第 39 卷第 5 期
2022 年 5 月
控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications
Vol. 39 No. 5
May 2022

基于Hamilton理论的冷带轧机速度张力系统非奇异快速终端滑模控制

刘 乐†, 周 麟, 邓冉阳, 方一鸣
(燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对交流异步电机驱动的冷带轧机速度张力系统的跟踪控制问题, 给出一种基于Hamilton理论的非奇异快速终端滑模控制器设计方法. 首先, 设计了一种新型扰动观测器对系统中由参数摄动和负载扰动引起的不确定项进行观测; 其次, 通过预反馈控制建立了冷带轧机系统速度张力磁链外环的耗散Hamilton模型, 进而基于互联–阻尼配置及能量整形方法完成耗散Hamilton控制器的设计; 再次, 基于串级控制思想完成了冷带轧机系统电流内环非奇异快速终端滑模控制器的设计. 通过理论分析证明了所提控制方法能够保证闭环系统全局稳定. 最后, 基于某交流异步电机驱动的冷带轧机系统的现场实际数据进行仿真对比研究, 仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

关键词: 可逆冷带轧机; 交流异步电机驱动; 新型扰动观测器; 耗散Hamilton; 非奇异快速终端滑模

引用格式: 刘乐, 周麟, 邓冉阳, 等. 基于Hamilton理论的冷带轧机速度张力系统非奇异快速终端滑模控制. 控制理论与应用, 2022, 39(5): 857 – 866

DOI: 10.7641/CTA.2021.10092

Nonsingular fast terminal sliding mode control for the speed and tension system of cold strip rolling mill based on Hamilton theory

LIU Le†, ZHOU Lin, DENG Ran-yang, FANG Yi-ming
(Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: Aiming at the tracking control problem of the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill driven by alternating current (AC) asynchronous motors, a design method of nonsingular fast terminal sliding mode controller is proposed based on Hamilton theory. Firstly, the initial disturbance observers are designed to observe the uncertainties caused by parameter perturbations and load perturbation in the system. Secondly, the dissipative Hamilton model of the outside loop of the speed tension and flux in cold strip rolling mill system is established through the pre-feedback control, and then the dissipative Hamilton controllers are designed based on the interconnection-damping configuration and energy shaping method. Thirdly, the nonsingular fast terminal sliding mode controllers for the current inner loop of cold strip rolling mill system are designed based on the cascade control idea. Theoretical analysis proves that the proposed control method can ensure the global stability of the closed-loop system. Finally, the simulation comparative study is carried out based on the field actual data of a cold strip rolling mill system driven by AC asynchronous motors, and the simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: reversible cold strip rolling mill; alternating current asynchronous motor drive; initial disturbance observer; dissipative Hamilton; nonsingular fast terminal sliding mode

Citation: LIU Le, ZHOU Lin, DENG Ranyang, et al. Nonsingular fast terminal sliding mode control for the speed and tension system of cold strip rolling mill based on Hamilton theory. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(5): 857 – 866

1 引言

可逆冷带轧机作为生产带钢产品的专属设备, 维持其带钢张力恒定和轧速控制精度是确保带钢品质和生产效率的有效手段[1]. 然而可逆冷带轧机的左卷取机、主轧机和右卷取机通过带钢挠性连接, 三者之间构成了一个具有多变量、非线性、强耦合和不确定特征的复杂动态系统[2], 这给轧机系统控制器的设计及带钢品质的提升带来了一定的挑战.

为了实现冷带轧机速度张力系统的解耦和协调控制, 国内外许多专家学者进行了广泛而深入的研

收稿日期: 2021−01−27; 录用日期: 2021−08−05.
†通信作者. E-mail: leliu@ysu.edu.cn; Tel.: +86 335-8057041.
本文责任编委: 张承慧.
国家自然科学基金项目(61803327, 61873226, 62003296), 河北省自然科学基金项目(F2020203018, F2019203090)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61803327, 61873226, 62003296) and the National Natural Science Foundation of Hebei Province (F2020203018, F2019203090).

究[3–8]. 文献[3]将系统的耦合项看成外扰, 并设计了H_∞鲁棒控制器来增强系统的鲁棒性. 文献[4]将系统的内扰、外扰以及耦合项看成是综合不确定项, 并通过自抗扰控制方法对其进行观测和补偿, 实现了速度张力系统的动态解耦和近似线性化. 文献[5]基于极点配置方法设计的动态解耦控制器有效地削弱了系统变量间的耦合, 提高了系统的动静态性能. 文献[6]基于模糊控制方法对轧机速度系统的PID控制参数进行优化, 提高了系统的自适应性能. 文献[7]应用直接反馈线性化理论实现了冷带轧机速度张力系统的动态解耦和全局线性化, 并将反步控制与动态面控制相结合完成解耦后各线性子系统控制器的设计. 文献[8]采用变增益扩张状态观测器对系统的非匹配不确定项进行动态观测, 基于反步法和二阶滑模积分滤波器完成非奇异终端滑模控制器的设计, 使得系统状态能够在有限时间内收敛.

需要说明的是, 文献[3–8]所研究的控制对象都是直流电机驱动的冷带轧机系统, 然而实际中直流电机在降低转动惯量, 提高过载能力等方面已无法满足轧机向高速化、大型化的发展要求, 特别是近年在新建钢厂或钢厂设备的升级改造中, 交流电机正逐步取代直流电机成为轧机传动系统的主导驱动单元. 另外, 有关交流电机驱动的冷带轧机系统的基础理论研究, 目前多集中在轧机主传动机电耦合系统的扭振分析及其控制[9], 而在高精度、高轧速、强鲁棒稳定控制等方面的研究有待进一步开展.

进一步, 串级控制能有效提高系统的工作频率及控制品质, 它在控制结构上一般有2个闭环, 其中一个闭环在里面, 称为副回路; 另一个闭环在外面, 称为主回路, 主回路具有独立的给定值, 它的输出作为副回路的给定值. 其次, 耗散Hamilton控制方法[10–11]可充分利用系统自身的物理结构特性, 通过互联–阻尼配置及能量整形方法完成系统控制器的设计; 该控制器结构简单, 且在设计过程中省去了不影响系统稳定性"无关因子项"的设计工作, 因而简化了控制器的设计过程, 弱化了系统变量间的耦合. 另外, 滑模变结构控制对非线性系统具有良好的控制效果, 尤其对系统的干扰和未建模动态等不确定因素具有较强的鲁棒稳定性, 其中非奇异快速终端滑模控制[12]可有效提高系统的响应速度和抗干扰性能.

基于上述分析, 针对交流异步电机驱动的冷带轧机速度张力系统的跟踪控制问题, 考虑到系统的阶次相对较高, 且包含的子系统较多, 为便于系统控制器设计, 本文将冷带轧机速度张力系统分为速度张力磁链外环和电流内环两部分, 并给出一种基于耗散Hamilton理论的终端滑模控制器设计方法. 具体: 设计一种新型扰动观测器对由参数摄动和负载扰动引起的不确定项进行观测, 以提高系统的控制精度; 其次, 基于耗散Hamilton理论, 通过互联–阻尼配置及能量整形方法完成冷带轧机系统速度张力磁链外环控制器的设计, 以削弱系统状态变量间的耦合影响; 再次, 基于串级控制思想完成冷带轧机系统电流内环非奇异快速终端滑模控制器的设计, 以提高系统的动态性能和抗干扰性能; 最后, 基于某交流异步电机驱动的冷带轧机系统的实际数据进行仿真对比研究, 以验证本文所提控制方法具有较快的响应速度和较高的稳态精度.

2 系统模型及控制问题提出

2.1 系统模型

可逆冷带轧机主要由左卷取机、主轧机、右卷取机和导向辊组成, 其结构示意图如图1所示.

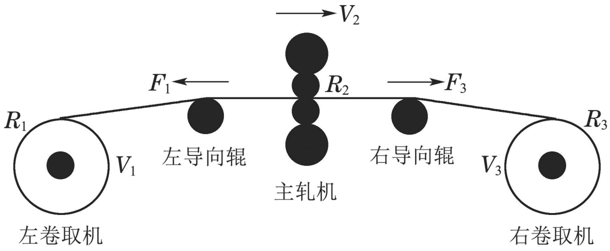


图 1 可逆冷带轧机示意图

Fig. 1 Schematic diagram of reversible cold strip rolling mill

结合可逆冷带轧机的实际轧制工艺及冷轧带钢的相关轧制理论, 可推导出交流异步电机驱动的冷带轧机速度张力系统的数学模型[13]:

$$\mathrm{sys}_1^F:\begin{cases}\dot F_1=\dfrac{EA_1}{L}[V_2(1-\chi_0(1+K_\chi F_1))-V_1],\\ \dot V_1=\dfrac{n_{p1}^2L_{m1}R_1}{J_1L_{r1}\eta_1}\psi_{r1}i_{st1}+\dfrac{n_{p1}R_1^2}{J_1\eta_1^2}F_1-\\ \quad(\dfrac{n_{p1}B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot R_1}{R_1})V_1+\varDelta_1,\\ \dot i_{st1}=\dfrac{u_{st1}}{\sigma_1L_{s1}}-\dfrac{R_{s1}L_{r1}^2+R_{r1}L_{m1}^2}{\sigma_1L_{s1}L_{r1}^2}i_{st1}-\\ \quad\dfrac{\eta_1}{R_1}V_1i_{sm1}-\dfrac{L_{m1}\eta_1}{\sigma_1L_{s1}L_{r1}R_1}V_1\psi_{r1}-\\ \quad\dfrac{L_{m1}}{T_{r1}\psi_{r1}}i_{st1}i_{sm1},\end{cases}\tag{1a}$$

$$\mathrm{sys}_2^V:\begin{cases}\dot V_2=\dfrac{n_{p2}^2L_{m2}R_2}{J_2L_{r2}\eta_2}\psi_{r2}i_{st2}-\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}+\\ \quad\dfrac{n_{p2}R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1)-\dfrac{n_{p2}B_{u2}}{J_2}V_2+\varDelta_2,\\ \dot i_{st2}=\dfrac{u_{st2}}{\sigma_2L_{s2}}-\dfrac{R_{s2}L_{r2}^2+R_{r2}L_{m2}^2}{\sigma_2L_{s2}L_{r2}^2}i_{st2}-\\ \quad\dfrac{\eta_2}{R_2}V_2i_{sm2}-\dfrac{L_{m2}\eta_2}{\sigma_2L_{s2}L_{r2}R_2}V_2\psi_{r2}-\\ \quad\dfrac{L_{m2}}{T_{r2}\psi_{r2}}i_{st2}i_{sm2},\end{cases}\tag{1b}$$

$$\mathrm{sys}_3^F:\begin{cases}\dot F_3=\dfrac{EA_2}{L}[V_3-V_2(1+\delta_0(1+K_\delta F_3))],\\ \dot V_3=\dfrac{n_{p3}^2L_{m3}R_3}{J_3L_{r3}\eta_3}\psi_{r3}i_{st3}-\dfrac{n_{p3}R_3^2}{J_3\eta_3^2}F_3-\\ \quad(\dfrac{n_{p3}B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot R_3}{R_3})V_3+\varDelta_3,\\ \dot i_{st3}=\dfrac{u_{st3}}{\sigma_3L_{s3}}-\dfrac{R_{s3}L_{r3}^2+R_{r3}L_{m3}^2}{\sigma_3L_{s3}L_{r3}^2}i_{st3}-\\ \quad\dfrac{\eta_3}{R_3}V_3i_{sm3}-\dfrac{L_{m3}\eta_3}{\sigma_3L_{s3}L_{r3}R_3}V_3\psi_{r3}-\\ \quad\dfrac{L_{m3}}{T_{r3}\psi_{r3}}i_{st3}i_{sm3},\end{cases}\tag{1c}$$

$$\mathrm{sys}_i^\psi:\begin{cases}\dot\psi_{ri}=-\dfrac{1}{T_{ri}}\psi_{ri}+\dfrac{L_{mi}}{T_{ri}}i_{smi},\\ \dot i_{smi}=\dfrac{u_{smi}}{\sigma_iL_{si}}-\dfrac{R_{si}L_{ri}^2+R_{ri}L_{mi}^2}{\sigma_iL_{si}L_{ri}^2}i_{smi}+\\ \quad\dfrac{\eta_i}{R_i}V_ii_{sti}+\dfrac{L_{mi}}{\sigma_iL_{si}L_{ri}T_{ri}}\psi_{ri}+\\ \quad\dfrac{L_{mi}}{T_{ri}\psi_{ri}}i_{sti}^2,\end{cases}\tag{1d}$$

式中: sys_1^F和sys_3^F分别为左、右卷取机张力子系统, sys_2^V为主轧机速度子系统, sys_i^ψ为磁链子系统, $i=1,2,3$; F_1, F_3分别为左、右卷取机张力, V_i为线速度, M_z为主轧机轧制力矩, H, h分别为主轧机两侧的带钢厚度, ρ, B分别为带钢的密度和宽度, δ_0, χ_0分别为无张力时的前、后滑系数, K_δ, K_χ分别为张力对前、后滑系数的影响因子, A_1, A_2分别为主轧机两侧的带钢截面积; J_1, J_3和R_1, R_3分别为左, 右卷取机的转动惯量和钢卷半径, 且其变化率分别为

$$\dot J_1(t)=\frac{2\pi\rho B}{\eta_1^2}R_1^3\dot R_1,\ \dot J_3(t)=\frac{2\pi\rho B}{\eta_3^2}R_3^3\dot R_3,$$
$$\dot R_1(t)=-\frac{H}{2\pi R_1}V_1,\ \dot R_3(t)=\frac{h}{2\pi R_3}V_3,$$

J_2, R_2分别为主轧机的转动惯量和工作辊半径; B_{ui}为摩擦系数, L_{ri}, L_{si}分别为转子、定子等效两相绕组的自感, ψ_{ri}为转子磁链, i_{sti}, i_{smi}分别为定子电流的转矩和励磁分量, η_i为减速比, n_{pi}为电机极对数, L_{mi}为定子与转子同轴等效绕组间的互感, σ_i为电机漏磁系数, T_{ri}为转子电磁时间常数, R_{ri}, R_{si}分别为转子、定子绕组电阻, $\varDelta_i$为由摩擦系数B_{ui}摄动和轧制力矩M_z扰动引起的不确定项.

注 1　考虑到实际中交流异步电机的转子磁链不可测, 本文采用mt坐标系下的电流模型进行计算:

$$\dot\psi_{ri}=-\frac{1}{T_{ri}}\psi_{ri}+\frac{L_{mi}}{T_{ri}}i_{smi}.\tag{2}$$

2.2　控制问题提出

由系统模型(1)可以看出: 可逆冷带轧机速度张力系统具有多变量、非线性、强耦合等特征, 并受到参数摄动和负载扰动等不确定因素的影响. 因此, 本文的控制问题可描述为:

1) 设计观测器对由B_{ui}摄动和M_z扰动引起的不确定项$\varDelta_i$进行观测估计.

2) 为简化系统控制器的设计过程, 将系统模型(1)分为速度张力磁链外环和电流内环两部分, 并首先设计冷带轧机系统速度张力磁链外环控制器.

3) 基于串级控制思想完成冷带轧机系统电流内环控制器的设计, 实现交流异步电机驱动的冷带轧机速度张力系统协调跟踪控制, 即$F_1\to F_1^*, V_2\to V_2^*, F_3\to F_3^*, \psi_{ri}\to\psi_{ri}^*$.

3　速度张力系统新型扰动观测器设计

定义 1[14]　以函数$V_p(x)$: $\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$, 权值$r_p$, 齐次度$d_p\in\mathbb{R}^+$定义三元组$(r_p,\ d_p,\ V_p)$, 若对任一紧子集$c\subset\mathbb{R}^n/\{0\}$, $\lambda\in\mathbb{R}^+$, 函数$V(\boldsymbol{x})$满足

$$\lim_{\lambda\to p}\sup_{x\in k}\|\lambda^{-d_p}V(\Lambda_{r_p}(x))-V_p(x)\|=0,\tag{3}$$

其中: $p=0$或$p=\infty$, V_p为V的p极限齐次估计, 则称函数$V(\boldsymbol{x})$相对于$(r_p,\ d_p,\ V_p)$具有p极限齐次性; 若函数$V(\boldsymbol{x})$同时具有零极限齐次性和无穷极限齐次性, 则称$V(\boldsymbol{x})$具有双极限加权齐次性.

假设 1　系统(1)中的不确定项$\varDelta_i$, $i=1,2,3$连续可微且有界, 即$|\dot\varDelta_i|<L'$, $L'\in\mathbb{R}^+$, 且L'已知.

本节通过设计一种新型扰动观测器对$\varDelta_i$进行观测, 观测器具体设计如下:

$$\begin{cases}\dot z_{11}=z_{12}+k_{11}\,\mathrm{sig}^{\frac12}(e_{11})+k_{12}\,\mathrm{sig}^{\frac32}(e_{11})+\\ \quad\dfrac{n_{p1}^2L_{m1}R_1}{J_1L_{r1}\eta_1}\psi_{r1}i_{st1}+\dfrac{n_{p1}R_1^2}{J_1\eta_1^2}F_1-\\ \quad(\dfrac{n_{p1}B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot R_1}{R_1})V_1,\\ \dot z_{12}=k_{13}\,\mathrm{sgn}(e_{11})+k_{14}\,\mathrm{sig}^2(e_{11}),\\ \dot z_{21}=z_{22}+k_{21}\,\mathrm{sig}^{\frac12}(e_{21})+k_{22}\,\mathrm{sig}^{\frac32}(e_{21})+\\ \quad\dfrac{n_{p2}^2L_{m2}R_2}{J_2L_{r2}\eta_2}\psi_{r2}i_{st2}-\dfrac{n_{p2}B_{u2}}{J_2}V_2+\\ \quad\dfrac{n_{p2}R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1)-\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2},\\ \dot z_{22}=k_{23}\,\mathrm{sgn}(e_{21})+k_{24}\,\mathrm{sig}^2(e_{21}),\\ \dot z_{31}=z_{32}+k_{31}\,\mathrm{sig}^{\frac12}(e_{31})+k_{32}\,\mathrm{sig}^{\frac32}(e_{31})+\\ \quad\dfrac{n_{p3}^2L_{m3}R_3}{J_3L_{r3}\eta_3}\psi_{r3}i_{st3}-\dfrac{n_{p3}R_3^2}{J_3\eta_3^2}F_3-\\ \quad(\dfrac{n_{p3}B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot R_3}{R_3})V_3,\\ \dot z_{32}=k_{33}\,\mathrm{sgn}(e_{31})+k_{34}\,\mathrm{sig}^2(e_{31}),\end{cases}\tag{4}$$

式中: 定义$\mathrm{sig}^r(x)=|x|^r\,\mathrm{sgn}(x)$. z_{i1}, z_{i2}分别为V_i,

Δ_i的观测值; $e_{i1}=V_i-z_{i1}$和$e_{i2}=\Delta_i-z_{i2}$为观测误差; $k_{\rm in}\in\mathbb{R}^+$ 为待设计的观测器参数, 且满足$k_{i3}>L'$, 其中$i=1,2,3$, $n=1,2,3,4$.

定理 1 若系统(1)中的不确定项Δ_i满足假设1, 且待设计的观测器参数满足$k_{\rm in}\in\mathbb{R}^+$, $k_{i3}>L'$, 则当$t\geqslant T_{\max}$时, 观测误差e_{i1}, e_{i2}满足固定时间收敛.

证 对观测器的观测误差e_{i1}和e_{i2}进行求导, 有

$$\begin{cases}\dot e_{i1}=-k_{i1}\,{\rm sig}^{\frac12}(e_{i1})-k_{i2}\,{\rm sig}^{\frac32}(e_{i1})+e_{i2},\\ \dot e_{i2}=-k_{i3}\,{\rm sgn}(e_{i1})-k_{i4}\,{\rm sig}^2(e_{i1})+\dot\Delta_i.\end{cases}\tag{5}$$

令$\boldsymbol z=(e_{i1}\ \ e_{i2})^{\rm T}$, 则式(5)可重新写为$\dot{\boldsymbol z}=f_z(\boldsymbol x)$, 并且其相对$(r_{z,0},\ d_{z,0},\ f_{z,0})$和$(r_{z,\infty},\ d_{z,\infty},\ f_{z,\infty})$具有双极限齐次性, 其中$r_{z,0}=[2\ \ 1]$, $r_{z,\infty}=[2\ \ 3]$, 齐次度$d_{z,0}=-1$, $d_{z,\infty}=1$, 则$\dot{\boldsymbol z}=f_z(\boldsymbol x)$的近似向量场可描述为

$$\begin{cases}f_{z,0}=[-k_{i1}\,{\rm sig}^{\frac12}(e_{i1})+e_{i2},-k_{i3}\,{\rm sgn}(e_{i1})+\dot\Delta_i],\\ f_{z,\infty}=[k_{i2}\,{\rm sig}^{\frac32}(e_{i1})+e_{i2},-k_{i4}\,{\rm sig}^2(e_{i1})].\end{cases}\tag{6}$$

为证明所设计观测器(4)的固定时间稳定性, 根据文献[14]中的引理2.20, 可将其证明过程转换为分别证明$\dot{\boldsymbol z}=f_z(\boldsymbol x)$, $\dot{\boldsymbol z}=f_{z,0}(\boldsymbol x)$和$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,\infty}(\boldsymbol x)$具有全局渐近稳定性.

步骤 1 为证$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,\infty}(\boldsymbol x)$的全局渐近稳定性, 选取Lyapunov函数

$$V_{z,\infty}=\frac29|e_{i1}|^{\frac92}-k_{i2}^{-\frac73}e_{i1}\,{\rm sig}^{\frac73}(e_{i2})+\frac{\gamma_\infty}{3k_{i2}^3}|e_{i2}|^3,\tag{7}$$

式中: $V_{z,\infty}$是相对于权重$r_{V_{z,\infty}}=[2\ \ 3]$, 齐次度$d_{V_{z,\infty}}=9$的齐次函数. 由文献[15]中的引理1, 引入杨氏不等式

$$e_{i1}|e_{i2}|^{\frac73}\leqslant\frac29\varepsilon_{i1}{}^{\frac92}|e_{i1}|^{\frac92}+\frac79\varepsilon_{i1}{}^{-\frac97}|e_{i2}|^3,\tag{8}$$

式中$\forall\varepsilon_{i1}\in\mathbb{R}^+$. 则将式(8)代入式(7)可得

$$\begin{aligned}V_{z,\infty}\geqslant&(\frac29-\frac29\varepsilon_{i1}^{\frac92}k_{i2}^{-\frac73})|e_{i1}|^{\frac92}+\\&(\frac{\gamma_\infty}{3k_{i2}^3}-\frac79\varepsilon_{i1}^{-\frac97}k_{i2}^{-\frac73})|e_{i2}|^3.\end{aligned}\tag{9}$$

为保证式(7)中$V_{z,\infty}$函数的正定性, 取$\varepsilon_{i1}=(k_{i2}^{7/3}/2)^{2/9}$, $\gamma_\infty>(7\times2^{2/7})/3$, 并对$V_{z,\infty}$进行求导可得

$$\begin{aligned}\dot V_{z,\infty}=&({\rm sig}^{\frac72}(e_{i1})-k_{i2}^{-\frac73}\,{\rm sig}^{\frac73}(e_{i2}))(-k_{i2}\times\\&{\rm sig}^{\frac32}(e_{i1})+e_{i2})+(\frac{r_\infty}{k_{i2}^3}\,{\rm sig}^2(e_{i2})-\\&\frac73k_{i2}^{-\frac73}|e_{i2}|^{\frac43}e_{i1})(-k_{i4}\,{\rm sig}^2(e_{i1})).\end{aligned}\tag{10}$$

定义$\xi_\infty=e_{i2}/k_{i2}$, $\zeta_\infty=k_{i4}/k_{i2}$, 则可将式(10)进一步写为

$$\dot V_{z,\infty}=-k_{i2}\varPhi_\infty+\varPsi_\infty,\tag{11}$$

其中:

$$\begin{cases}\varPhi_\infty=({\rm sig}^{\frac72}(e_{i1})-{\rm sig}^{\frac73}(\xi_\infty))({\rm sig}^{\frac32}(e_{i1})-\xi_\infty),\\ \varPsi_\infty=-\zeta_\infty(\gamma_\infty\,{\rm sig}^2(\xi_\infty)-\dfrac73|\xi_\infty|^{\frac43}e_{i1})\,{\rm sig}^2(e_{i1}).\end{cases}\tag{12}$$

已知 $\gamma_\infty>(7\times2^{2/7})/3$, 则 $-\zeta_\infty(\gamma_\infty-7/3)<0$. 由式(12)可知, 仅当$\xi_\infty={\rm sig}^{3/2}(e_{i1})$时, $\varPhi_\infty=0$, 而将ξ_∞代入式(12)中的$\varPsi_\infty$可得

$$\varPsi_\infty=-\zeta_\infty(\gamma_\infty-\frac73)|e_{i1}|^5<0.\tag{13}$$

根据文献[14]中的引理2.15, 存在一个正实数c_∞, 对所有$k_{i2}>c_\infty$, $(e_{i1},\xi_\infty)\in\mathbb{R}^2\backslash\{0\}$, 有以下不等式成立:

$$\dot V_{z,\infty}=-k_{i2}\varPhi_\infty+\varPsi_\infty<0.\tag{14}$$

故由上式可知$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,\infty}(\boldsymbol x)$是全局渐近稳定的.

步骤 2 考虑到$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,0}(\boldsymbol x)$与$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,\infty}(\boldsymbol x)$的稳定性分析过程类似, 这里简要给出$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,0}(\boldsymbol x)$的全局渐近稳定性证明过程.

选取Lyapunov函数

$$V_{z,0}=\frac23|e_{i1}|^{\frac32}-\frac{e_{i1}e_{i2}}{k_{i1}}+\frac{\gamma_0}{3k_{i1}^3}|e_{i2}|^3,\tag{15}$$

由文献[15]中的引理1, 引入杨氏不等式

$$e_{i1}e_{i2}\leqslant\frac23\varepsilon_{i2}^{\frac32}|e_{i1}|^{\frac32}+\frac13\varepsilon_{i2}^{-3}|e_{i2}|^3,\tag{16}$$

式中$\forall\varepsilon_{i2}\in\mathbb{R}^+$. 为保证式(15)中$V_{z,0}$函数的正定性, 取$\gamma_0>4$, $\varepsilon_{i2}=(k_{i1}/2)^{2/3}$, 并对$V_{z,0}$进行求导可得

$$\dot V_{z,0}=-k_{i1}\varPhi_0+\varPsi_0,\tag{17}$$

其中:

$$\begin{cases}\varPhi_0=({\rm sig}^{\frac12}(e_{i1})-\xi_0)^2,\\ \varPsi_0=-\zeta_0(\gamma_0\,{\rm sig}^2(\xi_0)-e_{i1})\varXi,\end{cases}\tag{18}$$

式中: $\varXi={\rm sgn}(e_{i1})-\dot\Delta_i/k_{i3}$, $\xi_0=e_{i2}/k_{i1}$, $\zeta_0=k_{i3}/k_{i1}$. 已知$\gamma_0>4$, 则$\gamma_0-1>0$, 由式(18)可知, 仅当$\xi_0={\rm sig}^{1/2}(e_{i1})$时, $\varPhi_0=0$, 而将ξ_0代入式(18)中的$\varPsi_0$可得

$$\begin{aligned}\varPsi_0=&-\zeta_0(\gamma_0-1)|e_{i1}||\varXi|\leqslant\\&-\zeta_0(1-L'/k_{i3})(\gamma_0-1)|e_{i1}|=\\&\varPsi_0'\leqslant0.\end{aligned}\tag{19}$$

根据文献[14]中的引理2.15, 存在一个正实数c_0, 对所有$k_{i1}>c_0$, $(e_{i1},\xi_0)\in\mathbb{R}^2\backslash\{0\}$, 有以下不等式成立:

$$\dot V_{z,0}\leqslant-k_{i1}\varPhi_0+\varPsi_0'<0.\tag{20}$$

故由上式可知$\dot{\boldsymbol z}=f_{z,0}(\boldsymbol x)$是全局渐近稳定的.

步骤 3　为证$\dot{\boldsymbol{z}}=f_z(\boldsymbol{x})$的全局渐近稳定性, 选取Lyapunov函数

$$V_z=V_{z,0}+V_{z,\infty}. \tag{21}$$

由步骤1–2可知: V_z满足正定性且$\dot{V}_z$满足负定性, 即$\dot{\boldsymbol{z}}=f_z(\boldsymbol{x})$是全局渐近稳定的, 且齐次度满足$d_\infty=1>0>d_0=-1$.

至此, 综合上述步骤1–3的分析过程, 并根据文献[14]中的引理2.20, 可知双极限系统$\dot{\boldsymbol{z}}=f_z(\boldsymbol{x})$能在固定时间内稳定, 即当$t\geqslant T_{\max}$时, 所设计观测器(4)的观测误差$e_{i1}=0$, $e_{i2}=0$.　　证毕.

注 2　考虑到sigmoid(x/μ)函数常用于削弱系统抖振, 这里选择sigmoid$(x/\mu)=(\mathrm{e}^{2x/\mu}-1)/(\mathrm{e}^{2x/\mu}+1)$[16], 其中$\mu\in\mathbb{R}^+$且数值较小. 由于sigmoid$(x/\mu)$的斜率约束在[0, $1/2\mu$]范围内, 则当其斜率足够大时(即μ足够小), 可认为sigmoid(x/μ)无限接近sgn(x)[17], 故可将式(4)中的sgn函数替换为sigmoid函数, 且上述证明过程仍成立.

4　冷带轧机速度张力系统控制器设计

4.1　速度张力磁链外环耗散Hamilton控制器设计

由可逆冷带轧机系统模型(1)整理出系统速度张力磁链外环的数学模型:

$$\begin{cases}\dot{F}_1=\dfrac{EA_1}{L}[V_2(1-\chi_0(1+K_\chi F_1))-V_1],\\ \dot{V}_1=\dfrac{n_{p1}^2L_{m1}R_1}{J_1L_{r1}\eta_1}\psi_{r1}i_{st1}+\dfrac{n_{p1}R_1^2}{J_1\eta_1^2}F_1-\\ \qquad(\dfrac{n_{p1}B_{u1}}{J_1}-\dfrac{\dot{R}_1}{R_1})V_1+\mathit{\Delta}_1,\\ \dot{V}_2=\dfrac{n_{p2}^2L_{m2}R_2}{J_2L_{r2}\eta_2}\psi_{r2}i_{st2}+\dfrac{n_{p2}R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1)-\\ \qquad\dfrac{n_{p2}B_{u2}}{J_2}V_2-\dfrac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}+\mathit{\Delta}_2,\\ \dot{F}_3=\dfrac{EA_2}{L}[V_3-V_2(1+\delta_0(1+K_\delta F_3))],\\ \dot{V}_3=\dfrac{n_{p3}^2L_{m3}R_3}{J_3L_{r3}\eta_3}\psi_{r3}i_{st3}-\dfrac{n_{p3}R_3^2}{J_3\eta_3^2}F_3-\\ \qquad(\dfrac{n_{p3}B_{u3}}{J_3}-\dfrac{\dot{R}_3}{R_3})V_3+\mathit{\Delta}_3,\\ \dot{\psi}_{ri}=-\dfrac{1}{T_{ri}}\psi_{ri}+\dfrac{L_{mi}}{T_{ri}}i_{smi}.\end{cases} \tag{22}$$

将冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)的状态向量、输入向量和输出向量分别定义为

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}=[x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ x_6\ x_7\ x_8]^{\mathrm{T}}=\\ \qquad[F_1\ V_1\ V_2\ F_3\ V_3\ \psi_{r1}\ \psi_{r2}\ \psi_{r3}]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{I}=[i_{st1}\ i_{st2}\ i_{st3}\ i_{sm1}\ i_{sm2}\ i_{sm3}]^{\mathrm{T}},\\ \boldsymbol{y}=[F_1\ V_2\ F_3\ \psi_{r1}\ \psi_{r2}\ \psi_{r3}]^{\mathrm{T}}.\end{cases} \tag{23}$$

为便于将冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)描述为耗散Hamilton模型形式, 需首先对其进行预反馈控制, 选择

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})=\bar{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})+\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x}), \tag{24}$$

式中: $\bar{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})$为预反馈项, $\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})$为新的控制输入项, 具体:

$$\begin{cases}\bar{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})=\\ \begin{bmatrix}\dfrac{J_1L_{r1}\eta_1}{n_{p1}^2L_{m1}R_1\psi_{r1}}(\dfrac{EA_1}{L}-\dfrac{n_{p1}R_1^2}{J_1\eta_1^2})F_1\\ \dfrac{J_2L_{r2}\eta_2}{n_{p2}^2L_{m2}R_2\psi_{r2}}[\dfrac{n_{p2}R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_1-F_3)-\\ \dfrac{EA_1}{L}(1-\chi_0)F_1+\dfrac{EA_2}{L}(1+\delta_0)F_3]\\ \dfrac{J_3L_{r3}\eta_3}{n_{p3}^2L_{m3}R_3\psi_{r3}}[(\dfrac{n_{p3}R_3^2}{J_3\eta_3^2}-\dfrac{EA_2}{L})F_3]\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\\ \widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})=[\widehat{I}_{st1}\ \widehat{I}_{st2}\ \widehat{I}_{st3}\ \widehat{I}_{sm1}\ \widehat{I}_{sm2}\ \widehat{I}_{sm3}]^{\mathrm{T}}.\end{cases}$$

将系统速度张力磁链外环(22)的能量函数取为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})=&\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=\\ &\frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2+x_6^2+\\ &x_7^2+x_8^2).\end{aligned} \tag{25}$$

则冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)的耗散Hamilton模型可描述为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=[\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})]\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{\theta}_1+\boldsymbol{\theta}_2+\\ \qquad\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x}),\\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{x})\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial\boldsymbol{x}},\end{cases} \tag{26}$$

式中: $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$为反对称矩阵, $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})$为正定对称矩阵, $\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})$和$\boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{x})$为参数矩阵, $\boldsymbol{\theta}_1$为常数项矩阵, $\boldsymbol{\theta}_2$扰动项矩阵, 具体形式如下:

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})=\mathrm{diag}\{\frac{EA_1}{L}\chi_0K_\chi V_2,\frac{n_{p_1}B_{u1}}{J_1}-\frac{\dot{R}_1}{R_1},\frac{n_{p_2}B_{u2}}{J_2},\frac{EA_2}{L}\delta_0K_\delta V_2,\frac{n_{p_3}B_{u3}}{J_3}-\frac{\dot{R}_3}{R_3},\frac{1}{T_{r1}},\frac{1}{T_{r2}},\frac{1}{T_{r3}}\},$$

$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})=$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{EA_1}{L} & \frac{EA_1}{L}(1-\chi_0) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{EA_1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA_1}{L}(1-\chi_0) & 0 & 0 & \frac{EA_2}{L}(1+\delta_0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{EA_2}{L}(1+\delta_0) & 0 & \frac{EA_2}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{EA_2}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{\theta}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_z R_2}{J_2 \eta_2^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{\theta}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \varDelta_1 \\ \varDelta_2 \\ 0 \\ \varDelta_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}) = $$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{n_{p1}^2 L_{m1} r_1}{J_1 L_{r1} \eta_1}\psi_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n_{p2}^2 L_{m2} r_2}{J_2 L_{r2} \eta_2}\psi_{r2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_{p3}^2 L_{m3} r_3}{J_3 L_{r3} \eta_3}\psi_{r3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{L_{m1}}{T_{r1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_{m2}}{T_{r2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_{m3}}{T_{r3}} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{g}_2(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

将冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)各状态变量期望的平衡点取为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}^* &= [x_1^* \ x_2^* \ x_3^* \ x_4^* \ x_5^* \ x_6^* \ x_7^* \ x_8^*]^{\mathrm{T}} = \\ &[F_1^* \ V_1^* \ V_2^* \ F_3^* \ V_3^* \ \psi_{r1}^* \ \psi_{r2}^* \ \psi_{r3}^*]^{\mathrm{T}}, \end{aligned} \tag{27}$$

式中:

$$V_1^* = V_2^*[1-\chi_0(1+K_\chi F_1^*)],$$

$$V_3^* = V_2^*[1+\delta_0(1+K_\delta F_3^*)].$$

将期望的能量函数$\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})$取为

$$\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*). \tag{28}$$

进一步, 基于耗散Hamilton理论, 通过互联–阻尼配置方法完成冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)耗散Hamilton控制器的设计. 选择矩阵

$$\boldsymbol{J}_c(\boldsymbol{x}) = $$

$$\begin{bmatrix} 0 & j_{12} & j_{13} & j_{14} & j_{15} & j_{16} & j_{17} & j_{18} \\ -j_{12} & 0 & j_{23} & j_{24} & j_{25} & j_{26} & j_{27} & j_{28} \\ -j_{13} & -j_{23} & 0 & j_{34} & j_{35} & j_{36} & j_{37} & j_{38} \\ -j_{14} & -j_{24} & -j_{34} & 0 & j_{45} & j_{46} & j_{47} & j_{48} \\ -j_{15} & -j_{25} & -j_{35} & -j_{45} & 0 & j_{56} & j_{57} & j_{58} \\ -j_{16} & -j_{26} & -j_{36} & -j_{46} & -j_{56} & 0 & j_{67} & j_{68} \\ -j_{17} & -j_{27} & -j_{37} & -j_{47} & -j_{57} & -j_{67} & 0 & j_{78} \\ -j_{18} & -j_{28} & -j_{38} & -j_{48} & -j_{58} & -j_{68} & -j_{78} & 0 \end{bmatrix}, \tag{29a}$$

$$\boldsymbol{R}_c(\boldsymbol{x}) = \mathrm{diag}\{r_{11}, r_{22}, r_{33}, r_{44}, r_{55}, r_{66}, r_{77}, r_{88}\}, \tag{29b}$$

式中: $\boldsymbol{J}_c(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{R}_c(\boldsymbol{x})$为待设计的互联和阻尼矩阵, 且满足

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}_d(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{J}_c(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}), \\ \boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{R}_c(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{R}(\boldsymbol{x}), \end{cases} \tag{30}$$

式中: $\boldsymbol{J}_d(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x})$分别为期望的互联和阻尼矩阵.

通过设计控制器$\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})$使得下式成立:

$$[\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})]\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}-\boldsymbol{\theta}_1+\boldsymbol{\theta}_2+ \\ \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})=[\boldsymbol{J}_d(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x})]\frac{\partial \boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}, \tag{31}$$

且为了所设计的控制器$\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})$表述方便, 定义了

$$\begin{aligned}
\varpi_1 =&-r_{22}e_{V_1}+j_{23}e_{V_2}+j_{25}e_{V_3}+j_{26}e_{\psi_{r1}}+\\
&j_{27}e_{\psi_{r2}}+j_{28}e_{\psi_{r3}},\\
\varpi_2 =&-j_{13}e_{F_1}-j_{23}e_{V_1}-r_{33}e_{V_2}+j_{34}e_{F_3}+\\
&j_{35}e_{V_3}+j_{36}e_{\psi_{r1}}+j_{37}e_{\psi_{r2}}+j_{38}e_{\psi_{r3}},\\
\varpi_3 =&-j_{25}e_{V_1}-j_{35}e_{V_2}-r_{55}e_{V_3}+j_{56}e_{\psi_{r1}}+\\
&j_{57}e_{\psi_{r2}}+j_{58}e_{\psi_{r3}},\\
\varpi_4 =&-j_{26}e_{V_1}-j_{36}e_{V_2}-j_{56}e_{V_3}-r_{66}e_{\psi_{r1}}+\\
&j_{67}e_{\psi_{r2}}+j_{68}e_{\psi_{r3}},\\
\varpi_5 =&-j_{27}e_{V_1}-j_{37}e_{V_2}-j_{57}e_{V_3}-j_{67}e_{\psi_{r1}}-\\
&r_{77}e_{\psi_{r2}}+j_{78}e_{\psi_{r3}},\\
\varpi_6 =&-j_{28}e_{V_1}-j_{38}e_{V_2}-j_{58}e_{V_3}-j_{68}e_{\psi_{r1}}-\\
&j_{78}e_{\psi_{r2}}-r_{88}e_{\psi_{r3}},\\
\boldsymbol{e} =&[e_{F_1}\ \ e_{V_1}\ \ e_{V_2}\ \ e_{F_3}\ \ e_{V_3}\ \ e_{\psi_r1}\ \ e_{\psi_r2}\ \ e_{\psi_r3}]^{\mathrm{T}}=\\
&\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^*.
\end{aligned}$$

则冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)新的控制输入项$\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})$可设计为

$$\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}
\frac{J_1L_{r1}\eta_1}{n_{p1}^2L_{m1}R_1\psi_{r1}}[-(\frac{\dot{R}_1}{R_1}-\frac{n_{p1}B_{u1}}{J_1})x_2^*-\frac{EA_1}{L}x_1^*+\varpi_1-z_{12}]\\
\frac{J_2L_{r2}\eta_2}{n_{p2}^2L_{m2}R_2\psi_{r2}}[\frac{M_zR_2}{J_2\eta_2^2}-\frac{EA_2}{L}(1+\delta_0)x_4^*+\frac{EA_1}{L}(1-\chi_0)x_1^*+\frac{n_{p2}B_{u2}}{J_2}x_3^*+\varpi_2-z_{22}]\\
\frac{J_3L_{r3}\eta_3}{n_{p3}^2L_{m3}R_3\psi_{r3}}[-(\frac{\dot{R}_3}{R_3}-\frac{n_{p3}B_{u3}}{J_3})x_5^*+\frac{EA_2}{L}x_4^*+\varpi_3-z_{32}]\\
\frac{T_{r1}}{L_{m1}}(\frac{1}{T_{r1}}x_6^*+\varpi_4)\\
\frac{T_{r2}}{L_{m2}}(\frac{1}{T_{r2}}x_7^*+\varpi_5)\\
\frac{T_{r3}}{L_{m3}}(\frac{1}{T_{r3}}x_8^*+\varpi_6)
\end{bmatrix}. \tag{32}$$

至此, 将式(32)带入式(24), 可最终完成冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)耗散Hamilton控制器$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})$的设计.

定理 2　针对考虑了摩擦系数B_{ui}摄动及轧制力矩M_z扰动的冷带轧机系统速度张力磁链外环(22), 通过构造新型扰动观测器(4), 设计耗散Hamilton控制器(24), 则系统速度张力磁链外环(22)是渐近稳定的.

证　将所设计的耗散Hamilton控制器(24)代入式(22), 可得

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{x}}=&[\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})]\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}-\boldsymbol{\theta}_1+\boldsymbol{\theta}_2(\varDelta_i)+\\
&\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})[\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},z_{i2})-\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\varDelta_i)+\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\varDelta_i)]=\\
&[\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})]\frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}-\boldsymbol{\theta}_1+\boldsymbol{\theta}_2(\varDelta_i)+\\
&\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},\varDelta_i)-\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\Delta\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},e_{i2})=\\
&[\boldsymbol{J}_d(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x})]\frac{\partial \boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}-\\
&\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\Delta\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},e_{i2}),
\end{aligned} \tag{33}$$

其中:

$$\Delta\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},e_{i2})=[\frac{J_1L_{r1}\eta_1}{n_{p1}^2L_{m1}R_1\psi_{r1}}e_{12}\ \ \frac{J_2L_{r2}\eta_2}{n_{p2}^2L_{m2}R_2\psi_{r2}}e_{22}\ \ \frac{J_3L_{r3}\eta_3}{n_{p3}^2L_{m3}R_3\psi_{r3}}e_{32}\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}.$$

选取Lyapunov函数$V_1=\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})$, 对其求导可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1=&\frac{\partial^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}[\boldsymbol{J}_d(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x})]\frac{\partial \boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}-\\
&\frac{\partial^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\Delta\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},e_{i2})=\\
&-\frac{\partial^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x})\frac{\partial \boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}-\\
&\frac{\partial^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}}\boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\Delta\widehat{\boldsymbol{I}}(\boldsymbol{x},e_{i2}).
\end{aligned} \tag{34}$$

由定理1可知, 当$t\geqslant T_{\max}$时, $e_{i2}=0$, 故由式(34)可知$\dot{V}_1\leqslant 0$, 即: 冷带轧机系统速度张力磁链外环(22)是渐近稳定的.　证毕.

4.2　电流内环非奇异快速终端滑模控制器设计

由可逆冷带轧机速度张力系统模型(1)整理出系统电流内环的数学模型

$$\begin{cases}\dot{i}_{sti}=A_i+\dfrac{u_{sti}}{\sigma_iL_{si}},\\ \dot{i}_{smi}=B_i+\dfrac{u_{smi}}{\sigma_iL_{si}},\end{cases} \tag{35}$$

式中:

$$\begin{aligned}
A_i=&-\frac{R_{si}L_{ri}^2+R_{ri}L_{mi}^2}{\sigma_iL_{si}L_{ri}^2}i_{sti}-\frac{\eta_i}{R_i}V_ii_{smi}-\\
&\frac{L_{mi}\eta_i}{\sigma_iL_{si}L_{ri}R_i}V_i\psi_{ri}-\frac{L_{mi}}{T_{ri}\psi_{ri}}i_{sti}i_{smi},
\end{aligned}$$

$$B_i = -\frac{R_{si}L_{ri}^2 + R_{ri}L_{mi}^2}{\sigma_i L_{si} L_{ri}^2} i_{smi} + \frac{L_{mi}}{T_{ri}\psi_{ri}} i_{sti}^2 + \frac{\eta_i}{R_i} V_i i_{sti} + \frac{L_{mi}}{\sigma_i L_{si} L_{ri} T_{ri}} \psi_{ri},$$

其中$i = 1, 2, 3$分别表示左卷取机、主轧机和右卷取机电流内环的相关参数.

考虑到非奇异快速终端滑模面具有鲁棒性强、响应速度快等优点, 故本节将冷带轧机系统电流内环(35)的非奇异快速终端滑模面[12]分别选取为

$$\begin{cases} s_{i,1} = \int (e_{i,1} + a_{i,1} e_{i,1}^{\lambda_{i,1}} + a_{i,2} \dot{e}_{i,1}^{p_{i,1}/q_{i,1}}), \\ s_{i,2} = \int (e_{i,2} + a_{i,3} e_{i,2}^{\lambda_{i,2}} + a_{i,4} \dot{e}_{i,2}^{p_{i,2}/q_{i,2}}), \end{cases} \tag{36}$$

式中: $a_{i,\tau} \in \mathbb{R}^+$为滑模面参数, $\tau = 1, \cdots, 4$; p, q为正奇数, 且满足$0 < p/q < 1$, $\lambda > p/q$; $e_{i,1} = i_{sti} - i_{sti}^*$, $e_{i,2} = i_{smi} - i_{smi}^*$为电流跟踪误差.

对式(36)进行求导, 进而可将冷带轧机系统电流内环(35)的非奇异快速终端滑模控制器设计为

$$u_{sti} = -\sigma_i L_{si}(A_i - \dot{i}_{sti}^*) - \sigma_i L_{si} \times \left[\frac{1}{a_{i,2}}(e_{i,1} + a_{i,1} e_{i,1}^{\lambda_{i,1}} + c_{i,1} s_{i,1})\right]^{\frac{q_{i,1}}{p_{i,1}}}, \tag{37a}$$

$$u_{smi} = -\sigma_i L_{si}(B_i - \dot{i}_{smi}^*) - \sigma_i L_{si} \times \left[\frac{1}{a_{i,4}}(e_{i,2} + a_{i,3} e_{i,2}^{\lambda_{i,2}} + c_{i,2} s_{i,2})\right]^{\frac{q_{i,2}}{p_{i,2}}}, \tag{37b}$$

式中: $c_{i,1}, c_{i,2} \in \mathbb{R}^+$均为待设计的控制器参数.

定理 3 针对冷带轧机系统电流内环(35), 选用非奇异快速终端滑模面(36), 设计控制器(37), 则系统电流内环(35)是渐近稳定的.

证 选取Lyapunov函数

$$V_2 = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2} s_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2} s_{i,2}^2, \tag{38}$$

并将控制器(37)代入V_2的导数可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \sum_{i=1}^{3} s_{i,1}(e_{i,1} + a_{i,1} e_{i,1}^{\lambda_{i,1}} + a_{i,2}(\dot{i}_{sti} - \dot{i}_{sti}^*)^{\frac{p_{i,1}}{q_{i,1}}} + \\ & \sum_{i=1}^{3} s_{i,2}(e_{i,2} + a_{i,3} e_{i,2}^{\lambda_{i,2}} + a_{i,4} \times \\ & (\dot{i}_{smi} - \dot{i}_{smi}^*)^{\frac{p_{i,2}}{q_{i,2}}}) = \\ & -(\sum_{i=1}^{3} c_{i,1} s_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^{3} c_{i,2} s_{i,2}^2) \leqslant 0. \end{aligned} \tag{39}$$

由上式可知, 冷带轧机系统电流内环(35)是渐近稳定的.

至此, 综合上述新型扰动观测器(4), 耗散Hamilton控制器(24)和非奇异快速终端滑模控制器(37)的设计步骤, 选取Lyapunov函数$V = V_1 + V_2$, 并对其求导可得

$$\lim_{t \to \infty} \dot{V} \leqslant -\frac{\partial^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} \boldsymbol{R}_d(\boldsymbol{x}) \frac{\partial \boldsymbol{H}_d(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} - \sum_{i=1}^{3}(c_{i,1} s_{i,1}^2 + c_{i,2} s_{i,2}^2). \tag{40}$$

由上式可知, $\dot{V} \leqslant 0$, 即: 交流异步电机驱动的冷带轧机速度张力系统(1)在所设计的新型扰动观测器(4), 耗散Hamilton控制器(24)和非奇异快速终端滑模控制器(37)的作用下是全局稳定的. 证毕.

5 仿真研究

在本节, 基于文献[13]中某交流异步电机驱动的可逆冷带轧机系统的现场实际数据和相关轧制规程, 将本文所提控制方法与基于扩张状态观测器的积分滑模控制(ESO+ISMC)方法进行了仿真对比研究. 另外, 为便于仿真实验, 假定轧制生产过程中摩擦系数B_{ui}发生摄动变为$1.1B_{ui}$, 由带钢来料厚度波动引起的负载扰动$\Delta M_z = 2500 \sin(5t)$ N·m.

本文所提方法的主要控制参数取为

$$\begin{aligned} & k_{11} = k_{12} = k_{31} = k_{32} = 0.2, \\ & k_{13} = k_{14} = k_{21} = k_{22} = k_{33} = k_{34} = 0.8, \\ & k_{23} = k_{24} = 0.4;\ r_{22} = r_{55} = 10^3, \\ & r_{33} = r_{77} = 10^4,\ r_{66} = r_{88} = 30; \\ & a_{1,1} = a_{1,2} = a_{2,4} = a_{3,1} = a_{3,2} = 2, \\ & a_{1,3} = a_{3,3} = 10^5,\ a_{1,4} = a_{2,3} = a_{3,4} = 10, \\ & a_{2,1} = 20,\ a_{2,2} = 100. \end{aligned}$$

将ESO+ISMC方法中的ESO设计为

$$\mathrm{ESO}_i: \begin{cases} \dot{z}_{i1} = f(x) + z_{i2} - \beta_{i1} \operatorname{fal}(\varepsilon_{i1}, \alpha_{i1}, \delta_{i1}), \\ \dot{z}_{i2} = -\beta_{i2} \operatorname{fal}(\varepsilon_{i1}, \alpha_{i2}, \delta_{i1}). \end{cases}$$

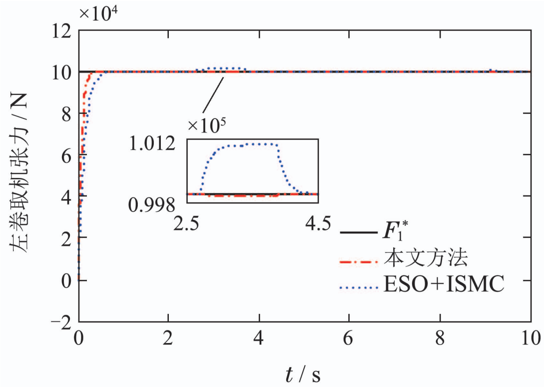
将ESO+ISMC方法中的ISMC设计为

$$\begin{cases} u_{sti} = \sigma_i L_{si}(\dot{i}_{sti}^* + \frac{L_{mi}\eta_i}{\sigma_i L_{si} L_{ri} R_i} V_i \psi_{ri} + \\ \quad \frac{L_{mi}}{T_{ri}\psi_{ri}} i_{sti} i_{smi} + \frac{R_{si}L_{ri}^2 + R_{ri}L_{mi}^2}{\sigma_i L_{si} L_{ri}^2} i_{sti} + \\ \quad \frac{\eta_i}{R_i} V_i i_{smi} + k_{ij} e_{i_{sti}} + \gamma_{i1} s_{i1}), \\ u_{smi} = \sigma_i L_{si}(\dot{i}_{smi}^* - \frac{L_{mi}}{\sigma_i L_{si} L_{ri} T_{ri}} \psi_{ri} - \\ \quad \frac{\eta_i}{R_i} V_i i_{sti} + \frac{R_{si}L_{ri}^2 + R_{ri}L_{mi}^2}{\sigma_i L_{si} L_{ri}^2} i_{smi} - \\ \quad \frac{L_{mi}}{T_{ri}\psi_{ri}} i_{sti}^2 + k_{ij} e_{i_{smi}} + \gamma_{i2} s_{i2}), \end{cases}$$

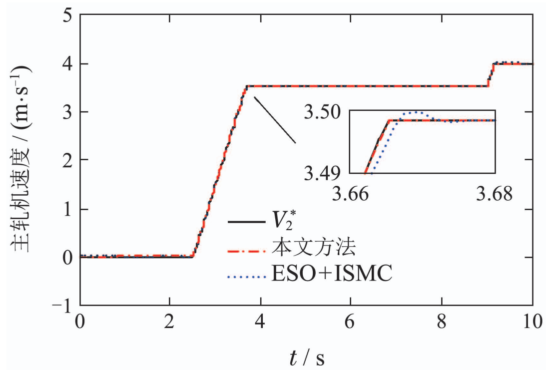
其中: $e_{i_{sti}} = i_{sti}^* - i_{sti}$, $e_{i_{smi}} = i_{smi}^* - i_{smi}$, $j = 1, \cdots, 5$, $i = 1, 2, 3$分别表示左卷取机、主轧机和右卷取机的相关参数; $s_i = e_i + k_i \int_0^t e_i \mathrm{d}\tau$为选取的积分滑模面.

图2为可逆冷带轧机速度张力系统跟踪控制曲线. 从图2(a)–(f)可以看出: 1) 在ESO+ISMC方法的作用

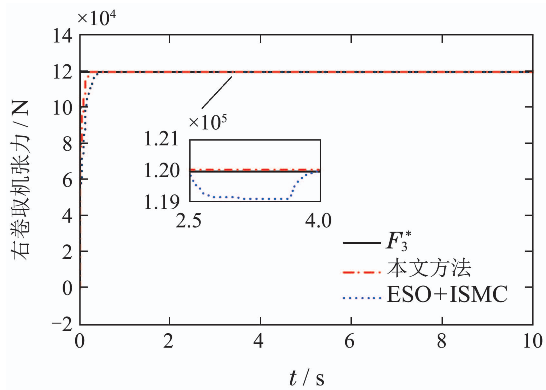
下, $F_1, V_2, F_3, \psi_{r1}, \psi_{r2}, \psi_{r3}$虽然对系统给定值实现了跟踪控制, 但当左、右卷取机张力子系统或主轧机速度子系统的给定值发生变化时, F_1, V_2和F_3之间仍存在一定的耦合影响, 进而不利于控制精度的进一步提高; 2) 而在本文所提控制方法的作用下, 可逆冷带轧机速度张力系统的动态响应较快, 稳态精度较高且抗干扰能力较强.



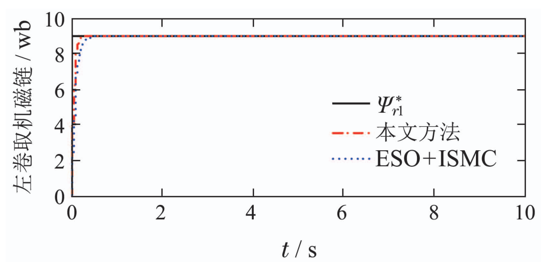
(a) 左卷取机张力跟踪控制曲线



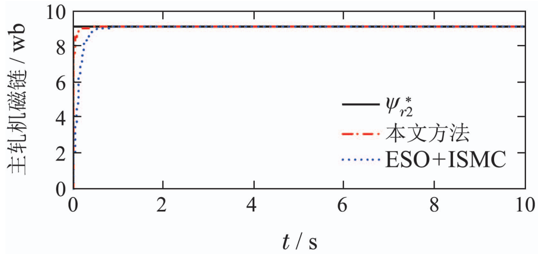
(b) 主轧机速度跟踪控制曲线



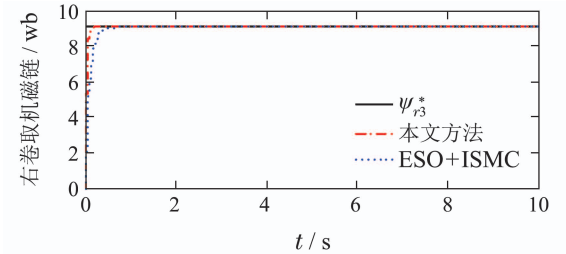
(c) 右卷取机张力跟踪控制曲线



(d) 左卷取机磁链跟踪控制曲线



(e) 主轧机磁链跟踪控制曲线

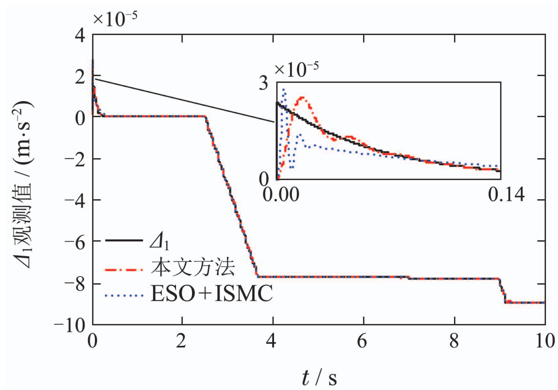


(f) 右卷取机磁链跟踪控制曲线

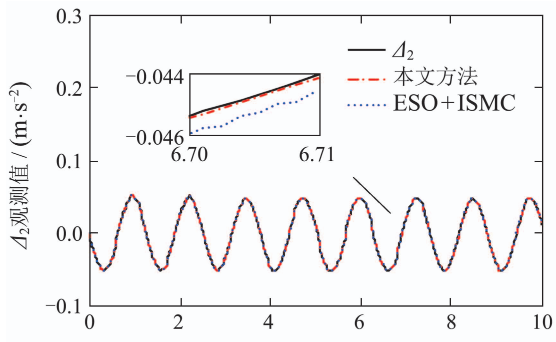
图 2　可逆冷带轧机速度张力系统跟踪控制曲线

Fig. 2　Tracking control curves for the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill

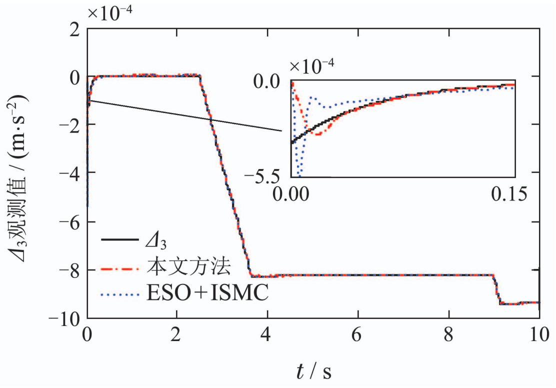
图3为新型扰动观测器对系统不确定项$\varDelta_i$的观测值曲线. 可以看出: 所设计的观测器对系统的不确定项$\varDelta_i$进行了有效的观测估计, 且应用连续切换函数sigmoid(x/μ)有效地削弱了系统抖振, 进而有助于提高系统的跟踪控制精度.



(a) 不确定项$\varDelta_1$的观测值曲线



(b) 不确定项$\varDelta_2$的观测值曲线



(c) 不确定项Δ_3的观测值曲线

图 3 新型扰动观测器的观测值曲线

Fig. 3 Observation curves of the initial disturbance observers

6 结论

本文研究了基于耗散Hamilton理论的可逆冷带轧机速度张力系统非奇异快速终端滑模控制问题. 设计了一种新型扰动观测器对系统中由参数摄动和负载扰动引起的不确定项进行观测估计, 并基于双极限齐次理论给出了严格的稳定性证明. 考虑到冷带轧机速度张力系统的阶次相对较高, 且包含的子系统较多, 因此为便于系统控制器设计, 将冷带轧机系统模型分为了速度张力磁链外环和电流内环两部分, 其中, 通过预反馈建立了系统速度张力磁链外环的耗散Hamilton模型, 并基于互联–阻尼配置及能量整形方法设计了一种结构简单、控制参数易整定的耗散Hamilton控制器, 有效地削弱了系统状态变量间的耦合; 基于串级控制思想设计了系统电流内环非奇异快速终端滑模控制器, 有效地提高了系统电流内环的响应速度和鲁棒性. 最后, 基于某交流电机驱动的可逆冷带轧机速度张力系统的现场实际数据, 通过仿真对比研究验证了本文所提控制方法能有效提高系统的动静态性能和抗干扰性能.

参考文献:

[1] LIU L, HAN Y, FANG Y M, et al. Neural network dynamic surface backstepping control for the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill. *Asian Journal of Control*, 2018, 20(4): 1452 – 1463.

[2] LIU X, XIAO H. Theoretical and experimental study on the producible rolling thickness in ultra-thin strip rolling. *Journal of Materials Processing Technology*, 2020, 278: 116537.

[3] KOC H, KNITTEL D, MATHELIN M D, et al. Modeling and robust control of winding systems for elastic webs. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 2002, 10(2): 197 – 208.

[4] LIU Xingqiao, HU Jianqun, ZHOU Li. Active disturbance rejection control of three-motor synchronous control system. *Proceedings of the CSEE*, 2010, 30(12): 80 – 85.
(刘星桥, 胡建群, 周丽. 自抗扰控制器在三电机同步系统中的应用. 中国电机工程学报, 2010, 30(12): 80 – 85.)

[5] BAI Rui, TONG Shaocheng, CHAI Tianyou. Modeling and decoupling control for the strip tension of bridling roll in the continuous annealing line. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 392 – 397.
(白锐, 佟绍成, 柴天佑. 连续退火机组张紧辊带钢张力的建模及解耦控. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 392 – 397.)

[6] FAN L P, LIU Y. Fuzzy self-tuning PID control of the main drive system for four-high hot rolling mill. *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, 2015, 14(1): 11 – 22.

[7] LIU Le, HAN Yu, FANG Yiming, et al. Fuzzy adaptive dynamic surface backstepping control for the speed and tension system of reversible cold strip rolling mill. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(6): 355 – 366.
(刘乐, 韩宇, 方一鸣, 等. 可逆冷带轧机速度张力系统的模糊自适应动态面反步控制. 控制理论与应用, 2017, 34(6): 355 – 366.)

[8] LIU L, DING S Y, GAO J, et al. Adaptive nonsingular terminal sliding mode backstepping control for the speed and tension system of the reversible cold strip rolling mill using disturbance observers. *IEEE Access*, 2019, 7: 171246 – 171259.

[9] QIAN C, HUA C C, ZHANG L L, et al. Adaptive neural torsional vibration suppression of the rolling mill main drive system subject to state and input constraints with sensor errors. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(17): 12886 – 12903.

[10] UDDIN M N, ZHAI Z Q, AMIN I K. Port controlled Hamilton with dissipation-based speed control of IPMSM drive. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2020, 35(2): 1742 – 1752.

[11] XU S, WANG W, CHEN S Y. Energy-based output regulation for stochastic port-Hamiltonian systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(5): 1720 – 1734.

[12] VAN M, MAVROVOUNIOTIS M, GE S Z S. An adaptive backstepping nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(7): 1448 – 1458.

[13] LIU L, QIANG J P, FANG Y M. Modelling and dynamic surface backstepping recursive sliding mode control for the speed and tension system of the reversible cold strip rolling mill. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2020, 35(2): 93 – 107.

[14] ANDRIEU V, PRALY L, ASTOLFI A. Homogeneous approximation recursive observer design and output feedback. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2008, 47(9): 1814 – 1850.

[15] WANG Y C, ZHOU Y M, LI S W, et al. Continuous robust fixed-time control for double integrator system with matched disturbance. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 106: 106 – 119.

[16] CHUNG S C Y, LIN C L. A transformed lure problem for sliding mode control and chattering reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(3): 563 – 568.

[17] KIM H, SON J, LEE J. A high-speed sliding-mode observer for the sensorless speed control of a PMSM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(9): 4069 – 4077.

作者简介:

刘 乐 副教授, 目前研究方向为复杂动态系统建模、分析与控制、智能优化控制, E-mail: leliu@ysu.edu.cn;

周 麟 硕士研究生, 目前研究方向为冷带轧机速度张力系统协调控制, E-mail: zhoulinysu@163.com;

邓冉阳 硕士研究生, 目前研究方向为冷带轧机速度张力系统解耦控制, E-mail: dengranyang2021@163.com;

方一鸣 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂系统的建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用等, E-mail: fyming@ysu.edu.cn.