第 39 卷第 2 期
2022 年 2 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 39 No. 2
Feb. 2022

欠驱动水下机器人三维轨迹跟踪有限时间预设性能控制

杜佳璐†, 李　健

(大连海事大学 船舶电气工程学院, 辽宁 大连 116026)

摘要: 本文研究了具有不确定动态和未知时变海洋环境扰动的欠驱动水下机器人(AUVs)三维轨迹跟踪有限时间预设性能控制问题, 提出新型预设性能函数和误差映射函数, 将受预设性能限制的轨迹跟踪误差转变为非受限的变换后误差; 构造新的超螺旋(ST)扩张状态观测器, 在有限时间内实时估计AUV不确定动态和未知时变海洋环境扰动引起的总扰动; 基于上述, 设计新的ST控制律, 实现了欠驱动AUV三维轨迹跟踪有限时间预设性能控制. 理论分析证明了最终的AUV三维轨迹跟踪闭环控制系统的稳定性, 仿真及仿真比较结果验证了所设计控制律的有效性和优越性.

关键词: 欠驱动水下机器人; 三维轨迹跟踪; 有限时间; 预设性能; 超螺旋算法

引用格式: 杜佳璐, 李健. 欠驱动水下机器人三维轨迹跟踪有限时间预设性能控制. 控制理论与应用, 2022, 39(2): 383 – 392

DOI: 10.7641/CTA.2021.10113

Finite-time prescribed performance control for the three-dimension trajectory tracking of underactuated autonomous underwater vehicles

DU Jia-lu†, LI Jian

(School of Marine Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China)

Abstract: In this paper, the finite-time prescribed performance control problem is investigated for the three-dimension (3D) trajectory tracking of underactuated autonomous underwater vehicles (AUVs) with uncertain dynamics and unknown time-varying ocean environment disturbances. A novel prescribed performance function and an error mapping function are proposed to transform the trajectory tracking errors constrained by the prescribed performance into the unconstrained transformed errors. A new super-twisting (ST) extended state observer is constructed to online estimate the total disturbances lumped by the uncertain dynamics of AUVs and unknown time-varying ocean environment disturbances in a finite time. On the basis of the above, a new ST control law is designed to achieve the 3D trajectory tracking of underactuated AUVs with the prescribed performance in a finite time. Theoretical analyses prove the stability of the resulting AUV 3D trajectory tracking closed-loop control system. The simulation and the simulation comparison results verify the effectiveness and the superiority of the designed control law.

Key words: underactuated autonomous underwater vehicles; three-dimension trajectory tracking; finite time; prescribed performance; super-twisting algorithm

Citation: DU Jialu, LI Jian. Finite-time prescribed performance control for the three-dimension trajectory tracking of underactuated autonomous underwater vehicles. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(2): 383 – 392

1　引言

水下机器人(autonomous underwater vehicles, AUVs)在进行水下勘探、海底地形测绘、近海防御和军事侦察等作业任务时, 需要自主航行跟踪三维轨迹. 轨迹跟踪控制是AUV自主航行的关键技术之一, 而AUV存在欠驱动特性、动态不确定性, 且遭受未知时变的海洋环境扰动, 因此, 克服AUV动态不确定和未知海洋环境扰动的影响, 实现高精度的欠驱动AUV三维轨迹跟踪控制, 具有重要的现实意义.

在欠驱动AUV运动数学模型已知的情况下, 考虑未知常值海流扰动, 文献[1]应用输出重定义方法处理AUV欠驱动问题, 利用轨迹跟踪误差积分补偿海流扰

收稿日期: 2021–02–01; 录用日期: 2021–06–25.

†通信作者. E-mail: dujl66@163.com.

本文责任编委: 徐胜元.

国家自然科学基金项目(51079013), 大连市科技创新基金项目(2020JJ26GX020)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51079013) and the Dalian Science and Technology Innovation Fund Program (2020JJ26GX020).

动, 基于反馈线性化方法设计了欠驱动AUV轨迹跟踪控制律; 考虑未知时变海流扰动, 文献[2]应用视线视距法处理AUV欠驱动问题, 构造扰动观测器, 实时估计扰动, 基于滑模控制方法设计了欠驱动AUV轨迹跟踪控制律. 同时考虑欠驱动AUV运动数学模型动态参数未知和海洋环境扰动时变未知情况, 文献[3]应用视线视距法处理AUV欠驱动问题, 利用模糊逻辑系统逼近不确定项, 基于逆推方法提出了AUV自适应模糊轨迹跟踪控制策略. 文献[1–3]中期望轨迹均为水平面或垂直面上的二维轨迹.

针对欠驱动AUV三维轨迹跟踪问题, 在欠驱动AUV运动数学模型已知的情况下, 考虑未知时变海洋环境扰动, 文献[4]设计了鲁棒控制项补偿扰动, 应用滤波反步法设计了欠驱动AUV三维轨迹跟踪控制律. 同时考虑欠驱动AUV动态不确定和未知时变海洋环境扰动, 文献[5]将模糊逻辑系统和反馈线性化方法相结合, 设计了欠驱动AUV三维轨迹跟踪控制律, 文献[6–7]将自适应技术分别与逆推方法和动态面控制方法相结合, 设计了欠驱动AUV三维轨迹跟踪控制律, 文献[8]将神经网络和反馈线性化方法相结合, 设计了欠驱动AUV三维轨迹跟踪控制律.

此外, 在AUV运动数学模型已知、海洋环境扰动未知时变情况下, 文献[9]引入AUV轨迹跟踪误差的分数幂, 应用逆推方法设计了全驱动AUV三维轨迹跟踪控制律; 考虑AUV动态不确定、海洋环境扰动时变未知的情况, 文献[10]将滑模控制方法与逆推方法相结合, 设计了全驱动AUV三维轨迹跟踪控制律. 文献[9–10]均实现了AUV轨迹跟踪误差的有限时间收敛, 提高了AUV轨迹跟踪控制系统的响应速度, 然而, 欠驱动AUV轨迹跟踪有限时间控制鲜有研究. 另一方面, 考虑欠驱动AUV运动数学模型参数未知、海洋环境扰动未知时变的情况, 文献[11]利用指数收敛的预设性能函数描述AUV轨迹跟踪控制的预设性能, 构造误差映射函数, 将受预设性能限制的AUV轨迹跟踪误差转变为非受限的变换后误差, 基于自适应技术和动态面控制方法设计了欠驱动AUV二维轨迹跟踪控制律, 保证AUV轨迹跟踪控制满足预设的瞬态和稳态性能, 然而, 关于具有预设性能的欠驱动AUV三维轨迹有限时间跟踪控制的研究尚未见报道.

近年来, 有限时间控制和预设性能控制受到广泛关注[12–14]. 有限时间控制是设计有限时间控制律, 保证闭环控制系统在有限时间内稳定, 常用的方法有误差分数幂方法、齐次系统理论方法和滑模控制方法等, 其中, 滑模控制方法由于其设计简单、鲁棒性更强等优点应用最为广泛, 然而存在固有的抖振问题, 文献[15]提出超螺旋(super-twisting, ST)算法, 削弱了滑模控制的抖振问题, 但并未完全移除[16]. 预设性能函数可描述预设的系统瞬态和稳态控制性能, 预设性能控制是通过设计预设性能函数, 并基于此设计预设性能控制律, 使系统满足预设性能, 然而, 传统的预设性能函数不能预先设置收敛到其预设的稳态值的期望时间, 导致预设性能控制律不能保证系统控制误差在指定时间内收敛到预设的稳态误差带.

基于上述讨论, 针对具有不确定动态和未知时变海洋环境扰动的欠驱动AUV三维轨迹跟踪问题, 本文提出新型预设性能函数, 可根据系统的性能要求、能力和限制条件预先直接设置AUV轨迹跟踪误差进入并不再超出其预设的稳态误差带所需的期望时间; 提出新的ST算法, 可移除常规ST算法的抖振问题, 基于此, 构造ST扩张状态观测器, 设计ST控制律; 提出欠驱动AUV三维轨迹跟踪有限时间预设性能控制方案.

符号说明: 记

$$\boldsymbol{\hbar}=[\hbar_1\ \ \hbar_2\ \ \cdots\ \ \hbar_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^n,$$

$$\lfloor\boldsymbol{\hbar}\rceil^{\ell}=[\mathrm{sgn}(\hbar_1)|\hbar_1|^{\ell}\ \ \mathrm{sgn}(\hbar_2)|\hbar_2|^{\ell}\ \ \cdots\ \ \mathrm{sgn}(\hbar_n)|\hbar_n|^{\ell}]^{\mathrm{T}},$$

$$\mathrm{Tanh}(\boldsymbol{\hbar}^{\ell})=[\tanh(\hbar_1^{\ell})\ \ \tanh(\hbar_2^{\ell})\ \ \cdots\ \ \tanh(\hbar_n^{\ell})]^{\mathrm{T}},$$

其中: $\mathrm{sgn}(\cdot)$为符号函数; $\tanh(\cdot)$为双曲正切函数; $\ell\in\mathbb{R}$; $s(\cdot)$和$c(\cdot)$分别表示正弦函数和余弦函数.

2 问题描述和预备知识

2.1 AUV运动数学模型

如图1所示, 定义北东坐标系$O_{\mathrm{E}}X_{\mathrm{E}}Y_{\mathrm{E}}Z_{\mathrm{E}}$和附体坐标系$O_{\mathrm{B}}X_{\mathrm{B}}Y_{\mathrm{B}}Z_{\mathrm{B}}$. x, y, z, ϕ, θ和ψ分别为AUV在北东坐标系下的纵荡位置、横荡位置、垂荡位置、横摇角、纵摇角和艏摇角, u, v, w, p, q和r分别为AUV在附体坐标系下的纵荡速度、横荡速度、垂荡速度、横摇角速度、纵摇角速度和艏摇角速度. 由于AUV的设计结构是主对称轴对称的, AUV横摇运动可被忽略, 建立五自由度AUV运动数学模型如下[17]:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}=\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}}+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{v}+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\eta})=\boldsymbol{\tau}+\boldsymbol{d}(t), \tag{2}$$

其中: $\boldsymbol{\eta}=[x\ \ y\ \ z\ \ \theta\ \ \psi]^{\mathrm{T}}$为AUV的位姿向量; $\boldsymbol{v}=[u\ \ v\ \ w\ \ q\ \ r]^{\mathrm{T}}$为AUV的速度向量;

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\eta})=\begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & -s(\psi) & s(\theta)c(\psi) & 0 & 0\\ c(\theta)s(\psi) & c(\psi) & s(\theta)s(\psi) & 0 & 0\\ -s(\theta) & 0 & c(\theta) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{c(\theta)} \end{bmatrix}$$

为旋转矩阵; $\boldsymbol{M}=\mathrm{diag}\{m_{11}, m_{22}, m_{33}, m_{44}, m_{55}\}$为惯性矩阵;

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})=\begin{bmatrix}0&0&0&m_{33}w&-m_{22}v\\0&0&0&0&m_{11}u\\0&0&0&-m_{11}u&0\\-m_{33}w&m_{11}u&0&0&0\\m_{22}v&-m_{11}u&0&0&0\end{bmatrix}$$

为科里奥利向心力矩阵; $\boldsymbol{D}=\mathrm{diag}\{d_{11},d_{22},d_{33},d_{44},d_{55}\}$为阻尼矩阵; $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\eta})=[0\ \ 0\ \ 0\ \ \rho_w \mathrm{g}\nabla\overline{GM}_L\ s(\theta)\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, 其中: $\rho_w \mathrm{g}\nabla\overline{GM}_L s(\theta)$为纵摇恢复力矩, ρ_w表示水密度, g表示重力加速度, ∇表示AUV的排水体积, $\overline{GM}_L$表示AUV的纵稳心高度; $\boldsymbol{\tau}=[\tau_u\ \ 0\ \ 0\ \ \tau_q\ \ \tau_r]^{\mathrm{T}}$为AUV的控制输入向量, 由纵荡推力$\tau_u$、纵摇力矩$\tau_q$和艏摇力矩$\tau_r$组成, AUV在横荡和垂荡方向无驱动力, 因此, 是欠驱动的; $\boldsymbol{d}(t)=[d_1(t)\ \ d_2(t)\ \ d_3(t)\ \ d_4(t)\ \ d_5(t)]^{\mathrm{T}}$为海洋环境扰动向量.

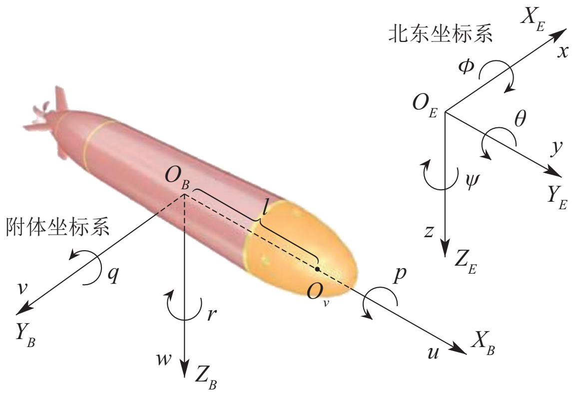


图 1 北东坐标系和附体坐标系

Fig. 1 The North-East-Down coordinate system and the body-fixed coordinate system

假设 1 1) 矩阵$\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})$, $\boldsymbol{D}$和向量$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\eta})$中的参数是不确定但有界的, 并记$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{nom}}+\Delta\boldsymbol{M}$, 其中: $\boldsymbol{M}_{\mathrm{nom}}$表示$\boldsymbol{M}$的标称值, $\Delta\boldsymbol{M}$表示$\boldsymbol{M}$的不确定部分; 2) 海洋环境扰动$\boldsymbol{d}(t)$是未知时变的, $d_i(t)$ $(i=1,2,3,4,5)$及其一阶导数是有界的.

2.2 位置坐标变换

为了处理AUV的欠驱动问题, 对AUV的位置向量$[x\ \ y\ \ z]^{\mathrm{T}}$进行如下坐标变换[8]:

$$\boldsymbol{\eta}_v=[x+lc(\theta)c(\psi)\ \ y+lc(\theta)s(\psi)\ \ z-ls(\theta)]^{\mathrm{T}},\tag{3}$$

式中l为AUV重心到虚拟控制点O_v的距离, 如图1所示. 根据式(1)–(3), 可得到如下动态方程:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_v=\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v+\boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta}),\tag{4}$$

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_v=\dot{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v+\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{M}_1^{-1}[\boldsymbol{\tau}_1+\boldsymbol{d}_1(t)-\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}_v-\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{v}_v-\boldsymbol{G}_1(\boldsymbol{\eta})]+\dot{\boldsymbol{J}}_2(\boldsymbol{\eta}),\tag{5}$$

式中:

$$\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})=\begin{bmatrix}c(\theta)c(\psi)&-ls(\theta)c(\psi)&-ls(\psi)\\c(\theta)s(\psi)&-ls(\theta)s(\psi)&lc(\psi)\\-s(\theta)&-lc(\theta)&0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta})=\begin{bmatrix}-vs(\psi)+ws(\theta)c(\psi)\\vs(\psi)+ws(\theta)s(\psi)\\wc(\theta)\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{v}_v=[u\ \ q\ \ r]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{M}_1=\mathrm{diag}\{m_{11},m_{44},m_{55}\}$,

$\boldsymbol{D}_1=\mathrm{diag}\{d_{11},d_{44},d_{55}\}$,

$$\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{v})=\begin{bmatrix}0&m_{33}w&-m_{22}v\\(m_{11}-m_{33})w&0&0\\(m_{22}-m_{11})v&0&0\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{G}_1=[0\ \ \rho g\nabla\overline{GM}_L s(\theta)\ \ 0]^{\mathrm{T}}$,

$\boldsymbol{\tau}_1=[\tau_u\ \ \tau_q\ \ \tau_r]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{d}_1=[d_1\ \ d_4\ \ d_5]^{\mathrm{T}}$.

可见, $\boldsymbol{\eta}_v$和$\boldsymbol{\tau}_1$直接相关, 可使得AUV欠驱动问题给轨迹跟踪控制设计带来的困难得以解决.

2.3 新型预设性能函数

定义AUV的轨迹跟踪误差$\boldsymbol{e}=[e_1\ \ e_2\ \ e_3]^{\mathrm{T}}$

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{\eta}_v-\boldsymbol{\eta}_d.\tag{6}$$

AUV轨迹跟踪控制的预设性能描述如下:

$$-\underline{e}_i(t)<e_i(t)<\bar{e}_i(t),\ i=1,2,3,\tag{7}$$

式中$-\underline{e}_i(t)$和$\bar{e}_i(t)$为预设性能函数. 提出AUV轨迹跟踪控制的新型预设性能函数如下:

$$\begin{cases}\bar{e}_i(t)=\begin{cases}(\bar{e}_{i,0}-\bar{e}_{i,\infty})\exp(-\mu_i\dfrac{Tt}{T-t})+\bar{e}_{i,\infty},\\ \qquad 0\leqslant t<T,\\ \bar{e}_{i,\infty},\ t\geqslant T,\end{cases}\\ -\underline{e}_i(t)=\begin{cases}-(\underline{e}_{i,0}-\underline{e}_{i,\infty})\exp(-\mu_i\dfrac{Tt}{T-t})-\underline{e}_{i,\infty},\\ \qquad 0\leqslant t<T,\\ -\underline{e}_{i,\infty},\ t\geqslant T,\end{cases}\end{cases}\tag{8}$$

式中: $\exp(\cdot)$表示指数函数, $\bar{e}_{i,0}$和$-\underline{e}_{i,0}$为预设性能函数的初值; $\bar{e}_{i,\infty}$和$-\underline{e}_{i,\infty}$分别为预设的轨迹跟踪稳态误差带的上、下边界; $\mu_i>0$表征预设性能函数的收敛率; T为系统轨迹跟踪误差$e_i(t)$进入并不再超出预设的稳态误差带$[-\underline{e}_{i,\infty},\bar{e}_{i,\infty}]$所需的期望时间. 预设性能函数历时曲线如图2中的实线所示.

注 1 传统的预设性能函数为[11–14]

$$\begin{cases}\bar{e}_i(t)=(\bar{e}_{i,0}-\bar{e}_{i,\infty})\exp(-\mu_i t)+\bar{e}_{i,\infty},\\ -\underline{e}_i(t)=-(\underline{e}_{i,0}-\underline{e}_{i,\infty})\exp(-\mu_i t)-\underline{e}_{i,\infty},\end{cases}$$

其历时曲线如图2中的虚线所示, $\bar{e}_i(t)$和$-\underline{e}_i(t)$在$t\to+\infty$时才能分别趋近于$\bar{e}_{i,\infty}$和$-\underline{e}_{i,\infty}$. 而本文提出的新型预设性能函数(8)可根据系统的性能要求、能力和限制条件预先设置期望时间T, 保证其函数值在期望时间T分别达到$\bar{e}_{i,\infty}$和

$-\underline{e}_{i,\infty}$, 以使得后面基于此设计的AUV轨迹跟踪控制律可保证AUV轨迹跟踪误差在预先设置的期望时间T内进入并不再超出预设的稳态误差带$[-\underline{e}_{i,\infty}, \bar{e}_{i,\infty}]$.

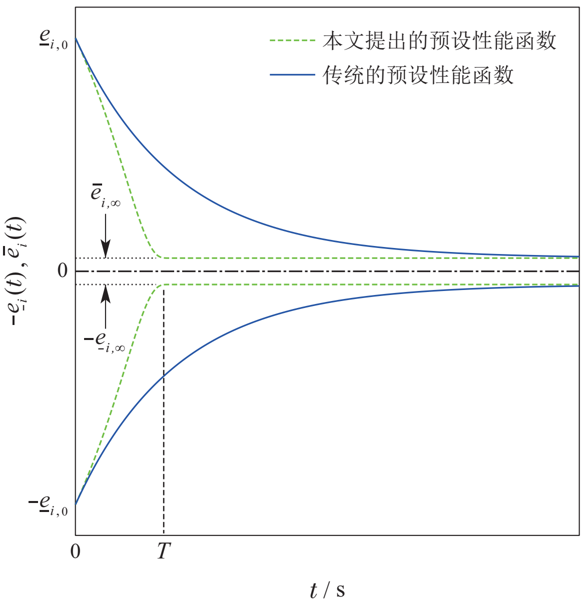


图 2 预设性能函数历时曲线

Fig. 2 The duration curves of prescribed performance functions

本文的控制目标是在假设1下, 设计欠驱动AUV三维轨迹跟踪控制律$\boldsymbol{\tau}_1$, 使得欠驱动AUV虚拟控制点的位置向量$\boldsymbol{\eta}_v$在有限时间T_c内跟踪期望的三维轨迹$\boldsymbol{\eta}_d = [x_d\ \ y_d\ \ z_d]^{\mathrm{T}}$, 同时保证轨迹跟踪误差$e_i$满足式(7)–(8)所描述的预设性能.

假设 2 x_d, y_d和z_d及它们的一、二阶导数均是光滑有界的.

引理 1[18] 考虑系统$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, $f(0) = 0$, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}): \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$为$n$维连续函数向量. 若存在连续可微的正定函数$V(\boldsymbol{x}): \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^+$、正实数$c$和$\alpha \in (0, 1)$, 使得$\dot{V}(\boldsymbol{x}) + cV^{\alpha}(\boldsymbol{x}) \leqslant 0$成立, 则系统的平衡点$\boldsymbol{x}_e = 0$是全局有限时间稳定的, 且有限调节时间$T_s$满足$T_s \leqslant \dfrac{V^{1-\alpha}(\boldsymbol{x}(0))}{c(1-\alpha)}$.

引理 2[19] 令$a_1, a_2, \cdots a_n \geqslant 0$和$0 < \iota \leqslant 1$, 则不等式$(\sum\limits_{i=1}^{n} a_i)^{\iota} \leqslant \sum\limits_{i=1}^{n} a_i^{\iota}$恒成立.

3 AUV三维轨迹跟踪控制设计

3.1 误差映射函数

提出如下误差映射函数:

$$z_i = f(e_i, \bar{e}_i, \underline{e}_i) = \frac{\bar{e}_i \underline{e}_i e_i}{(\bar{e}_i - e_i)(e_i + \underline{e}_i)}, \tag{9}$$

式中: $z_i (i = 1, 2, 3)$为变换后误差.

注 2 由式(9)可知: 当且仅当$e_i = 0$的时候, $z_i = 0$; 当e_i靠近预设性能函数$\bar{e}_i$或$\underline{e}_i$的时候, z_i趋近于无穷大. 另一方面, 函数$f(e_i, \bar{e}_i, \underline{e}_i)$是严格单调递增函数. 因此, 通过函数$f(e_i, \bar{e}_i, \underline{e}_i)$的映射, 受预设性能限制的轨迹跟踪误差$e_i$被转变成非受限的变换后误差$z_i$, 则只要保证变换后误差$z_i$有界, 就可保证轨迹跟踪误差$e_i$满足式(7)–(8)描述的预设性能.

将z_i对时间求导, 可得

$$\dot{z}_i = \chi_i \dot{e}_i + \xi_i, \tag{10}$$

式中:

$$\chi_i = \frac{\bar{e}_i \underline{e}_i e_i^2 + \bar{e}_i^2 \underline{e}_i^2}{(\bar{e}_i - e_i)^2 (e_i + \underline{e}_i)^2},$$

$$\xi_i = -\frac{e_i^3(\dot{\bar{e}}_i \underline{e}_i + \bar{e}_i \dot{\underline{e}}_i)}{(\bar{e}_i - e_i)^2 (e_i + \underline{e}_i)^2} - \frac{e_i^2(\dot{\bar{e}}_i \underline{e}_i^2 + \bar{e}_i^2 \dot{\underline{e}}_i)}{(\bar{e}_i - e_j)^2 (e_i + \underline{e}_i)^2}.$$

定义$\boldsymbol{z} = [z_1\ \ z_2\ \ z_3]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\chi} = \mathrm{diag}\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}$和$\boldsymbol{\xi} = [\xi_1\ \ \xi_2\ \ \xi_3]^{\mathrm{T}}$, 则根据式(4)–(6)和式(10)可得

$$\dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v + \boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta}) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \boldsymbol{\xi}. \tag{11}$$

进一步, 根据式(4)–(5)和式(11), 可得

$$\ddot{\boldsymbol{z}} = \dot{\boldsymbol{\chi}}(\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v + \boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta}) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \boldsymbol{\chi}(\dot{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v + \dot{\boldsymbol{J}}_2(\boldsymbol{\eta}) - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \dot{\boldsymbol{\xi}} + \boldsymbol{B}_0\boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{W}, \tag{12}$$

式中:

$$\boldsymbol{B}_0 = \boldsymbol{\chi}\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{M}_{1,\mathrm{nom}}^{-1},$$

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{\chi}\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{M}_{1,\mathrm{nom}}^{-1}(\boldsymbol{d}_1(t) - \boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}_v - \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{v}_v - \boldsymbol{G}_1(\boldsymbol{\eta}) - \Delta\boldsymbol{M}_1\dot{\boldsymbol{v}}_v)$$

为AUV不确定动态和未知海洋环境扰动构成的总扰动.

3.2 ST扩张状态观测器构造

首先, 定义滑模面

$$\boldsymbol{S} = \lambda_1\boldsymbol{z} + \dot{\boldsymbol{z}}, \tag{13}$$

式中λ_1为正的设计参数.

根据式(11)–(12), $\boldsymbol{S}$的导数为

$$\dot{\boldsymbol{S}} = \lambda_1\dot{\boldsymbol{z}} + \ddot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{B}_0\boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{F} + \boldsymbol{W}, \tag{14}$$

式中

$$\boldsymbol{F} = \lambda_1[\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v + \boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta}) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \boldsymbol{\xi}] + \dot{\boldsymbol{\chi}}(\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v + \boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta}) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \boldsymbol{\chi}(\dot{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v}_v + \dot{\boldsymbol{J}}_2(\boldsymbol{\eta}) - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \dot{\boldsymbol{\xi}}$$

为估计总扰动, 依据扩张状态观测器的构造思想, 将AUV的总扰动$\boldsymbol{W}$增广为AUV新的状态向量$\boldsymbol{X}$, 即$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{W}$, 可得如下增广系统:

$$\dot{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{B}_0\boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{F} + \boldsymbol{W}, \tag{15}$$

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \dot{\boldsymbol{W}}. \tag{16}$$

根据假设1和假设2可知, 总扰动的各分量及其变化率是有界的, 记$\|\dot{\boldsymbol{X}}\| \leqslant \delta$, δ为正常数.

常规ST算法可以削弱滑模控制的抖振问题, 但不

能完全移除抖振问题[16]. 本文引入光滑的双曲正切函数, 并结合观测器状态估计误差的分数幂, 改进常规的ST算法, 移除常规ST算法的抖振问题, 基于此, 构造如下新的ST扩张状态观测器:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{S}}} = \boldsymbol{B}_0\boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{F} + \hat{\boldsymbol{X}} - \lambda_2\lfloor\tilde{\boldsymbol{S}}\rceil^{\frac{1}{2}}, \tag{17}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{X}}} = -\lambda_3\mathrm{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{S}}^{\frac{1}{3}}), \tag{18}$$

式中: $\hat{\boldsymbol{S}}$和$\hat{\boldsymbol{X}}$分别为$\boldsymbol{S}$和$\boldsymbol{X}$的估计值; $\tilde{\boldsymbol{S}} = \hat{\boldsymbol{S}} - \boldsymbol{S}$为$\boldsymbol{S}$的估计误差; λ_2和λ_3为正的设计参数.

根据式(15)–(18), 可得如下观测器误差动态方程:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{S}}} = -\lambda_2\lfloor\tilde{\boldsymbol{S}}\rceil^{\frac{1}{2}} + \tilde{\boldsymbol{X}}, \tag{19}$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{X}}} = -\lambda_3\mathrm{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{S}}^{\frac{1}{3}}) - \dot{\boldsymbol{X}}, \tag{20}$$

式中$\tilde{\boldsymbol{X}} = \hat{\boldsymbol{X}} - \boldsymbol{X}$为$\boldsymbol{X}$的估计误差.

下面在两种情况下证明观测器状态估计误差的收敛性. 记$\boldsymbol{\Gamma} = [\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 其中, $\boldsymbol{\Gamma}_1 = \lfloor\tilde{\boldsymbol{S}}\rceil^{\frac{1}{2}}$, $\boldsymbol{\Gamma}_2 = \tilde{\boldsymbol{X}}$.

1) $\tilde{S}_i \neq 0$的情况. 根据式(19), $\boldsymbol{\Gamma}_1$的导数为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\Gamma}}_1 = &\frac{1}{2}\mathrm{diag}\{|\tilde{S}_1|^{-\frac{1}{2}}, |\tilde{S}_2|^{-\frac{1}{2}}, |\tilde{S}_3|^{-\frac{1}{2}}\}\dot{\tilde{\boldsymbol{S}}} = \\ &\frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}}(-\lambda_2\boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\Gamma}_2),\end{aligned} \tag{21}$$

式中$\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}} = \mathrm{diag}\{|\tilde{S}_1|^{-\frac{1}{2}}, |\tilde{S}_2|^{-\frac{1}{2}}, |\tilde{S}_3|^{-\frac{1}{2}}\}$.

根据式(20), $\boldsymbol{\Gamma}_2$的导数为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\Gamma}}_2 = &-\lambda_3\mathrm{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{S}}^{\frac{1}{3}}) - \dot{\boldsymbol{X}} = \\ &-\lambda_3\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}}\boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\mu} - \dot{\boldsymbol{X}},\end{aligned} \tag{22}$$

式中$\boldsymbol{\mu} = \lambda_3\lfloor\tilde{\boldsymbol{S}}\rceil^0 - \lambda_3\mathrm{Tanh}(\tilde{\boldsymbol{S}}^{\frac{1}{3}})$. 显然, $\|\boldsymbol{\mu}\| < \lambda_3$.

综合式(21)和式(22)可得

$$\dot{\boldsymbol{\Gamma}} = \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\mu} - \dot{\boldsymbol{X}}), \tag{23}$$

式中:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}} & 0_{3\times3}\\ 0_{3\times3} & \boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix}-\dfrac{\lambda_2}{2}\boldsymbol{I}_{3\times3} & \dfrac{1}{2}\boldsymbol{I}_{3\times3}\\ -\lambda_3\boldsymbol{I}_{3\times3} & 0_{3\times3}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix}0_{3\times3}\\ \boldsymbol{I}_{3\times3}\end{bmatrix}.$$

针对观测器误差动态方程(19)–(20), 选取李雅普诺夫预选函数

$$V_o = \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Gamma}, \tag{24}$$

式中

$$\boldsymbol{P} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}(4\lambda_3 + \lambda_2^2)\boldsymbol{I}_{3\times3} & -\lambda_2\boldsymbol{I}_{3\times3}\\ -\lambda_2\boldsymbol{I}_{3\times3} & 2\boldsymbol{I}_{3\times3}\end{bmatrix}.$$

根据式(23), V_o的导数为

$$\begin{aligned}&\dot{V}_o = \dot{\boldsymbol{\Gamma}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{\Gamma}} = \\ &[\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\mu} - \dot{\boldsymbol{X}})]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Gamma} + \\ &\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}[\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\mu} - \dot{\boldsymbol{X}})] \leqslant \\ &-\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}})\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_1\boldsymbol{\Gamma} + 2(\boldsymbol{\mu} - \dot{\boldsymbol{X}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Gamma},\end{aligned} \tag{25}$$

式中$\boldsymbol{Q}_1 = -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}$.

由于$\|\boldsymbol{\Gamma}_1\| = \sqrt{|\tilde{S}_1| + |\tilde{S}_2| + |\tilde{S}_3|}$, 因此有

$$\|\boldsymbol{\Gamma}_1\|\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}}) \geqslant 1. \tag{26}$$

根据杨氏不等式和式(26), 可得

$$\begin{aligned}&(\lambda_3 + \delta)\| - \lambda_2\boldsymbol{\Gamma}_1 + 2\boldsymbol{\Gamma}_2\| \leqslant \\ &\|\boldsymbol{\Gamma}_1\|\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}})(\lambda_3 + \delta)\| - \lambda_2\boldsymbol{\Gamma}_1 + 2\boldsymbol{\Gamma}_2\| \leqslant \\ &\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}})(\lambda_3 + \delta)(\lambda_2\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}_2) = \\ &-\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}})\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_2\boldsymbol{\Gamma},\end{aligned} \tag{27}$$

式中

$$\boldsymbol{Q}_2 = \begin{bmatrix}-(\delta + \lambda_3)(\lambda_2 + 1)\boldsymbol{I}_{3\times3} & 0_{3\times3}\\ 0_{3\times3} & -(\delta + \lambda_3)\boldsymbol{I}_{3\times3}\end{bmatrix}.$$

将式(27)代入式(25)中, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_o \leqslant &-\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}})\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{\Gamma} \leqslant \\ &-\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}})\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})\|\boldsymbol{\Gamma}\|^2,\end{aligned} \tag{28}$$

式中$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_1 + \boldsymbol{Q}_2$, 设计参数$\lambda_2$和$\lambda_3$满足

$$\lambda_2 > 2(\delta + \lambda_3), \tag{29}$$

$$\frac{\lambda_2^3}{2} - \delta\lambda_2 > \lambda_3 + \delta. \tag{30}$$

根据式(24)和式(26), 可得

$$\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Omega}_{\tilde{\boldsymbol{S}}}) \geqslant \lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{P})V_o^{-\frac{1}{2}}. \tag{31}$$

将式(31)代入式(28), 可得

$$\dot{V}_o \leqslant -\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})\|\boldsymbol{\Gamma}\|^2\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{P})V_o^{-\frac{1}{2}} \leqslant -\mu_o V_o^{\frac{1}{2}}, \tag{32}$$

式中$\mu_o = \dfrac{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\boldsymbol{P})}{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})}$.

根据引理1、式(25)和式(32)可知, $\|\boldsymbol{\Gamma}\|$可在有限时间$T_o \leqslant 2V_o^{\frac{1}{2}}(0)/\mu_o$内收敛到零, 意味着观测器状态估计误差$\tilde{S}_i$和$\tilde{X}_i$在有限时间$T_o$内收敛到零.

2) $\tilde{S}_i = 0$的情况. 由式(19)可知: a) 若$\tilde{X}_i \neq 0$, 则$\dot{\tilde{S}}_i \neq 0$, 即$\tilde{S}_i$要么变大, 要么变小, 不会有$\tilde{S}_i \equiv 0$, 这就回到了情况1); b) 若$\tilde{X}_i = 0$, 则$\tilde{S}_i \equiv 0$, 即$\tilde{S}_i$将一直保持在零. 因此, 在此情况下观测器状态估计误差$\tilde{S}_i$和$\tilde{X}_i$能够在有限时间T_o内收敛到零.

定理 1 针对增广系统(15)–(16), 在假设1和假设2下, 通过适当选取设计参数$\lambda_1 > 0$、正的设计参数λ_2和λ_3满足式(29)和式(30), 所构造的新的ST扩张状态观测器状态估计误差$\tilde{S}_i$和$\tilde{X}_i (i = 1, 2, 3)$能够在有限时间内收敛到零, 可实现AUV不确定动态和未知海洋环境扰动引起的总扰动的有限时间实时估计.

3.3 ST控制律设计

设计如下新的ST控制律:

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \boldsymbol{B}_0^{-1}(-\boldsymbol{F}' - \hat{\boldsymbol{X}} - \lambda_4\lfloor \boldsymbol{S}'\rceil^{\frac{1}{3}} + \boldsymbol{\kappa}), \tag{33}$$

$$\dot{\boldsymbol{\kappa}} = -\lambda_5 \mathrm{Tanh}(\boldsymbol{S}'^{\frac{1}{3}}), \tag{34}$$

式中: λ_4和λ_5为正设计参数; $\boldsymbol{\kappa} \in \mathbb{R}^3$为中间向量; $\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F} - \lambda_1[\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\upsilon}_v + \boldsymbol{J}_2(\boldsymbol{\eta}) - \dot{\boldsymbol{\eta}}_d) + \boldsymbol{\xi}]$, $\boldsymbol{S}' = \boldsymbol{z} + \lfloor \dot{\boldsymbol{z}}\rceil^{\frac{3}{2}}/\lambda_1$.

将式(33)–(34)代入式(12)中得

$$\ddot{\boldsymbol{z}} = -\lambda_4\lfloor \boldsymbol{S}'\rceil^{\frac{1}{3}} + \boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\Gamma}_2 = -\lfloor \boldsymbol{S}'\rceil^{\frac{1}{3}} + \boldsymbol{\Gamma}_3, \tag{35}$$

式中$\boldsymbol{\Gamma}_3 = [\Gamma_{3,1}\ \ \Gamma_{3,2}\ \ \Gamma_{3,3}]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\Gamma}_2$.

首先, 选取如下李雅普诺夫预选函数[16]:

$$V_i = \beta|z_i|^{\frac{5}{3}} + z_i\dot{z}_i + \frac{2|\dot{z}_i|^{\frac{5}{2}}}{5\lambda_1} - \frac{\dot{z}_i\Gamma_{3,i}^3}{\lambda_4^3} + \gamma|\Gamma_{3,i}|^5, \tag{36}$$

式中: β和γ为正常数; V_i是一个齐次度$\delta_{V_i} = 5$、权$r_{V_i} = [3,2,1]$的齐次函数. 由式(36)可知

$$V_i \geqslant \beta|z_i|^{\frac{5}{3}} - |z_i||\dot{z}_i| + \frac{2|\dot{z}_i|^{\frac{5}{2}}}{5\lambda_1} - \frac{|\dot{z}_i||\Gamma_{3,i}|^3}{\lambda_4^3} + \gamma|\Gamma_{3,i}|^5. \tag{37}$$

根据杨氏不等式, 有

$$|z_i||\dot{z}_i| \leqslant \frac{3}{5}c_1^{\frac{5}{3}}|z_i|^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{5}c_1^{-\frac{5}{2}}|\dot{z}_i|^{\frac{5}{2}}, \tag{38}$$

$$|\dot{z}_i||\Gamma_{3,i}|^3 \leqslant \frac{2}{5}c_2^{-\frac{5}{2}}|\dot{z}_i|^{\frac{5}{2}} + \frac{3}{5}c_2^{\frac{5}{3}}|\Gamma_{3,i}|^5, \tag{39}$$

式中c_1和c_2为正常数. 将式(38)和式(39)代入式(37)中, 可得

$$V_i \geqslant (\beta - \frac{3}{5}c_1^{\frac{5}{3}})|z_i|^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{5}(\frac{1}{\lambda_1} - c_1^{-\frac{5}{2}} - c_2^{-\frac{5}{2}}\frac{1}{\lambda_4^3})|\dot{z}_i|^{\frac{5}{2}} + (\gamma - \frac{3}{5}c_2^{\frac{5}{3}})|\Gamma_{3,i}|^5. \tag{40}$$

设$c_1 = (4\lambda_1)^{\frac{2}{5}}$, $c_2 = (\frac{4\lambda_1}{\lambda_4^3})^{\frac{2}{5}}$, $\beta > \frac{3}{5}(4\lambda_1)^{\frac{2}{3}}$, $\gamma > \frac{3}{5\lambda_4^5}(4\lambda_1)^{\frac{2}{3}}$, 则$V_i$是正定的.

V_i沿着式(34)和式(35)的导数为

$$\dot{V}_i = -\lambda_4(S_i' - \frac{\Gamma_{3,i}^3}{\lambda_4^3})^{\mathrm{T}}(\lfloor S'_i\rceil^{\frac{1}{3}} - \frac{\Gamma_{3,i}}{\lambda_4}) + (\frac{5}{3}\beta\lfloor z_i\rceil^{\frac{2}{3}} + \dot{z}_i)\dot{z}_i - \lambda_5|\Gamma_{3,i}^2|\cdot (5\gamma\lfloor\Gamma_{3,i}\rceil^2 - \frac{3\dot{z}_i}{\lambda_4^3})(\tanh S_i'^{\frac{1}{3}} + \frac{\dot{\Gamma}_{2,i}}{\lambda_5}), \tag{41}$$

记$\frac{\Gamma_{3,i}}{\lambda_4} = \iota_{1i}$, $\frac{\lambda_5}{\lambda_4} = \iota_2$, $\gamma\lambda_4^5 = \iota_3$, 则式(41)可写为

$$\dot{V}_i = -\lambda_4(S_i' - \iota_{1i}^3)(\lfloor S'_i\rceil^{\frac{1}{3}} - \iota_{1i}) + (\frac{5}{3}\beta\lfloor S_i' - \frac{\lfloor\dot{z}_i\rceil^{\frac{3}{2}}}{\lambda_1}\rceil^{\frac{2}{3}} + \dot{z}_i)\dot{z}_i - 3\iota_2|\iota_{1i}|^2\cdot (\frac{5}{3}\iota_3\lfloor\iota_{1i}\rceil^2 - \dot{z}_i)(\tanh(S_i'^{\frac{1}{3}}) + \frac{\dot{\Gamma}_{2,i}}{\lambda_5}). \tag{42}$$

考虑到函数$\lfloor\cdot\rceil^{\frac{2}{3}}$是赫尔德连续的, 且其赫尔德常数为$2^{\frac{1}{3}}$, 可得

$$\frac{5}{3}\beta\lfloor S_i' - \frac{\lfloor\dot{z}_i\rceil^{\frac{3}{2}}}{\lambda_1}\rceil^{\frac{2}{3}} + \dot{z}_i \leqslant \frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta|S_i'|^{\frac{2}{3}} - (\frac{5}{3}\beta\lambda_1^{-\frac{2}{3}} - 1)\dot{z}_i. \tag{43}$$

将式(42)中的$\frac{5}{3}\iota_3\lfloor\iota_{1i}\rceil^2 - \dot{z}_i$加、减$\frac{5}{3}\iota_3\lfloor S_i'\rceil^{\frac{2}{3}}$

$$\frac{5}{3}\iota_3\lfloor\iota_{1i}\rceil^2 - \dot{z}_i = \frac{5}{3}\iota_3(\lfloor\iota_{1i}\rceil^2 - \lfloor S_i'\rceil^{\frac{2}{3}}) - \dot{z}_i + \frac{5}{3}\iota_3\lfloor S_i'\rceil^{\frac{2}{3}}. \tag{44}$$

将式(43)和式(44)代入式(42)中, 可得

$$\dot{V}_i \leqslant -\lambda_4(S_i' - \iota_{1i}^3)(\lfloor S_i'\rceil^{\frac{1}{3}} - \iota_{1i}) + \Delta_i(S_i', \dot{z}_i, \iota_{1i}), \tag{45}$$

式中

$$\Delta_i(S_i', \dot{z}_i, \iota_{1i}) = \frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta|S_i'|^{\frac{2}{3}}\dot{z}_i - (\frac{5}{3}\beta\lambda_1^{-\frac{2}{3}} - 1)\dot{z}_i^2 + 5\iota_3\frac{(\lambda_3+\delta)}{\lambda_5}\iota_2|\iota_{1i}|^4 + 3\iota_2|\iota_{1i}|^2|\frac{5}{3}\iota_3(\lfloor\iota_3\rceil^2 - \lfloor S_i'\rceil^2) - \dot{z}_i| + 3\iota_2\frac{(\lambda_3+\delta)}{\lambda_5}|\iota_{1i}|^2|\dot{z}_i| - 5\iota_3\iota_2|S_i'|^{\frac{2}{3}}|\iota_{1i}|^2.$$

可见, $\dot{V}_i$是一个齐次度$\delta_{\dot{V}_i} = 5$、权$r_{\dot{V}_i} = [3,2,1]$的齐次函数.

下面证明$\dot{V}_i$是负定的.

1) 当$S_i' = \iota_{1i}^3$的时候, 式(45)变为

$$\dot{V}_i \leqslant -[|S_i'|^{\frac{2}{3}}\ \ |\dot{z}_i|]\boldsymbol{Q}_3\begin{bmatrix}|S_i'|^{\frac{2}{3}}\\ |\dot{z}_i|\end{bmatrix}, \tag{46}$$

式中

$$\boldsymbol{Q}_3 = \begin{bmatrix} 5\iota_2\iota_3(1 - \frac{\lambda_3+\delta}{\lambda_5}) & 0 \\ -\frac{1}{2}[\frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta + 3\iota_2(1 + \frac{\lambda_3+\delta}{\lambda_5})] & (\frac{5}{3}\beta\lambda_1^{-\frac{2}{3}} - 1) \end{bmatrix}.$$

若设计参数λ_4, λ_5和正常数β满足

$$\lambda_4 > \frac{[\frac{5}{3}2^{\frac{1}{3}}\beta + 3\iota_2(1+\frac{\lambda_3+\delta}{\lambda_5})]^{\frac{2}{5}}}{[20\gamma\iota_2(1-\frac{(\lambda_3+\delta)}{\lambda_5})(\frac{5}{3}\beta\lambda_1^{-\frac{2}{3}}-1)]^{\frac{1}{5}}}, \quad (47)$$

$$\lambda_5 > \lambda_3 + \delta, \quad (48)$$

$$\beta > \frac{3}{5}\lambda_1^{\frac{3}{2}}, \quad (49)$$

则$\dot{V}_i$是负定的.

2) 当$S_i' \neq \iota_{1i}^3$的时候, 式(45)变为

$$\dot{V}_i \leqslant -(\lambda_4 - \Delta_i'(S_i', \dot{z}_i, \iota_{1i}))(S_i' - \iota_{1i}^3)(\lfloor S_i' \rceil^{\frac{1}{3}} - \iota_{1i}), \quad (50)$$

式中

$$\Delta_i'(S_i', \dot{z}_i, \iota_{1i}) = \frac{\Delta_i(S_i', \dot{z}_i, \iota_{1i})}{(S_i' - \iota_{1i}^3)(\lfloor S_i' \rceil^{\frac{1}{3}} - \iota_{1i})}$$

是一个齐次度$\delta_{\Delta_i'} = 0$、权$r_{\Delta_i'} = [3, 2, 1]$的齐次函数, 因此, 它是紧集$\wp_i = \{(S_i', \dot{z}_i, \iota_1) \in \mathbb{R}^3 \| S_i'|^{\frac{2}{3}} + |\dot{z}_i| + |\iota_{1i}|^2 = 1\}$上的一个连续函数. 若设计参数$\lambda_4$满足

$$\lambda_4 > \max_{\wp_i}\{\Delta_i'(S_i', \dot{z}_i, \iota_{1i})\}, \quad (51)$$

则$\dot{V}_i$是负定的.

综上, 若设计参数满足恰当的关系, 则V_i是正定的, $\dot{V}_i$是负定的, 进一步, 由式(36)可知, $z_i, \dot{z}_i, \varGamma_{3,i}$是有界的, 因此, $\dot{V}_i$是有界的. 又因为V_i是齐次度$\delta_{V_i} = 5$的连续正定齐次函数, $\dot{V}_i$是齐次度$\delta_{\dot{V}_i} = 4$的连续负定齐次函数, 根据齐次函数相关引理可知, 存在正常数μ_i, 使得

$$\dot{V}_i \leqslant -\mu_i V_i^{\frac{4}{5}}. \quad (52)$$

进一步, 选取如下李雅普诺夫预选函数:

$$V_c = \sum_{i=1}^{3} V_i, \quad (53)$$

根据式(52)和引理2, 可得

$$\dot{V}_c \leqslant -\mu_c V_c^{\frac{4}{5}}, \quad (54)$$

式中$\mu_c = \min\{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}$.

根据式(54)和引理1可知, z_i可在有限时间$T_c \leqslant \frac{4}{\mu_c/5}V_c^{4/5}(0)$内收敛到零, 根据系统的性能要求、能力和限制条件, 预先设置AUV轨迹跟踪误差进入并不再超出预设的稳态误差带$[-\underline{e}_{i,\infty}, \bar{e}_{i,\infty}]$所需的期望时间$T$, 保证$T < T_c$, 则根据式(9)和注2可知, e_i满足式(7)和式(8)描述的预设性能, 且能够在有限时间T_c内收敛到零.

定理 2　考虑由系统(4)–(5)、ST扩张状态观测器(17)–(18)和ST控制律(33)–(34)构成的AUV三维轨迹跟踪闭环控制系统, 在假设1和假设2下, 通过适当选取正的设计参数$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$和$\lambda_5$满足式(29)–(30)(47)–(48)(51), AUV 的三维轨迹跟踪误差e_i $(i = 1, 2, 3)$可满足式(7)和式(8)所描述的预设性能, 且能够在有限时间T_c内收敛到零.

注 3　针对单输入单输出系统, 文献[20–22]设计了常规ST扩张状态观测器及常规ST控制律, 在那里, 系统稳定性分析依赖于"观测器状态估计误差的绝对值小于跟踪误差绝对值的平方根"这一假设条件; 而本文所提出的新的ST扩张状态观测器以及新的ST控制律的设计方法是针对多输入多输出系统的, 更具有一般性, 且通过选取恰当的李雅普诺夫函数(37), 系统的稳定性分析不依赖于上述严格假设.

4　仿真验证

这部分以一艘AUV为例进行仿真, 其运动数学模型参数[8]如下:

$$m_{11,\text{nom}} = 25\ \text{kg},\ m_{22,\text{nom}} = 17.5\ \text{kg},$$
$$m_{33,\text{nom}} = 30\ \text{kg},\ m_{44,\text{nom}} = 22.5\ \text{kg}\cdot\text{m}^2,$$
$$m_{55,\text{nom}} = 15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2,\ d_{11} = 30\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1},$$
$$d_{22} = 30\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1},\ d_{33} = 30\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1},$$
$$d_{44} = 20\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1},\ d_{55} = 20\ \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1},$$
$$\rho_w \text{g}\nabla\overline{GM}_L = 5\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}.$$

4.1　所设计控制律的性能

为了验证本文所设计控制律的有效性, 下面在两种情况下对所设计控制律进行仿真实验.

情况 1　海洋环境扰动选取为

$$\boldsymbol{d}(t) = [5s(0.1\pi t)\ \ 0.5s(0.1\pi t)\ \ 0.5c(0.1\pi t)\ \ 2c(0.1\pi t)\ \ 5s(0.05\pi t) + 5c(0.05\pi t)]^{\text{T}}.$$

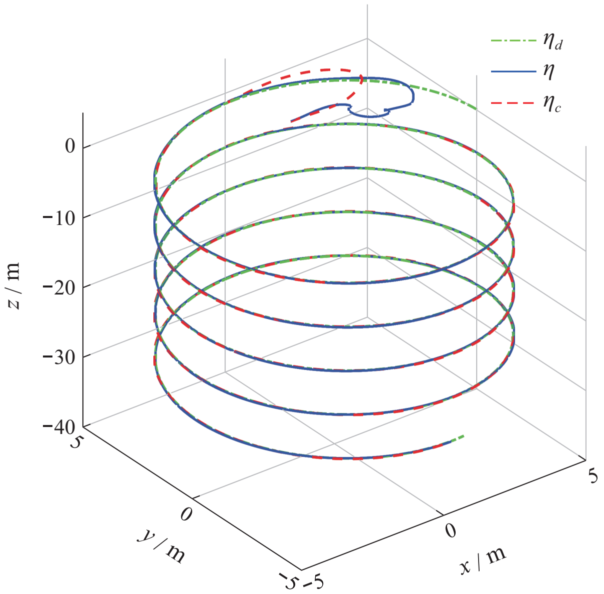
AUV的期望轨迹设为$\boldsymbol{\eta}_d = [5c(0.1t)\ \ 5s(0.1t)\ \ -0.1t]^{\text{T}}$.

设AUV的初始状态为$\boldsymbol{\eta}(0) = [0\ \ 2\ \ 2\ \ 0\ \ 0]^{\text{T}}$, $\boldsymbol{\upsilon}(0) = [0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\text{T}}$. 选取预设性能函数(8)中的参数$\underline{e}_{1,0} = 6$, $\underline{e}_{2,0} = \underline{e}_{3,0} = 1$, $\bar{e}_{1,0} = 2$, $\bar{e}_{2,0} = \bar{e}_{3,0} = 3$, $\underline{e}_{i,\infty} = \bar{e}_{i,\infty} = 0.1$, $T = 10$. 选取观测器和控制律设计参数$\lambda_1 = 150$, $\lambda_2 = \lambda_4 = 2$, $\lambda_3 = \lambda_5 = 0.1$. 仿真结果用实线画在图3中, 控制性能指标总结在表1中, 其中:

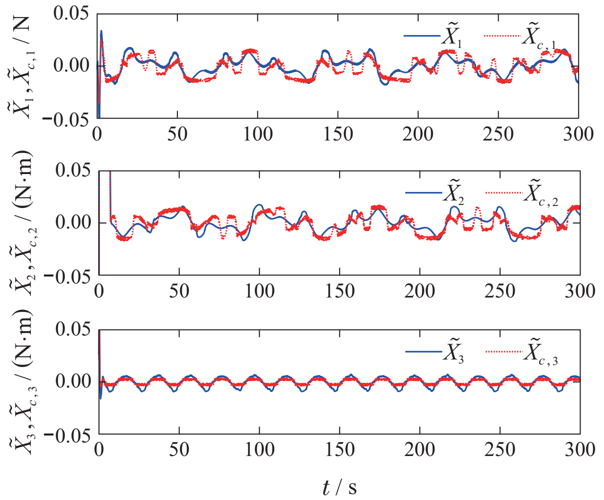
$$\text{IEA}_{\tilde{\boldsymbol{X}}} = \int_0^{300} \|\tilde{\boldsymbol{X}}\| \text{d}t,\ \text{IEA}_{\boldsymbol{e}} = \int_0^{300} \|\boldsymbol{e}\| \text{d}t,$$

$T_a = \max\{T_1, T_2, T_3\}$, T_i为e_i进入并不再超出稳态误差带的实际时间.

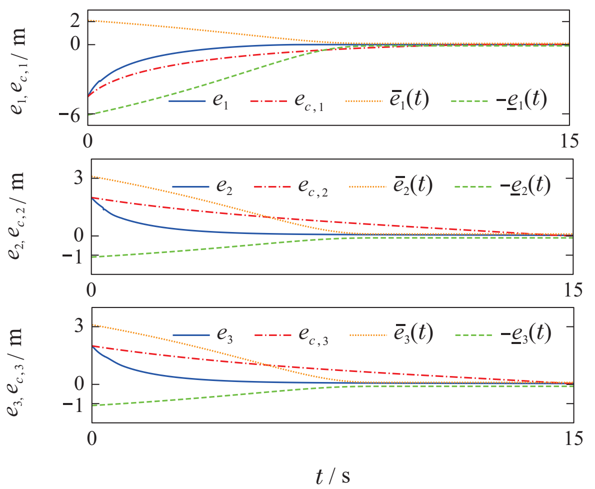
由图3(a)可见, AUV的实际运动轨迹能够跟踪期望的轨迹; 图3(b)和表1中的性能指标$\text{IEA}_{\tilde{\boldsymbol{X}}}$表明所构造的ST扩张状态观测器能够实时估计AUV不确定动态和未知时变海洋环境扰动构成的总扰动, 正如定理1所述; 图3(c)和表1中的性能指标$\text{IEA}_{\boldsymbol{e}}$和$T_a$表明, AUV轨迹跟踪误差$\boldsymbol{e}$在$T_a = 8.95\ \text{s} < T = 10\ \text{s}$进入并不再超出预设的稳态误差带, 正如定理2中所述; 图3(d)表明AUV的控制输入是合理的.



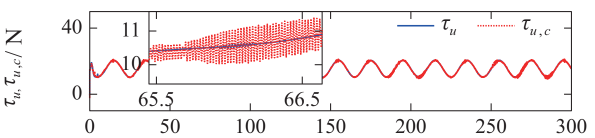
(a) AUV期望轨迹和实际轨迹

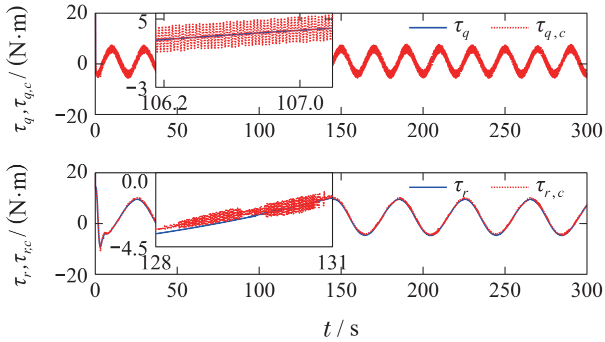


(b) 观测器的总扰动估计误差



(c) 前15 s的AUV位置误差





(d) AUV的控制输入

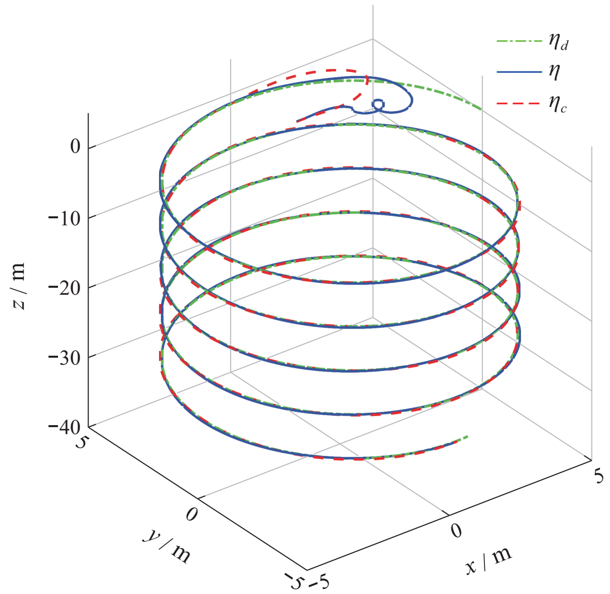
图 3 情况1下的仿真结果

Fig. 3 Simulation results in case 1

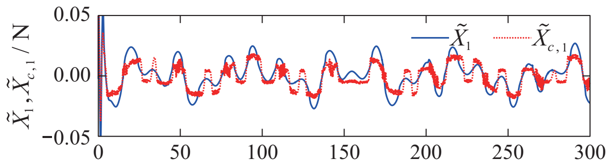
情 况 2 AUV 惯 性 矩 阵 摄 动 $\Delta \boldsymbol{M} = +30\% \cdot \boldsymbol{M}_{\text{nom}}$, 海洋环境扰动增大为

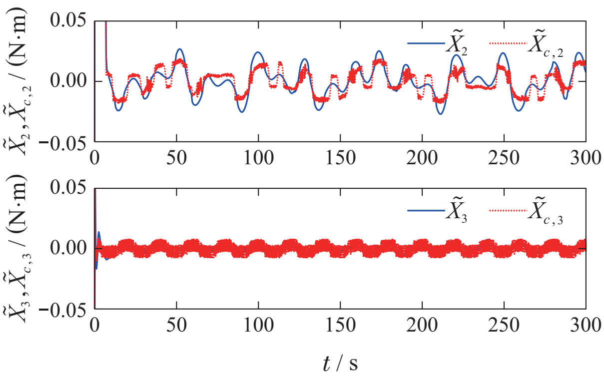
$$\boldsymbol{d}(t) = [10s(0.1\pi t)\ \ s(0.1\pi t)\ \ c(0.1\pi t)\ \ 4c(0.1\pi t)\ \ 10s(0.05\pi t) + 10c(0.05\pi t)]^{\mathrm{T}}.$$

AUV的期望轨迹、初始状态以及设计参数均与情况1的相同, 这意味着所设计的控制律在参数摄动和扰动增大情况下保持不变. 仿真结果用实线画在图4中, 控制性能指标总结在表1中, 可见, 本文所设计的控制律展现了与情况1同样令人满意的控制效果, 表明其对AUV存在的不确定动态和未知海洋环境扰动具有良好的鲁棒性.

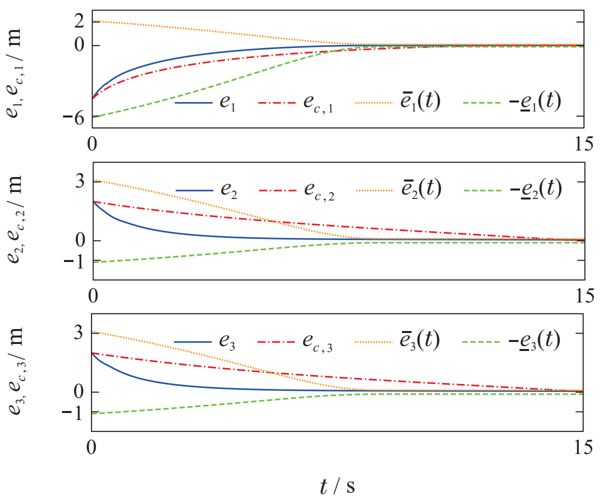


(a) AUV期望轨迹和实际轨迹

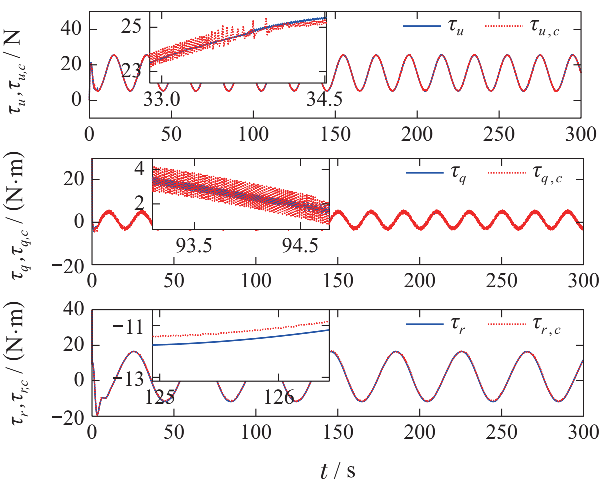




(b) 观测器的总扰动估计误差



(c) 前15 s的AUV位置误差



(d) AUV的控制输入

图 4　情况2下的仿真结果

Fig. 4　Simulation results in case 2

表 1　$\boldsymbol{\tau}_1$和$\boldsymbol{\tau}_c$在两种情况下的性能指标

Table 1　Performance indices of $\boldsymbol{\tau}_1$ and $\boldsymbol{\tau}_c$ in two cases

性能指标	$\boldsymbol{\tau}_1$		$\boldsymbol{\tau}_c$	
	情况1	情况2	情况1	情况2
$\mathrm{IEA}_{\tilde{\boldsymbol{X}}}$	4.71	5.90	4.08	5.24
$\mathrm{IEA}_{\boldsymbol{e}}$	9.32	11.26	22.11	23.20
T_a/s	8.97	9.31	14.93	14.97

4.2　仿真比较

为了验证本文所提出控制律的优越性, 本小节将其与如下常规有限时间预设性能控制律进行仿真比较:

$$\boldsymbol{\tau}_c = \boldsymbol{B}_0^{-1}(-\hat{\boldsymbol{X}}_c - \boldsymbol{F}_c' - \lambda_4 \lfloor \boldsymbol{S}_c' \rceil^{\frac{1}{3}} - \boldsymbol{\kappa}_c), \tag{55}$$

$$\dot{\boldsymbol{\kappa}}_c = -\lambda_5 \lfloor \boldsymbol{S}_c' \rceil^0, \tag{56}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{S}}}_c = \boldsymbol{B}_0 \boldsymbol{\tau}_c + \hat{\boldsymbol{X}}_c + \boldsymbol{F}_c - \lambda_2 \lfloor \tilde{\boldsymbol{S}}_c \rceil^{\frac{1}{2}}, \tag{57}$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{X}}}_c = -\lambda_3 \lfloor \tilde{\boldsymbol{S}}_c \rceil^0, \tag{58}$$

式中所有符号的含义均与所提出的控制律中符号的含义相同, 下标“c”代表“被比较的”.

在第4.1节中的两种情况下进行仿真, 仿真中AUV的期望轨迹、初始状态以及设计参数也均与第4.1节中的相同. 仿真结果用虚线画在图3–4中, 控制性能指标总结在表1中. 图3(a)–(b)、图4(a)–(b)和表1中的性能指标$\mathrm{IEA}_{\boldsymbol{e}}$和$T_a$表明, AUV的实际轨迹能够跟踪期望的轨迹, 但是$\boldsymbol{\tau}_c$不能像本文所提出的控制律$\boldsymbol{\tau}_1$那样保证AUV轨迹跟踪误差在10 s内收敛到稳态误差带, 本文所提出的控制律$\boldsymbol{\tau}_1$具有更好的瞬态控制性能; 另一方面, 从图3(b)、(d)和图4(b)、(d)可见, $\tilde{\boldsymbol{X}}_c$和$\boldsymbol{\tau}_c$均存在抖振现象, 而$\tilde{\boldsymbol{X}}$及$\boldsymbol{\tau}_1$均没有抖振现象.

5　结论

本文提出新型预设性能函数, 可根据系统的性能要求、能力和限制条件, 预先设置AUV轨迹跟踪误差进入并不再超出预设的稳态误差带所需的期望时间, 提高了系统的响应速度, 并提出了新的去抖振ST算法. 基于上述, 设计了新的ST扩张状态观测器和欠驱动AUV三维轨迹跟踪ST控制律, 实现了具有不确定动态和未知时变海洋环境扰动的欠驱动AUV三维轨迹跟踪有限时间控制, 同时保证AUV轨迹跟踪控制满足预设的瞬态和稳态性能. 本文所提出的跟踪控制策略能够推广应用于诸如飞行器、无人车等一大类多输入多输出不确定非线性系统的轨迹跟踪有限时间预设性能控制.

参考文献:

[1] PALIOTTA C, LEFEBER E, PETTERSEN K Y, et al. Trajectory tracking and path following for underactuated marine vehicles. *IEEE Transactions Control System Technology*, 2019, 27(4): 1423 – 1437.

[2] XIA Y K, XU K, LI Y, et al. Improved line-of-sight trajectory tracking control of under-actuated AUV subjects to ocean currents and input saturation. *Ocean Engineering*, 2019, 174: 14 – 30.

[3] YU C Y, XIANG X B, WILSON P A, et al. Guidance-error-based robust fuzzy adaptive control for bottom following of a flight-style AUV with saturated actuator dynamics. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(5): 1887 – 1899.

[4] WANG Hongjian, CHEN Ziyin, JIA Heming, et al. Three-dimensional path-following control of underactuated autonomous underwater vehicle with command filtered backstepping. *ACTA Automatioca Sinica*, 2015, 41(3): 631 – 645.

(王宏健, 陈子印, 贾鹤鸣, 等. 基于滤波反步法的欠驱动AUV三维路径跟踪控制. 自动化学报, 2015, 41(3): 631 – 645.)

[5] XIANG X B, YU C Y, ZHANG Q. Robust fuzzy 3D path following for autonomous underwater vehicle subject to uncertainties. *Computers & Operations Research*, 2016, 84: 165 – 177.

[6] YANG Ying, XIA Guoqing, ZHAO Weiguang. Path-following in 3D for underactuated autonomous underwater vehicle based on ocean-current observer. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(8): 974 – 980.
(杨莹, 夏国清, 赵为光. 基于海流观测器对欠驱动水下机器人进行三维路径跟随. 控制理论与应用, 2013, 30(8): 974 – 980.)

[7] LI J, DU J L, ZHU G B, et al. Simple adaptive trajectory tracking control of underactuated autonomous underwater vehicles under LOS range and angle constraints. *IET Control Theory and Applications*, 2020, 14(2): 283 – 290.

[8] SHOJAEI K, AREFI M. On the neuro-adaptive feedback linearizing control of underactuated autonomous underwater vehicles in three-dimensional space. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(8): 1264 – 1273.

[9] LI S H, WANG X Y, ZHANG L J. Finite-time output feedback tracking control for autonomous underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2015, 40(3): 727 – 751.

[10] LIU S Y, LIU Y C, WANG N. Nonlinear disturbance observer-based backstepping finite-time sliding mode tracking control of underwater vehicles with system uncertainties and external disturbances. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(1): 465 – 476.

[11] LI J, DU J L, SUN Y Q, et al. Robust adaptive trajectory tracking control of underactuated autonomous underwater vehicles with prescribed performance. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(14): 4629 – 4643.

[12] NA J, WANG S B, LIU Y J, et al. Finite-time convergence adaptive neural network control for nonlinear servo systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(6): 2568 – 2579.

[13] NA J, HUANG Y B, WU X, et al. Adaptive finite-time fuzzy control of nonlinear active suspension systems with input delay. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(6): 2639 – 2650.

[14] BECHLIOULIS C P, ROVITHAKIS G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2090 – 2099.

[15] LEVANT A. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, 1998, 34(3): 379 – 384.

[16] FRIDMAN L M, MORENO J A, BANDYOPADHYA B, et al. Continuous nested algorithms: the fifth generation of sliding mode controllers. *Recent Advances in Sliding Modes: From Control to Intelligent Mechatronics*. Switzerland: Springer, 2015.

[17] DO K D, PAN J. Control of ships and underwater vehicles: design for underactuated and nonlinear marine systems. London: Springer. 2009.

[18] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.

[19] ZUO Z Y. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks. *Automatica*, 2015, 54: 305 – 309.

[20] GUERMOUCHE M, ALI S A, LANGLOIS N. Super-twisting algorithm for dc motor position control via disturbance observer. *Proceedings of the 9th IFAC Symposium on Control of Power and Energy Systems*. New Delhi, India: IEEE, 2015, 48(30): 43 – 48.

[21] GAO P, ZHANG G M, OUYANG H M, et al. An adaptive super twisting nonlinear fractional order PID sliding mode control of permanent magnet synchronous motor speed regulation system based on extended state observer. *IEEE Access*, 2020, 8: 53498 – 53510.

[22] ZHANG M Y, GUAN Y L, ZHAO W W. Adaptive super-twisting sliding mode control for stabilization platform of laser seeker based on extended state observer. *Optik*, 2020, 199: 1 – 15.

作者简介:

杜佳璐 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性控制、自适应鲁棒控制、智能控制及其在海洋航行器中的应用, E-mail: dujl66@163.com;

李 健 博士研究生, 目前研究方向为水下机器人轨迹跟踪及编队控制, E-mail: dlmulj@163.com.