

# 不确定Euler–Lagrange多智能体系统经验回放自适应蜂拥控制

王希铭, 孙金生<sup>†</sup>, 李志韬, 吴梓杏

(南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

**摘要:** 针对具有可参数化线性回归的不确定项的Euler–Lagrange多智能体系统, 提出了一种基于经验回放的自适应蜂拥控制算法。在系统模型中的不确定项可以被分解为已知的回归矩阵和未知的回归参数的情况下, 该算法通过在线辨识未知参数, 降低了传统自适应蜂拥控制算法中估计参数收敛对持续激励条件的要求, 可以有效地提高蜂拥系统的性能。利用设计的滤波器, 在获得估计参数量与实际参数的误差信息的同时, 可以避免使用系统状态的导数信息。本文设计的自适应律不仅保证系统达成蜂拥控制的目标, 还通过记录不同时刻的误差信息, 使得系统在满足间断激励的情况下, 保证估计参数收敛于实际值。通过LaSalle不变集理论对算法进行了分析, 给出了理论证明。仿真验证了该算法的有效性。

**关键词:** 蜂拥控制; 多智能体系统; 自适应控制; 欧拉拉格朗日系统; 经验回放

**引用格式:** 王希铭, 孙金生, 李志韬, 等. 不确定Euler–Lagrange多智能体系统经验回放自适应蜂拥控制. 控制理论与应用, 2022, 39(9): 1699 – 1706

DOI: 10.7641/CTA.2021.10144

## Adaptive flocking algorithm for uncertain Euler–Lagrange multi-agent systems with experience replay

WANG Xi-ming, SUN Jin-sheng<sup>†</sup>, LI Zhi-tao, WU Zi-xing

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

**Abstract:** An adaptive flocking algorithm with experience replay is proposed for networked uncertain Euler–Lagrange multi-agent systems. Under the assumption that the uncertain terms can be decoupled into a known regression matrix and an unknown regression vector, the proposed algorithm can significantly improve the performance of the flocking system by identifying the unknown regression vectors online without satisfying the persistent excitation (PE) condition, which is required for the convergence of the estimated regression vectors in traditional adaptive flocking algorithms. The adaptive law designed in this paper not only guarantees the system to achieve the goal of flocking control, but also guarantees the convergence of the estimated parameters to the actual value by recording the error information at different times when the system meets the interval excitation condition. Finally, the algorithm is analyzed and proved by LaSalle's invariant set theory. Simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** flocking control; multi-agent systems; adaptive control; Euler–Lagrange systems; experience replay

**Citation:** WANG Ximing, SUN Jinsheng, LI Zhitao, et al. Adaptive flocking algorithm for uncertain Euler–Lagrange multi-agent systems with experience replay. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(9): 1699 – 1706

## 1 引言

多智能体协同控制在传感器网络<sup>[1–2]</sup>、电力系统<sup>[3]</sup>、集群机器人<sup>[4–5]</sup>等分布式系统中应用广泛, 近年来持续受到研究者的关注。多智能体蜂拥控制通过设计分布式的蜂拥策略, 使得智能体利用局部信息或预先约定的信息实现集群运动。为了更好地符合实际系统中智能体通信能力存在限制的情况, 蜂拥控制假设每个智能体仅仅与一定距离之内的智能体通信并实现集群运动, 使得蜂拥控制较编队控制具有更好的鲁

棒性与灵活性。目前, 已有的蜂拥控制算法多数假定智能体为双积分粒子<sup>[6–10]</sup>。这一假设便于控制器的设计与相应的理论分析。但同时也要注意到, 双积分模型仅仅考虑了智能体的位置和速度, 但忽略了诸如质量、摩擦力、重力等因素。因此, 使用更加符合实际应用场景的多智能体模型可以进一步提升蜂拥算法的理论价值和应用价值。

最近, 考虑到实际系统中往往具有复杂的非线性特性, 面向Euler–Lagrange (EL)多智能体模型的蜂拥

收稿日期: 2021–02–19; 录用日期: 2021–10–25。

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: jssun67@163.com; Tel.: +86 25-84315467-727。

本文责任编辑: 鲁仁全。

算法设计成为了热点问题. EL模型作为扩展的二阶系统模型, 具备良好的模型描述能力, 既可以描述诸如质量、摩擦力、重力等因素, 也可以广泛地对移动机器人<sup>[11]</sup>、卫星<sup>[12]</sup>、机械臂<sup>[13]</sup>等系统进行建模. 本文考虑不确定项可以被线性回归的情况, 即模型中的不确定部分可以分解为已知的回归矩阵和未知的模型参数(下面简称参数), 这在降低建模成本的同时提高了控制器的鲁棒性. 因此, 基于不确定EL多智能体模型的协同控制算法受到越来越多的关注<sup>[12, 14-20]</sup>.

在已有文献中, 主要使用两种方法处理模型中的不确定性: 高增益方法和自适应方法. 在高增益方法中, 模型中的不确定性项被视作扰动<sup>[21-22]</sup>, 使用足够大的增益补偿扰动使得系统稳定. 高增益方法具有对模型的假设较少, 适用性强的优点, 但高增益容易带来抖动(chatting)的问题. 在自适应方法中, 算法依靠自适应率估计不确定项中的未知参数. 在这种方法中, 一旦估计参数收敛于实际参数, 那么不确定项的作用就可以被控制器抵消, 从而实现系统的稳定. 然而, 一个广为人知的结论是, 只有当回归矩阵满足持续激励(persistently exciting)条件时, 估计参数才会收敛于实际参数<sup>[23]</sup>. 但在大多数系统中, 回归矩阵是否满足持续激励条件难以在线判断<sup>[24]</sup>, 并且随着系统的状态趋于稳定, 持续激励条件也越来越难以满足. 虽然文献[12, 16, 25-26]分别利用自适应控制设计了蜂拥控制算法并使得系统稳定, 但这些算法不能保证估计参数收敛到实际参数, 从而严重影响了控制器的性能<sup>[27]</sup>. 为了降低或消除控制器性能的下降, 一种简单的处理方法是为自适应律设置较大的增益, 以期望系统在尚未稳定之前, 尽可能地使得估计参数向实际参数靠近, 从而获得更小的估计误差. 然而, 文献[28-29]指出, 自适应律中增益存在最优值, 这意味着选择过大的增益反而会降低估计参数的收敛速度. 此外, 对于蜂拥控制这种分布式的系统来说, 仅仅使用局部信息为每个智能体计算出最优增益是十分困难的. 因此, 研究如何使得自适应蜂拥系统中的估计参数收敛到实际参数是十分必要的.

为了降低自适应系统中估计参数收敛对持续激励条件的依赖, 研究者提出了基于经验回放的自适应方法. Chowdhary等<sup>[24, 27]</sup>首次提出了并行学习自适应控制(concurrent learning (CL) adaptive control). 首先, 这种控制方法在不同时刻记录系统的状态与输入等信息, 从而利用这些信息之间的关系获得参数估计误差; 然后, 通过设计新的自适应率以回放这些经验数据, 使得估计参数收敛到实际参数. 文献[30]指出, 相比较于持续激励条件, 并行学习自适应控制中估计参数的回归依赖于间歇激励(interval excitation)条件<sup>[31]</sup>. 间歇激励条件比持续激励更弱, 在常见系统中容易满足. 最近, 为了避免并行学习自适应控制中对系统状态导

数信息的需求, Parikh等<sup>[32]</sup>提出了一种积分型的并行学习自适应控制(integral CL adaptive control). 这种算法的特点是通过积分算子获得估计参数的误差信息. 但由于在实际系统中积分器的数值有限, 因此该算法需要不断重置积分器以避免饱和. 为了进一步提高蜂拥算法的鲁棒性, 本文首先改进了积分形并行学习自适应控制, 设计了滤波器以取代微分器, 从而在无需系统状态导数信息的同时, 避免了记录数据时的重置步骤; 然后通过设计蜂拥控制算法以及自适应率, 实现了智能体对虚拟领导者的追踪, 碰撞避免, 形成预期队形等控制目标.

## 2 模型描述

### 2.1 多智能体系统模型

考虑由 $N$ 个EL粒子组成的 $n$ 维多智能体系统

$$M_i \ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + G_i(q_i) = \tau_i, \quad (1)$$

其中对于第*i*个智能体,  $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i \in \mathbb{R}^n$ 分别表示其位置, 速度和加速度, 矩阵 $M_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是未知的定常惯性矩阵,  $C_i(q_i, \dot{q}_i)$ 表示科里奥利-向心矩阵矩阵,  $G_i(q_i) \in \mathbb{R}^n$ 表示重力,  $\tau_i \in \mathbb{R}^n$ 表示控制输入. EL系统具有如下性质:

**假设1**<sup>[33]</sup>  $M_i$ 是正定对称矩阵.

**假设2**<sup>[33]</sup>  $\frac{1}{2}M_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)$ 是斜对称矩阵, 即

$$\text{对于任意向量 } z \in \mathbb{R}^n, z^T (\frac{1}{2}M_i + C_i(q_i, \dot{q}_i))z = 0.$$

**假设3** 方程(1)的不确定项可以分别被如下非线性参数化, 对于任意向量 $\alpha \in \mathbb{R}^n$ 和 $\beta \in \mathbb{R}^n$ , 下述公式成立:

$$M_i \alpha = Y_{1,i}(\alpha) \theta_{1,i}, \quad (2)$$

$$C_i(q_i, \dot{q}_i) \beta + G_i(q_i) = Y_{2,i}(q_i, \dot{q}_i, \beta) \theta_{2,i}, \quad (3)$$

其中:  $Y_{1,i}(\alpha) = (\alpha^T \otimes I_n)$ ,  $Y_{2,i}(q_i, \dot{q}_i, \beta)$ 是已知的回归矩阵,  $\theta_{1,i} = (M_i)_{\text{vec}}$ 和 $\theta_{2,i}$ 是未知且时不变的回归向量. 这里, 运算符 $\otimes$ 表示克罗内克(Kronecker)积,  $(\cdot)_{\text{vec}}$ 表示由矩阵按列堆叠的列向量.

**注1** 假设3要求模型中的未知参数可以与已知部分分离. 在实际系统中, 若该假设不被满足, 则可以使用径向基神经网络逼近 $Y_{2,i}$ . 此时, 径向基神经网络的设计可以参考文献[34].

根据假设3, 方程(1)的左侧第1项到第4项可以被如下非线性参数化:

$$M_i \alpha + C_i(q_i, \dot{q}_i) \beta + G_i(q_i) = Y_i(q_i, \dot{q}_i, \alpha, \beta) \theta_i, \quad (4)$$

其中:  $\theta_i = [\theta_{1,i}^T \ \theta_{2,i}^T]^T$ ,

$$Y_i(q_i, \dot{q}_i, \alpha, \beta) = [Y_{1,i}(\alpha), Y_{2,i}(q_i, \dot{q}_i, \beta)]. \quad (5)$$

下文用 $Y_{1,i}$ 表示 $Y_{1,i}(\dot{q}_i)$ , 用 $Y_{2,i}$ 表示 $Y_{2,i}(q_i, \dot{q}_i, \dot{q}_i)$ , 以及用 $Y_i$ 表示 $[Y_{1,i}, Y_{2,i}]$ .

传统蜂拥控制中, 虚拟领导者往往被假设具有固定的速度<sup>[10,35]</sup>, 对蜂拥算法在实际系统中的应用造成不便. 与文献[12]类似, 本文假设虚拟领导者 $q_0$ 的信号 $(q_0, \dot{q}_0, \ddot{q}_0)$ 足够光滑, 从而允许智能体跟踪具有加速度的虚拟领导者.

## 2.2 通信结构

图论模型是描述多智能体系统通信结构的常用数学工具. 在本文中, 无向图 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{W})$ 用来描述智能体之间的通信结构, 其中 $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ 是顶点集,  $\mathcal{E} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{V}, \|q_i - q_j\| \leq r\}$ 是边集,  $\mathcal{W} = [w_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是权重矩阵. 这里, 常数 $r > 0$ 是智能体之间的最大通信距离. 如果两个智能体对应的顶点之间存在边, 则称其为相邻智能体. 使用集合 $\mathcal{N}_i = \{j : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 表示第*i*个智能体的相邻集. 使用 $D$ 和 $A$ 分别表示图 $\mathcal{G}$ 的度矩阵和邻接矩阵, 若所有的权重 $w_{ij} \geq 0$ , 则图的拉普拉斯 $\mathcal{L} = D - A$ 半正定, 对于向量 $q = [q_1^T \ \dots \ q_N^T]^T$ , 下式成立:

$$q^T (\mathcal{L} \otimes I_n) q \geq 0. \quad (6)$$

## 3 滤波回归器

滤波回归器使用线性滤波器分离方程中的可观测信号与未知参数, 在模型辨识与自适应回归算法中具有广泛应用<sup>[30]</sup>. 本节提出一种利用线性回归器来处理EL模型(1)的方法, 从而帮助后续自适应率的设计. 首先, 式(1)可以等价地表示为

$$M_i \frac{d}{dt}(\dot{q}_i) + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) = \tau_i. \quad (7)$$

其次, 考虑假设3, 式(7)可以进一步写成

$$\frac{d}{dt} Y_{1,i} \theta_{1,i} + Y_{2,i} \theta_{2,i} = \tau_i. \quad (8)$$

**引理1** (滤波回归) 定义滤波变量 $\mathcal{X}_i, \mathcal{Y}_i$ 和 $\mathcal{T}_i$ 如下:

$$\dot{\mathcal{X}}_i = -a_i \mathcal{X}_i + a_i Y_{1,i}, \quad (9)$$

$$\dot{\mathcal{Y}}_i = -a_i \mathcal{Y}_i + Y_{2,i}, \quad (10)$$

$$\dot{\mathcal{T}}_i = -a_i \mathcal{T}_i + \tau_i, \quad (11)$$

其中 $a_i$ 为任意常数, 滤波变量的初值分别为 $\mathcal{X}_i(t_0) = Y_{1,i}(t_0), \mathcal{Y}_i(t_0) = 0, \mathcal{T}_i(t_0) = 0$ , 可得

$$\mathcal{W}_i \theta_i = \mathcal{T}_i, \quad (12)$$

其中向量 $\theta_i \in \mathbb{R}^{s_i \times 1}$ 和矩阵 $\mathcal{W}_i \in \mathbb{R}^{n \times s_i}$ 被定义为

$$\theta_i = [\theta_{1,i}^T \ \theta_{2,i}^T]^T, \quad (13)$$

$$\mathcal{W}_i = [Y_{1,i} - \mathcal{X}_i, \mathcal{Y}_i]. \quad (14)$$

**证** 当 $a_i = 0$ 时, 式(9)表明

$$\mathcal{X}_i = \mathcal{X}_i(t_0) = Y_{1,i}(t_0). \quad (15)$$

其次, 式(10)–(11)退化为积分形式

$$\mathcal{Y}_i = \int_{t_0}^t Y_{2,i}(\sigma) d\sigma, \quad (16)$$

$$\mathcal{T}_i = \int_{t_0}^t \tau_i(\sigma) d\sigma. \quad (17)$$

然后, 对式(8)两侧积分, 可得

$$Y_{1,i} \theta_{1,i} - Y_{1,i}(t_0) \theta_{1,i} + \int_{t_0}^t Y_{2,i}(\sigma) d\sigma \theta_{2,i} = \int_{t_0}^t \tau_i(\sigma) d\sigma. \quad (18)$$

最后, 将式(15)–(17)代入式(18), 可得

$$Y_{1,i} \theta_{1,i} - \mathcal{X}_i \theta_{1,i} + \mathcal{Y}_i \theta_{2,i} = \mathcal{T}_i. \quad (19)$$

整理后即为式(12). 当 $a_i \neq 0$ 时, 根据式(9)–(11), 容易验证如下等式成立:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_i \theta_{1,i} &= a_i e^{-a_i t} \int_{t_0}^t e^{a_i \sigma} Y_{1,i}(\sigma) \theta_{1,i} d\sigma + \\ &\quad e^{-a_i(t-t_0)} \mathcal{X}_i(t_0), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\mathcal{Y}_i \theta_{2,i} = e^{-a_i t} \int_{t_0}^t e^{a_i \sigma} Y_{2,i}(\sigma) \theta_{2,i} d\sigma, \quad (21)$$

$$\mathcal{T}_i = e^{-a_i t} \int_{t_0}^t e^{a_i \sigma} \tau_i(\sigma) d\sigma. \quad (22)$$

对式(20)使用分部积分法并将式(8)代入结果, 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_i \theta_{1,i} &= e^{-a_i t} e^{a_i \sigma} Y_{1,i}(\sigma) \theta_{1,i}|_{t_0}^t - \\ &\quad e^{-a_i t} \int_{t_0}^t e^{a_i \sigma} \frac{d}{d\sigma} (Y_{1,i}(\sigma)) \theta_{1,i} d\sigma + \\ &\quad e^{-a_i(t-t_0)} \mathcal{X}_i(t_0) = \\ &\quad Y_{1,i} \theta_{1,i} - e^{-a_i t} \int_{t_0}^t e^{a_i \sigma} \tau_i(\sigma) d\sigma + \\ &\quad e^{-a_i t} \int_{t_0}^t e^{a_i \sigma} Y_{2,i}(\sigma) \theta_{2,i} d\sigma. \end{aligned} \quad (23)$$

将式(21)–(22)代入式(23), 可得

$$\mathcal{X}_i \theta_{1,i} = Y_{1,i} \theta_{1,i} - \mathcal{T}_i + \mathcal{Y}_i \theta_{2,i}. \quad (24)$$

整理后即为式(12). 证毕.

在引理1中, 信号 $\mathcal{X}_i$ 可以视作信号 $Y_{1,i}$ 通过滤波器 $\frac{a_i}{s+a_1}$ 得到, 信号 $\mathcal{Y}_i$ 和 $\mathcal{T}_i$ 可以视作信号 $Y_{2,i}$ 和 $\tau_i$ 分别通过滤波器 $\frac{1}{s+a_i}$ 得到. 注意如果令 $a_i = 0$ , 则滤波回归器退化为积分器, 该方法类似于积分型并行学习<sup>[32]</sup>中介绍的数据采集机制. 此外, 虽然引理1的成立不依赖于 $a_i$ 的具体数值, 但为了使得滤波变量有界, 滤波器 $\frac{1}{s+a_i}$ 和 $\frac{a_i}{s+a_i}$ 必须满足有界输入有界输出(BIBO)稳定条件, 即滤波器的极点的实部位于原点左侧, 这说明应当选择 $a_i > 0$ 以保证滤波变量有界.

**注2** 滤波器 $\frac{1}{s}$ 不满足BIBO稳定条件, 因此积分型并行学习<sup>[32]</sup>需要重置积分器. 当 $a_i > 0$ 时, 本文使用的滤波回归器可以避免此问题.

## 4 经验回放自适应蜂拥控制

### 4.1 蜂拥规则设计

定义速度误差信号 $v_i$ 为

$$v_i \triangleq \dot{q}_i - \dot{q}_0(t). \quad (25)$$

对式(25)两侧微分, 从而得到

$$\dot{v}_i = \ddot{q}_i(t) - \ddot{q}_0. \quad (26)$$

接下来, 将式(25)–(26)代入式(1), 可得

$$\begin{aligned} M_i(\dot{v}_i + \ddot{q}_0) + C_i(q_i, \dot{q}_i)(v_i + \dot{q}_0(t)) + \\ G_i(q_i) = \tau_i. \end{aligned} \quad (27)$$

根据假设3, 式(27)可以等价表示为

$$M_i \dot{v}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)v_i = -\mathcal{Y}_i \theta_i + \tau_i, \quad (28)$$

其中 $\mathcal{Y}_i \triangleq Y_i(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_0, \dot{q}_0)$ . 使用类似于文献[35]中的方法, 定义吸引–排斥势能场为:  $\psi(z) = \int_l^z \rho_h(\frac{z^2}{r^2}) \tanh(z^2 - l^2) dz$  和领导者势能场 $\psi^d(z) = \frac{1}{2}z^2$ , 其中 $l \in (0, r)$ 是预期的智能体间距, 挤压函数 $\rho_h$ 被定义为

$$\rho_h(z) = \begin{cases} 1, & z \in [0, h], \\ \frac{1}{2} \cos(\frac{z-h}{1-h}\pi) + \frac{1}{2}, & z \in (h, 1), \\ 0, & z \in (1, \infty), \end{cases} \quad (29)$$

其中 $h \in [0, 1]$ . 注意 $\psi(z)$ 在 $z = l$ 处取得极小值, 并且

$$\psi(0) = \int_l^0 \tanh(-l^2) dz > 0.$$

简便起见, 记 $\psi_{ij} = \psi(\|q_i - q_j\|_2)$ 以及 $\psi_i^d = \psi^d(\|q_i - q_0\|_2)$ . 根据式(28)和定义的势能场, 设计自适应蜂拥控制器如下:

$$\begin{aligned} \tau_i = \mathcal{Y}_i \hat{\theta}_i - k_{a,i} v_i - k_{d,i} \nabla_{q_i - q_0} \psi^d - \\ k_b \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \nabla_{q_i} \psi_{ij} - k_{c,i} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\dot{q}_i - \dot{q}_j), \end{aligned} \quad (30)$$

其中: 常数 $k_{a,i} > 0$ ,  $k_b > 0$ ,  $k_{c,i} > 0$ ,  $k_{d,i} > 0$ , 以及智能体之间的接近度 $a_{ij} = \rho_h(\frac{\|q_i - q_j\|_2^2}{r^2})$ ; 向量 $\hat{\theta}_i$ 是对未知回归向量 $\theta_i$ 的估计, 并且 $\hat{\theta}_i$ 按照如下自适应律更新:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i (\mathcal{Y}_i^T v_i + \Lambda_i \sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) (\mathcal{T}_i(t_k) - \mathcal{W}_i(t_k) \hat{\theta}_i)), \quad (31)$$

其中:  $\Gamma_i$ 和 $\Lambda_i$ 是任意正定矩阵,  $\mathcal{J}_i = \{t_{i,1}, t_{i,2}, \dots\}$ 代表第*i*个智能体记录数据的时间的集合. 在式(31)中, 智能体记录数据 $(\mathcal{W}_i, \mathcal{T}_i)$ 的原则是尽可能地增大矩阵 $\sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) \mathcal{W}(t_k)$ 的最小特征值. 如下间歇激励条件是经验回放控制中常见的条件:

**定义1** (间歇激励) 存在时间段 $[t_a, t_b]$ 与常数

$\mu > 0$ , 使得 $\int_{t_a}^{t_b} \mathcal{W}_i^T(\sigma) \mathcal{W}(\sigma) d\sigma \geq \mu I_{s_i}$ 成立.

基于间歇激励条件, 本节为自适应率(31)做出如下假设以保证 $\hat{\theta}_i$ 收敛到 $\theta_i$ :

**假设4** 对于任意智能体*i*, 信号 $\mathcal{W}(t)$ 在时间段 $[t_a, t_b]$ 内间歇激励, 并且自适应率(31)记录足够多的数据对 $\{\mathcal{W}_i, \mathcal{T}_i\}$ 使得存在常数 $\mu > 0$ ,

$$\sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) \mathcal{W}_i(t_k) \geq \mu I_{s_i}$$

成立.

**注3** 根据 $\theta_{1,i}$ 的定义, 可知 $s_i \geq n^2 \geq n$ . 根据矩阵秩的性质, 可得为了使得假设4成立, 则第*i*个智能体应至少记录 $\lceil \frac{s_i}{n} \rceil$ 个数据对. 这里 $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整.

**注4** 为了尽可能保证信号 $\mathcal{W}_i$ 在时间段 $[t_a, t_b]$ 内激励, 可以在 $t \in [t_a, t_b]$ 时在虚拟领导者的信号中添加扰动. 通过在线检验, 一旦假设4成立, 即可以移除扰动并停止记录数据.

### 4.2 不变集分析

定义辅助变量 $x_i = q_i - q_0$ . 考虑李雅普诺夫函数 $V$ :

$$V = V_e + V_\theta + V_\psi, \quad (32)$$

其中:  $V_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N v_i^T M_i v_i$ ,  $V_\theta = \frac{1}{2} \sum_i \tilde{\theta}_i \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i$  以及 $\tilde{\theta}_i \triangleq \theta_i - \hat{\theta}_i$ , 矩阵 $\Gamma_i$ 被定义在式(31)中. 式(32)中的集体势能场 $V_\psi$ 被定义为

$$\begin{aligned} V_\psi = \frac{k_b}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \psi(\|x_i - x_j\|_2) + \\ \sum_{i=1}^N k_{d,i} \psi^d(\|x_i\|_2). \end{aligned} \quad (33)$$

下文简洁地用 $\phi_{ij}$ 和 $\phi_i^d$ 分别表示 $\nabla_{x_i} \psi(\|x_i - x_j\|_2)$ 和 $\nabla_{x_i} \psi^d(\|x_i\|_2)$ . 如下定理给出所设计算法的结果.

**定理1** 考虑多智能体系统(1), 使用控制算法(30)与自适应律(31). 假设初值时 $V(t_0)$ 有限, 并且自适应率满足假设4, 则如下结论成立:

1)  $\sum_{j \in \mathcal{N}_i} \phi_{ij} + \phi_i^d \rightarrow 0$ ,  $i \in [1, N]$  收敛于零, 即势能场函数 $V_\psi$ 收敛到极小值.

2) 所有智能体的位置的均值收敛于领导者的位  
置, 即 $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i$ 收敛于 $q_0$ .

3) 速度误差 $\|\dot{q}_i - \dot{q}_0\|_2$ ,  $i \in [1, N]$ 渐近收敛于零.

4) 若 $t > t_b$ ,  $\hat{\theta}_i$ 渐近收敛于 $\theta_i$ ,  $i \in [1, N]$ .

5) 存在常数 $r_{\max} > 0$ , 在任意时刻 $t$ 满足 $\|q_i - q_0\|_2 \leq r_{\max}$ ,  $i \in [1, N]$ .

6) 若 $V(t_0) < (1 + k')\psi(0)$ , 则至多 $k'$ 对智能体可能发生碰撞.

**证** 对 $V_e$ 求导并将式(28)代入到其导数, 可得

$$\dot{V}_e = \sum_{i=1}^N v_i^T M_i \dot{v}_i =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N v_i^T \dot{M}_i v_i + \sum_{i=1}^N v_i^T (-C_i(q_i, \dot{q}_i) v_i - \mathcal{Y}_i \theta_i + \tau_i). \quad (34)$$

使用假设2并将式(30)代入式(34), 可以进一步得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_e = & \sum_{i=1}^N v_i^T (-\mathcal{Y}_i \tilde{\theta}_i - k_{a,i} v_i - k_b \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \nabla_{q_i} \psi_{ij} - \\ & k_c \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\dot{q}_i - \dot{q}_j) - k_{d,i} \nabla_{q_i - q_0} \psi^d) - \\ & \sum_{i=1}^N v_i^T \mathcal{Y}_i \tilde{\theta}_i - k_b \sum_{i=1}^N \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\nabla_{q_i} \psi_{ij})^T v_i - \\ & \sum_{i=1}^N k_{a,i} \|v_i\|_2^2 = \\ & -k_c \sum_{i=1}^N \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (v_i - v_j)^T v_i - \\ & \sum_{i=1}^N k_{d,i} (\nabla_{q_i - q_0} \psi^d)^T v_i. \end{aligned} \quad (35)$$

下一步, 对 $V_\theta$ 求导并将式(31)代入求导结果, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta = & -\sum_i \tilde{\theta}_i^T \Lambda_i \sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) (\mathcal{T}_i(t_k) - \mathcal{W}_i(t_k) \tilde{\theta}_i) + \\ & \sum_i \tilde{\theta}_i^T \mathcal{Y}_i^T v_i = \\ & -\sum_i \tilde{\theta}_i^T \Lambda_i \sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) \mathcal{W}(t_k) \tilde{\theta}_i + \\ & \sum_i \tilde{\theta}_i^T \mathcal{Y}_i^T v_i. \end{aligned} \quad (36)$$

对于集体势能场 $V_\psi$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\psi = & \frac{k_b}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (\nabla_{q_i - q_j} \psi_{ij})^T (v_i - v_j) + \\ & \sum_{i=1}^N k_{d,i} (\nabla_{q_i - q_0} \psi_i^d)^T v_i. \end{aligned} \quad (37)$$

注意到吸引排斥势能场的对称性, 可得

$$\begin{aligned} & (\nabla_{q_i - q_j} \psi(\|q_i - q_j\|_2))^T (v_i - v_j) = \\ & (\nabla_{q_j - q_i} \psi(\|q_j - q_i\|_2))^T (v_j - v_i). \end{aligned} \quad (38)$$

从而有

$$\begin{aligned} \dot{V}_\psi = & k_b \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (\nabla_{q_i} \psi_{ij})^T v_i + \\ & \sum_{i=1}^N k_{d,i} (\nabla_{q_i - q_0} \psi_i^d)^T v_i. \end{aligned} \quad (39)$$

最后, 合并式(35)–(36)和式(39), 可得 $V$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\sum_{i=1}^N k_{a,i} \|v_i\|_2^2 - \\ & k_c \sum_{i=1}^N \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (v_i - v_j)^T v_i - \\ & \sum_i \tilde{\theta}_i^T \Lambda_i \sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) \mathcal{W}(t_k) \tilde{\theta}_i. \end{aligned} \quad (40)$$

记 $v = [v_1^T \cdots v_N^T]^T$ ,  $\tilde{\Theta} = [\tilde{\theta}_1^T \cdots \tilde{\theta}_N^T]^T$ ,  $K_a = \text{diag}\{k_{a,1}, \dots, k_{a,N}\}$ 以及 $\Xi = \text{diag}\{\xi_1, \dots, \xi_N\}$ , 其中 $\xi_i = \Lambda_i \sum_{t_k \in \mathcal{J}_i} \mathcal{W}_i^T(t_k) \mathcal{W}(t_k)$ . 可得李雅普诺夫函数 $V$ 的导数为

$$\dot{V} = -v^T ((K_a + \mathcal{L}) \otimes I_n) v - \tilde{\Theta}^T \Xi \tilde{\Theta} \leqslant 0. \quad (41)$$

根据LaSalle不变集原理, 如果假设4被满足, 则所有从初始集合出发的轨线渐近收敛于最大不变集 $\Omega_c$

$$\Omega_c \triangleq \{v_i = 0, \tilde{\theta}_i = 0, \forall i \in [1, N]\}, \quad (42)$$

其中 $v_i = 0$ 保证了智能体的速度渐近收敛于领导者的速度,  $\tilde{\theta}_i$ 保证了 $\tilde{\theta}_i$ 渐近收敛于 $\theta_i$ . 进一步, 由于李雅普诺夫函数(32)单调递减, 则函数(32)收敛到极小值, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时,  $q = [q_1^T \cdots q_N^T]^T$ 是方程

$$\nabla_q (\sum \sum \psi_{ij} + \psi_i^d) = 0 \quad (43)$$

的解, 从而得到 $\sum_{i=1}^N q_i = \frac{1}{N} q_0$ , 即智能体的平均位置收敛于领导者. 对于聚集性, 考虑李雅普诺夫函数 $V$ 单调递减, 从而在任意时刻, 对于任意智能体 $i$ ,  $\psi_i^d \leq V \leq V_0$ 成立. 根据吸引势能场 $\psi^d$ 的定义, 可得 $\frac{1}{2} \|q_i - q_0\|_2^2 \leq V_0$ , 从而存在 $r_{\max} = \sqrt{2V_0}$ 使得 $\max(\|q_i - q_0\|_2) \leq r_{\max}$ 成立, 保证了所有智能体聚集在以 $q_0$ 为中心的圆域中. 接下来, 使用反证法来证明碰撞避免和连通性保持的结论. 假设在时刻 $t' > t_0$ , 有超过 $k'$ 个智能体发生了碰撞, 则至少有 $1 + k'$ 个智能体发生碰撞, 因此 $V(t') \geq (1 + k')\psi(0)$ . 然而, 由于 $V$ 单调递减, 则 $V(t') \leq V(t_0) < (1 + k')\psi(0)$ , 从而导致矛盾. 这表明发生碰撞的智能体数量不会超过 $k'$ 个. 证毕.

**注 5** 根据文献[35], 如果所有相邻智能体的间距都是 $l$ , 则此时多智能体形成的队形成为 $\alpha$ 晶格状队形; 如果间距与 $l$ 存在误差, 则被称为准 $\alpha$ 晶格状队形. 同样根据文献[35]中的结果, 势能场函数 $V_\psi$ 收敛到极小值暗示了系统形成准 $\alpha$ 晶格状队形.

## 5 仿真实验

本节使用卫星模型来验证蜂拥算法的理论结果, 并且类似的模型也在文献[12]中被使用. 根据文献[36], 卫星的行为可以被下述模型描述:

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i - 2m_i \omega_0 \dot{y}_i - m_i \dot{\omega}_0 y_i - m_i \omega_0^2 x_i + \\ \frac{m_i g(r_0 + x_i)}{r_i^3} - \frac{m_i g}{r_0^2} = \tau_{i,x}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} m_i \ddot{y}_i + 2m_i \omega_0 \dot{x}_i + m_i \dot{\omega}_0 x_i - m_i \omega_0^2 y_i + \\ \frac{m_i g y_i}{r_i^3} = \tau_{i,y}, \end{aligned} \quad (45)$$

$$m_i \ddot{z}_i + \frac{m_i g z_i}{r_i^3} = \tau_{i,z}, \quad (46)$$

其中:  $r_i = \sqrt{(r_0 + x_i)^2 + y_i^2 + z_i^2}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{g/r_0^3}$ , 以

及 $r_0 = \|q_0\|$ . 这里 $g$ 是重力加速度,  $q_0$ 的运动方程是

$$m_0 \ddot{q}_0 = -\frac{g}{r_0^3} q_0. \quad (47)$$

令 $q_i = [x_i, y_i, z_i]$ , 卫星模型(44)–(46)对应的Euler–Lagrange模型为 $M_i = m_i I_3$ , 以及

$$C_i = m_i \begin{pmatrix} 0 & -2\omega_0 & 0 \\ 2\omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (48)$$

$$Y_i(q_i, \dot{q}_i, \alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \alpha(1) & \frac{-2\beta(2)}{\sqrt{r_0^3}} + \frac{3q_i(2)}{2\sqrt{r_0^5}} \dot{r}_0 & -\frac{q_i(1) + r_0}{r_0^3} + \frac{(r_0 + q_i(1))}{r_i^3} \\ \alpha(2) & \frac{2\beta(1)}{\sqrt{r_0^3}} - \frac{3q_i(1)}{2\sqrt{r_0^5}} \dot{r}_0 & -\frac{q_i(2)}{r_0^3} + \frac{q_i(2)}{r_i^3} \\ \alpha(3) & 0 & \frac{q_i(3)}{r_i^3} \end{pmatrix}. \quad (50)$$

考虑10个EL粒子组成的多智能体系统, 仿真时间为60 s, 最大通信距离 $r = 1.2$ , 预期间距1.0, 模型中的参数为 $m_i = 1, g = 9.8$ . 智能体的初始位置在 $x$ 轴和 $y$ 轴上的分量设置为区间[0, 5]内的随机值, 在 $z$ 轴上的分量设置为−5. 智能体的初始速度在每个坐标轴上的分量都设置为区间[−5, 5]内的随机值. 领导者的质量 $m_0 = 1$ , 初始位置为[5 0 0]<sup>T</sup>, 初始速递为[0 0.5 0]<sup>T</sup>. 控制器(30)中的参数设置为:  $k_{a,i} = 1, k_b = 10, k_{c,i} = 1, k_{d,i} = 1, \hat{\theta}_i$ 的初值设置为[0 0 0]<sup>T</sup>. 挤压函数(29)中的参数为 $h = 0.9$ . 自适应率(31)中的参数设置为:  $\Gamma_i = \text{diag}\{1, 1, 1\}, A_i = \text{diag}\{1, 1, 1\}$ . 滤波回归器(9)–(11)中的参数设置为 $a_i = 3$ , 并且在仿真时间内每隔0.6 s采集一次数据. 本仿真的对比算法为文献[12].

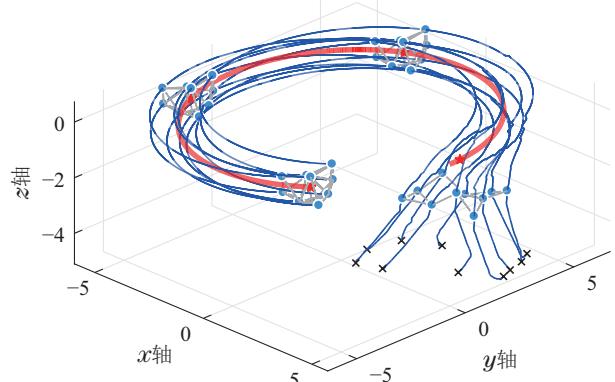
图1给出了本文提出的算法和比较算法形成的轨迹以及系统在第1 s, 22.5 s, 40 s, 60 s时形成的队形, 并且 $x$ 表示智能体初始位置, 圆点表示智能体, 五角星表示领导者, 每一条蓝色实线表示一个智能体的轨迹, 智能体之间的灰色实线表示对应的两个智能体之间可以相互通信, 红色虚线表示领导者的轨迹. 可以看出, 两个算法都可以使得多智能体系统跟踪虚拟领导者做蜂拥运动, 但本文提出的算法产生的轨迹较为平滑, 对比算法给出的轨迹在30 s和40 s之间产生了较大的波动. 这个波动产生的原因可以从参数估计方面给出. 图2给出了两个算法中估计参数的收敛情况, 图中虚线表示3个参数的实际值, 不同颜色的实线表示所有智能体在自适应律的作用下对实际参数的估计. 可以看出, 本文设计的算法使得估计参数在40 s时收敛到实际值, 并且收敛过程较为平稳, 而对比算法中的估计参数在30 s和40 s之间产生了较大的变化, 这导致了对比算法给出的控制输入产生较大变换, 从而对蜂拥系统的控制品质造成了负面影响.

根据图3和图4, 这种负面影响直观地体现在了对平均位置误差和速度误差上. 相对于比较算法, 本文

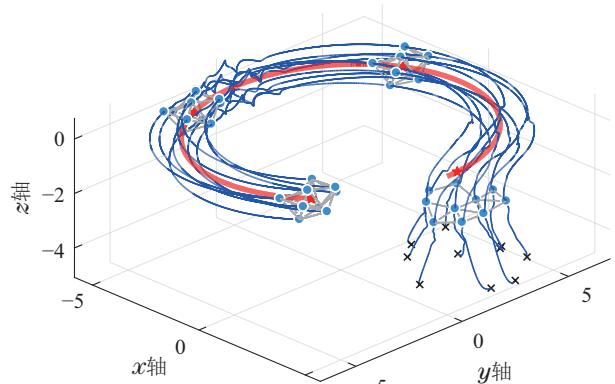
$$G_i = m_i \begin{pmatrix} -\dot{\omega}_0 y_i - \omega_0 x_i + \frac{g(r_0 + x_i)}{r_i^3} - \frac{g}{r_0^2} \\ \dot{\omega}_0 x_i - \omega_0 y_i + \frac{gy_i}{r_i^3} \\ \frac{gz_i}{r_i^3} \end{pmatrix}. \quad (49)$$

假设质量 $m_i$ 和重力加速度 $g$ 都不可测. 根据非线性参数归回的假设, 设置 $\theta_i = [m_i \ m_i \sqrt{g} \ m_i g]^T$ 以及

提出的算法在平均位置误差和速度误差方面较小, 而对比算法在30 s和40 s之间的误差较大. 最后, 图5验证了碰撞避免的性能. 由于仿真中使用了相对较大的势能场增益( $k_b = 10$ ), 因此两个算法都较好地实现了碰撞避免. 但需要注意的是, 对比算法中智能体之间的最小距离在30 s和40 s之间产生了波动, 这说明估计参数的收敛同样可以提高碰撞避免的性能.



(a) 设计的蜂拥算法



(b) 对比蜂拥算法<sup>[12]</sup>

图 1 蜂拥轨迹

Fig. 1 Trajectories of flocking systems

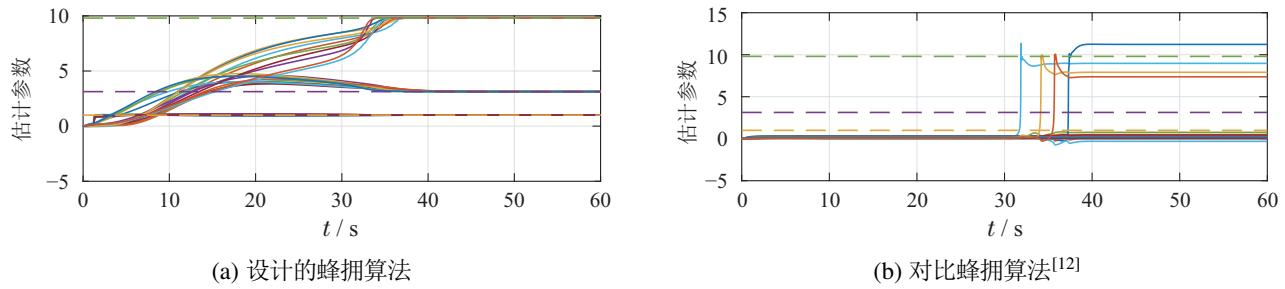


Fig. 2 Evolutions of estimated parameters, where dotted and solid lines represent parameters' actual and estimated values

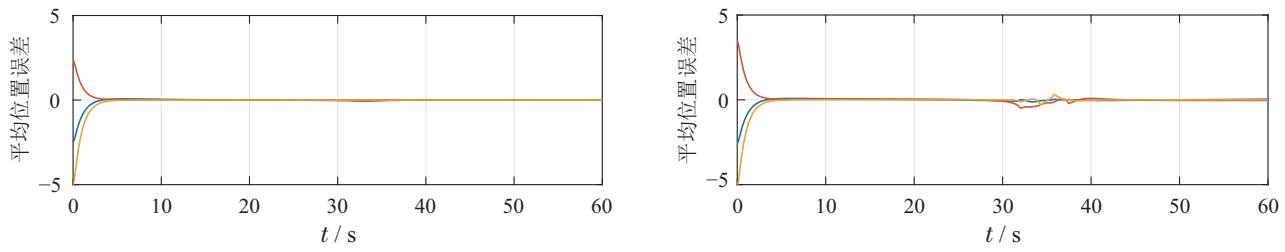


图 3 多智能体的平均位置误差随时间的变化

Fig. 3 Evolutions of the average position of all agents

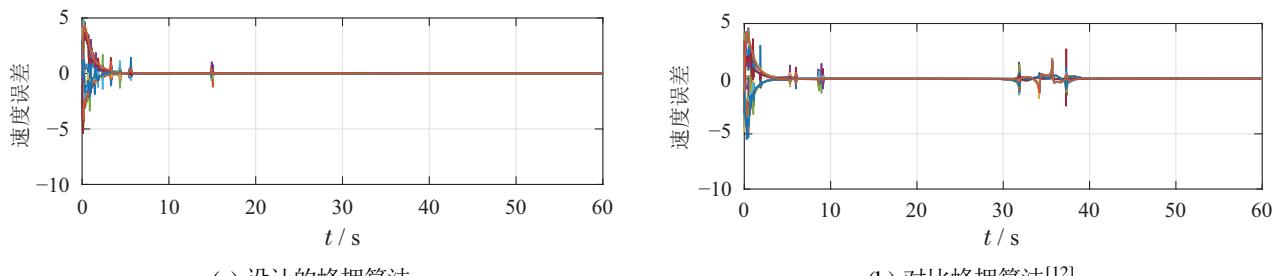


图 4 多智能体的速度误差随时间的变化

Fig. 4 Evolutions of the velocity errors of all agents

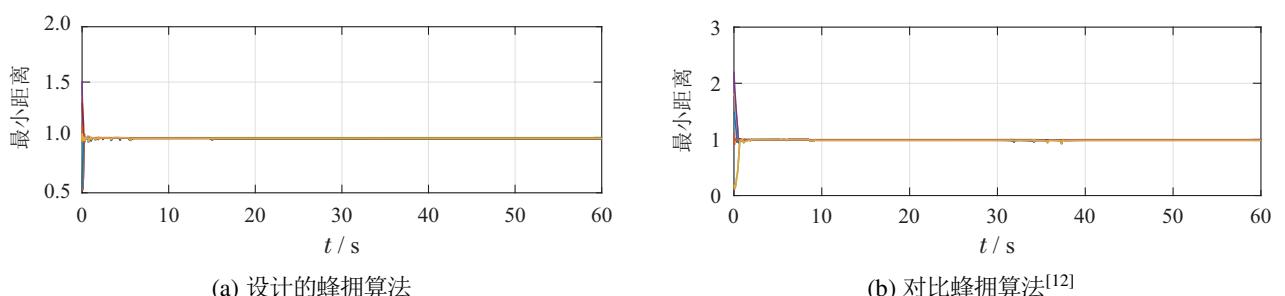


图 5 多智能体最小间距随时间的变化

Fig. 5 Evolutions of the minimal inter-distances of neighboring agents

6 结论

本文研究了一种基于经验回放的面向于不确定 Euler–Lagrange 多智能体系统的分布式蜂拥控制问题。通过设置滤波回归器并记录足够多的历史数据，在系统满足间歇激励条件并且不确定项可以被线性回归的情况下，所提出的算法保证智能体对模型中参数的估计值收敛于实际值，从而显著地提高了蜂拥系统的性能。为回归滤波器选择合适的参数，可以保证在输入信号有界的情况下，滤波器输出的信号有界，从而

避免了积分型并行学习自适应算法中积分器需要重置的问题。在系统初始值满足一定条件下，理论分析保证智能体之间不会发生碰撞。通过不变集分析，智能体的速度渐近收敛于领导者的速度，并最终在领导者的邻域内形成以领导者为几何中心的准 $\alpha$ 晶格状队形。

## 7 数据可用性声明

本文仿真实验的代码以及仿真数据见如下网址:  
<https://doi.org/10.5281/zenodo.5576955>

## 参考文献:

- [1] OLFATI-SABER R, JALALKAMALI P. Coupled distributed estimation and control for mobile sensor networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(10): 2609 – 2614.
- [2] ZHANG Lingling, ZHANG Ya. Distributed event-triggered multi-target filtering in sensor networks. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 1135 – 1144.  
(张玲玲, 张亚. 传感器网络分布式事件触发多目标估计. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1135 – 1144.)
- [3] PIPATTANASOMPORN M, FEROZE H, RAHMAN S. Multi-agent systems in a distributed smart grid: Design and implementation. *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*. Seattle: IEEE, 2009, 1 – 8.
- [4] HE L L, BAI P, LIANG X L, et al. Feedback formation control of uav swarm with multiple implicit leaders. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 72: 327 – 334.
- [5] YANG Xu, WANG Rui, ZHANG Tao. Review of unmanned aerial vehicle swarm path planning based on intelligent optimization. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2291 – 2302.  
(杨旭, 王锐, 张涛. 面向无人机集群路径规划的智能优化算法综述. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2291 – 2302.)
- [6] DONG Y, HUANG J. Flocking with connectivity preservation of multiple double integrator systems subject to external disturbances by a distributed control law. *Automatica*, 2015, 55(55): 197 – 203.
- [7] LI W, CHEN G R. The designated convergence rate problem of consensus or flocking of double-integrator agents with general non-equal velocity and position couplings. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(1): 412 – 418.
- [8] LUO X Y, LI X L, LI S B, et al. Flocking for multi-agent systems with optimally rigid topology based on information weighted Kalman consensus filter. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2017, 15(1): 138 – 148.
- [9] HU Y J, ZHAN J Y, LI X. Self-triggered distributed model predictive control for flocking of multi-agent systems. *IET Control Theory and Applications*, 2018, 12(18): 2441 – 2448.
- [10] YAZDANI S, HAERI M, SU H S. Sampled-data leader-follower algorithm for flocking of multi-agent systems. *IET Control Theory and Applications*, 2019, 13(5): 609 – 619.
- [11] ROY S, KAR I N, LEE J. Toward position-only time-delayed control for uncertain euler-lagrange systems: Experiments on wheeled mobile robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2017, 2(4): 1925 – 1932.
- [12] GHAPANI S, MEI J, REN W, et al. Fully distributed flocking with a moving leader for lagrange networks with parametric uncertainties. *Automatica*, 2016, 67: 67 – 76.
- [13] YANG Liang, CHEN Yong, LIU Zhi. Adaptive trajectory tracking control for manipulator with uncertain dynamics and kinematics. *Control and Decision*, 2019, 34(11): 2485 – 2490.  
(杨亮, 陈勇, 刘治. 基于参数不确定机械臂系统的自适应轨迹跟踪控制. 控制与决策, 2019, 34(11): 2485 – 2490.)
- [14] CHEAH C C, HOU S P, SLOTINE J J E. Region-based shape control for a swarm of robots. *Automatica*, 2009, 45(10): 2406 – 2411.
- [15] CAI H, HUANG J. Leader-following consensus of multiple uncertain euler-lagrange systems under switching network topology. *International Journal of General Systems*, 2014, 43(3/4): 294 – 304.
- [16] WANG H L. Flocking of networked uncertain euler-lagrange systems on directed graphs. *Automatica*, 2013, 49(9): 2774 – 2779.
- [17] LIU J, JI J C, ZHOU J, et al. Adaptive group consensus in uncertain networked euler-lagrange systems under directed topology. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 82(3): 1145 – 1157.
- [18] LU M B, LIU L. Leader-following consensus of multiple uncertain euler-lagrange systems subject to communication delays and switching networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(8): 2604 – 2611.
- [19] DONG Y, CHEN J. Adaptive control for rendezvous problem of networked uncertain euler-lagrange systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 2019, 49(6): 2190 – 2199.
- [20] LI R R. Distributed adaptive containment control for networked uncertain euler-lagrange systems. *International Journal of Systems Science*, 2019, 50(10): 1961 – 1975.
- [21] CHEN G. Cooperative controller design for synchronization of networked uncertain euler-lagrange systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(11): 1721 – 1738.
- [22] CHEN G, SONG Y D, LEWIS F L. Distributed fault-tolerant control of networked uncertain euler-lagrange systems under actuator faults. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 2017, 47(7): 1706 – 1718.
- [23] TAO G. *Adaptive Control Design and Analysis*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.
- [24] CHOWDHARY G, JOHNSON E. Concurrent learning for convergence in adaptive control without persistency of excitation. *The 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Atlanta: IEEE, 2010, 3674 – 3679.
- [25] LI X X, SU H S, CHEN M Z Q. Flocking of networked euler-lagrange systems with uncertain parameters and time-delays under directed graphs. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 85(1): 415 – 424.
- [26] DONG Y, HUANG J. Consensus and flocking with connectivity preservation of uncertain euler-lagrange multi-agent systems. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME*, 2018, 140(9): 91011.
- [27] CHOWDHARY G, YUCELEN T, MÜHLEGG M, et al. Concurrent learning adaptive control of linear systems with exponentially convergent bounds. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2013, 27(4): 280 – 301.
- [28] NARENDRA K S, ANNASWAMY A M. Persistent excitation in adaptive systems. *International Journal of Control*, 1987, 45(1): 127 – 160.
- [29] NARENDRA K S, ANNASWAMY A M. *Stable Adaptive Systems*. Massachusetts: Courier Corporation, 1989.
- [30] ORTEGA R, NIKIFOROV V, GERASIMOV D. On modified parameter estimators for identification and adaptive control. a unified framework and some new schemes. *Annual Reviews in Control*, 2020, 50: 278 – 293.
- [31] KREISSELMEIER G, RIETZE-AUGST G. Richness and excitation on an interval-with application to continuous-time adaptive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(2): 165 – 171.
- [32] PARIKH A, KAMALAPURKAR R, DIXON W E. Integral concurrent learning: Adaptive control with parameter convergence using finite excitation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2019, 33(12): 1775 – 1787.
- [33] SLOTINE J J E, LI W P. On the adaptive control of robot manipulators. *International Journal of Robotics Research*, 1987, 6(3): 49 – 59.
- [34] PAN Y P, LIU Y Q, XU B, et al. Hybrid feedback feedforward: An efficient design of adaptive neural network control. *Neural Networks*, 2016, 76: 122 – 134.
- [35] OLFATI-SABER R. Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 401 – 420.
- [36] ALFRIEND K, VADALI S R, GURFIL P, et al. *Spacecraft Formation Flying: Dynamics, Control and Navigation*. Berkeley: Elsevier, 2009.

## 作者简介:

- 王希铭 博士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: wangximing@njust.edu.cn;
- 孙金生 教授, 目前研究方向为多智能体协同控制、质量控制, E-mail: jssun67@163.com;
- 李志韬 博士研究生, 目前研究方向为非线性控制, E-mail: zhitaoli@njust.edu.cn;
- 吴梓杏 博士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: wuzixing@njust.edu.cn.