线性随机系统的微小传感器故障检测

牛艺春, 刘诗洋, 高 明, 盛 立†

(中国石油大学(华东) 控制科学与工程学院, 山东 青岛 266580)

摘要: 针对一类线性随机系统, 研究了其微小传感器故障检测问题. 基于Kalman滤波算法构造状态估计器, 利用移动加权平均方法设计残差与评价函数. 根据非中心卡方分布的性质, 分析了故障幅值、窗口长度、误报率和漏报率之间的关系. 采用不等式技术, 得到了确保在统计意义下微小故障可检测性的最优权值和最小窗口长度. 最后, 通过一个仿真实例验证了所提方法的有效性.

关键词: 随机系统; 微小故障检测; 可检测性分析; 移动加权平均方法

引用格式: 牛艺春, 刘诗洋, 高明, 等. 线性随机系统的微小传感器故障检测. 控制理论与应用, 2022, 39(5): 879 – 886

DOI: 10.7641/CTA.2021.10534

Incipient sensor fault detection for linear stochastic systems

NIU Yi-chun, LIU Shi-yang, GAO Ming, SHENG Li†

(College of Control Science and Engineering, China University of Petroleum (East China), Qingdao Shandong 266580, China)

Abstract: In this paper, the problem of incipient sensor fault detection is investigated for linear stochastic systems. The state estimator is constructed by using the Kalman filtering algorithm. Then, the residual and the evaluation function are designed by means of the weighted moving average method. According to the property of the non-central χ^2 distribution, the relationships among the fault amplitude, the window length, the false alarm rate and the missed detection rate are analyzed. By using the inequality technique, the optimal weights and the minimum window length, which ensure the detectability of incipient faults in a probabilistic sense, are derived. Finally, an illustrative example is provided to verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: stochastic systems; incipient fault detection; detectability analysis; weighted moving average method

Citation: NIU Yichun, LIU Shiyang, GAO Ming, et al. Incipient sensor fault detection for linear stochastic systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(5): 879 – 886

1 引言

随着现代工业对机器安全性与可靠性的不断重视, 故障检测技术受到了学术界的广泛关注, 在过去几十年里涌现出了丰硕的研究成果[1–5]. 纵观现有的研究成果, 定量分析的故障检测方法可大致分为两类: 基于解析模型的方法和数据驱动的方法[1]. 数据驱动的方法利用数据处理技术, 在系统模型未知情况下进行故障检测, 适用于大规模系统. 但是对于动态机理已知的系统, 基于解析模型的方法可利用精确的系统数学模型和可测数据构造残差, 其检测性能通常要优于数据驱动的方法[2].

如文献[6–7]所述, 故障可按照对系统影响的大小分为显著性故障和微小故障. 微小故障是指一类具有微小的异常征兆的故障, 如齿轮磨损引起的故障[8]、电路系统中的电弧放电故障[9]. 由于故障幅值过小或者所处环境噪声过大, 微小故障对残差信号的影响通常会被未知的干扰和噪声所淹没, 常用的故障检测手段难以检测到微小故障. 另一方面, 微小故障经过一段时间可能演化为显著性故障, 对系统的安全运行构成重大威胁. 因此, 微小故障检测问题成为了当前工业界和学术界亟待解决的棘手问题, 具有重要的研究意义.

近年来, 由于工业界的迫切需求, 微小故障检测技术得到了一定的发展[10–13]. 例如, 文献[10]研究了基于数据驱动方法的微小故障检测问题. 文献[12]通过区间滑模观测技术研究了中国高铁牵引装置中的微小传感器故障检测问题. 文献[13]基于Kullback-Leibler散度方法设计了线性随机系统的微小传感器

收稿日期: 2021−06−21; 录用日期: 2021−10−21.
†通信作者. E-mail: shengli@upc.edu.cn; Tel.: +86 532-86983478.
本文责任编委: 王大轶.
国家自然科学基金项目(62173343, 62073339, 62033008), 山东省自然科学基金项目(ZR2020YQ49)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173343, 62073339, 62033008) and the Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2020YQ49).

故障检测方案. 在现有的基于模型的微小故障检测方法中, 通常只能定性地说明微小故障检测的有效性, 缺乏定量分析的结果. 目前仍有一些关键问题有待解决, 如故障误报率和漏报率的实时评估、故障幅值与故障可检测性之间关系的定量分析.

受上述文献的启发, 本文从定量分析的角度研究了一类线性随机系统的微小故障检测问题. 本文的主要贡献包括: 1) 基于移动加权平均方法设计了一种微小故障检测算法; 2) 定量分析了故障幅值、故障检测误报率和漏报率以及移动平均方法的窗口长度之间的关系; 3) 给出了确保微小故障在统计意义下可检测的最小窗口长度和最优权值矩阵.

2 问题描述

考虑一类线性随机系统

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k, \\ y_k = Cx_k + Du_k + v_k + Ff_k, \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$和$u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$分别为系统状态、测量输出和控制输入, $w_k \in \mathbb{R}^n$和$v_k \in \mathbb{R}^{n_y}$分别表示相互独立的零均值过程噪声和测量噪声, 其协方差矩阵分别为Ω_w和Ω_v, $f_k = [f_k^{(1)} \ \cdots \ f_k^{(n_f)}]^{\mathrm{T}}$为传感器故障, $f_k^{(i)}$ $(i = 1, 2, \cdots, n_f)$代表第i个故障分量. A, B, C, D和F为具有适当维数的已知常值矩阵.

假设 1 (C, A)满足能观性判据.

针对系统(1)构造如下的Kalman滤波器:

$$\hat{x}_{k|k-1} = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1}, \tag{2}$$

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1}A^{\mathrm{T}} + \Omega_w, \tag{3}$$

$$P_k^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + C^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}C, \tag{4}$$

$$\hat{x}_k = P_k[P_{k|k-1}^{-1}\hat{x}_{k|k-1} + C^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}(y_k - Du_k)], \tag{5}$$

其中$\hat{x}_{k|k-1}$和$\hat{x}_k$分别为状态的一步预测与估计值. 分别定义一步预测误差与估计误差为$e_{k|k-1} = x_k - \hat{x}_{k|k-1}$和$e_k = x_k - \hat{x}_k$, 则$P_{k|k-1} = E\{e_{k|k-1}e_{k|k-1}^{\mathrm{T}}\}$和$P_k = E\{e_ke_k^{\mathrm{T}}\}$分别表示一步预测误差协方差矩阵与估计误差协方差矩阵. 假设$P_0 = E\{e_0e_0^{\mathrm{T}}\}$为已知矩阵.

利用输入输出信号与估计值构造评价函数$J_k = \alpha(u_k, y_k, \hat{x}_k)$, 故障$f_k$可通过如下逻辑进行检测:

$$\begin{cases} J_k > J_{\mathrm{th}}, \ f_k\text{发生}, \\ J_k \leqslant J_{\mathrm{th}}, \ f_k\text{没有发生}, \end{cases} \tag{6}$$

其中J_{th}是设定的阈值.

考虑到系统(1)受到随机噪声的影响, 可能发生故障误报和漏报的情况. 根据文献[14], 故障的误报率$p_k^{(f)}$和漏报率$p_k^{(m)}$定义如下:

$$p_k^{(f)} = \mathrm{Prob}\{J_k > J_{\mathrm{th}} | f_k = 0\}, \tag{7}$$

$$p_k^{(m)} = \mathrm{Prob}\{J_k \leqslant J_{\mathrm{th}} | f_k \neq 0\}. \tag{8}$$

受到文献[15]的启发, 给出如下的故障可检测性定义.

定义 1 给定误报率上界$\bar{p}^{(f)}$, 漏报率上界$\bar{p}^{(m)}$, 评价函数$J_k = \alpha(u_k, y_k, \hat{x}_k)$和阈值$J_{\mathrm{th}}$, 称系统(1)中的传感器故障$f_k$在统计意义下是可检测的, 如果

1) 在无故障时, $p_k^{(f)} \leqslant \bar{p}^{(f)}$总成立;

2) 在故障发生后, 存在一个非负常数$0 \leqslant \tau < \infty$使得当$k \geqslant k_f + \tau$时, $p_k^{(m)} \leqslant \bar{p}^{(m)}$总成立, 其中$k_f$为故障发生时刻.

注 1 正如文献[15]所述, 由于随机噪声的影响, 故障的误报、漏报以及检测时延通常是不可避免的. 因此, 本文综合考虑了误报率、漏报率和检测时延, 提出了故障在统计意义下的可检测性定义, 确保了在无故障时, 误报率低于给定上界; 在故障发生一段时间后, 漏报率也会低于给定上界.

随机系统故障检测的主要难点体现在如何区分故障与噪声对评价函数的影响. 对于微小故障而言, 由于噪声过大或者故障幅值过小, 微小故障可能会被噪声淹没, 漏报率远远超出给定上界. 因此, 本文的主要研究目标是设计合适的评价函数和阈值, 确保微小故障满足统计意义下的可检测性.

3 主要结论

本节将给出微小故障检测的设计方法, 分析微小故障在统计意义下的可检测性.

为了提高评价函数对故障的敏感程度, 引入移动加权平均算法设计如下残差:

$$r_k = \sum_{s=1}^{N} \Xi_s q_{k-s+1}, \tag{9}$$

其中:

$$q_k = y_k - Du_k - C\hat{x}_k = Ce_k + v_k + Ff_k, \tag{10}$$

N为窗口长度, Ξ_s为待设定的非奇异权值矩阵.

由式(2)–(5), 可得如下的估计误差方程:

$$e_k = P_kP_{k|k-1}^{-1}Ae_{k-1} + P_kP_{k|k-1}^{-1}w_{k-1} - P_kC^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}v_k - P_kC^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}Ff_k. \tag{11}$$

在无故障时, 易知q_k的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} Q_k = E\{q_kq_k^{\mathrm{T}}\} = \\ & E\{Ce_ke_k^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\} + E\{v_kv_k^{\mathrm{T}}\} + \\ & E\{Ce_kv_k^{\mathrm{T}}\} + E\{v_ke_k^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}\} = \\ & CP_kC^{\mathrm{T}} + \Omega_v - CP_kC^{\mathrm{T}} - CP_kC^{\mathrm{T}} = \\ & \Omega_v - CP_kC^{\mathrm{T}}. \end{aligned} \tag{12}$$

根据文献[16], 可知q_k满足正交性原理, 即对于任意$k > 0$和$d \leqslant k$, $E\{q_kq_{k-d}^{\mathrm{T}}\} = 0$总成立. 进而, 可以推出无故障时残差$r_k$的协方差矩阵为

$$R_k = E\{r_k r_k^{\mathrm{T}}\} = \sum_{s=1}^{N} \varXi_s Q_{k-s+1} \varXi_s^{\mathrm{T}}. \tag{13}$$

定义如下的评价函数:

$$J_k = r_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} r_k. \tag{14}$$

为了分析评价函数的概率分布, 引入如下的引理.

引理 1　对于n个相互独立的随机变量$q_i \sim N(\bar{q}_i, \delta^2)$ $(i = 1, \cdots, n)$, 其平方和$J = \sum\limits_{i=1}^{n} q_i^2$服从自由度为$n$的非中心卡方分布. 定义$J$的累积分布函数为$\mathcal{P}_{n,\psi,\delta}(\bar{J}) = \mathrm{Prob}\{J \leqslant \bar{J}\}$, 其中, $\psi = \sum\limits_{i=1}^{n} \bar{q}_i^2$为非中心参数. 此外, 若$q_i$ $(i = 1, \cdots, n)$均服从标准正态分布, 即$\bar{q}_i = 0, \delta = 1$, 则$J$服从自由度为$n$的中心卡方分布[17].

由引理1, 可知无故障情况下, J_k服从自由度为n_y的中心卡方分布. 选择阈值为$J_{\mathrm{th}} = \mathcal{P}_{n_y,0,1}^{-1}(1 - \bar{p}^{(f)})$, 即卡方分布表中自由度为$n_y$, 分数位为$\bar{p}^{(f)}$的值. 因此, 在无故障状态下, 误报率总满足$p_k^{(f)} \leqslant \bar{p}^{(f)}$, 其中, $\mathcal{P}_{n_y,0,1}^{-1}(\cdot)$为$\mathcal{P}_{n_y,0,1}(\cdot)$的反函数.

接下来, 将分析发生故障后的漏报率. 令k_f表示故障发生时刻, 由式(11)可得

$$e_k = \tilde{e}_k + \eta_k, \tag{15}$$

其中$\tilde{e}_k$表示噪声和估计误差初值对估计误差的影响, η_k表示故障对估计误差的影响. 当$k \geqslant k_f$时,

$$\begin{aligned}\tilde{e}_k &= P_k P_{k|k-1}^{-1} A \tilde{e}_{k-1} + P_k P_{k|k-1}^{-1} w_{k-1} - \\ &\quad P_k C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} v_k, \\ \eta_k &= P_k P_{k|k-1}^{-1} A \eta_{k-1} - P_k C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F f_k,\end{aligned}$$

当$k < k_f$时, $\tilde{e}_k = e_k, \eta_k = 0$.

由于线性系统满足叠加原理, 因此可将故障发生时的残差分解为

$$r_k = \tilde{r}_k + \tilde{\theta}_k, \tag{16}$$

其中$\tilde{r}_k = \sum\limits_{s=1}^{N} \varXi_s \tilde{q}_{k-s+1}$表示噪声和估计误差初值对残差的影响, $\tilde{\theta}_k = \sum\limits_{s=1}^{N} \varXi_s \theta_{k-s+1}$表示故障对残差的影响, $\tilde{q}_k = C\tilde{e}_k + v_k$表示噪声和估计误差初值对$q_k$的影响, $\theta_k = C\eta_k + F f_k$表示故障对$q_k$的影响. 显然, 无论故障是否发生, $\tilde{r}_k$都满足$E\{\tilde{r}_k \tilde{r}_k^{\mathrm{T}}\} = R_k$. 根据引理1, 不难推出当故障发生时, 评价函数满足自由度为n_y的非中心卡方分布, 其中, 非中心参数为$\psi_k = \tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{\theta}_k$. 为了建立非中心卡方分布的累积分布函数与非中心参数的关系, 引入如下引理.

引理 2　给定标量$n_y \in \mathbb{Z}^+$, $J_{\mathrm{th}} > 0, \sigma \geqslant 0, \psi > \underline{\psi} \geqslant 0$, 非中心卡方分布的累积分布函数满足如下不等式[18]:

$$\mathcal{P}_{n_y,\psi,\sigma}(J_{\mathrm{th}}) < \mathcal{P}_{n_y,\underline{\psi},\sigma}(J_{\mathrm{th}}). \tag{17}$$

由引理2可知, 当$\psi_k \geqslant \underline{\psi}$成立时, 漏报率总满足$p_k^{(m)} \leqslant \bar{p}^{(m)}$, 其中$\underline{\psi}$为使得$\mathcal{P}_{n_y,\underline{\psi},1}(J_{\mathrm{th}}) = \bar{p}^{(m)}$成立的参数.

注 2　常见的传感器故障类型有卡死故障、恒增益变化故障、恒偏差变化故障等[19]. 为了便于分析非中心参数ψ_k, 本文考虑恒偏差变化故障, 即故障满足如下假设. 在未来的工作中, 可以进一步考虑其它类型故障的检测问题.

假设 2　$f_k^{(i)} = g^{(i)} \geqslant \underline{g}^{(i)}$ $(i = 1, 2, \cdots, n_f)$是常值永久故障, 且每个时刻最多发生一个故障, 其中, $\underline{g}^{(i)}$为已知的故障最小幅值.

令$f_k^{(i)}$ $(i = 1, 2, \cdots, n_f)$表示第k时刻发生的故障, 则η_k可以改写成如下形式:

$$\eta_k = \begin{cases} [-\sum\limits_{s=0}^{k-k_f-1} \prod\limits_{m=0}^{s} (P_{k-m} P_{k-m|k-m-1}^{-1} A) \times \\ P_{k-s-1} C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F_i - P_k C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F_i] g^{(i)}, \\ \qquad\qquad\qquad k \geqslant k_f + 1, \\ -P_k C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F_i g^{(i)}, \; k = k_f, \\ 0, \qquad\qquad\qquad k < k_f, \end{cases} \tag{18}$$

其中F_i表示F的第i列.

由式(16), 可知$\tilde{\theta}_k = \sum\limits_{s=1}^{N} \varXi_s \kappa_{k-s+1}^{(i)} g^{(i)}$, 其中

$$\kappa_k^{(i)} = \begin{cases} -C \sum\limits_{s=0}^{k-k_f-1} \prod\limits_{m=0}^{s} (P_{k-m} P_{k-m|k-m-1}^{-1} A) \times \\ P_{k-s-1} C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F_i - C P_k C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F_i + F_i, \\ \qquad\qquad\qquad k \geqslant k_f + 1, \\ -C P_k C^{\mathrm{T}} \Omega_v^{-1} F_i + F_i, \; k = k_f, \\ 0, \qquad\qquad\qquad k < k_f. \end{cases} \tag{19}$$

因此, 非中心参数ψ_k可以改写成如下形式:

$$\psi_k = \varpi_k^{(i)} (g^{(i)})^2, \tag{20}$$

其中

$$\varpi_k^{(i)} = (\sum_{s=1}^{N} \varXi_s \kappa_{k-s+1}^{(i)})^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \sum_{s=1}^{N} \varXi_s \kappa_{k-s+1}^{(i)}. \tag{21}$$

注 3　从式(20)可以看出非中心参数受到故障幅值$g^{(i)}$和参数$\varpi_k^{(i)}$的影响. 显著性故障的幅值较大, 易于保障$\psi_k \geqslant \underline{\psi}$成立. 但是对于微小故障而言, 由于故障幅值较小, 需要设计合适的窗口长度和权值矩阵来增大$\varpi_k^{(i)}$, 从而确保$\psi_k \geqslant \underline{\psi}$成立.

注 4　参数$\kappa_k^{(i)}$表示传感器故障对q_k的影响, 其计算公式仅适用于传感器故障. 当考虑系统故障或执行器故障时, 需要仿照式(15)–(16)(18)和式(19)的过程重新推导故障对q_k的影响.

考虑到每一个故障分量都可能发生微小故障, ψ_k

$\geqslant \underline{\psi}$需要对于每个故障分量都成立. 因此, 当窗口长度$N$给定时, 最优的权值矩阵$\Xi_s$需要同时最大化所有的$\varpi_k^{(i)}(i=1,\cdots,n_f)$. 为了便于后续的推导, 引入如下引理.

引理 3 给定一组具有适当维数的正定矩阵Q_s和向量ζ_s $(s=1,\cdots,N)$, 如下不等式恒成立[20]:

$$(\sum_{s=1}^{N} Q_s\zeta_s)^{\mathrm{T}}(\sum_{s=1}^{N} Q_s)^{-1}(\sum_{s=1}^{N} Q_s\zeta_s) \leqslant \sum_{s=1}^{N} \zeta_s^{\mathrm{T}} Q_s\zeta_s. \tag{22}$$

在上式中, 当所有向量$\zeta_s(s=1,\cdots,N)$都相等时, 等号成立.

根据式(13)和引理3可得

$$\begin{aligned}
&\varpi_k^{(i)} = \\
&(\sum_{s=1}^{N} \Xi_s\kappa_{k-s+1}^{(i)})^{\mathrm{T}}(\sum_{s=1}^{N} \Xi_s Q_{k-s+1}\Xi_s^{\mathrm{T}})^{-1}\times \\
&\sum_{s=1}^{N} \Xi_s\kappa_{k-s+1}^{(i)} = \\
&(\sum_{s=1}^{N} \Xi_s Q_{k-s+1}\Xi_s^{\mathrm{T}}\zeta_{k,s}^{(i)})^{\mathrm{T}}(\sum_{s=1}^{N} \Xi_s Q_{k-s+1}\Xi_s^{\mathrm{T}})^{-1}\times \\
&(\sum_{s=1}^{N} \Xi_s Q_{k-s+1}\Xi_s^{\mathrm{T}}\zeta_{k,s}^{(i)}) \leqslant \\
&\sum_{s=1}^{N} (\zeta_{k,s}^{(i)})^{\mathrm{T}}\Xi_s Q_{k-s+1}\Xi_s^{\mathrm{T}}\zeta_{k,s}^{(i)} = \\
&\tilde{\varpi}_k^{(i)},
\end{aligned} \tag{23}$$

其中:

$$\zeta_{k,s}^{(i)} = \Xi_s^{-\mathrm{T}} Q_{k-s+1}^{-1}\kappa_{k-s+1}^{(i)},$$

$$\tilde{\varpi}_k^{(i)} = \sum_{s=1}^{N} (\kappa_{k-s+1}^{(i)})^{\mathrm{T}} Q_{k-s+1}^{-1}\kappa_{k-s+1}^{(i)}.$$

当对任意$s,p=1,\cdots,N$, $\zeta_{k,s}^{(i)}=\zeta_{k,p}^{(i)}$都成立时, $\varpi_k^{(i)}$取到最大值$\tilde{\varpi}_k^{(i)}$.

根据Kalman滤波器的特性, 可知

$$\lim_{k\to\infty} P_k = P^*, \tag{24}$$

$$\lim_{k\to\infty} P_{k|k-1} = \bar{P}^*, \tag{25}$$

其中P^*和$\bar{P}^*$为常数矩阵. 由式(12), 可以得到

$$\lim_{k\to\infty} Q_k = Q^* = \Omega_v - CP^*C^{\mathrm{T}}. \tag{26}$$

此外, 在假设1成立时, 无故障情况下, Kalman滤波器估计误差的期望收敛于零. 根据稳定性理论, 可知对任意$0\leqslant m<\infty$, 如下式子成立:

$$\lim_{k\to\infty} \prod_{s=0}^{k-m} (P_{k-s}P_{k-s|k-s-1}^{-1}A) = 0. \tag{27}$$

若当故障发生时, P_k已经收敛于P^*. 结合式(19), 不难推出

$$\begin{aligned}
&\lim_{k\to\infty} \kappa_k^{(i)} = \\
&\lim_{k\to\infty}\{-C\sum_{s=0}^{k-k_f-1}[P^*(\bar{P}^*)^{-1}A]^{s+1}\times \\
&P^*C^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}F_i - CP^*C^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}F_i + F_i\} = \\
&\lim_{k\to\infty}\{-C(I-P^*(\bar{P}^*)^{-1}A)^{-1}\times \\
&[P^*(\bar{P}^*)^{-1}A - (P^*(\bar{P}^*)^{-1}\times \\
&A)^{k-k_f+1}]P^*C^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}F_i - CP^*C^{\mathrm{T}}\times \\
&\Omega_v^{-1}F_i + F_i\} = \\
&\tilde{\kappa}^{(i)},
\end{aligned} \tag{28}$$

其中

$$\tilde{\kappa}^{(i)} = F_i - C(I-P^*(\bar{P}^*)^{-1}A)^{-1}P^*C^{\mathrm{T}}\Omega_v^{-1}F_i.$$

由式(23), 有 $\lim_{k\to\infty}\zeta_{k,s}^{(i)} = \Xi_s^{-\mathrm{T}}(Q^*)^{-1}\tilde{\kappa}^{(i)}$. 因此, 当权值矩阵为$\Xi_s=\dfrac{1}{N}I$时, 对任意$s,p=1,\cdots,N$, $\lim_{k\to\infty}\zeta_{k,s}^{(i)}=\lim_{k\to\infty}\zeta_{k,p}^{(i)}$成立. 此时, 有

$$\lim_{k\to\infty}\tilde{\varpi}_k^{(i)} = N(\tilde{\kappa}^{(i)})^{\mathrm{T}}(Q^*)^{-1}\tilde{\kappa}^{(i)}. \tag{29}$$

定理 1 在假设1和2成立时, 给定误报率和漏报率上界$0\leqslant\bar{p}^{(f)}<1$, $0\leqslant\bar{p}^{(m)}<1$, 评价函数$J_k$, 阈值$J_{\mathrm{th}}=\mathcal{P}_{n_y,0,1}^{-1}(1-\bar{p}^{(f)})$, 若权值选择为$\Xi_s=\dfrac{1}{N}I(s=1,\cdots,N)$, 窗口长度使得如下一组不等式成立:

$$N > \underline{N}^{(i)},\ i=1,\cdots,n_f, \tag{30}$$

其中

$$\underline{N}^{(i)} = \frac{\underline{\psi}}{(\tilde{\kappa}^{(i)})^{\mathrm{T}}(Q^*)^{-1}\tilde{\kappa}^{(i)}(\underline{g}^{(i)})^2}, \tag{31}$$

则系统(1)中的故障f_k在统计意义下是可检测的.

证 在无故障情况下, 根据引理1与式(13)–(14), 可知J_k服从自由度为n_y的中心卡方分布. 则当阈值为$J_{\mathrm{th}}=\mathcal{P}_{n_y,0,1}^{-1}(1-\bar{p}^{(f)})$时, 必然有

$$\begin{aligned}
1-p_k^{(f)} =\ &\mathrm{Prob}\{J_k\leqslant J_{\mathrm{th}}|f_k=0\} = \\
&\mathcal{P}_{n_y,0,1}(J_{\mathrm{th}}) = 1-\bar{p}^{(f)},
\end{aligned} \tag{32}$$

其中: $\mathcal{P}_{n_y,0,1}(\cdot)$为$J_k$的累积分布函数, $\mathcal{P}_{n_y,0,1}^{-1}(\cdot)$为$\mathcal{P}_{n_y,0,1}(\cdot)$的反函数. 因此, 在无故障情况下误报率总是不大于给定上界.

当故障发生后, $\Xi_s=\dfrac{1}{N}I$与式(30)被满足时, 可以由式(20)和式(29)推出

$$\begin{aligned}
\lim_{k\to\infty}\psi_k =\ &\lim_{k\to\infty}\varpi_k^{(i)}(g^{(i)})^2 = \\
&N(\tilde{\kappa}^{(i)})^{\mathrm{T}}(Q^*)^{-1}\tilde{\kappa}^{(i)}(g^{(i)})^2 > \\
&\underline{N}^{(i)}(\tilde{\kappa}^{(i)})^{\mathrm{T}}(Q^*)^{-1}\tilde{\kappa}^{(i)}(\underline{g}^{(i)})^2 = \underline{\psi}.
\end{aligned} \tag{33}$$

因此, 根据函数极限的保号性定理, 可知一定存在一个常数$0\leqslant\tau<\infty$使得当$k\geqslant k_f+\tau$时, $\psi_k\geqslant\underline{\psi}$成立. 此时, 由引理2可以推出

$$p_k^{(m)} = \mathcal{P}_{n_y,\psi_k,1}(J_{\mathrm{th}}) \leqslant \mathcal{P}_{n_y,\underline{\psi},1}(J_{\mathrm{th}}) = \bar{p}^{(m)}. \quad (34)$$

根据定义1, 可知f_k在统计意义下是可检测的.

证毕.

注 5　根据式(20), 可以发现故障对评价函数的影响是动态变化的. 在实际应用中, 由于故障发生时刻k_f是未知的, 故障对评价函数的影响难以精确刻画. 本文利用Kalman滤波器的性质, 分析了故障发生后评价函数的最终趋势. 在定理1中, 设计最优权值矩阵和最小窗口长度, 确保了在故障发生一段时间后, 可以使得漏报率低于给定指标.

由于非中心卡方分布的累积分布函数形式复杂, $\underline{\psi}$可能难以得到, 给出如下的推论.

推论 1　在假设1和2成立时, 给定误报率和漏报率上界$0 \leqslant \bar{p}^{(f)} < 1$, $0 \leqslant \bar{p}^{(m)} < 1$, 评价函数$J_k$, 阈值$J_{\mathrm{th}} = \mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(f)})$, 若权值选择为$\varXi_s = \dfrac{1}{N} I$ $(s = 1, \cdots, N)$, 窗口长度使得如下一组不等式成立:

$$N > \underline{\tilde{N}}^{(i)},\ i = 1, \cdots, n_f, \quad (35)$$

其中

$$\underline{\tilde{N}}^{(i)} = \frac{\left(\sqrt{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(f)})} + \sqrt{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(m)})}\right)^2}{(\tilde{\kappa}^{(i)})^{\mathrm{T}} (Q^*)^{-1} \tilde{\kappa}^{(i)} (\underline{g}^{(i)})^2}.$$

则系统(1)中的故障f_k在统计意义下是可检测的.

证　由式(13), 可以得到$p_k^{(f)} \leqslant \bar{p}^{(f)}$在无故障情况下成立.

类似于定理1, 由式(35), 可以推出一定存在一个常数$0 \leqslant \tau < \infty$ 使得当$k \geqslant k_f + \tau$时,

$$\psi_k \geqslant \left(\sqrt{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(f)})} + \sqrt{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(m)})}\right)^2.$$

当故障发生时, 结合式(14)和式(16), 有

$$\begin{aligned} J_k = {} & (\tilde{r}_k + \tilde{\theta}_k)^{\mathrm{T}} R_k^{-1} (\tilde{r}_k + \tilde{\theta}_k) \geqslant \\ & \left(\sqrt{\psi_k} - \sqrt{\tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k}\right)^2 \geqslant \\ & \left(\sqrt{J_{\mathrm{th}}} + \sqrt{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(m)})} - \sqrt{\tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k}\right)^2. \end{aligned}$$

然后可以得到

$$\begin{aligned} & \mathrm{Prob}\{J_k > J_{\mathrm{th}}\} \geqslant \\ & \mathrm{Prob}\{(\sqrt{J_{\mathrm{th}}} + \sqrt{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(m)})} - \\ & \sqrt{\tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k})^2 > J_{\mathrm{th}}\} = \\ & \mathrm{Prob}\{\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(m)}) > \tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k\}. \end{aligned}$$

由式(16)可知, 无论故障是否发生, $\tilde{r}_k$都满足$E\{\tilde{r}_k\} = 0$, $E\{\tilde{r}_k \tilde{r}_k^{\mathrm{T}}\} = R_k$. 则根据引理1, 有$\tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k$服从中心卡方分布. 然后可以推导出

$$\mathrm{Prob}\{\tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k < \mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(1-\bar{p}^{(m)})\} = 1 - \bar{p}^{(m)},$$

其中: $\mathcal{P}_{n_y,0,1}(\cdot)$为$\tilde{r}_k^{\mathrm{T}} R_k^{-1} \tilde{r}_k$的累积分布函数, $\mathcal{P}^{-1}_{n_y,0,1}(\cdot)$为$\mathcal{P}_{n_y,0,1}(\cdot)$的反函数.

因此, 当$k \geqslant k_f + \tau$时, 有

$$\mathrm{Prob}\{J_k \leqslant J_{\mathrm{th}}\} = 1 - \mathrm{Prob}\{J_k > J_{\mathrm{th}}\} \leqslant \bar{p}^{(m)}.$$

根据定义1, 可知系统(1)中的故障f_k在统计意义下是可检测的.　　证毕.

综上所述, 给出系统(1)的微小故障检测算法如下.

算法 1　微小故障检测算法.

步骤 1　给定$P_0, \bar{p}^{(f)}, \bar{p}^{(m)}$.

步骤 2　利用MATLAB迭代计算出$P^*, \bar{P}^*, Q^*, \tilde{\kappa}^{(i)}$.若$n_y$为偶数, 利用式(36)和定理1得到最小窗口长度$N$和权值$\varXi_s$. 若$n_y$为奇数, 利用推论1计算出合适的窗口长度$N$和权值$\varXi_s$.

步骤 3　当$k > 0$时, 系统运行, 采集输入输出数据.

步骤 4　利用式(2)–(5), 构造状态估计器.

步骤 5　利用式(9)和式(14), 计算残差和评价函数. 若$J_k \leqslant J_{\mathrm{th}}$, 则判定故障没有发生; 反之, 则判定故障发生.

步骤 6　令$k = k + 1$, 返回步骤3.

注 6　正如文献[17]所述, 非中心卡方分布的累积分布函数是一个极度复杂的函数. 当自由度为偶数时, 非中心卡方分布的累积分布函数可以通过如下公式求得[21]:

$$\mathcal{P}_{n_y,\psi,\sigma}(J_{\mathrm{th}}) = \begin{cases} 1 - \mathcal{Q}_{n_y/2}\left(\dfrac{\sqrt{\psi}}{\sigma}, \dfrac{\sqrt{J_{\mathrm{th}}}}{\sigma}\right), & J_{\mathrm{th}} > 0, \\ 0, & J_{\mathrm{th}} < 0, \end{cases} \quad (36)$$

其中$\mathcal{Q}_m(a,b)$是广义马库姆Q函数, 可通过MATLAB计算得到. 此时, 最小的窗口长度可通过试凑法得到. 然而, 当自由度为奇数时, 无法直接计算出非中心卡方分布的累积分布函数, 此时, 可利用推论1的结论求出合适的窗口长度. 由于推论1中利用了不等式缩放, 所得窗口长度要大于最小长度.

4　算例

为验证上述方法的有效性, 考虑如图1所示的车辆横向动力学系统, 系统模型如下[14]:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_c x + B_c u + \bar{w}, \\ y = Cx + Du + v, \end{cases} \quad (37)$$

其中:

$$x = [x_1\ \ x_2]^{\mathrm{T}} = [\beta\ \ \gamma]^{\mathrm{T}},\ u = \delta_L^*,$$

$$y = [y_1\ \ y_2]^{\mathrm{T}} = [a_y\ \ r]^{\mathrm{T}},\ D = [\frac{C'_{\alpha V}}{m}\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -\dfrac{C'_{\alpha V} + C_{\alpha H}}{m v_{\mathrm{ref}}} & \dfrac{l_H C_{\alpha H} - l_V C'_{\alpha V}}{m v_{\mathrm{ref}}^2} - 1 \\ \dfrac{l_H C_{\alpha H} - l_V C'_{\alpha V}}{I_z} & -\dfrac{l_V^2 C'_{\alpha V} + l_H^2 C_{\alpha H}}{I_z v_{\mathrm{ref}}} \end{bmatrix},$$

$$B_c=\begin{bmatrix}\dfrac{C'_{\alpha V}}{mv_{\mathrm{ref}}}\\ \dfrac{l_V C'_{\alpha V}}{I_z}\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}-\dfrac{C'_{\alpha V}+C_{\alpha H}}{m} & \dfrac{l_H C_{\alpha H}-l_V C'_{\alpha V}}{mv_{\mathrm{ref}}}\\ 0 & 1\end{bmatrix},$$

$\bar{w}$和v为对应的零均值高斯白噪声, 其协方差为$\Omega_{\bar{w}}=I$, $\Omega_v=\mathrm{diag}\{9,0.0025\}$. 系统(37)参数的物理意义和取值如表1所示.

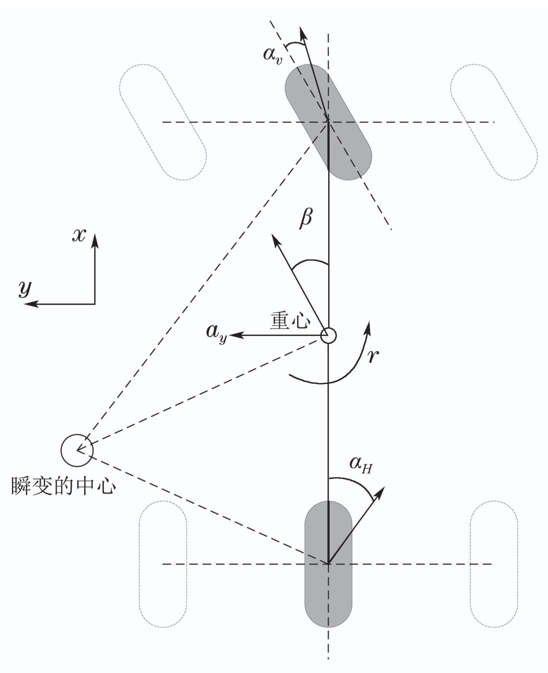

图 1 车辆横向动力学系统

Fig. 1 Vehicle lateral dynamic system

表 1 系统(37)的参数

Table 1 The parameters of system (37)

参数	物理意义
β /rad	车辆的侧斜角
γ /(rad $\cdot$ s^{-1})	车辆的偏航角速度
δ_L^* /rad	车辆转向角
a_y /(m $\cdot$ s^{-2})	横向加速度传感器测量值
r /((°) $\cdot$ s^{-1})	偏航角速度传感器测量值
$g=9.80665$ m/s^2	重力系数
$m=1850$ kg	弹簧质量
$l_V=1.52931$ m	从重心到前轴的距离
$l_H=1.53069$ m	从重心到后轴的距离
$I_z=3870$ kg $\cdot$ m^2	z轴的惯性矩
$v_{\mathrm{ref}}=50$ km/h	车辆的经线速度
$C'_{\alpha V}=103600$ N/rad	前轮胎侧偏强度
$C_{\alpha H}=179000$ N/rad	后轮胎侧偏强度

当采样时间为0.1 s时, 系统(37)可以离散为具有如下参数的系统(1):

$$A=\begin{bmatrix}0.6333 & -0.0672\\ 2.0570 & 0.6082\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}-0.0653\\ 3.4462\end{bmatrix},$$

$$C=\begin{bmatrix}-152.7568 & 1.2493\\ 0 & 1\end{bmatrix},\ D=\begin{bmatrix}56\\ 0\end{bmatrix},$$

$$w_k=W\bar{w}_k,\ \Omega_w=W\Omega_{\bar{w}}W^{\mathrm{T}},$$

$$W=\begin{bmatrix}0.0824 & -0.0038\\ 0.1179 & 0.0810\end{bmatrix}.$$

故障系数矩阵为$F=I$, 故障幅值选择为$g^{(1)}=5$, $g^{(2)}=0.3$, 故障发生时刻为$k_f=1000$.

Kalman滤波器的初值为$P_0=I$, 状态初值为$x_0=\sqrt{P_0}\,\mathrm{rand}(2)$, 估计初值为$\hat{x}_0=0$, 其中, rand(2)表示2维的标准高斯白噪声向量. 给定可容许的误报率和漏报率上界为$\bar{p}^{(f)}=0.05$, $\bar{p}^{(m)}=0.05$, 由卡方分布表可知阈值为$J_{\mathrm{th}}=5.99$. 根据式(36)和定理1, 最小窗口长度选择为$N=22$, 权值矩阵为$\varXi_s=\dfrac{1}{22}I$. 图2和图3分别给出了故障$f_k^{(1)}$和$f_k^{(2)}$发生时的检测结果, 其中J_k为窗口长度为22的评价函数, $\bar{J}_k$为窗口长度为1的评价函数, J_{th}为检测阈值, $f_k^{(i)}$ $(i=1,2)$为故障幅值. 为了防止故障被评价函数淹没, 在作图时, 将故障进行了一定的放大. 在传统故障检测算法中, 窗口长度通常选择为1, 通过仿真可以发现此时微小故障的漏报率很大, 远超出给定范围. 而本文借助于移动加权平均方法所设计的故障检测方法可以大大降低漏报率, 有效地检测出微小故障的发生.

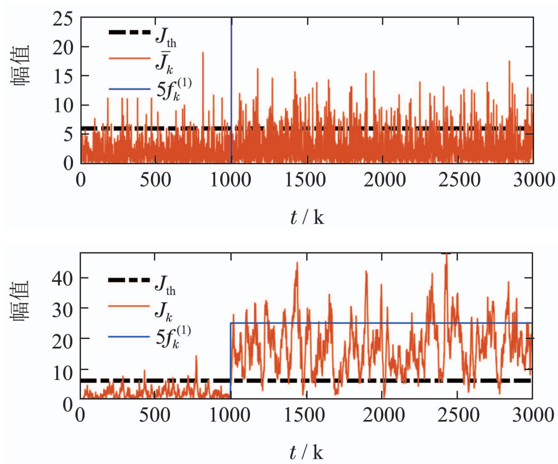

图 2 故障$f_k^{(1)}$发生时的检测结果

Fig. 2 The detection results when fault $f_k^{(1)}$ occurs

为了进一步验证故障检测器的误报率, 漏报率与窗口长度的关系, 采用蒙特卡洛法, 统计故障检测器的实际误报率与漏报率. 给定误报率为$\bar{p}^{(f)}=0.05$, 则阈值给定为$J_{\mathrm{th}}=5.99$. 定义实际误报率为

$$\hat{p}^{(f)}=\frac{\Delta_f}{Z/(k_f-k_0)},$$

其中: $Z=100$为仿真次数, $k_f=1000$为故障发生时刻, $k_0=0$为仿真初始时刻, Δ_f为仿真过程中误报发生的次数. 定义故障$f_k^{(i)}$的实际漏报率为

$$\hat{p}_{(i)}^{(m)}=\frac{\Delta_m^{(i)}}{Z/(k_{\text{final}}-\tau-k_f)},$$

其中$k_{\text{final}}=3000$为仿真终止时间, $\Delta_m^{(i)}$为仿真过程中漏报发生的次数, $\tau=500$为检测延时. 给定窗口长度, 利用式(36)计算出故障$f_k^{(i)}$发生时的漏报率理论结果为$\bar{p}_{(i)}^{(m)}$. 表2给出了不同窗口长度下的误报率和漏报率的理论值与真实值的对比结果. 仿真结果说明了在所设计的方法中, 误报率和漏报率的理论值与真实值几乎一致. 因此, 可以通过调节移动加权平均方法的窗口长度, 定量地调节故障检测器的漏报率, 与此同时, 故障的误报率不会受到影响.

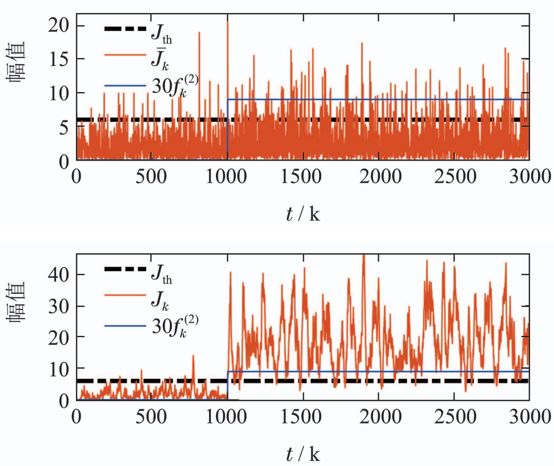

图 3　故障$f_k^{(2)}$发生时的检测结果

Fig. 3　The detection results when fault $f_k^{(2)}$ occurs

表 2　不同窗口下实际误报率与漏报率

Table 2　The actual false alarm rate and missed detection rate with different windows

N	$\hat{p}^{(f)}$	$\bar{p}^{(f)}$	$\hat{p}_{(1)}^{(m)}$	$\bar{p}_{(1)}^{(m)}$	$\hat{p}_{(2)}^{(m)}$	$\bar{p}_{(2)}^{(m)}$
25	0.0485	0.05	0.0276	0.0284	0.0176	0.0189
20	0.0486	0.05	0.0698	0.0705	0.0506	0.0521
15	0.0492	0.05	0.1620	0.1627	0.1318	0.1325
10	0.0496	0.05	0.3415	0.3417	0.3000	0.3036
5	0.0499	0.05	0.6283	0.6289	0.5982	0.6010

注 7　与现有的基于模型的微小故障检测方法[12−13]相比, 本文定量分析了故障检测器的误报率, 漏报率与移动加权平均方法的窗口长度之间的关系. 通过理论分析和仿真验证, 都可以看出窗口长度的增大将有助于检测更小幅值的故障, 但是与此同时会引起更长的检测时延. 本文所设计的方法可以求得保障故障可检测性的最小窗口长度, 有效降低了检测时延.

注 8　目前, 已有文献定量分析了故障检测的误报率与漏报率[14−15]. 例如, 文献[14]利用Neyman-Pearson准则、最大后验概率准则或贝叶斯准则设计合适的阈值, 在给定的指标下优化误报率和漏报率. 然而, 由于微小故障的幅值很小, 上述方法所得的最优误报率和漏报率也可能远高于设定值. 本文基于移动加权平均方法设计残差和评价函数, 引入了移动窗口可以有效提高评价函数对故障的敏感性, 确保了故障幅值较小时误报率和漏报率仍可以低于设定值.

5　结论

本文针对一类线性随机系统研究了微小传感器故障检测问题. 基于Kalman滤波算法, 得到了随机系统的滤波器. 然后利用移动加权平均方法, 设计了残差和评价函数. 通过对故障幅值、窗口长度、误报率和漏报率之间关系的定量分析, 得到了最优的权值矩阵和最小窗口长度, 并分析了微小故障在统计意义下的可检测性. 最后, 通过车辆横向控制系统仿真实验, 验证了所提算法的有效性. 相比于现有故障检测算法, 本文方法可以通过改变窗口长度定量调节故障检测器的误报率和漏报率. 在本文结果基础上, 后续可以开展的工作有: 1) 将本文的结果推广到时变系统与非线性系统中; 2) 考虑非高斯噪声情况下的微小故障检测问题; 3) 考虑网络化现象对微小故障检测的影响[22].

参考文献:

[1] ZHOU D, ZHAO Y, WANG Z, et al. Review on diagnosis techniques for intermittent faults in dynamic systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(3): 2337 – 2347.

[2] ZHONG M, XUE T, DING S X. A survey on model-based fault diagnosis for linear discrete time-varying systems. *Neurocomputing*, 2018, 306: 51 – 60.

[3] NIU Y, SHENG L, GAO M, et al. Distributed intermittent fault detection for linear stochastic systems over sensor networks. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, DOI: 10.1109/TCYB.2021.3054123.

[4] SHENG L, ZHANG S, GAO M. Intermittent fault detection for linear discrete-time stochastic multi-agent systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, 410: 126480.

[5] HU J, WANG Z, GAO M. Joint state and fault estimation for time-varying nonlinear systems with randomly occurring faults and sensor saturations. *Automatica*, 2018, 97: 150 – 160.

[6] LI Juan, ZHOU Donghua, SI Xiaosheng, et al. Review of incipient fault diagnosis methods. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(12): 1517 – 1529.
(李娟, 周东华, 司小胜, 等. 微小故障诊断方法综述. 控制理论与应用, 2012, 29(12): 1517 – 1529.)

[7] WEN Chenglin, LÜ Feiya, BAO Zhejing, et al. A review of data driven-based incipient fault diagnosis. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 42(9): 1285 – 1299.
(文成林, 吕菲亚, 包哲静, 等. 基于数据驱动的微小故障诊断方法综述. 自动化学报, 2020, 42(9): 1285 – 1299.)

[8] HOU F, CHEN J, DONG G. Weak fault feature extraction of rolling bearings based on globally optimized sparse coding and approximate SVD. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 111: 234 – 250.

[9] NADERI M S, GHAREHPETIAN G B, ABEDI M, et al. Modeling and detection of transformer internal incipient fault during impulse test. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 2008, 15(1): 284 – 291.

[10] SHANG J, CHEN M, JI H, et al. Recursive transformed component statistical analysis for incipient fault detection. *Automatica*, 2017, 80: 313 – 327.

[11] TAO Songbing, CHAI Yi, WANG Yiming, et al. Incipient fault diagnosis of sensors in the closed-loop system utilizing Kullback–Leibler divergence. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(6): 909 – 914. (陶松兵, 柴毅, 王一鸣, 等. 基于Kullback–Leibler距离的闭环系统传感器微小故障诊断. 控制理论与应用, 2019, 36(6): 909 – 914.)

[12] ZHANG K, JIANG B, YAN X, et al. Interval sliding mode observer based incipient sensor fault detection with application to a traction device in China railway high-speed. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(3): 2585 – 2597.

[13] GAUTAM S, TAMBOLI P K, PATANKAR V H, et al. Sensors incipient fault detection and isolation using Kalman filter and Kullback-Leibler divergence. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2019, 66(5): 782 – 794.

[14] DING S X. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques: Design Schemes, Algorithms and Tools*. London: Springer-Verlag, 2013.

[15] CASTILLO A, ZUFIRIA P J. Fault detection schemes for continuous-time stochastic dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(8): 1820 – 1836.

[16] MAYBECK P C. *Stochastic Model, Estimation and Control*. New York: Academic Press, 1979.

[17] JOHNSON N L, KOTZ S, BALAKRISHNAN N. *Continuous Univariate Distributions*. New York: Wiley-Interscience, 1995.

[18] KALLENBERG W C M. Inequalities for noncentral chi-square distributions. *Statistics & Probability Letters*, 1990, 9(3): 273 – 278.

[19] WEN Xin, ZHANG Hongyue, ZHOU Lu. *Fault Detection and Fault-tolerant Control of Control System*. Beijing: China Machine Press, 1998. (闻新, 张洪钺, 周露. 控制系统的故障诊断和容错控制. 北京: 机械工业出版社, 1998.)

[20] BATTISTELLI G, CHISCI L. Kullback-Leibler average, consensus on probability densities, and distributed state estimation with guaranteed stability. *Automatica*, 2014, 50: 707 – 718.

[21] PROAKIS J G, SALEHI M. *Digital Communications*. New York: McGraw Hill, 2008.

[22] ZOU L, WANG Z, ZHOU D. Moving horizon estimation with non-uniform sampling under component-based dynamic event-triggered transmission. *Automatica*, 2020, 120: 109154.

作者简介:

牛艺春 博士, 目前研究方向为非线性滤波与故障诊断, E-mail: niuyichun123@163.com;

刘诗洋 博士, 目前研究方向为复杂系统的故障诊断, E-mail: liusy2018@sina.com;

高 明 副教授, 目前研究方向为鲁棒控制与故障诊断, E-mail: gaoming@upc.edu.edu.cn;

盛 立 教授, 目前研究方向为随机系统的控制、滤波与故障诊断, E-mail: shengli@upc.edu.cn.