统基于模式的神经网络控制. 自动化学报, 2019, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2109.TP.20190326.0924.002.html>.)
- [7] LI Anping, LIU Guorong, YANG Xiaoliang, et al. Robust neural network control for a class of noncommensurate nonlinear fractional-order system. *Computer Engineering and Applications*, 2015, 51(20): 240 – 245.
(李安平, 刘国荣, 杨小亮, 等. 一类非等阶分数阶非线性系统的神经网络控制. 计算机工程与应用, 2015, 51(20): 240 – 245.)
- [8] LUO Long, LUO Fei, XU Yuge. Global asymptotic adaptive neural control of uncertain nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 31(9): 1268 – 1273.
(罗隆, 罗飞, 许玉格. 不确定非线性系统全局渐近自适应神经网络控制. 自动化学报, 2014, 31(9): 1268 – 1273.)
- [9] HU Hui, LIU Guorong, GUO Peng, et al. Neural network adaptive tracking control for strict-feedback nonlinear systems without backstepping. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2012, 43(10): 3900 – 3905.
(胡慧, 刘国荣, 郭鹏, 等. 无反步设计的严格反馈型非线性系统神经网络自适应跟踪控制. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(10): 3900 – 3905.)
- [10] JIN X, HUANG D Q, XU J X. Iterative learning control for systems with nonparametric uncertainties under alignment condition. *Proceedings of the 51st Conference on Decision and Control*. Hawaii, USA: IEEE, 2012. 3942 – 3947.
- [11] LI He, SUN Mingxuan, ZHANG Jing. Repetitive learning control for a class of uncertain nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(10): 1854 – 1863.
(李鹤, 孙明轩, 张静. 一类不确定非线性系统的重复学习控制. 自动化学报, 2018, 44(10): 1854 – 1863.)
- [12] GUAN Haiwa, SUN Mingxuan. Repetitive learning control method for a class of uncertain systems. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(1): 68 – 78.
(管海娃, 孙明轩. 一类不确定系统的重复学习控制方法. 自动化学报, 2020, 46(1): 68 – 78.)

- [13] JIANG Daogen, JIANG Wei, PAN Shihua, et al. Adaptive integral back-stepping sliding mode control for an uncertain nonlinear systems. *Control Engineering of China*, 2020, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/21.1476.tp.20200409.1420.003.html>. (江道根, 江维, 潘世华, 等. 不确定非线性系统自适应反演积分滑模控制. 控制工程, 2020, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/21.1476.tp.20200409.1420.003.html>.)
- [14] ZHANG Qiang, XU Hui, XU Dezhi, et al. Finite-time convergence backstepping control for a class of uncertain affine nonlinear systems based on disturbance observer. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 747 – 757. (张强, 许慧, 许德智, 等. 基于干扰观测器的一类不确定仿射非线性系统有限时间收敛backstepping控制. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 747 – 757.)
- [15] SU Lei, YAO Hong, DU Jun, et al. Robust backstepping terminal sliding mode control for a class of high-order nonlinear systems. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, 45(9): 3068 – 3075. (苏磊, 姚宏, 杜军, 等. 一类高阶非线性系统的鲁棒反推终端滑模控制, 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(9): 3068 – 3075.)
- [16] ZENG Zhezhaohao, HE Ying, ZHANG Chang, et al. Research on non-linear pid control method for self-learning. *Computer Engineering*, 2014, 40(10): 224 – 228. (曾喆昭, 贺莹, 张畅, 等. 非线性PID自学习控制方法研究. 计算机工程, 2014, 40(10): 224 – 228.)
- [17] ZHOU Yong, ZENG Zhezhaohao. Research on self-learning nonlinear pid disturbance rejection control principle. *Control Engineering of China*, 2017, 24(6): 1180 – 1186. (周勇, 曾喆昭. 自学习非线性PID抗扰控制原理研究. 控制工程, 2017, 24(6): 1180 – 1186.)
- [18] ZENG Zhezhaohao, LIU Wenjue. Wisdom PI control for first-order systems with time-delay. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(8): 1322 – 1328. (曾喆昭, 刘文珏. 一阶时滞系统的智慧PI控制. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1322 – 1328.)
- [19] ZENG Zhezhaohao, LIU Wenjue. Self-coupling PID controllers. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(2): 404 – 422. (曾喆昭, 刘文珏. 自耦PID控制器. 自动化学报, 2021, 47(2): 404 – 422.)
- [20] ZENG Zhezhaohao, CHEN Zeyu. On control theory of PID and auto-coupling PID. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(12): 2654 – 2662. (曾喆昭, 陈泽宇. 论PID与自耦PID控制理论方法. 控制理论与应用, 2020, 37(12): 2654 – 2662.)
- [21] HAN Jingqing. *Activedisturbance Rejection Control Technique-the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008.)

作者简介:

苏杰 硕士研究生, 目前研究方向为智能控制, E-mail: 1396657361@qq.com;

曾喆昭 教授, 目前研究方向为智能计算与智能控制, E-mail: 508984293@qq.com.