

有限时间内的动车组群分布式协同巡航多智能体控制

魏文军^{1,2†}, 葛俊德¹, 武晓春¹

(1. 兰州交通大学 自动化与电气工程学院, 甘肃 兰州 730070;

2. 兰州交通大学 光电技术与智能控制教育部重点实验室, 甘肃 兰州 730070)

摘要: 本文研究了动车组群系统的移动闭塞协同巡航控制问题, 通过设计有限时间分布式协同控制算法实现了多车高速协同巡航. 算法取消了动车组中心控制单元, 将单列动车组的每个动力单元视为一个智能体, 不同动车组之间的智能体形成多智能体群系统. 设计了动车组智能体有限时间分布式协同控制算法, 该算法首先实现了单列动车组各个动力单元快速追踪到期望的速度, 且保证车钩位移在安全范围内, 其次该算法还能实现动车组群高速巡航等间距运行, 提高了线路利用率的同时避免了碰撞. 最后进行了理论分析, 证明了算法的稳定性和有限时间收敛性, 并提供了仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 有限时间一致性; 动车组; 动车组群协同巡航; 分布式控制

引用格式: 魏文军, 葛俊德, 武晓春. 有限时间内的动车组群分布式协同巡航多智能体控制. 控制理论与应用, 2022, 39(5): 915 – 922

DOI: 10.7641/CTA.2021.10076

Distributed cooperative cruise multi-agent control of electric multiple units group in finite time

WEI Wen-jun^{1,2†}, GE Jun-de¹, WU Xiao-chun¹

(1. School of Automation & Electrical Engineering, Lanzhou Jiao Tong University, Lanzhou Gansu 730070, China;

2. Key Laboratory of Opto-Technology and Intelligent Control, Ministry of Education, Lanzhou Jiao Tong University, Lanzhou Gansu 730070, China)

Abstract: In this paper, the problem of moving block cooperative cruise control of electric multiple units (EMU) group system is studied, and the high-speed cooperative cruise of multiple vehicles is realized by designing a finite-time distributed cooperative control algorithm. The algorithm cancels the central control unit of the EMU, and regards each power unit of a single EMU as an agent. The agents between different EMUs form a multi-agent group system. The finite-time distributed cooperative control algorithm of EMU agents is designed, which not only realizes each power unit of EMU fast tracking to the desired speed while ensuring the coupler displacement within the safe range, but also realizes the EMU group run high-speed cruise by moving block with equal-spacing operation to improve the utilization rate of the line and avoids collisions. Finally, the stability and finite-time convergence of the proposed algorithm are proved by theoretical analysis, and the simulation results are provided to verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: multi-agent system; finite-time convergence; high-speed EMU; cooperative cruise of EMU group; distributed control

Citation: WEI Wenjun, GE Junde, WU Xiaochun. Distributed cooperative cruise multi-agent control of electric multiple units group in finite time. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(5): 915 – 922

1 引言

作为速度为250 km/h以上的旅客专用运输系统, 高速列车近年来因其高速便捷和生态友好性而越来越受欢迎. 列车自动控制(automatic train control, ATC)

系统在列车的安全、可靠和节能运行方面发挥着重要作用^[1–3]. 目前动车组一般采用集中式控制和固定闭塞, 更为先进的动车组控制问题的研究已成为热点. 本文将利用分布式控制来探讨移动闭塞下动车组群

收稿日期: 2021–01–20; 录用日期: 2021–08–24.

[†]通信作者. E-mail: weiwenj@mail.lzjtu.com; Tel.: +86 13893158343.

本文责任编辑: 吴立刚.

国家自然科学基金项目(61661027), 光电技术与智能控制教育部重点实验室(兰州交通大学)开放课题项目(KFKT2020–11)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61661027) and the Opening Foundation of Key Laboratory of Opto-technology and Intelligent Control (Lanzhou Jiaotong University) (KFKT2020–11).

跟踪问题.

在过去的十几年中已进行了大量关于动车组控制算法的研究. 文献[4]提出了高速列车的鲁棒自适应控制方法, 考虑了运行中的外部扰动, 实现列车渐近速度跟踪. 文献[5]提出了自适应迭代学习控制的列车跟踪控制算法. 以上研究成果是基于单质点模型获得的, 假设动车组是刚体, 忽略了相邻车厢之间的弹性动力学. 针对高速动车组的多动力单元结构, 文献[6]采用分布式空间模型描述其动力学模型, 设计了各动力单元同步跟踪给定速度的集中式预测控制算法. 文献[7]中提出了针对列车位置及速度自适应的控制方法, 但在动车组加速或制动时其牵引或制动力会发生急剧的变化, 加速列车老化, 大大降低了乘客的舒适度.

在过去, ATC一直使用固定闭塞方式, 固定闭塞将轨道线路分为固定的区间, 每个区间内有一辆列车, 其缺点是列车运行跟踪间隔大、线路利用率低等. 随着列车自动控制技术, 无线通信技术和列车定位技术的发展使得通过提高速度和减少跟踪间隔来进一步提高铁路交通的效率成为可能. 文献[8]提出了一种新的信息传输方法, 即列车-列车通信技术, 该技术可以保证每列车直接与其附近的列车通信, 为基于车-车通信的多列车移动闭塞协同控制提供了手段. 文献[9]提出了一种移动闭塞条件下的列车追踪运行的协同控制算法. 文献[10]提出多拓扑结构下的系统控制模型, 通过深入分析多列车耦合的复杂动力学特性, 提出单值学习的神经自适应控制律, 有效的保证列车之间不发生碰撞的同时尽量缩短列车之间的跟踪距离, 提高线路的利用率. 但其动车组模型仍然是单质点模型, 没有考虑动车组内部的耦合行为.

近年来, 基于分布式控制的多智能体技术开始在高速列车协同控制中得到应用^[11-14]. 多智能体系统是分布式人工智能的一个分支, 其由多个智能体组成, 各个智能体与相邻智能体进行信息交换, 互相协调, 解决复杂问题^[15-17]. 文献[11]利用势函数来确保列车群在运行过程中相邻列车间的距离保持在一定范围内, 但由于势函数为饱和非线性函数, 动车组初始条件下速度波动较大, 动车组运行的平稳性得不到保障. 文献[12]利用多智能体一致性技术, 建立了高速动车组多智能体模型, 并且设计了相应的分布式控制器, 动车组运行更加平稳, 但其跟踪时间很长, 响应速度慢.

以上文献解决的是动车组协调控制问题, 没有考虑动车组达到稳态的时间长短. 然而在实际中, 动车组在有限时间内收敛并跟踪到给定速度对提升运行效率有很大帮助. 为此本文设计了一种新的多智能体有限时间算法, 在完成巡航控制的同时加速了收敛时间. 该算法假定动车组取消了中心控制节点, 动车组的各个动力单元视作智能体. 智能体之间通过有限时

间一致性协议, 在考虑动力单元非刚性连接(即考虑车钩的影响)的情况下, 仅仅通过局部通信, 不仅可以完成单个动车组的高速巡航控制, 同时该算法还能实现满足最小刹车距离的动车组之间的高速巡航控制. 智能体之间的分布式控制协议能同时满足单车和多车的控制需求. 本文的主要贡献概括如下:

1) 考虑动车组具有动力分散的特性, 将每个动力单元视为一个智能体, 数学模型考虑了钩缓装置的耦合力, 而不是一般模型的刚性连接. 动车组之间的头尾智能体通过先进的列车-列车无线通信技术获取相邻动车组的信息, 使得动车组群成为多智能体系统.

2) 设计了有限时间分布式协同控制律, 该控制律同时实现了两个方面的分布式控制. 第一是实现动车组内部在车钩约束下的高速分布式控制, 实现动车组内部各个智能体快速追踪到期望速度的同时车钩位移在安全范围内. 第二是实现动车组群在保持最小刹车距离的约束下的高速巡航控制, 实现了移动闭塞意义上的动车群的追踪运行控制, 尽量缩短了列车跟踪时间的同时避免了碰撞.

2 动车组多智能体建模

2.1 单列动车组模型

考虑运行在线路上的一列高速动车组, 它由一系列通过车钩连接的动力单元组成, 行进中受到滚动阻力和气动阻力的影响. 由 n 个动力单元组成的高速动车组的结构如图1所示.

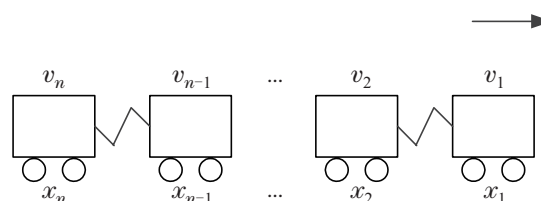


图1 高速动车组结构图

Fig. 1 Structure of a high-speed EMU

对于具有多个动力单元的高速动车组, 相邻的动力单元通过柔性耦合器连接, 耦合器位移可以用 $e_i(t)$ 表示, 如式(1)所示:

$$e_i(t) = x_i - x_{i+1} - l_i, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (1)$$

其中: x_i, x_{i+1} 分别表示第 i 和第 $i+1$ 个动力单元所处的位置; l_i 是动力单元的长度. 当 $e_i(t) > 0$ 时, 耦合器被拉伸并产生内力作为牵引力, 有助于各动力单元协同运行. 相反, 当 $e_i(t) < 0$ 时, 耦合器被压缩并产生内力作为制动力使得相邻动力单元保持在可接受的安全间隙中, 防止动力单元产生碰撞.

动车组在运行过程中受到3个力的作用, 分别是牵引/制动力 u 、行驶阻力 R 和耦合力 f . 耦合器的行为可以通过弹簧模型近似描述, 车钩耦合力是动力单元相对位移和相对速度的线性函数, 如式(2)所示:

$$f(e_i(t)) = k_i e_i(t) + d_i \dot{e}_i(t), \quad (2)$$

其中 k_i 和 d_i 是车钩的刚度系数和阻尼常数。

动车组的行驶阻力由气动阻力和滚动机械阻力构成, 动车组的基本阻力由戴维斯公式^[18]给出, 如式(3)所示:

$$R(v) = c_0 + c_1 v + c_2 v^2, \quad (3)$$

其中: v 是车速; c_0, c_1, c_2 是相应的系数, 由风洞实验给出; $c_0 + c_1 v$ 代表滚动机械阻力; $c_2 v^2$ 代表气动阻力。可以看出, 气动阻力是关于 v 的非线性函数, 随着速度的增大, 气动阻力将成为动车组总外部阻力的主要部分, 动车组的非线性特性也越来越明显。

假设第 i 个动力单元的质量、位置和速度分别为 m_i, x_i 和 v_i , 动车组运动模型基于分布式驱动型, 动车组分成多个动力单元, 每个动力单元包括一辆动车和一辆拖车, 每个动力单元看作一个智能体。

各动力单元动力学模型如式(4)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, & i = 1, 2, \dots, n, \\ m_1 \dot{v}_1 = u_1 - f(e_1) - m_1 R(v_1), \\ m_i \dot{v}_i = u_i + f(e_{i-1}) - f(e_i) - m_i R(v_i), & i = 2, 3, \dots, n-1, \\ m_n \dot{v}_n = u_n + f(e_{n-1}) - m_n R(v_n). \end{cases} \quad (4)$$

为了便于分布式控制律的设计, 本文采用代数图论来描述智能体之间的通信拓扑。通信拓扑由加权无向图 $G = (V, E, A)$ 表示, 其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示具有 n 个节点的集合, $E \in V \times V$ 表示该图的边集。边 E 表示第 i 个动力单元与第 j 个动力单元之间可以进行信息交换。如果 $(v_i, v_j) \in E$ 则称第 j 个动力单元是第 i 个动力单元的邻居, 并且动力单元 j 的邻居可由 $N_j = \{v_i \in V(v_i, v_j) \in E\}$ 表示。具有非负元素的 $A = [a_{ij}]$ 是邻接矩阵, 并且当 $(v_i, v_j) \in E$ 时, 权重 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。

定义 $\hat{u}_i = \frac{u_i}{m_i}, \hat{k}_i = \frac{k_i}{m_i}, \hat{d}_i = \frac{d_i}{m_i}$, 式(4)根据相互连接关系可改写成多智能体模型如式(5)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i, \\ \dot{v}_i = \hat{u}_i + \hat{k}_i \sum_{j=1, j \neq i}^n \hat{a}_{ij} [(x_j - x_i) + l_i(j-i)] + \\ \hat{d}_i \sum_{j=1, j \neq i}^n \hat{a}_{ij} (v_j - v_i) - R(v_i). \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中, 当动力单元 i 与动力单元 j 有耦合关系时, $\hat{a}_{ij} = 1$, 否则 $\hat{a}_{ij} = 0$ 。

2.2 动车组群模型

动车组群系统协同控制如图2所示。在运行过程中, 动车组之间的实时信息通过列车-列车无线通信

系统完成。由于通信距离有限, 动车组只能与其相邻的其他动车组通信, 设置 β 是列车-列车通信的最大距离。动车组内部的通信拓扑选择为列车车厢之间的前后通信物理连接; 而动车组之间的通信则选择为后续动车组的首个动力单元和前车的最后一个动力单元进行信息交换, 这样选择通信方面的资源占用最小。定义每两个连续动车组之间的跟踪间隔、期望最小跟踪间隔和紧急制动触发距离分别表示为 $s_i(t), l_s$ 和 l_e 。如果跟踪间隔 $s_i(t) < l_e$, 则列车将会紧急制动以避免碰撞。

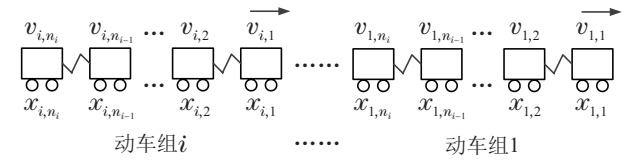


图2 动车组群系统图

Fig. 2 EMU group system

对于 N 列高速动车组组成的动车组群系统, 其中每列动车组包含 n_i 个动力单元, 其信息传输拓扑可用无向图 $G = (V, E, A)$ 表示。 V 代表动车组 i 的节点, 每个节点代表智能体, 第 i 列动车组的第 j 个动力单元的邻域表示为

$$N_{i,j} = \{(v_{i,q}, v_{j,r}) :$$

如果 $i=j, |q-r|=1; j=1, 2, \dots, N;$

或者 $i=j+1, q=n_i, r=1, |x_{i,q}-v_{j,r}| < \beta,$
 $j=1, 2, \dots, N-1;$

或者 $i=j-1, q=1, r=n_j, |x_{i,q}-v_{j,r}| < \beta,$
 $j=2, 3, \dots, N\}$ 。

假设第 i 列动车组的第 j 个动力单元的质量, 速度和控制输入分别为 $m_{i,j}, v_{i,j}$ 和 $u_{i,j}$ 。此时动车组群动力学模型如式(6)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,j} = v_{i,j}, \\ \dot{v}_{i,j} = \\ \hat{u}_{i,j} + \hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (x_{i,q} - x_{i,j} + l_{i,j}(q-j)) + \\ \hat{d}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (v_{i,q} - v_{i,j}) - R(v_{i,j}), \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\hat{u}_{i,j} = \frac{u_{i,j}}{m_{i,j}}, \hat{k}_i = \frac{k_{i,j}}{m_{i,j}}, \hat{d}_i = \frac{d_{i,j}}{m_{i,j}}$ 。

当动车组 i 中的动力单元 j 与动力单元 q 有耦合关系时, $\hat{a}_{j,q}^i = 1$, 否则 $\hat{a}_{j,q}^i = 0$ 。

3 有限时间分布式控制律设计

3.1 控制目标

高速动车组群在运行中, 首辆动车组的速度以线路允许速度为目标(可从地面应答器获得), 并假设动

车组群运行在相同速度区间. 首辆动车组的期望速度和位置如式(7)所示, 其在多智能体系统中被当做虚拟领导者.

$$\dot{x}_r(t) = v_r(t). \quad (7)$$

对于第*i*列动车组的第*j*个动力单元, 分别定义其与期望速度和位置之间的速度差和距离差如式(8)所示:

$$\begin{cases} \tilde{x}_{i,j} = x_{i,j} - x_r + (i-1)l_s + \sum_{m=1}^{i-1} \sum_{n=1}^{j-1} l_{m,n}, \\ \tilde{v}_{i,j} = v_{i,j} - v_r. \end{cases} \quad (8)$$

车钩位移 $e_{i,j}$ 和动车组跟踪间隔 $s_i(t)$ 定义如式(9)所示:

$$\begin{cases} e_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,j+1} - l_{i,j}, \\ s_i(t) = x_{i,n_i} - \tilde{x}_{i+1,1} + l_s. \end{cases} \quad (9)$$

动车组分布式控制的目的是为每个动力单元设计有限时间控制律 $\hat{u}_{i,j}(t)$ 使得:

1) 所有动车组的所有动力单元在有限时间 T 内跟踪速度-距离曲线, 即达到位置和速度一致

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow T} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{v}_{i,j} = 0, \\ \lim_{t \rightarrow T} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{x}_{i,j} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

2) 任意两连续的动力单元在运行过程中车钩始终在最大最小安全距离内, 且每两列连续动车组之间的跟踪间隔 $s_i(t)$ 不小于紧急制动触发距离, 即

$$\begin{cases} -h_2 < e_{i,j}(t) < h_1, \quad \forall t \geq 0, \\ s_i(t) > l_e, \quad \forall t \geq 0, \end{cases} \quad (11)$$

其中 h_1, h_2 分别表示车钩可以拉伸的最大距离和压缩的最大距离.

3) 经过有限时间 T 内车钩位移收敛为0, 车钩受力为零, 且动车组跟踪间隔最终收敛到 l_s 即

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow T} e_{i,j}(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow T} s_i(t) = l_s. \end{cases} \quad (12)$$

3.2 控制律设计

为了保证动车组群的协同运行, 本文设计了有限时间分布式控制律如式(13)所示:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{i,j} = & p_1 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \operatorname{sig}(\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ & p_2 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \operatorname{sig}(\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ & p_3 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \operatorname{sig}(\tilde{v}_{i,q} - \tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & p_4 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \operatorname{sig}(\tilde{v}_{p,l} - \tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} - \\ & a_{i,j} [\mu_1 \operatorname{sig}(\tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \mu_2 \operatorname{sig}(\tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2}] + R(v_{i,j}), \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $p_1, p_2, p_3, p_4, \mu_1, \mu_2$ 为正常数; $a_{i,1} = 1$, 否则 $a_{i,j} = 0$; 当 $v_{i,q} \notin N_{i,j}$ 时, $a_{v_{i,j}, v_{i,q}} = 0$, 否则 $a_{v_{i,j}, v_{i,q}}$ 定义为

$$a_{v_{i,j}, v_{i,q}} = \begin{cases} \frac{2h_1\delta_1 - \delta_1^2}{h_1^2 - (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^2} - p_1^{-1} \hat{a}_{j,q}^i \hat{k}_{i,j}, & j > q, h_1 - \delta_1 < (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) < h_1 \text{ 或者} \\ j < q, -h_1 < (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) < -h_1 + \delta_1; \\ \frac{\delta_2^2}{(h_2 - |\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}|)^2} - p_1^{-1} \hat{a}_{j,q}^i \hat{k}_{i,j}, & j > q, -h_2 < (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) < -h_2 + \delta_2 \text{ 或者} \\ j > q, h_2 - \delta_2 < (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) < h_2; \\ 1 - p_1^{-1} \hat{a}_{j,q}^i \hat{k}_{i,j}, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中: $\delta_1 \in (0, h_1), \delta_2 \in (0, h_2)$.

定义 $\zeta = l_s - l_e, \hat{\beta} = \beta - l_s$. 若 $v_{p,l} \notin N_{i,j}, a_{v_{i,j}, v_{p,l}} = 0$, 否则 $a_{v_{i,j}, v_{p,l}}$ 定义为

$$a_{v_{i,j}, v_{p,l}} = \begin{cases} 0, & p < i, (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) > \hat{\beta} \text{ 或者} \\ & p < i, (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) < -\hat{\beta}; \\ \frac{\hat{\beta} - |\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}|}{\gamma_1}, & p < i, \hat{\beta} - \gamma_1 < (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) \leq \hat{\beta} \text{ 或者} \\ & p > i, -\hat{\beta} < (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) \leq \gamma_1 - \hat{\beta}; \\ \frac{2\gamma_2\zeta - \gamma_2^2}{\zeta^2 - (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j})^2}, & p < i, -\zeta < (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) \leq \gamma_2 - \zeta \text{ 或者} \\ & p > i, \zeta - \gamma_2 < (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) \leq \zeta; \\ 1, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中: $\gamma_1 \in (0, \hat{\beta}), \gamma_2 \in (0, \zeta)$.

引理 1^[19] 对于无向通信拓扑图 G , 假如存在一个函数 $\psi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, 当对 $\forall i, j \in I$, 且 $i \neq j$ 满足 $\psi(x_i, x_j) = -\psi(x_j, x_i)$, 那么就有一组数列 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 满足

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_{ij} y_i \psi(x_j, x_i) = \\ & -\frac{1}{2} \sum_{(v_i, v_j) \in E} a_{ij} (y_j - y_i) \psi(x_j, x_i). \end{aligned}$$

引理 2^[20] 对于 n 维系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \tilde{f}(x), \quad \tilde{f}(0) = 0, \\ x &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \end{aligned}$$

其中: $f(x)$ 是齐次项, $\tilde{f}(x)$ 是非齐次项. 如果对于任意的 $\varepsilon > 0$, 均有

$$f_i(\varepsilon^{r_1}x_1, \varepsilon^{r_2}x_2, \dots, \varepsilon^{r_n}x_n) = \varepsilon^{\kappa+r_i}f_i(x),$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\tilde{f}_i(\varepsilon^{r_1}x_1, \varepsilon^{r_2}x_2, \dots, \varepsilon^{r_n}x_n)}{\varepsilon^{\kappa+r_i}} = 0, \forall x \neq 0.$$

那么系统和带有扩张 $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ 的度 κ 是齐次的. 若函数 $f(x)$ 连续, $x = 0$ 是系统的一个渐近稳定平衡点, 齐次度 $\kappa < 0$, 则系统是有限时间稳定的.

定理 1 考虑在线路上运行的 N 列动车组组成的动车组群, 其中第 i 个动车组由 n_i 个智能体组成, 其动力学模型由式(6)给出. 假设初始时刻车钩位移在安全范围内, 即 $-h_2 < e_{i,j}(0) < h_1$, 并且每两列相邻动车组之间的跟踪间隔都大于紧急制动触发距离, 即 $s_i(0) > l_e$. 提出的有限时间分布式控制法则式(13)可以确保各个动车组在整个运行过程期间满足控制目标式(10)–(12).

证 首先证明系统渐近稳定性. 在控制律式(13)的条件下, 系统(6)可转换为式(14)所示:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_{i,j} = \tilde{v}_{i,j}, \\ \dot{\tilde{v}}_{i,j} = \hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) + \\ \quad \hat{d}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{v}_{i,q} - \tilde{v}_{i,j}) + \\ \quad p_1 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ \quad p_2 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ \quad p_3 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\tilde{v}_{i,q} - \tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} + \\ \quad p_4 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\tilde{v}_{p,l} - \tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} - \\ \quad a_{i,j} [\mu_1 \text{sig}(\tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \mu_2 \text{sig}(\tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2}]. \end{cases} \quad (14)$$

选取以下的李雅普诺夫函数 $V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) + V_5(t)$, 其中:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{v}_{i,j}^2,$$

$$V_2(t) = \frac{1}{2} \hat{k}_{i,j} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \int_0^{\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i s ds,$$

$$V_3(t) = \frac{1}{2} p_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \int_0^{\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(s)^{\alpha_1} ds,$$

$$V_4(t) = \frac{1}{2} p_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} \int_0^{\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(s)^{\alpha_1} ds,$$

$$V_5(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \int_0^{\tilde{x}_{i,j}} a_{i,j} \mu_1 \text{sig}(s)^{\alpha_1} ds.$$

求取每个李雅普诺夫函数 $V_i(t)$ 的导数, 并应用引理1:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t) + \dot{V}_5(t) = \\ &= -\frac{\hat{d}_{i,j}}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{v}_{i,q} - \tilde{v}_{i,j})^2 - \\ &= p_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{i,q})^{\alpha_2} \tilde{v}_{i,j} - \\ &= p_4 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\tilde{v}_{i,j} - \tilde{v}_{p,l})^{\alpha_2} \tilde{v}_{i,j} - \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} a_{i,j} \mu_2 \text{sig}(\tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} \tilde{v}_{i,j} \leq 0. \end{aligned} \quad (15)$$

由式(15)可得, 当且仅当 $\tilde{v}_{i,j} = \tilde{v}_{i,q} = \tilde{v}_{p,l} = 0$ 时, 有 $\dot{V}(t) = 0$, 此时有 $\dot{\tilde{v}}_{i,j} = 0$, 即

$$\begin{aligned} &\hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) + \\ &p_1 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ &p_2 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} - \\ &a_{i,j} \mu_1 \text{sig}(\tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} = 0. \end{aligned}$$

又因为图G中领导者全局可达, 则有

$$\begin{aligned} &-\frac{\hat{k}_{i,j}}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{i,g} \in N_{i,j} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^2 - \\ &\frac{p_1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{i,g} \in N_{i,j} a_{v_{i,j}, v_{i,g}} \text{sig}(\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} \cdot \\ &(\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) - \frac{p_2}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \cdot \\ &\text{sig}(\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} (\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j}) - \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} a_{i,j} \mu_1 \text{sig}(\tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} \tilde{x}_{i,j} \leq 0. \end{aligned} \quad (16)$$

根据式(16)可得 $\tilde{x}_{i,j} = \tilde{x}_{i,q} = \tilde{x}_{p,l} = 0$. 由以上推导过程可得出列车群系统式(6)在本文所设计的控制律式(13)中是渐近稳定的.

接下来证明有限时间稳定性, 定义

$$\begin{aligned} M &= n_1 + n_2 + \dots + n_N = \sum_{i=1}^N n_i, \\ \psi_{i,j} &= \psi(j + \sum_{i=1}^{i-1} n_i), \psi_{M+(i,j)} = \psi(M + j + \sum_{i=1}^{i-1} n_i), \\ \psi(t) &= (\tilde{x}_{1,1}(t), \tilde{x}_{1,2}(t), \dots, \tilde{x}_{1,n_1}(t), \tilde{x}_{2,1}(t), \tilde{x}_{2,2}(t), \dots, \\ &\tilde{x}_{2,n_2}(t), \dots, \tilde{x}_{N,1}(t), \tilde{x}_{N,2}(t), \dots, \tilde{x}_{N,n_N}(t), \tilde{v}_{1,1}(t), \\ &\tilde{v}_{1,2}(t), \dots, \tilde{v}_{1,n_1}(t), \tilde{v}_{2,1}(t), \tilde{v}_{2,2}(t), \dots, \tilde{v}_{2,n_2}(t), \\ &\dots, \tilde{v}_{N,1}(t), \tilde{v}_{N,2}(t), \dots, \tilde{v}_{N,n_N}(t)) = \\ &(\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_{n_1}(t), \psi_{n_1+1}(t), \psi_{n_1+2}(t), \dots, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \psi_{n_1+n_2}(t), \dots, \psi_{n_1+n_2+\dots+n_N}(t), \dots, \\ & \psi_{2(n_1+n_2+\dots+n_N)}(t)) = \\ & (\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_{n_1}(t), \psi_{n_1+1}(t), \psi_{n_1+2}(t), \dots, \\ & \psi_{n_1+n_2}(t), \dots, \psi_M(t), \dots, \psi_{2M}(t)). \end{aligned}$$

此时控制系统(6)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{i,j} &= f_{i,j}(\psi) = \psi_{M+(i,j)} = f_{i,j}^0(\psi) + \tilde{f}_{i,j}^0(\psi), \\ \dot{\psi}_{M+H} &= f_{M+(i,j)}(\psi) = \\ & f_{M+(i,j)}^0(\psi) + \tilde{f}_{M+(i,j)}^0(\psi) = \\ & \hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j}) + \\ & \hat{d}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\tilde{v}_{i,q} - \tilde{v}_{i,j}) + \\ & p_1 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\tilde{x}_{i,q} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ & p_2 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\tilde{x}_{p,l} - \tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \\ & p_3 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\tilde{v}_{i,q} - \tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} + \\ & p_4 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\tilde{v}_{p,l} - \tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2} - \\ & a_{i,j} [\mu_1 \text{sig}(\tilde{x}_{i,j})^{\alpha_1} + \mu_2 \text{sig}(\tilde{v}_{i,j})^{\alpha_2}]. \end{aligned}$$

令

$$r_1 = r_2 = \dots = r_M = R_1,$$

$$r_{M+1} = r_{M+2} = \dots = r_{2M} = R_2,$$

$$\begin{aligned} & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\tilde{f}_{M+(i,j)}^0(\varepsilon^{r_1} \psi_1, \varepsilon^{r_2} \psi_2, \dots, \varepsilon^{r_M} \psi_M, \dots, \varepsilon^{r_{2M}} \psi_{2M})}{\varepsilon^{r_{M+(i,j)} + \kappa}} = \\ & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [[\hat{d}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\varepsilon^{r_{M+(i,j)}} \psi_{M+(i,q)} - \varepsilon^{r_{M+(i,j)}} \psi_{M+(i,j)}) + \\ & \hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\varepsilon^{r_{i,q}} \psi_{i,q} - \varepsilon^{r_{i,j}} \psi_{i,j})] / \varepsilon^{r_{M+(i,j)} + \kappa}] = \\ & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [[\varepsilon^{R_2} \hat{d}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\psi_{M+(i,q)} - \psi_{M+(i,j)}) + \varepsilon^{R_1} \hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\psi_{i,q} - \psi_{i,j})] / \varepsilon^{R_2 + \kappa}] = \\ & \hat{k}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\psi_{i,q} - \psi_{i,j}) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-2\kappa} + \hat{d}_{i,j} \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} \hat{a}_{j,q}^i (\psi_{M+(i,q)} - \psi_{M+(i,j)}) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-\kappa} = 0. \end{aligned}$$

令 $R_1 = 2$, $0 < \alpha_1 < 1$, $\alpha_2 = 2\alpha_1/(\alpha_1 + 1)$ 可得 $\kappa = \alpha_1 - 1$, $R_2 = \alpha_1 + 1$, 这说明系统与带有扩张 $(\underbrace{2, \dots, 2}_M, \underbrace{\alpha_1 + 1, \dots, \alpha_1 + 1}_M)$ 的度 $\kappa = \alpha_1 - 1 < 0$ 是齐次的。

根据引理2可知系统有限时间稳定, 即提出的控制法则可以实现控制目标。

4 仿真与分析

为验证本文方法的有效性, 假设有3列动车组组成的动车组群系统, 每一列动车组具有4个动力单元, 其主要参数特性见表1。

同时为了验证不同速度下系统的控制性能, 假设

$$\begin{aligned} R_2 &= R_1 + \kappa, \quad R_1 \alpha_1 = R_2 \alpha_2 = R_2 + \kappa, \\ \alpha_2 &= 2\alpha_1/(\alpha_1 + 1). \end{aligned}$$

此时有

$$\begin{aligned} & f_{i,j}^0(\varepsilon^{r_1} \psi_1, \varepsilon^{r_2} \psi_2, \dots, \varepsilon^{r_M} \psi_M, \\ & \varepsilon^{r_{M+1}} \psi_{M+1}, \dots, \varepsilon^{r_{2M}} \psi_{2M}) = \\ & \psi_i(\varepsilon^{r_1} \psi_1, \varepsilon^{r_2} \psi_2, \dots, \varepsilon^{r_M} \psi_M, \\ & \varepsilon^{r_{M+1}} \psi_{M+1}, \dots, \varepsilon^{r_{2M}} \psi_{2M}) = \\ & \varepsilon^{r_{M+(i,j)}} \psi_{M+(i,j)} = \varepsilon^{R_2} f_{i,j}^0(\psi) = \\ & \varepsilon^{R_1 + \kappa} f_{i,j}^0(\psi) = \varepsilon^{r_{i,j} + \kappa} f_{i,j}^0(\psi). \end{aligned}$$

同时有

$$\begin{aligned} & f_{M+(i,j)}^0(\varepsilon^{r_1} \psi_1, \varepsilon^{r_2} \psi_2, \dots, \varepsilon^{r_M} \psi_M, \\ & \varepsilon^{r_{M+1}} \psi_{M+1}, \dots, \varepsilon^{r_{2M}} \psi_{2M}) = \\ & \varepsilon^{R_1 \alpha_1} [p_1 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\psi_{i,q} - \psi_{i,j})^{\alpha_1} + \\ & p_2 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\psi_{p,l} - \psi_{i,j})^{\alpha_1} + \\ & p_3 \sum_{v_{i,q} \in N_{i,j}} a_{v_{i,j}, v_{i,q}} \text{sig}(\psi_{M+(i,q)} - \psi_{M+(i,j)})^{\alpha_2} + \\ & p_4 \sum_{v_{p,l} \in N_{i,j}, p \neq i} a_{v_{i,j}, v_{p,l}} \text{sig}(\psi_{M+(p,l)} - \psi_{M+(i,j)})^{\alpha_2} - \\ & a_{i,j} [\mu_1 \text{sig}(\psi_{i,j})^{\alpha_1} + \mu_2 \text{sig}(\psi_{M+(i,j)})^{\alpha_2}]] = \\ & \varepsilon^{R_2 + \kappa} f_{M+(i,j)}^0(\psi) = \varepsilon^{r_{M+(i,j)} + \kappa} f_{M+(i,j)}^0(\psi). \end{aligned}$$

又因为

首列动车组在以下不同行驶位置有不同的速度, 如式(17)所示:

$$v_r = \begin{cases} 316 \text{ km/h}, & 109 \text{ km} \leq x_r < 161 \text{ km}, \\ 342 \text{ km/h}, & 161 \text{ km} \leq x_r < 294 \text{ km}, \\ 324 \text{ km/h}, & 294 \text{ km} \leq x_r < 450 \text{ km}. \end{cases} \quad (17)$$

设置动车组的初始位置和初始速度分别为

$$\begin{aligned} x_{1,1} &= 108.8 \text{ km}, \quad x_{2,1} = 105.0 \text{ km}, \quad x_{3,1} = 102.2 \text{ km}, \\ v_{1,1} &= 295 \text{ km/h}, \quad v_{2,1} = 275 \text{ km/h}, \quad v_{3,1} = 285 \text{ km/h}. \end{aligned}$$

动力单元的长度 $l_{i,j} = 80 \text{ m}$, 最小跟踪间隔 $l_s = 3000 \text{ m}$, 紧急制动触发距离 $l_e = 1500 \text{ m}$, 列车-列车

最大通信距离 $\beta = 10000$. 控制器参数选择为 $p_1 = 20$, $p_2 = 10^{-4}$, $p_3 = 10$, $p_4 = 1$, $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.1$, $\delta_1 = 0.05$, $\delta_2 = 0.03$, $\gamma_1 = 1000$, $\gamma_2 = 600$, $\alpha_1 = 0.9$.

表1 动车组的主要参数^[12]Table 1 Main parameters of EMU^[12]

参数	数值
动力单元质量 $m_{i,j}/\text{kg}$	80×10^3
阻力系数 $c_0/(\text{N} \cdot \text{kg}^{-1})$	0.01176
阻力系数 $c_1/(\text{N}_s \cdot \text{m} \cdot \text{kg}^{-1})$	0.00077616
阻力系数 $c_2/(\text{N}_s^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1})$	1.6×10^{-5}
刚度系数 $k_{i,j}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1.6×10^5
阻尼常数 $d_{i,j}/(\text{N}_s \cdot \text{m}^{-1})$	600
车钩最大拉伸距离 h_1/m	0.1
车钩最大压缩距离 h_2/m	0.1

根据分布式控制规律式(13), 仿真结果如图3–6所示. 图3表示动车组的速度曲线, 图4表示动车组的位置–速度曲线, 图5表示车钩位移曲线, 图6表示动车组的跟踪间隔. 图7表示普通一致性协议下的动车组的速度曲线^[12].

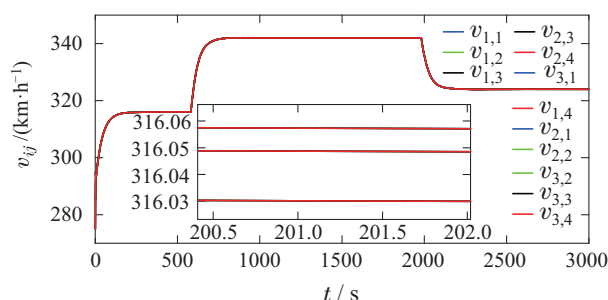


图3 高速动车组速度曲线

Fig. 3 Speed curve of high-speed EMU

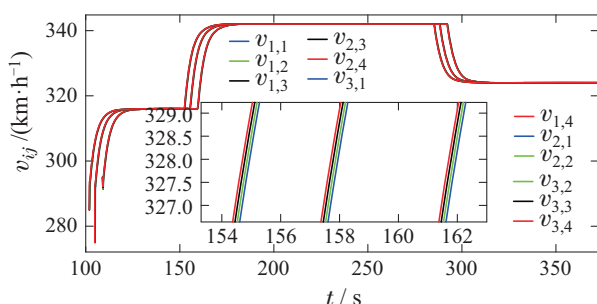


图4 高速动车组速度–位置曲线

Fig. 4 Speed-position curve of high-speed EMU

从图3中和图4中可以看到, 从初始时刻开始, 在 $t = 200$ s左右时, 所有动车组快速平滑地跟踪到期望速度 $v_r = 316$ km/h并保持稳定在此速度, 动车组群处于协同状态. 对比图7中普通一致性控制算法的速度曲线中收敛时间 $t = 340$ s, 有限时间控制算法相对于普通一致性算法有以下优点: 1) 动车组跟踪时间即系统收敛速度大大加快; 2) 动车组速度变化更为平滑, 且无超调, 有利于安全行车.

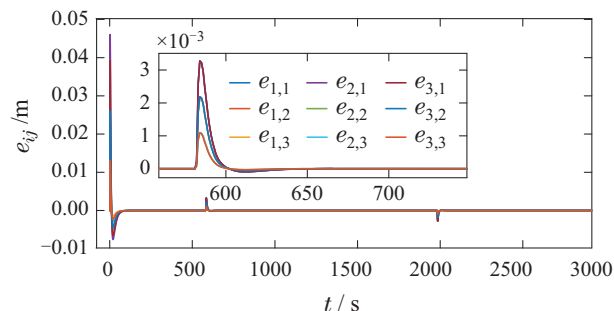


图5 高速动车组车钩位移曲线

Fig. 5 Displacement curve of coupler of high-speed EMU

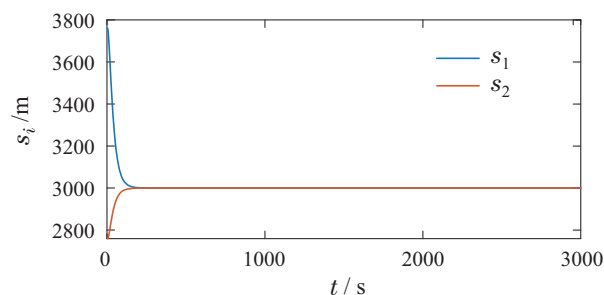


图6 动车组跟踪间隔

Fig. 6 Tracking intervals between consecutive trains

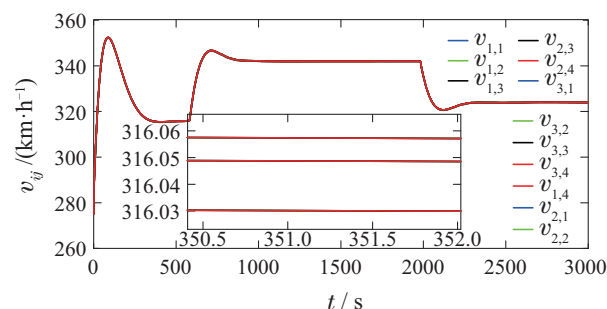


图7 普通一致性算法下的速度曲线

Fig. 7 Speed curve under common consistency algorithm

在图5中, 由于动车组速度增加, 车钩从原来的平衡状态开始有小幅的变化, 并且在 $t = 200$ s时车钩位移收敛到0, 重新达到平衡状态. 在运行期间所有车钩位移始终在预先设置好的 $(-0.1 \text{ m}, 0.1 \text{ m})$ 之间变化, 未超出安全范围.

图6中, 连续动车组之间的跟踪间隔在 $t = 200$ s时收敛到最小跟踪间隔. 从动车组群系统协同控制的仿真结果可以得出, 所提出的有限时间分布式控制律可以确保动车组群准确跟踪其所需的速度–距离曲线, 达到协同控制目标.

5 结论

本文中研究了动车组群系统的分布式协同控制问题. 每列动车组都被建模为一组有序多智能体, 每列动车组都可以与其无线通信范围内的动车组交换信息, 使得动车组群系统成为多智能体系统. 基于本文构建的动车组群多智能体模型, 设计了相应的有限时

间分布式协同控制律,实现了1)所有动车组速度快速一致;2)每列动车组快速准确跟踪期望的位置-速度曲线;3)车钩位移始终在安全范围内;4)动车组跟踪间隔大于紧急制动触发距离并最终收敛到最小跟踪间隔.最后进行了数值模拟,结果证明了所提出的控制律的可行性和有效性.

参考文献:

- [1] MIAO Bingrong, ZHANG Weihua, CHI Maoru, et al. Analysis and prospects of key technical features of next generation high speed trains. *Journal of the Railway Society*, 2019, 41(3): 58 – 70.
(缪炳荣, 张卫华, 池茂儒, 等. 下一代高速列车关键技术特征分析及展望. 铁道学报, 2019, 41(3): 58 – 70.)
- [2] YUAN Lei, GAN Qingpeng, LIU Yu, et al. A filtering approach to estimate the position of high-speed train. *Journal of the China Railway Society*, 2017, 39(9): 95 – 99.
(袁磊, 甘庆鹏, 刘雨, 等. 高速铁路列车系统列车位置在线估计算法研究. 铁道学报, 2017, 39(9): 95 – 99.)
- [3] WANG Longsheng, XU Hongze, ZHANG Mengnan, et al. Hybrid model predictive control application to automatic train operation. *Journal of the China Railway Society*, 2015, 37(12): 53 – 60.
(王龙生, 徐洪泽, 张梦楠, 等. 基于混合系统模型预测控制的列车自动驾驶策略. 铁道学报, 2015, 37(12): 53 – 60.)
- [4] FAIEGHI M, JALALI A, MASHHADI K E D M. Robust adaptive cruise control of high speed trains. *ISA Transactions*, 2014, 53(2): 533 – 541.
- [5] ZHEN X, HOU, ZHONG S. Adaptive iterative learning control based high speed train operation tracking under iteration-varying parameter and measurement noise. *Asian Journal of Control*, 2015, 17(5): 1779 – 1788.
- [6] ZHANG Kunpeng, LI Zhongqi, FU Yating. Predictive control using a distributed model for electric multiple unit. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 1912 – 1921.
(张坤鹏, 李中奇, 付雅婷. 基于分布式模型的动车组预测控制方法. 自动化学报, 2014, 40(9): 1912 – 1921.)
- [7] SONG Q, SONG Y D, TANG T, et al. Computationally inexpensive tracking control of high-speed trains traction/braking saturation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(4): 1116 – 1125.
- [8] UNTERHUBER P, SOLIMAN M, LEHNER A. ITS-G5 channel models for high speed train-to-train communication. *International Workshop on Communication Technologies for Vehicles*. Cham: Springer, 2017: 72 – 83.
- [9] KANG Min. *Research on control algorithm for tracking operation of high-speed trains under moving block*. Changsha: Central South University, 2013.
(康珉. 移动闭塞条件下高速列车追踪运行控制算法研究. 长沙: 中南大学, 2013.)
- [10] GAO Shigen. *On several control problems of multi-trains cooperation*. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016.
(高士根. 多列车协同运行的若干控制问题研究. 北京: 北京交通大学, 2016.)
- [11] WANG Tianzhi. *Distributed control for high-speed train based on multi-agent consensus technology*. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.
(王天稚. 基于多智能体一致技术的高速列车分布式控制. 北京: 北京交通大学, 2017.)
- [12] BAI W, LIN Z, DONG H R, et al. Distributed cooperative cruise control of multiple high-speed trains under a state-dependent information transmission topology. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, 20(7): 2750 – 2763.
- [13] WANG Ying. *Tracking and coordination control of train based on multi-agent method*. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016.
(王莹. 基于多智能体方法的列车跟踪与协调控制. 北京: 北京交通大学, 2016.)
- [14] LI Z Q, YANG H, ZHANG K P, et al. Distributed model predictive control based on multi-agent model for electric multiple unit. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(11): 2625 – 2631.
- [15] GHASEMI M, NERSESOVN S G, Clayton G. Finite-time tracking using sliding mode control. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(5): 2966 – 2990.
- [16] DU H, WEN G, YU X, et al. Finite-time consensus of multiple non-holonomic chained-form systems based on recursive distributed observer. *Automatica*, 2015, 62(C): 236 – 242.
- [17] MONDAL S, SU R, XIE L. Heterogeneous consensus of higher-order multi-agent systems with mismatched uncertainties using sliding mode control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017.
- [18] SHUKAI, LI, LI X, et al. Robust sampled-data cruise control scheduling of high speed train. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2014, 46(46): 274 – 283.
- [19] WEI Wenjun, MA Yangqin, LI Zonggang. Cooperative output regulation of heterogeneous multi-agent systems in finite time. *Control Theory and Applications*, 2019, 36(6): 885 – 892.
(魏文军, 马羊琴, 李宗刚. 有限时间内异构多智能体系统的协同输出调节. 控制理论与应用, 2019, 36(6): 885 – 892.)
- [20] ZHANG Yu. *Research on the finite-time consensus of multi-agent*. Jilin: Northeast Dianli University, 2018.
(张玉. Multi-agent有限时间一致性的研究. 吉林: 东北电力大学, 2018.)

作者简介:

魏文军 教授, 主要研究方向为多智能体系统及智能控制等.

E-mail: weiwenjun@mail.lzjtu.cn;

葛俊德 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体系统在高速列车中的应用, E-mail: 1525044940@qq.com;

武晓春 教授, 主要研究方向为交通运输自动化与控制, E-mail: 369038806@qq.com.