

# 荷载不确定移动机器人视觉伺服系统鲁棒预测控制

邢科新, 倪伟琦, 何德峰<sup>†</sup>

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

**摘要:** 考虑具有可见性约束和执行器约束的荷载不确定移动机器人视觉伺服系统, 提出一种鲁棒视觉伺服预测控制策略. 首先将该移动机器人视觉伺服系统建模为关于视觉伺服误差和驱动的不确定系统. 其次, 对约束的视觉伺服误差子系统, 设计基于半正定规划的速度规划预测控制算法. 该算法分为离线计算和在线调度两个部分, 降低预测控制算法的在线计算量. 而对约束的视觉伺服驱动子系统, 采用极小极大鲁棒预测控制算法, 实现对视觉伺服误差子系统的规划速度的渐近跟踪. 进一步, 建立了荷载不确定移动机器人视觉伺服误差和驱动系统的鲁棒渐近稳定性结果. 最后, 对比仿真结果验证了本文策略的有效性和优越性.

**关键词:** 移动机器人; 视觉伺服; 模型预测控制; 约束; 鲁棒稳定性

**引用格式:** 邢科新, 倪伟琦, 何德峰. 荷载不确定移动机器人视觉伺服系统鲁棒预测控制. 控制理论与应用, 2022, 39(2): 327 – 335

DOI: 10.7641/CTA.2021.00915

## Robust predictive control of visual servoing systems of mobile robots with load uncertainty

XING Ke-xin, NI Wei-qi, HE De-feng<sup>†</sup>

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

**Abstract:** The paper presents a robust visual servo predictive control scheme for visual servoing systems of mobile robots subject to visibility and actuator constraints and load uncertainty. Firstly, the visual servoing system of mobile robots is modelled as an uncertain system on visual servoing errors and driving. Secondly, the speed programming predictive control algorithm based on semi-definite programming is designed for the constrained visual servoing error subsystem. This algorithm is divided into two parts: offline computing and online scheduling, which reduces the online computational burden of the predictive control algorithm. The quasi-min-max robust predictive control algorithm is designed for the constrained visual servoing driving subsystem. The asymptotic tracking of the planning speed of the visual servo error subsystem is then realized. Moreover, the robust asymptotic stability result on the visual servoing errors and driving system of mobile robots with load uncertainty is established. Finally, some simulation results verify the effectiveness and superiority of the proposed strategy.

**Key words:** mobile robots; visual servoing; model predictive control; constraints; robust stability

**Citation:** XING Kexin, NI Weiqi, HE Defeng. Robust predictive control of visual servoing systems of mobile robots with load uncertainty. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(2): 327 – 335

## 1 引言

随着移动机器人应用需求的日益复杂多样, 传统的控制手段不再满足应用需求, 而视觉伺服<sup>[1-3]</sup>被广泛认为是使机器人更加灵活和快速的有效解决方案, 因此在移动机器人领域得到了广泛的应用<sup>[4-6]</sup>. 通常情况下移动机器人视觉伺服将误差信号定义在图像特征空间, 通过选择合适的视觉特征和视觉控制来达

到满意的控制效果<sup>[5]</sup>. 然而移动机器人是一个典型的具有非完整性约束的欠驱动系统, 这使得视觉伺服技术在实际应用中具有挑战性.

移动机器人视觉伺服控制需要兼顾视觉传感器和机器人的特性, 因此视觉伺服过程中会受视觉传感器的视场约束以及移动机器人执行机构的物理约束, 如果违反这些约束, 则会导致视觉伺服任务不能有效地

收稿日期: 2020-12-22; 录用日期: 2021-04-23.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn; Tel.: +86 571-88320367.

本文责任编辑: 苏剑波.

国家自然科学基金项目(61773345), 浙江省重点研发计划项目(2020C03056)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61773345) and the Key Research and Development Projects of Zhejiang Province (2020C03056).

执行,甚至导致失败<sup>[7-9]</sup>.为解决约束问题,一些学者利用分层的思想来处理移动机器人视觉伺服问题,如文[10]针对移动机器人单目视觉伺服提出了一种自适应视觉跟踪控制器,首先基于一阶滤波器设计了虚拟速度控制器,然后根据有限时间理论设计加速度控制器,从而在有限时间内跟踪虚拟速度输入,在视觉伺服过程中保证了速度和加速度饱和约束;文[11]提出了一种综合轨迹规划和跟踪控制的视觉伺服方法,将轨迹规划阶段纳入到视觉伺服中,在规划过程中处理了视场和速度约束.

近年来,模型预测控制(model predictive control, MPC)由于具有显式处理约束和系统不确定性的能力受到了众多学者的青睐<sup>[12-13]</sup>,并被广泛应用在移动机器人上,如文[14]提出了一种基于图像的视觉伺服控制策略,利用MPC来稳定一个有物理约束的移动机器人;文[15]提出了一个基于机械臂的图像视觉伺服方案,通过采用MPC策略最小化基于图像误差的代价函数来计算控制信号,并能显式地考虑可见性约束和转矩约束;文[16]考虑六自由度机器人视觉伺服系统的物理限制和可见性约束,提出了一种基于鲁棒MPC(robust MPC, RMPC)方法和在线图像的视觉伺服控制器.与基本视觉伺服控制器相比,MPC可将视觉伺服系统控制在期望范围内,因此大大增加了移动机器人视觉伺服任务的成功率.

在实际应用中,移动机器人的动态系统相对较快,实时性要求较高,而MPC在每个采样时刻要在线实时求解一个有约束的优化问题<sup>[17]</sup>,在优化过程中往往需要大量的计算,限制了MPC的应用范围,导致并不能满足移动机器人实时性的要求.因此克服MPC在线优化计算量大的问题显得尤为重要.对此,文[18]提出了一种基于事件触发的RMPC控制器设计方法,在优化过程中当满足事件触发条件才进行优化,通过减少在线优化次数,一定程度上减少了系统的计算负担;文[19]针对受限移动机器人视觉伺服系统,提出一种移动机器人视觉伺服镇定准最小最大MPC策略,所设计的控制器只需求解线性矩阵不等式表示的凸优化问题,降低了MPC在线计算量,减少了计算耗时,并保证了系统的渐近稳定性.虽然上述文献一定程度上减少了在线计算量,但在实际情况中计算耗时仍然较长,设计的控制器并不能很好地满足实时性控制要求.

为满足移动机器人实时性控制要求,降低在线优化的计算量,针对受限移动机器人视觉伺服系统,本文设计了一种鲁棒视觉伺服控制器.首先对移动机器人视觉伺服系统进行分层设计,将视觉伺服系统分为两个子系统,然后对视觉伺服误差子系统设计速度规划预测控制器,获得机器人的期望速度,在进行速度规划设计时结合多Lyapunov函数min-max预测控制策略<sup>[20]</sup>和准最小最大模型预测控制策略,提出了一种

基于半正定规划的速度规划高效MPC算法,通过将算法分为离线算法和在线调度两部分,大大减轻了在线计算负担,降低了视觉伺服预测控制器的计算耗时,同时保证了闭环视觉伺服系统的渐近稳定性.为了使移动机器人的实际速度渐近于期望速度,采用鲁棒预测控制策略对视觉伺服速度子系统进行期望速度跟踪预测控制,鲁棒预测控制可以更快地达到稳定状态.最后通过仿真验证所提出的控制器能够驱动移动机器人达到期望位姿,并且系统的闭环响应更为快速和稳定,满足移动机器人快速响应实时性控制要求.

## 2 问题描述

考虑如图1所示的移动机器人视觉伺服系统,其中,世界坐标系 $O-XYZ$ ,机器人坐标系 $O_r-X_r Y_r Z_r$ ,相机坐标系 $O_c-X_c Y_c Z_c$ .假设 $O_c-X_c Y_c Z_c$ 方向与 $O_r-X_r Y_r Z_r$ 方向一致,且 $Y$ 轴重合,原点相距 $l$ .令原点 $O$ 为机器人在 $O-XYZ$ 的目标位置,选取目标位置上方的 $P$ 点为特征点.

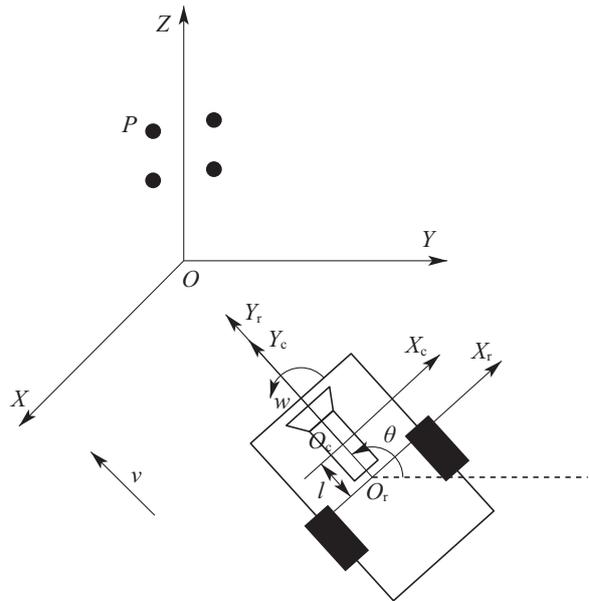


图1 移动机器人视觉伺服系统

Fig. 1 Visual servo system of mobile robot

考虑图1中的移动机器人,假设其存在纯滚动无滑动运动,则建立移动机器人运动-驱动模型<sup>[21]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -v(t) \sin \theta(t), \\ \dot{y}(t) = v(t) \cos \theta(t), \\ \dot{\theta}(t) = \omega(t), \\ \dot{v}(t) = m^{-1} \tau_1(t), \\ \dot{\omega}(t) = I^{-1} \tau_2(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $(x, y)$ 为机器人质心在 $O-XYZ$ 的坐标, $\theta$ 为机器人朝向角, $v$ 和 $\omega$ 分别为线速度和角速度, $m$ 为机器人质量和载荷量总合, $I$ 为机器人转动惯量, $\tau_1$ 和 $\tau_2$ 分别为机器人线转矩和角转矩.令 $q = [x \ y \ \theta]^T$ 和 $\nu =$

$[v \ \omega]^T$  分别表示机器人的位姿和速度向量, 则系统(1)可描述为如下分层系统:

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = \begin{bmatrix} -\sin \theta(t) & 0 \\ \cos \theta(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \nu(t), \\ \dot{v}(t) = \begin{bmatrix} m^{-1} & 0 \\ 0 & I^{-1} \end{bmatrix} \tau(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中: 控制输入  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ ,  $q$  子系统为机器人运动学模型,  $\nu$  子系统为机器人动力学模型. 在实际中, 机器人载重量通常是变化的, 即  $m$  是一个有界不确定参数, 满足  $m_{\min} \leq m \leq m_{\max}$ , 其中  $m_{\min}$  和  $m_{\max}$  分别为机器人空载的重量(即自身质量)和满载的重量.

为建立移动机器人视觉伺服系统模型, 引入如下坐标变换:

$$\begin{cases} s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p/y_p \\ -f/y_p \\ \theta \end{bmatrix}, \\ s_d = \begin{bmatrix} s_{1d} \\ s_{2d} \\ s_{3d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{pd}/y_{pd} \\ -f/y_{pd} \\ \theta_d \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $(x_p, y_p)$  为点  $P$  在图像坐标系的坐标,  $(x_{pd}, y_{pd})$  为目标点在图像坐标系的坐标,  $f$  为相机焦距, 本文假定  $f$  不变. 由相机模型可知,  $x_p = (u - u_0)/k_u$ ,  $y_p = (v - v_0)/k_v$ , 其中  $(u, v)$  是对应的像素坐标,  $(u_0, v_0)$  是像素平面中心,  $k_u, k_v$  是图像坐标中单位距离的像素数. 再定义视觉伺服误差向量  $e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$

$$e = s - \begin{bmatrix} \cos \theta_e & -\sin \theta_e & 0 \\ \sin \theta_e & \cos \theta_e & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} s_d, \quad (4)$$

其中: 角度误差  $\theta_e = \theta - \theta_d$ ,  $\theta_d$  为目标朝向角度,  $\theta_e$  可以根据运动估计算法<sup>[22]</sup>获得. 则结合模型(1)及重量变化, 采用文[21]推导方法, 可得不确定移动机器人视觉伺服系统模型为

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = -\omega(t)e_2(t) + \omega(t)l\alpha, \\ \dot{e}_2(t) = v(t)\alpha + \omega(t)e_1(t), \\ \dot{e}_3(t) = \omega(t), \\ \dot{v}(t) = \tau_1(t)/m(t), \\ \dot{\omega}(t) = \tau_2(t)/I, \end{cases} \quad (5)$$

其中: 高度系数  $\alpha = 1/Z_c$ ,  $Z_c$  为特征点  $P$  的高度. 本文假设特征点高度不变, 即  $\alpha$  是一个常系数. 对应系统(2), 同理得移动机器人分层视觉伺服系统模型

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -e_2(t) + l\alpha \\ \alpha & e_1(t) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \nu(t), \\ \dot{v}(t) = \begin{bmatrix} m(t)^{-1} & 0 \\ 0 & I^{-1} \end{bmatrix} \tau(t). \end{cases} \quad (6)$$

进一步, 为保证有效执行视觉伺服任务, 机器人移动范围、速度和转矩需要满足物理约束和视觉可见性约束条件

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \quad v_{\min} \leq v \leq v_{\max}, \quad (7a)$$

$$v_{\min} \leq v \leq v_{\max}, \quad \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}, \quad (7b)$$

$$\tau_{1\min} \leq \tau_1 \leq \tau_{2\max}, \quad \tau_{2\min} \leq \tau_2 \leq \tau_{2\max}, \quad (7c)$$

其中: 下标“min”表示对应变量的取值下界, 下标“max”表示对应变量的取值上界.

本文目标是在满足系统约束(7)条件下, 将载重量不确定的非完整移动机器人(1)驱动到目标特征点, 并得到期望位姿, 即视觉伺服误差  $e$  和控制量  $\tau$  都趋于零. 本文将对系统分层设计, 并采用 MPC 方法设计非完整移动机器人系统(1)的鲁棒视觉伺服控制器.

### 3 鲁棒视觉伺服MPC控制器设计

考虑移动机器人视觉伺服系统(6)的分层结构, 注意到不确定参数在  $\nu$  子系统, 因此为降低视觉伺服 MPC 的在线计算量, 本节先对视觉伺服误差  $e$  子系统设计速度规划预测控制, 获得机器人的期望速度, 再对  $\nu$  子系统进行期望速度跟踪预测控制, 使得实际速度与期望速度  $\vartheta(k)$  的误差趋向于 0, 从而控制移动机器人到达期望位姿. 本文提出的移动机器人分层视觉伺服控制系统结构如图 2 所示.

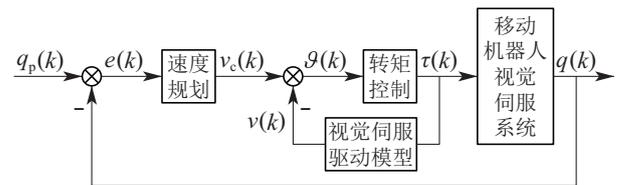


图 2 移动机器人分层视觉伺服系统控制框图

Fig. 2 Control block diagram of hierarchical visual servo system for mobile robot

#### 3.1 速度规划预测控制

考虑移动机器人视觉伺服误差  $e$  子系统, 令采样时间为  $T_1 > 0$ , 采用欧拉法离散连续时间系统(1), 得到对应离散时间视觉伺服误差模型为

$$e(k+1) = e(k) + B(p(k))\nu(k), \quad (8)$$

其中  $B(p) = \begin{bmatrix} 0 & T_1 l \alpha - T_1 e_2 \\ T_1 \alpha & T_1 e_1 \\ 0 & T_1 \end{bmatrix}$ . 显然,  $B(p)$  是关于  $e_1$  和  $e_2$  的函数向量.

由于视觉伺服系统要满足约束(7), 因此,  $B(p)$  可以分解成多个已知顶点的凸多面体 $\Omega$ 组合<sup>[23]</sup>, 即

$$B(p) \in \Omega = C_0\{B_1, B_2, B_3, B_4\}, \quad (9)$$

其中: 矩阵 $B_1, B_2, B_3$ 和 $B_4$ 分别对应于参数向量 $p$ 的顶点.  $p_1 = [e_{1\min} \ e_{2\min}]^T$ ,  $p_2 = [e_{1\min} \ e_{2\max}]^T$ ,  $p_3 = [e_{1\max} \ e_{2\min}]^T$ 和 $p_4 = [e_{1\max} \ e_{2\max}]^T$ 时的取值.

进一步, 由于视觉伺服误差模型(8)的非线性和多变量特性, 传统视觉伺服MPC需要在线优化一个非凸的非线性规划问题<sup>[15]</sup>, 在线计算量大, 难以满足移动机器人快速响应实时性控制要求. 下面给出一种基于半正定规划的速度规划高效MPC算法, 该算法分为离线计算和在线调度两部分.

#### 1) 离线计算.

考虑离散时间视觉伺服误差子系统(8), 定义无穷预测时域目标函数

$$J_0^\infty(k) = \sum_{i=0}^{\infty} e^T(i|k)Qe(i|k) + \nu^T(i|k)R\nu(i|k), \quad (10)$$

其中:  $Q \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和 $R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 分别为误差状态和控制加权矩阵,  $e(i|k)$ 和 $\nu(i|k)$ 分别为在当前 $k$ 时刻对 $k+i$ 时刻的预测量. 考虑当前 $k$ 时刻的误差状态 $e(k)$ , 则基于min-max策略, 定义视觉伺服速度优化控制问题

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, Q_j(k), Y(k), G(k), \rho} \max_{B(p(i|k)) \in \Omega} J_0^\infty(k), \\ \text{s.t. 式(8), 式(7a)-(7b),} \\ e(0|k) = e(k), \end{aligned} \quad (11)$$

其中速度序列 $\gamma_0^\infty(k) = \{\nu(i|k), i \geq 0\}$ 是由误差状态反馈控制律得到, 即

$$\nu(i|k) = F(k)e(i|k), \quad i \geq 0, \quad (12)$$

其中: 增益矩阵 $F = YG^{-1}$ ,  $G \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为松弛正定矩阵,  $Y \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ 为待求矩阵.

考虑离散时间视觉伺服误差子系统(8), 根据文献[24-25]推导可得, 优化问题(11)等价为在该系统凸多面体每个顶点的优化, 即

$$\min_{\gamma, Q_j(k), Y(k), G(k), \rho} \gamma, \quad (13)$$

$$\text{s.t. } \begin{bmatrix} 1 & * \\ e(k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad (14a)$$

$$\begin{bmatrix} G + G^T - Q_j & * & * & * \\ G + B_j Y & Q_j & * & * \\ Q^{0.5} G & 0 & \gamma I & * \\ R^{0.5} Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (14b)$$

$$\begin{bmatrix} \nu_{\max}^2 & * \\ Y^T & G + G^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad (14c)$$

$$\begin{bmatrix} \rho^2(G + G^T - Q_j) & * \\ G + B_j Y & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad (14d)$$

其中:  $j = 1 \sim 4$ ,  $Q_j = \gamma P_j^{-1}$ 和 $Q_j > 0$ . 进一步, 约束(14d)利用Schur补引理可得

$$e^T(1|k)Q_j^{-1}e(1|k) \leq \rho^2 e^T(0|k)Q_j^{-1}e(0|k). \quad (15)$$

进一步由文献[24-25]可得

$$\|e(k+i+1)\|_2 \leq \rho^2 \|e(k+i)\|_2, \quad (16)$$

其中 $\rho > 0$ 为闭环视觉伺服误差子系统的误差衰减率.

为进一步减小优化问题(13)-(14)的在线计算量, 离线迭代构造一系列嵌套的椭圆不变集序列.

#### 算法 1

a) 初始化衰减率 $\rho = 1$ ;

b) 求解优化问题(13)-(14), 若该问题有可行解, 则转入c)步骤; 若没有可行解, 则此时的 $\rho$ 为最小衰减率, 并存储 $\rho$ 和相对应的优化函数上界 $\gamma$ ;

c)  $\rho = \rho - 0.01$ , 重复b)步骤.

#### 算法 2

a) 给定初始状态量 $e_1$ 和循环次数 $N$ , 令 $i = 1$ ;

b) 使用算法1计算状态量 $e_i$ 所对应的最小衰减率 $\rho_i$ ;

c) 当 $i > 1$ 时, 增加约束 $\rho_{i-1}^2 Q_{i-1,j} \leq Q_{i,j} \leq Q_{i-1,j}$ , 求解优化问题(13)-(14), 存储对应的 $\gamma_i, Q_{i,j}$ 和 $F_{i,j}$ ;

d) 若 $i < N$ , 则转入e)步骤; 否则, 算法结束;

e) 求解 $e_{i+1}^T Q_{i,j}^{-1} e_{i+1} = \rho_i^2 e_i^T Q_{i,j}^{-1} e_i$ , 得下一时刻的状态量 $e_{i+1}$ , 令 $i = i + 1$ , 重复b)步骤.

通过算法1寻求优化问题(13)-(14)的最小衰减率 $\rho_i$ , 最小衰减率可以保证闭环系统的稳定性. 通过算法2得到每个状态 $e_i$ 所对应的优化值函数上界 $\gamma$ 及其对应的 $Q_{i,j}$ 、最小衰减率 $\rho_i$ , 对于凸多面体各个顶点, 可以得到对应的椭圆不变集. 通过确定最大矩阵 $Q_{i,m}$ 可以得到不变的椭球体<sup>[24]</sup>. 注意, 矩阵 $Q_{i,m}$ 可以是矩阵 $Q_{i,j}$ 的凸组合, 可由如下优化得到

$$\begin{aligned} \max_{\beta, Q_{i,m}} \beta \\ \text{s.t. } \beta I < Q_{i,m} \leq Q_{i,j}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, L, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $L$ 为椭圆不变集数量. 注意, 优化(17)得到的椭圆不变集是最小不变集 $\varepsilon_i$ . 进一步存储每个误差状态 $e_i$ 所对应的上界 $\gamma$ 及 $Q_{i,m}$ , 以备在线计算时调用.

#### 2) 在线调度.

在线算法利用得到的离线嵌套椭圆不变集序列将误差状态收缩到一个更小的椭圆不变集中. 假定当前时刻视觉伺服误差子系统(8)的状态 $e(0|k) \in \varepsilon_i$ , 且 $e(0|k) \notin \varepsilon_{i+1}$ , 需要求得一个合适的控制律驱动系统下一时刻的误差状态收缩到椭圆不变集 $\varepsilon_{i+1}$ . 考虑无穷预测时域目标函数(10), 将其分成两部分, 即

$$J_0^\infty(k) = J_0^0(k) + J_1^\infty(k), \quad (18)$$

其中:  $J_0^0(k) = e^T(0|k)Qe(0|k) + \nu^T(0|k)R\nu(0|k)$  为当前时刻的目标函数,  $J_1^\infty(k)$  为  $k+1$  时刻到无穷时刻的目标函数。

考虑视觉伺服速度规划问题(11), 将速度序列分为两部分, 即  $\Upsilon_0^\infty(k) = \{\nu(0|k), \Upsilon_1^\infty(k)\}$ ,  $\nu(0|k)$  是系统的当前时刻  $k$  的规划速度,  $\Upsilon_1^\infty(k)$  是未来时刻的速度序列  $\{\nu(1|k), \dots, \nu(i|k), \dots\}$ . 由状态反馈控制律得

$$\Upsilon_1^\infty(k) : \{\nu(i|k) = F(i|k)e(i|k), i \geq 1\}. \quad (19)$$

由于未来时刻的状态量不能在线获得, 因此调用离线计算存储的  $Q_{i+1,m}$  得到未来时刻的椭圆不变集. 当系统状态  $e(1|k)$  进入椭圆不变集  $\varepsilon_{i+1}$ , 即  $e(1|k)^T Q_{i+1,m}^{-1} e(1|k) \leq 1$ , 则文献[24]可知, 未来时刻的优化性能上界  $J_1^\infty(k) \leq \gamma_{i+1}$ , 且在最坏情况下目标函数  $J_0^\infty(k)$  满足

$$e^T(0|k)Qe(0|k) + \nu^T(0|k)R\nu(0|k) + \gamma_{i+1} \leq \lambda. \quad (20)$$

考虑目标函数(18), 极小化其在最坏情况下的上界  $\lambda$ , 在线算法只需计算当前时刻的规划速度  $\nu(k)$ , 相应在线算法的优化问题定义为

$$(\nu^*(0|k), \lambda^*) = \arg \min_{\nu(0|k), \lambda} \lambda, \quad (21)$$

$$\text{s.t. 式7(a)–7(b)}, \quad (22a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * \\ e(k) + B(p(k))\nu(k) & Q_{i+1,m} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (22b)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ Q^{0.5}e(k) & (\lambda - \gamma_{i+1})I & * \\ R^{0.5}\nu(k) & 0 & (\lambda - \gamma_{i+1})I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (22c)$$

其中:  $(\nu^*(0|k), \lambda^*)$  表示当前时刻的最优解, 式(22a)表示规划速度约束和视觉可见性约束, 约束条件(22b)构建了椭圆不变集  $\varepsilon_{i+1}$ , 式(22c)表示最坏情况下目标函数  $J_0^\infty(k)$  满足式(20), 注意, 式(22c)可对式(20)应用 Schur 补引理<sup>[23]</sup>得到。

在线求解优化问题(21)–(22), 得到当前时刻的规划速度  $\nu^*(k) = \nu^*(0|k)$  和对应闭环视觉伺服误差系统

$$e(k+1) = e(k) + B(p(k))\nu^*(k), \quad k \geq 0. \quad (23)$$

**注 1** 通过对视觉伺服误差子系统设计速度规划预测控制算法, 可以获得机器人期望速度  $\nu_c = [v_c \ \omega_c]^T$ . 该算法通过将目标函数分为当前时刻和未来时刻的目标函数, 先离线构造椭圆不变集, 将大部分 MPC 计算量移至离线算法, 再在线调用离线计算存储的  $\gamma_{i+1}$  及  $Q_{i+1,m}$ , 只需在线计算当前控制律, 大大压缩了 MPC 优化问题的决策变量的个数, 因此在线求解时计算量大幅降低. 注意, 优化问题(21)–(22)是一个半正定规划问题, 本文将基于半正定规划的速度规划 MPC

算法简称为高效 MPC 策略。

**定理 1** 考虑移动机器人视觉伺服误差子系统(8), 如果优化问题(21)–(22)在初始时刻是可行的, 即初始状态  $x(0)$  满足  $e(0)^T Q_1^{-1} e(0) \leq 1$  时, 那么该优化问题得到的速度规划控制律可以保证闭环视觉伺服误差子系统的渐近稳定性。

**证** 由文献[24–26]推导可知, 当优化问题(21)~(22)是初始时刻可行时, 在后续每个时刻都存在可行解, 即满足优化的递推可行性, 从而优化问题在所有时刻都存在最优解。

考虑移动机器人闭环视觉伺服误差子系统(23). 注意到离线算法在状态量  $e_i$  下求解优化问题最小值的附加约束  $\rho_{i-1}^2 Q_{i-1,j} \leq Q_{i,j} \leq Q_{i-1,j}$  可等价写成  $Q_{i-1,j}^{-1} \leq Q_{i,j}^{-1} \leq Q_{i-1,j}^{-1} / \rho_{i-1}^2$ , 可得左侧不等式保证椭圆不变体的单调递减性, 右侧不等式确保算法的可行性. 进一步, 控制律  $\Upsilon_0^\infty(k) = [\nu(k) \ \Upsilon_1^\infty(k)]$  可驱动误差系统状态到最小椭圆不变体, 并使之收敛到零, 则当初始状态  $x(0)$  满足  $e(0)^T Q_1^{-1} e(0) \leq 1$  时, 即初始状态  $e(0) \in \varepsilon_1$ , 其中  $\varepsilon_1$  为椭圆不变集, 优化问题(21)–(22)得到的状态反馈控制律可以保证视觉伺服误差系统的渐近稳定性. 证毕。

### 3.2 速度跟踪预测控制

考虑荷载不确定移动机器人视觉伺服驱动子系统, 取驱动子系统采样周期为  $T_2$ , 建立对应离散时间视觉伺服驱动子系统如下:

$$\nu(k+1) = \nu(k) + G(k)\tau(k), \quad (24)$$

其中  $G(k) = \begin{bmatrix} T_2/m(k) & 0 \\ 0 & T_2/I \end{bmatrix}$ . 由于  $m$  是一个有界不确定参数, 对应其上下界  $m_{\min}$  和  $m_{\max}$  可构建一个凸多面体

$$\Omega = C_o\{G_1, G_2\}. \quad (25)$$

令  $\nu_c$  为移动机器人速度规划预测控制获得的期望速度  $\nu^*$ , 定义速度误差变量  $\vartheta = \nu_c - \nu$ . 本小节目的是计算转矩  $\tau(k)$ , 使得实际速度与期望速度的误差  $\vartheta(k)$  趋向于 0. 由于荷载存在不确定性, 本文采用极小极大鲁棒 MPC 设计视觉伺服驱动控制器。

考虑离散时间视觉伺服驱动子系统(24), 定义无穷预测时域目标函数

$$\psi(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [\vartheta^T(i|k)Q_v\vartheta(i|k) + \tau^T(i|k)R_u\tau(i|k)], \quad (26)$$

其中  $Q_v \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  和  $R_u \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  分别为速度误差状态和控制输入加权矩阵,  $\vartheta(i|k)$  和  $\tau(i|k)$  分别为在当前时刻  $k$  对  $k+i$  时刻的预测量. 考虑当前时刻  $k$  的速度误

差状态 $\vartheta(k)$ , 则定义视觉伺服速度误差优化控制问题

$$\begin{aligned} & \min_{u(i|k)} \max_{G(i|k) \in \Omega} \psi(k), \\ & \text{s.t. 式(24), 式(7b)-(7c),} \\ & \vartheta(0|k) = \vartheta(k). \end{aligned} \quad (27)$$

考虑到min-max优化问题的计算量大问题, 构造状态反馈控制律 $\tau(i|k) = F\vartheta(i|k)$ , 其中 $F$ 为控制器增益矩阵. 则由文献[24-25]推导可得, 优化问题(27)等价于在系统凸多面体(25)每个顶点的优化问题, 即在每一个采样时刻, 对目标函数 $\psi(k)$ 在最坏情况下的上界 $\gamma$ 求最小化

$$\min_{\gamma, Y, Q} \gamma, \quad (28)$$

$$\text{s.t. } \begin{bmatrix} 1 & * \\ \vartheta(k) & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad (29a)$$

$$\begin{bmatrix} Q & * & * & * \\ Q + G_j Y & Q & * & * \\ Q Q_v^{0.5} & 0 & \gamma I & * \\ R_u^{0.5} Y & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (29b)$$

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} \geq 0, X_{jj} \leq u_{j, \max}^2, j = 1, 2, \quad (29c)$$

其中: 不等式(29a)构建了椭圆不变集, 不等式(29b)保证了闭环视觉伺服驱动子系统的稳定性<sup>[23]</sup>, 不等式(29c)为控制输入约束.

通过在线求解优化问题(28)-(29), 可得最优解 $Y^*$ 和 $Q^*$ , 则控制器增益矩阵 $F = Y^* Q^{*-1}$ , 对应最优转矩控制律 $\tau(k) = Y^* Q^{*-1} \vartheta(k)$ 和闭环视觉伺服驱动子系统

$$\nu(k+1) = \nu(k) + G(k) Y^* Q^{*-1} \vartheta(k), \quad (30)$$

等价于闭环速度跟踪误差偏差系统

$$\begin{aligned} \vartheta(k+1) &= [I - G(k) Y^* Q^{*-1}] \vartheta(k) + \\ & \nu^*(k+1) - \nu^*(k). \end{aligned} \quad (31)$$

为建立移动机器人闭环视觉伺服驱动子系统(30)的渐近收敛性, 考虑其闭环速度跟踪误差偏差系统(31)的内部稳定性结果.

**定理 2** 考虑移动机器人视觉伺服驱动系统(24), 如果优化问题(28)-(29)在初始时刻是可行的, 则它们在所有时刻都存在最优解, 且该优化问题得到的状态反馈转矩控制律可以保证闭环速度跟踪误差偏差系统(31)的渐近稳定性.

**证** 由文献[24-26]推导可知, 当优化问题(28)-(29)在初始 $k$ 时刻是可行的, 那么在 $t > k$ 的每个时刻都是可行的, 因此优化问题在所有时刻都存在最优解.

考虑移动机器人闭环速度跟踪误差偏差系统(31)

的内部偏差状态 $\vartheta$ , 选取子系统的一个候选Lyapunov函数

$$V(\vartheta(k)) = \vartheta(k)^T P_k \vartheta(k), \quad (32)$$

其中 $P_k$ 为在 $k$ 时刻 $Q^*$ 的逆矩阵. 则由文献[21]可知, 对于任何载荷不确定性 $m(k)$ , 矩阵 $P_k$ 在 $k+1$ 时刻依然是可行解, 即

$$\vartheta(1|k)^T P_{k+1} \vartheta(1|k) \leq \vartheta(k)^T P_k \vartheta(k). \quad (33)$$

进一步, 由最优性原理可得

$$\begin{aligned} V(\vartheta(k+1)) &= \vartheta(k+1)^T P_{k+1} \vartheta(k+1) \leq \\ & \vartheta(1|k)^T P_{k+1} \vartheta(1|k) \leq \\ & \vartheta(k)^T P_k \vartheta(k) = V(\vartheta(k)), \end{aligned} \quad (34)$$

又注意到函数 $V(\vartheta)$ 是一个正定函数, 存在上下界, 故 $V(\vartheta)$ 是闭环系统(31)的一个Lyapunov函数, 从而对于任何载荷不确定性 $m(k)$ , 移动机器人闭环速度跟踪误差偏差系统(31)是渐近稳定的. 证毕.

#### 4 仿真结果与分析

为验证本文算法的有效性, 本节进行了仿真实验. 在仿真实验中使用硬件为处理器Intel(R) Core(TM) i5-4200H CPU@2.80GHz和内存为8.0GB的计算机, 优化问题求解采用MATLAB 2019a软件中LMI工具箱求解. 移动机器人的质量和载荷量总量为4~8 kg, 即 $4 \text{ kg} \leq m \leq 8 \text{ kg}$ , 移动机器人的转动惯量 $I = 2.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . 相机放置在距离机器人质心 $l = 0.1 \text{ m}$ 处, 其中相机的焦距 $f = 6 \text{ mm}$ , 图像分辨率为 $640 \times 480 \text{ pixels}$ , 目标点所在高度 $Z_c = 0.4 \text{ m}$ .

在仿真实验中取采样时间 $T_1 = 0.2 \text{ s}$ 和 $T_2 = 0.1 \text{ s}$ , 加权矩阵 $Q = \{2, 0.1, 2\}$ ,  $Q_v = \{120, 120\}$ ,  $R = \{0.01, 0.01\}$ ,  $R_u = \{0.1, 0.1\}$ . 在仿真实验中采用4个静态点作为特征点, 假定移动机器人在世界坐标系的初始位姿为 $(1.6, -5, 0)$ , 期望位姿为 $(0, 0, 0)$ , 可以求得偏差初始值为 $(-4, -12.5, 0)$ . 进一步, 考虑移动机器人视觉可见性约束和系统约束为

$$160 \text{ pixels} \leq u \leq 640 \text{ pixels},$$

$$60 \text{ pixels} \leq v \leq 200 \text{ pixels},$$

$$270 \text{ pixels} \leq v \leq 360 \text{ pixels},$$

$$\begin{bmatrix} -5 \text{ m/s} \\ -3 \text{ rad/s} \end{bmatrix} \leq \nu \leq \begin{bmatrix} 5 \text{ m/s} \\ 3 \text{ rad/s} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -70 \text{ N} \cdot \text{m} \\ -70 \text{ N} \cdot \text{m} \end{bmatrix} \leq \tau \leq \begin{bmatrix} 70 \text{ N} \cdot \text{m} \\ 70 \text{ N} \cdot \text{m} \end{bmatrix}.$$

根据视觉可见性约束可得到移动机器人相应的误差范围 $e_1 \in [-15.8 \ 8.7]$ ,  $e_2 \in [-22 \ 22.5]$ .

在视觉伺服速度规划部分将本文算法与传统准极小极大MPC算法<sup>[19]</sup>和常规MPC算法<sup>[22]</sup>在相同的仿真环境下和参数设定下进行对比, 在速度跟踪部分应

用本文算法对3种算法下得到的期望速度进行跟踪控制. 图3和图4分别给出了移动机器人视觉伺服误差子系统在3种控制算法下的误差状态量和期望速度规划的仿真图, 其中, 实线对应本文算法的仿真结果, 虚线对应传统准极小极大MPC算法的仿真结果, 点线对应常规MPC算法的仿真结果; 图5给出了本文算法下图像特征点在相机像素坐标系中的轨迹图; 图6给出了移动机器人在 $X-Y$ 平面的运动轨迹图, 其中箭头表示移动机器人的朝向. 图7分别给出了移动机器人视觉伺服驱动子系统在不同速度规划MPC策略下的速度跟踪控制效果和转矩的仿真图, 其中, 图7上两子图实线为误差子系统规划的期望速度, 虚线为驱动子系统速度跟踪控制实际结果; 图7最下子图实线为驱动子系统的角转矩输入曲线, 虚线为驱动子系统的线转矩输入曲线.

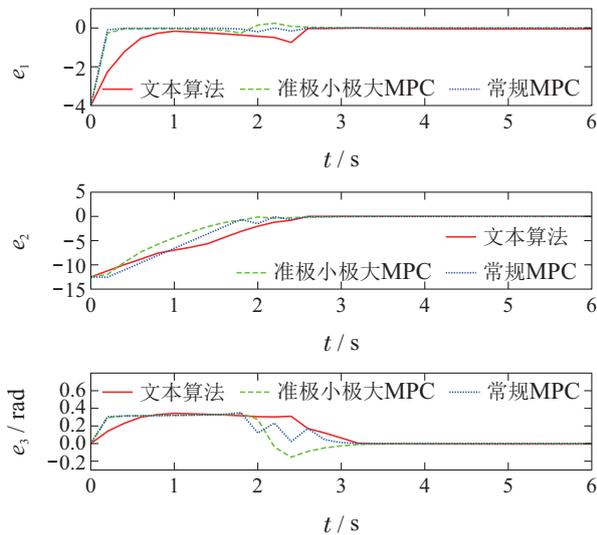


图 3 误差状态  
Fig. 3 Error state

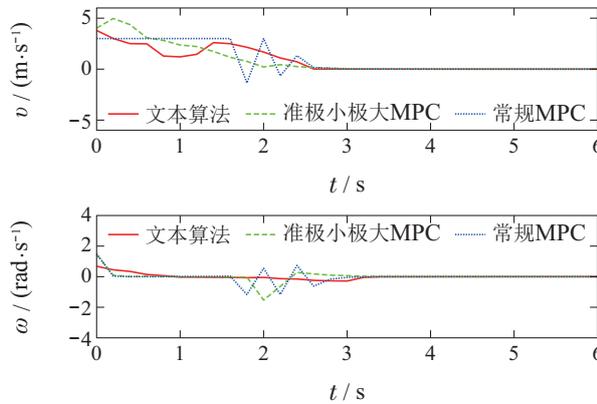


图 4 规划速度  
Fig. 4 Desired velocity

分析图3-4可知, 本文控制算法、传统准极小极大MPC算法和常规MPC都能规划出移动机器人到达目标位置的速度轨迹, 同时满足视觉伺服系统的约束.

3种算法驱动误差状态到达稳态的时间(即过渡时间)基本相同, 但是本文MPC算法规划的期望速度较传统准极小极大MPC算法和常规MPC规划的期望速度更加平缓, 这有利于速度跟踪控制器的控制, 从而使得移动机器人可以更加平稳运行. 由图5和图6可知, 在本文控制算法下, 移动机器人最终到达期望位姿. 并且由图5可知特征点一直在相机视野范围内, 满足了视觉伺服系统的视觉可见性约束.

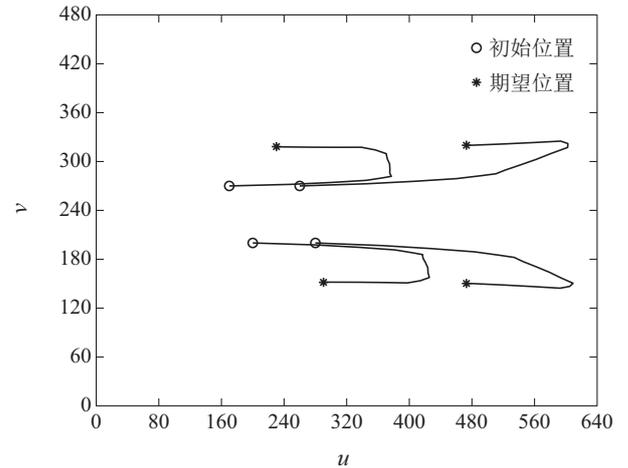


图 5 图像特征点轨迹图

Fig. 5 Trajectory diagram of image feature points

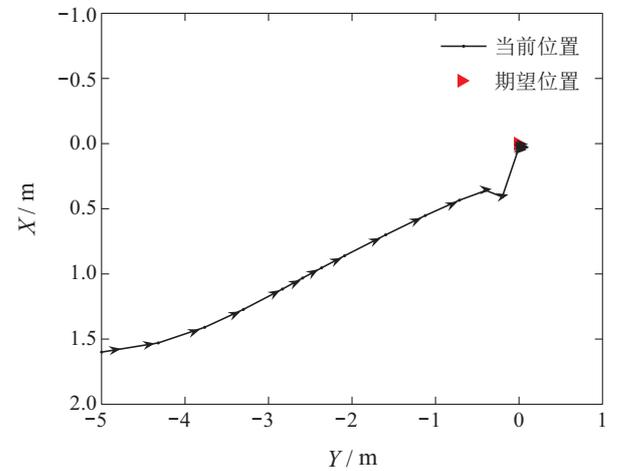


图 6 移动机器人运动轨迹图

Fig. 6 Trajectory of the mobile robot

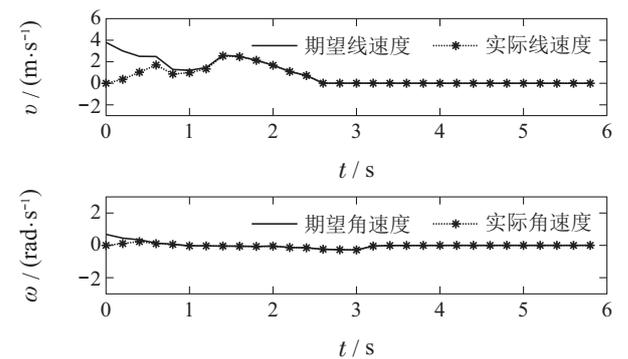


图 7 速度跟踪控制效果

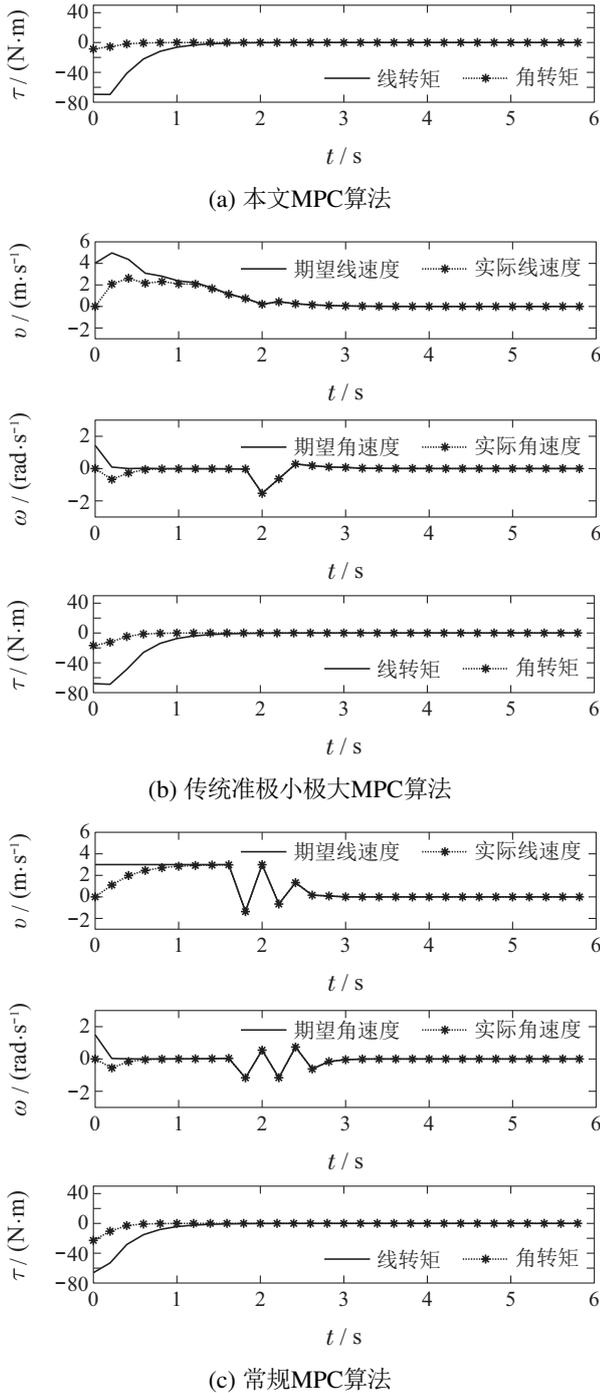


图7 期望速度、实际速度和转矩

Fig. 7 Desired speed, actual speed and torque

进一步分析图7可知,对于由3种MPC算法规划的期望速度,本文设计的鲁棒MPC都能实现快速跟踪,即移动机器人在1.4 s就达到了规划的期望速度.同时,计算得到的线转矩和角转矩变化平稳,有利于机器人驱动电机的运行.此外,线转矩和角转矩都满足伺服系统的约束条件.这些表明,对于机器人载荷不确定,本文设计的速度跟踪鲁棒预测控制策略具有良好的鲁棒渐近稳定性能.

最后考虑MPC优化问题在单步优化的计算耗时性能.由表1可知:1)在3种算法中,当速度规划采用本

文MPC算法时,所需的平均单步计算时间最小.相比于在相同仿真环境下的传统准极小极大MPC算法和常规MPC算法的单步计算时间,本文的MPC策略大大缩短了计算时间.2)本文算法速度规划和速度跟踪的平均单步计算时间均小于采样时间,可以保证移动机器人运动的实时性要求,而传统准极小极大MPC算法和常规MPC的平均单步计算时间超出了采样时间,并不能满足实时性的要求.3)本文算法总的平均单步时间为0.161 s,而传统准极小极大MPC算法和常规MPC的算法总的平均单步计算时间分别为0.262 s和0.312 s.因此,可以看出,本文算法可以大大减少计算时间,提高计算效率,快速镇定移动机器人到目标位置,满足实时性的要求.

表1 单步计算时间

Table 1 Calculation time for each step

		平均值/s	最小值/s	最大值/s
速度规划	本文MPC	0.068	0.058	0.098
	准极小极大MPC	0.169	0.123	0.248
速度跟踪	常规MPC	0.219	0.117	0.328
	鲁棒MPC	0.093	0.079	0.151

## 5 结论

针对受限荷载不确定移动机器人视觉伺服系统,本文设计了一种分层鲁棒视觉伺服预测控制策略.在视觉伺服速度规划部分通过将大部分计算量转移到离线算法计算,大大降低了在线计算量.在视觉伺服速度跟踪部分采用鲁棒预测控制实现了对期望速度的快速跟踪.所设计控制器有效降低了鲁棒视觉伺服预测控制器的在线计算量,从而更好地满足移动机器人快速响应实时性的要求.仿真对比实验结果验证了本文控制策略的有效性和优越性.后续将进一步开展所提控制策略的实验验证研究.

## 参考文献:

- [1] CHAUMETTE F, HUTCHINSON S. Visual servo control, part I: basic approaches. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2006, 13(4): 82–90.
- [2] CHAUMETTE F, HUTCHINSON S. Visual servo control, part II: advanced approaches. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2007, 14(1): 109–118.
- [3] ZHANG X B, FANG Y C, SUN N. Visual servoing of mobile robots for posture stabilization: from theory to experiments. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(1): 1–15.
- [4] SHU T T, GHARAATY S, XIE W F, et al. Dynamic path tracking of industrial robots with high accuracy using photogrammetry sensor. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, 23(3): 1159–1170.
- [5] LI J Q, CHEN Z, RAO G, et al. Structured light-based visual servoing for robotic pipe welding pose optimization. *IEEE Access*, 2019, 7: 138327–138340.

- [6] LI B Q, ZHANG X B, FANG Y C, et al. Visual servoing of wheeled mobile robots without desired images. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(8): 2835 – 2844.
- [7] XU De. A tutorial for monocular visual servoing. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(10): 1729 – 1746.  
(徐德. 单目视觉伺服研究综述. 自动化学报, 2018, 44(10): 1729 – 1746.)
- [8] BECERRA H M, LÓPEZ-NICOLÁS G, SAGÜÉS C. A sliding-mode-control law for mobile robots based on epipolar visual servoing from three views. *IEEE Transactions on Robotics*, 2011, 27(1): 175 – 183.
- [9] ZHANG K X, CHEN J, CHAUMETTE F. Visual servoing with trifocal tensor. *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. USA: IEEE, 2018: 2334 – 2340.
- [10] WANG R H, ZHANG X B, FANG Y C. Visual tracking of mobile robots with both velocity and acceleration saturation constraints. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 150: 1–16.
- [11] WANG R H, ZHANG X B, FANG Y C, et al. Virtual-goal-guided RRT for visual servoing of mobile robots with FOV constraint. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021: 1–11.
- [12] LI Z J, YANG C G, SU C Y, et al. Vision-based model predictive control for steering of a nonholonomic mobile robot. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(2): 553 – 564.
- [13] HE D F, HUANG H, CHEN Q X. Quasi-min-max MPC for constrained nonlinear systems with guaranteed input-to-state stability. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(6): 3405 – 3423.
- [14] KE F, LI Z J, XIAO H Z, et al. Visual servoing of constrained mobile robots based on model predictive control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(7): 1428 – 1438.
- [15] QIU Z J Z, HU S Q, LIANG X W. Model predictive control for constrained image-based visual servoing in uncalibrated environments. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(2): 783 – 799.
- [16] HAJILOO A, KESHMIRI M, XIE W F, et al. Robust online model predictive control for a constrained image-based visual servoing. *Robust Online Model Predictive Control for a Constrained Image-based Visual Servoing*, 2016, 63(4): 2242 – 2250.
- [17] HE D F, DING B C, YU S Y. Review of fundamental properties and topics of model predictive control for nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 273 – 287.
- [18] LU L, NIU Y G, ZOU Y Y. Design of robust model predictive controller based on event trigger strategies. *Journal of East China University of Science and Technology*, 2015, 41(4): 515 – 522.
- [19] HE Defeng, JI Chaochao, NI Hongjie. Quasi-min-max predictive control for visual servoing stabilization of mobile robots. *Control and Decision*, 2020, 35(6): 1391 – 1396.  
(何德峰, 姬超超, 倪洪杰. 移动机器人视觉伺服镇定quasi-min-max预测控制. 控制与决策, 2020, 35(6): 1391 – 1396.)
- [20] CUZZOLA F A, GEROMEL J C, MORARI M. An improved approach for constrained robust model predictive control. *Automatica*, 2002, 38(7): 1183 – 1189.
- [21] CAO Z C, YIN L J, FU Y L, et al. Predictive control for visual servo stabilization of nonholonomic mobile robots. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(8): 1238 – 1245.
- [22] ZHANG X B, FANG Y C, LIU X. Motion-estimation-based visual servoing of nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 2011, 27(6): 1167 – 1175.
- [23] BARANYI P. TP model transformation as a way to LMI-based controller design. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, 51(2): 387 – 400.
- [24] WAN Z Y, KOTHARE M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, 2003, 39(5): 837 – 846.
- [25] LONGGE Z, YAN Y. Robust shrinking ellipsoid model predictive control for linear parameter varying system. *Plos One*, 2017, 12(6): 321 – 320.
- [26] CUZZOLA F A, GEROMEL J C, MORARI M. An improved approach for constrained robust model predictive control. *Automatica*, 2002, 38(7): 1183 – 1189.

### 作者简介:

**邢科新** 副教授, 研究生导师, 目前研究方向为视觉伺服控制、移动机器人控制等, E-mail: xkx@zjut.edu.cn;

**倪伟琦** 硕士研究生, 目前研究方向为移动机器人视觉伺服系统预测控制, E-mail: 2111903275@zjut.edu.cn;

**何德峰** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能系统预测控制、智能驾驶机器人与系统先进控制, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn.