# 具有Preisach类型磁滞输入的不确定非线性系统 自适应神经网络控制

# 邱伟文, 赖冠宇<sup>†</sup>, 章 云

(广东工业大学自动化学院,广东广州 510006)

摘要:本文针对一类执行器受Preisach磁滞约束的不确定非线性系统,提出一种基于神经网络的直接自适应控制 方案,旨在解决系统的预定精度轨迹跟踪问题.由于Preisach算子与系统动态发生耦合,导致算子输出信号不可测 量,给磁滞的逆补偿造成了困难.为解决此问题,本文首先将Preisach模型进行分解,以提取出控制命令信号用于 Backstepping递归设计,并在此基础上融合一类降阶光滑函数与直接自适应神经网络控制策略,形成对磁滞非线性 和被控对象非线性的强鲁棒性能,且所设计方案仅包含一个需要在线更新的自适应参数,同时可保证Lyapunov函数 时间导数的半负定性.通过严格数学分析,已证明该方案不仅保证闭环系统所有信号均有界,而且输出跟踪误差随 时间渐近收敛到用户预定区间.基于压电定位平台的半物理仿真实验进一步验证了所提出控制方案的有效性.

关键词: Preisach算子; 自适应控制系统; 磁滞; 神经网络; 非线性系统

引用格式: 邱伟文, 赖冠宇, 章云. 具有Preisach类型磁滞输入的不确定非线性系统自适应神经网络控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1479 – 1488

DOI: 10.7641/CTA.2022.10554

# Adaptive neural control for uncertain nonlinear systems with Preisach-type hysteresis input

QIU Wei-wen, LAI Guan-yu<sup>†</sup>, ZHANG Yun

(College of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China)

Abstract: In this paper, a direct adaptive control scheme based on neural networks is proposed for a class of uncertain nonlinear systems with Preisach hysteresis constraints on the actuators to solve the trajectory tracking problem with prescribed accuracy. Due to the coupling between Preisach operator and system dynamics, the output signal of the operator is immeasurable, which makes it difficult to compensate the hysteresis. To overcome this problem, the Preisach model is firstly decomposed to extract the control command signal for backstepping recursive design, and based on this, a class of reduced-order smooth function and direct adaptive neural network control strategy are fused to establish a strong robustness performance to hysteresis nonlinearity and plant nonlinearities. Moreover, our designed scheme only contains one adaptive parameter to be updated online, and also guarantees the semi-negative definite property of the time derivative of the chosen Lyapunov function. It has been proved, through a rigorous mathematical analysis, that the scheme ensures not only the boundedness of all closed-loop system signals, but also the asymptotic convergence of output tracking error to a user-defined interval with time. The effectiveness of the proposed control scheme is further verified by a semi-physical simulation experiment based on the piezoelectric positioning stage.

Key words: Preisach operator; adaptive control systems; hysteresis; neural networks; nonlinear systems

**Citation:** QIU Weiwen, LAI Guanyu, ZHANG Yun. Adaptive neural control for uncertain nonlinear systems with Preisach-type hysteresis input. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1479 – 1488

# 1 引言

近年来,随着智能材料的迅速发展,大量的智能材料被广泛应用于光学工程、航空航天、生物工程、微

电子工程等领域,比如:人造肌肉、形状记忆合金、电流变液等<sup>[1-3]</sup>.其中,磁致伸缩材料、压电材料和形状记忆合金等智能材料,除了其具有的内置感知、驱动

收稿日期: 2021-06-28; 录用日期: 2022-01-22.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: lgy124@foxmail.com.

本文责任编委:龙离军.

国家自然科学基金项目(61803090), 广东省自然科学基金项目(2019A1515012109)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61803090) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province (2019A 1515012109).

等能力外,材料自身存在的磁滞现象严重阻碍着它们 在传感器和执行器中的有效应用,给许多不具备磁滞 容纳能力的非线性受控系统在性能上带来极大影 响<sup>[4-5]</sup>.磁滞非线性是一种包含历史输入信息的非线 性特性,即系统的输出不仅取决于当前的输入,还与 历史输入信息有关.而对于超精密定位系统而言,磁 滞非线性不仅降低了其控制精度,在不具备复杂磁滞 处理能力的情况下甚至会出现与输入信号幅度相关 的相位移和谐波失真问题,导致系统不稳定,因此,智 能材料的磁滞特性是控制系统研究的重要领域.

目前,对磁滞的处理首先是使用一个能够描述磁 滞非线性行为的模型并且能用于磁滞补偿控制设计. 其中, Jiles-Atherton模型<sup>[6]</sup>是一种基于物理机理的模 型,认为磁滞现象来源于材料缺陷位置畴壁之间的相 互作用; Bouc和Wen提出的Bouc-Wen磁滞模型<sup>[7]</sup>是 一种微分模型,也是广泛接受的现象学模型之一,但 在求解磁滞的逆上十分困难,只能表示单环磁滞,无 法用来表示多环磁滞; Preisach模型<sup>[8]</sup>最初是由德国 物理学家Preisach于1935年提出的物理模型,后经数 学家Krasnosel' skii扩展为纯数学模型,扩大了Preisach模型的应用范围; Ge等人<sup>[9]</sup>基于经典Preisach模型 提出了一种广义Preisach模型; Prandtl-Ishlinskii (PI) 模型是一种基于play算子与stop算子叠加的现象学模 型,其数学描述上是由阈值变量参数化后的算子加权 的单积分形式,在一定程度上可以认为PI模型是Preisach模型的一种特殊形式<sup>[10]</sup>; Krasnoselskii-Pokrovskii (KP)模型<sup>[11]</sup>与Preisach模型相似,是许多KP磁滞单 元通过加权重叠组成的;类Backlash模型<sup>[12]</sup>结构简 单,但仅适用于磁滞形状一定的情况.经过各种模型 综合比较,考虑Preisach模型有着充分的数学特性研 究<sup>[13]</sup>和适应范围广等优点,具有Preisach类型磁滞输 入约束与不确定非线性系统结合的控制器设计问题 具备十分重要的研究价值.

对磁滞非线性的逆补偿研究中,通常的方法是在 反馈控制器设计中引入磁滞逆模型以减少磁滞影响, 但由于输入信号隐式包含在模型中,关于模型逆结构 的研究引起了广泛关注,同时,在Preisach逆模型的存 在性的合理假设下,出现了查表程序法、定点迭代方 法、二等分法、最匹配算法等Preisach的逆方法<sup>[14-17]</sup>. 但是,由于Preisach逆模型的存在性与系统的不确定 性问题,在系统设计中结合逆模型作为前馈补偿器的 方案难以保证闭环系统的稳定性.另一类方法是通过 自适应控制设计方法,构建多个参数进行估计,同时 利用李雅普诺夫稳定性理论证明其稳定性,一般证明 得其Lyapunov函数具有 $\dot{V}(t) \leq -aV(t) + b$ 的不等式 形式,其中a,b是正常数,而放缩遗留项b的存在一般 来源于控制器设计中采用杨氏不等式放缩,对控制性能仍带来误差影响<sup>[18]</sup>.此外,过多的参数估计也会带来巨大的计算负担.因此,保证采用Preisach磁滞表示的非线性闭环系统稳定的控制器设计问题仍然是文献中具有挑战性的问题.

本文针对一类具有Preisach类型磁滞输入的不确 定非线性系统,提出采用 Preisach 算子分解方法与 Backstepping控制方式进行自适应神经网络设计的方 法.所设计的控制器能够实现在有限时间内准确跟踪 受磁滞影响的期待信号,保证了闭环系统信号的有界 性.与其他文献相比,本文的创新点在于:

1)相较Bouc-Wen、类Backlash等模型,Preisach 模型在磁滞表示上更具灵活性,过去对磁滞的研究主 要通过构建磁滞逆模型的方法对磁滞进行抑制和补 偿,但由于磁滞与系统非线性动态之间的耦合,逆的 存在性及Preisach算子的复杂性等问题,构建磁滞逆 模型的方法十分困难.因此,为了避免构造Preisach模 型的逆,本文考虑采用磁滞模型的非线性分解,新公 式中明确表示输入信号,并将其与Backstepping迭代 控制设计相融合,为严格反馈不确定非线性系统设计 了一种自适应的执行器磁滞补偿控制方案,能够保证 闭环控制系统信号的有界性,使得输出跟踪误差渐近 收敛到用户预设范围内;

 2)使用一类降阶光滑函数用于控制器设计,其不 仅能够解决控制器由于信号不连续或者对跟踪误差 符号变化敏感而带来的抖动问题,而且用户能够根据 预设控制参数实现预设性能的有效跟踪;

3) 采用Lyapunov函数的时间导数是负定的,在控制器设计中引入径向基神经网络近似方法,抵消系统中的部分非线性及由Preisach模型离散化程度等带来的干扰影响,所设计控制器包含的自适应估计参数只有一个,其不仅降低了控制系统计算复杂度,并且避免了由于控制参数过多所带来的耦合问题,从而大幅度扩大了方案的应用范围.

本文剩余部分安排如下:第2部分阐述具有磁滞非 线性的严格反馈非线性系统与预备知识;第3部分是 对具有磁滞约束的非线性系统进行Backstepping自适 应控制设计及稳定性分析;第4部分是通过仿真与实 验研究验证所提方法的有效性;第5部分是本文的结 论部分.

### 2 被控对象描述与预备知识

本节作者将给出所研究被控对象的状态空间描述, 以及关于Preisach磁滞算子与径向基函数神经网络的 预备知识.

#### 2.1 被控对象的数学模型

考虑具有如下严格反馈形式的不确定非线性系统:

(1)

其中:  $\bar{x}_i = [x_1 \cdots x_i]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^i, i = 1, 2, \cdots, n$ 是状态向量, y(t)为系统输出, v(t)和u(t)分别为磁滞执行器 $P(\cdot)$ 的输入和输出,  $f_i : \mathbb{R}^i \to \mathbb{R}$ 为未知光滑函数,  $b \in \mathbb{R}$ 为符号已知的增益系数.

控制目标:针对具有未知Preisach磁滞输入的非线 性系统(1),寻求一种合适的控制策略v(t),使得闭环 控制系统具备如下性能:

1) 闭环系统的所有信号均有界;

2) 系统的输出跟踪误差 $z_1(t) = y(t) - y_d(t)$ 渐近 收敛至预设区间[ $-\delta_1, \delta_1$ ],即当时间t趋于无穷,有  $-\delta_1 \leq z_1(t) \leq \delta_1$ ,其中 $y_d(t)$ 表示期望跟踪信号, $\delta_1 > 0$ 为用户预设的常值参数.

针对上述控制目标,本文给出如下常用假设条件.

**假设1** 参考信号 $y_d(t) \in \mathbb{R}$ 及其各高阶时间导数 $y_d^{(i)}(t), i = 1, \dots, n$ 均为已知的有界函数,且定义  $|y_d^{(n)}| \leq y_0$ ,其中 $y_0$ 为有界的正常数.

**假设2** 系统控制增益的符号已知,且满足条件 $0 < b_m \leq \text{sgn} bb \leq b_M < \infty$ ,其中 $b_m, b_M$ 为未知的正常数.

#### 2.2 Preisach磁滞模型

根据文献[19], 经典Preisach模型可视为由无数个继电器算子的权重叠加所构成, 即

$$P(v) = \int \int_{\beta \ge \alpha} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha, \beta}[v, u_{\alpha, \beta}](t) \mathrm{d}\alpha \mathrm{d}\beta, \quad (2)$$

 $\mu(\alpha,\beta)$ 为密度函数(亦称Preisach函数或权重函数),  $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}(\cdot)$ 为对应于Preisach平面上 $(\alpha,\beta)$ 点的继电器算 子,其表达式如下:

$$\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}(t) = \begin{cases} +1, & v(t) > \beta, \\ -1, & v(t) < \alpha, \\ \hat{\gamma}_{\alpha,\beta}(t^{-}), & \alpha < v(t) < \beta, \end{cases}$$
(3)

其中:  $\beta$ 和 $\alpha$ 是Preisach平面上决定迟滞算子继电器开 关的阈值,  $t^- = \lim_{\rho \to 0, \rho > 0} (t - \rho)$ 代表t时刻前一瞬间. 图1为Preisach算子的几何解释, 能动态表示Preisach 平面上多值继电器滞后核的分布,  $\alpha - \beta$ 平面三角形 区域内非阴影部分为 $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}(t) = -1$ 的分布, 阴影部分 为 $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}(t) = +1$ 的分布.

受文献[20]对Preisach模型分解的启发,将u(t)表示为以下的一般模型:

$$u(t) = \mu_0(t)v(t) + d(t).$$
 (4)



Fig. 1 Geometric interpretation of the Preisach operator

在上式中v(t)为实际控制输入,  $\mu_0(t)$ 为大小未知 的控制增益, d(t)作为附加项, 同时 $\mu_0(t)$ 与d(t)满足 如下特点:

$$0 < \underline{\mu}_0 < \mu_0(t) \leqslant \bar{\mu}_0, \tag{5}$$

$$|d(t)| \leqslant \bar{D},\tag{6}$$

其中: $\mu_0(t)$ 是以未知正下界 $\mu_0$ 与未知上界 $\bar{\mu}_0$ 表示的 有界函数,d(t)是以最大边界为 $\bar{D}$ 的有界函数.结合假 设2有如下关系:

$$b_{\rm M}\bar{\mu}_0 \ge b\mu_0(t)\operatorname{sgn} b \ge b_m\mu_0 > 0.$$
(7)

**注**1 采用式(2)的Preisach算子可精确描述磁滞环非 线性约束,但真实控制信号v(t)将被隐含在继电器算子  $\hat{\gamma}_{\alpha,\beta}(v,\cdot)$ 之中,给控制器设计造成极大困难.为解决此问题, 与文献[20]方法类似,本文考虑对Preisach模型进行非线性分 解,成功将控制信号提取并建立其显式表达式,如式(4)所示, 其中控制增益μ<sub>0</sub>(t)和类扰动项d(t)均有界,为后续控制设计 及稳定性分析奠定了重要基础.

#### 2.3 基于径向基函数神经网络的逼近

后续Backstepping递归设计将涉及n个不确定函 数需要逼近,分别为 $\psi_i(Z_i), i = 1, 2, \cdots, n,$ 其中 $Z_i$  $\in \Omega_i \subseteq \mathbb{R}^{q_i}$ 为函数 $\psi_i(Z_i)$ 的输入向量,其中 $q_i$ 为输入 向量的维数, $Z_i$ 的具体表达式见式(20)–(21).本文将 利用径向基神经网络函数的逼近能力对未知函数  $\psi_i(Z_i)$ 进行近似,可得

$$\psi_i(Z_i) = W_i^{*\mathrm{T}} \varphi_i(Z_i) + d_i(Z_i), \qquad (8)$$

其中: i对应反步法设计中第i步,  $d_i(Z_i)$ 为神经网络的 逼近误差, 满足 $|d_i(Z_i)| \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon$ 为任意正常数<sup>[21]</sup>. 理想 权重向量 $W_i^* = [W_{i1}^* \cdots W_{iN_i}^*]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{N_i}$ 表示为

$$W_i^* = \arg\min_{W \in \mathbb{R}^{N_i}} \{ \sup_{Z_i \in \Omega_{Z_i}} |\psi_i(Z_i) - W_i^{*\mathrm{T}} \varphi_i(Z_i)| \},$$
(9)

其中
$$\varphi_i(Z_i) = [\varphi_{i1}(Z_i) \ \varphi_{i2}(Z_i) \ \cdots \ \varphi_{iN_i}(Z_i)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{N_i}$$
为其高斯基函数, 其子函数 $\varphi_{ij}(Z_i)$ 表示为

$$\varphi_{ij}(Z_i) = \exp[-\frac{(Z_i - n_{ij})^{\mathrm{T}}(Z_i - n_{ij})}{\eta_{ij}^2}],$$
 (10)

其中 $1 \leq j \leq N_i, N_i$ 为隐含层节点数,  $\eta_{ij}$ 是高斯基函数的宽度参数, 控制了函数的径向作用范围.

#### 3 针对磁滞约束的自适应控制设计

在本节中,首先引入降解的光滑函数以处理误差 变量符号变化带来的抖动问题,并定义下文控制器设 计过程所涉及的部分参数及变量,控制器设计部分使 用时间导数具有半负定性质的 Lyapunov 函数进行 Backstepping自适应控制设计,最后证明所提控制方 案的稳定性.

定义以下误差变量:

$$\begin{cases} z_1(t) = y(t) - y_d(t), \\ z_i(t) = x_i(t) - \alpha_{i-1}(t) - y_d^{(i-1)}(t), \\ i = 2, 3, \cdots, n, \end{cases}$$
(11)

其中 $\alpha_{i-1}(t)$ 为待设计的虚拟控制器,其具体表达式将在Backstepping递归设计的每一步依次给出(见式(30)(37)).对上述误差变量 $z_i(t), i = 1, 2, \cdots, n$ 进行求导,可得

$$\begin{cases} \dot{z}_{1}(t) = f_{1}(x_{1}) + x_{2}(t) - \dot{y}_{d}(t), \\ \dot{z}_{i}(t) = f_{i}(\bar{x}_{i}) + x_{i+1}(t) - y_{d}^{(i)}(t) - \dot{\alpha}_{i-1}(t), \\ \dot{z}_{n}(t) = f_{n}(\bar{x}_{n}) + bu(t) - y_{d}^{(n)}(t) - \dot{\alpha}_{n-1}(t), \end{cases}$$

$$(12)$$

其中 $\dot{\alpha}_{i-1}(t)$ 在第i步中为上一步设计的虚拟控制律关 于其自变量的导数.为了使下文推导过程清晰,对 Backstepping设计过程中部分变量的时间变量进行简 写,如: $x_i(t)$ 简写成 $x_i, \alpha(t)$ 简写成 $\alpha$ ,等等;并用 $\bar{f}_i$ 表 示式(16)中的 $\bar{f}_i(z_i)$ .

# 3.1 一类降阶光滑函数

在文献[22]中,一种基于Backstepping迭代设计的 预定性能控制方案被提出,涉及一类高阶光滑函数

$$\bar{sg}_{i}(z_{i}) = \begin{cases} \frac{z_{i}}{|z_{i}|}, & |z_{i}| \ge \delta_{i}, \\ \frac{z_{i}}{(\delta_{i}^{2} - z_{i}^{2})^{n-i+2} + |z_{i}|}, & |z_{i}| < \delta_{i}, \end{cases}$$
(13)

其中 $\delta_i$ ,  $i = 1, 2, \cdots, n$ 为用户预设的正常数.

**注** 2 文献[22]控制设计成功将上述光滑函数与自适 应模糊控制方法融合,实现了不确定非线性系统的预定性能 控制,即 $\lim_{t\to\infty} |z_1| \leq \delta_1$ .但其形成的控制策略需要计算这类 高阶光滑函数对 $z_i$ 直至n阶的导数,给控制器实际运行造成了 计算复杂性.为了克服这一缺陷,本文将采用一类降阶光滑函 数开展非线性控制设计.

本文引入以下降阶光滑函数:

$$\bar{sg}_{i}(z_{i}) = \begin{cases} \frac{z_{i}}{|z_{i}|}, & |z_{i}| \ge \delta_{i}, \\ \frac{z_{i}}{(\delta_{i}^{2} - z_{i}^{2})^{2} + |z_{i}|}, & |z_{i}| < \delta_{i}. \end{cases}$$
(14)

以下性质将用于后续控制设计:

$$\bar{sg}_i(z_i)\bar{f}_i(z_i) = \begin{cases} 1, & z_i \ge \delta_i, \\ 0, & |z_i| < \delta_i, \\ -1, & z_i \le -\delta_i, \end{cases}$$
(15)

其中

$$\bar{f}_i(z_i) = \begin{cases} 1, \ |z_i| \ge \delta_i, \\ 0, \ |z_i| < \delta_i. \end{cases}$$
(16)

**注** 3 本文将充分利用直接自适应神经网络控制策略的优势,针对具有不可参数化不确定动态的非线性系统(1)实现上述降阶光滑函数与Bacstepping递归设计的融合,解决文献[22]由*sg<sub>i</sub>z<sub>i</sub>*高阶导数带来的复杂性,提高在实际工程中的应用价值.

为减少自适应估计参数数目,定义正值常数

$$W^* = \frac{1}{k_0} \|W_0^*\|_{\infty} = \frac{1}{k_0} \sup_{t \ge 0} \|W_0^*(t)\|, \qquad (17)$$

其中:

$$k_0 = \min\{1, b_m \underline{\mu}_0\},\tag{18}$$

 $W_0^*(t) =$ 

$$[W_1^* \cdots W_n^* d_1(Z_1) \cdots d_n(Z_n)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{2n}.$$
 (19)  
上述符号 $Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ 为神经网络的输入向量,  
其具体表达式如下:

$$Z_1 = [x_1 \ y_d]^{\mathrm{T}}, \tag{20}$$

$$Z_{i} = [x_{1} \cdots x_{i} \ y_{d} \ \dot{y}_{d} \cdots y_{d}^{(i-1)} \ W]^{\mathrm{T}}, \quad (21)$$

其中W为待设计自适应估计参数.同时,为后续式 (26)和式(36)中定义扩展向量 $\phi_i(Z_i)$ 

$$\phi_i(Z_i) = \left[\underbrace{0\cdots0}_{1\to i-1} \varphi_i^{\mathrm{T}}(Z_i) \underbrace{0\cdots0}_{i+1\to n} \underbrace{0\cdots0}_{1\to i-1} \\ 1 \underbrace{0\cdots0}_{i+1\to n}\right].$$
(22)

定义
$$\omega_i(t)$$
为  
 $\omega_i(t) = \bar{sg}_i(z_i(t))\sqrt{\phi_i^{\mathrm{T}}(Z_i(t))\phi_i(Z_i(t))},$   
 $i = 1, \cdots, n.$  (23)

#### 3.2 控制器设计

考虑到非线性系统(1)具有下三角架构的形式,本 文将采用Bacstepping递归方法设计控制器,详细设计 过程如下:

$$L_1(z_1, \tilde{W}) = \frac{1}{2} (|z_1| - \delta_1)^2 \bar{f}_1 + \frac{k_0}{2\gamma} \tilde{W}^2, \quad (24)$$

其中 $\tilde{W} = W(t) - W^*, W(t)$ 为未知常数 $W^*$ 的自适应估计.

对上面式(24)中的Lyapunov函数 $L_1$ 计算时间导数,可得

$$\dot{L}_{1} = (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1})\dot{z}_{1} + \frac{\kappa_{0}}{\gamma}\tilde{W}\dot{W} \leqslant (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1})[(|z_{2}| - \delta_{2})\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1}) + \psi_{1}(Z_{1}) + \alpha_{1}] + \frac{k_{0}}{\gamma}\tilde{W}\dot{W},$$
(25)

7

其中 $\psi_1(Z_1) = f_1(x_1) + \delta_2 \bar{sg}_1(z_1)$ 采用RBF进行逼近

$$\psi_1(Z_1) = W_1^{*T} \varphi_1(Z_1) + d_1(Z_1) = W_0^{*T} \phi_1(Z_1).$$
(26)

 $Z_1$ 如式(19)定义,  $W_1^*$ 是未知权重向量,  $\varphi_1(Z_1)$ 为已知高斯基函数,  $d_1(Z_1) \in \mathbb{R}$ 为逼近误差, 可得

$$\dot{L}_{1} \leqslant (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}(|z_{2}| - \delta_{2}) + \frac{k_{0}}{\gamma}\tilde{W}\dot{W} + (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1})[\psi_{1}(Z_{1}) + \alpha_{1}].$$
(27)

**注 4** 由W(0) > 0可证W(t) > 0,结合常数k<sub>0</sub>的定义式(18),可进一步获得如下结果:

$$(|z_1| - \delta_1) \bar{f}_1 \bar{s} \bar{g}_1(z_1) \alpha_1 \leq (|z_1| - \delta_1) \bar{f}_1 \bar{s} \bar{g}_1(z_1) k_0 \alpha_1 \leq 0.$$
(28)

该结果对减少自适应估计参数数目以及后续式(43)中处 理不确定时变控制增益具有重要意义.

结合式(27)-(28)可得

$$\dot{L}_{1} \leq (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1})[k_{0}\alpha_{1} + k_{0}W^{*}\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1})\sqrt{\phi_{1}^{\mathrm{T}}(Z_{1})\phi_{1}(Z_{1})}] + (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}(|z_{2}| - \delta_{2}) + \frac{k_{0}}{\gamma}\tilde{W}\dot{W} \leq (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}\bar{s}\bar{g}_{1}(z_{1})[k_{0}W^{*}\omega_{1} + k_{0}\alpha_{1}] + (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}(|z_{2}| - \delta_{2}) + \frac{k_{0}}{\gamma}\tilde{W}\dot{W}.$$
(29)

控制器设计为

$$\alpha_1 = -c_1(|z_1| - \delta_1)\bar{sg}_1(z_1) - W\omega_1.$$
(30)

可得

$$\dot{L}_{1} \leqslant -k_{0}c_{1}(|z_{1}| - \delta_{1})^{2}\bar{f}_{1}\bar{s}\bar{g}_{1}^{2}(z_{1}) + (|z_{1}| - \delta_{1})\bar{f}_{1}(|z_{2}| - \delta_{2})\bar{f}_{2}\bar{s}\bar{g}_{2}^{2} + \frac{k_{0}}{\gamma}\tilde{W}(\dot{W} - \gamma\tau_{1}).$$
(31)

步骤i (2 $\leq i \leq n-1$ ) 第i 个子系统的 Lyapunov

函数选择为

$$L_{i}(z_{1}, \cdots, z_{i}, \tilde{W}) = L_{i-1}(z_{1}, \cdots, z_{i-1}, \tilde{W}) + \frac{1}{2}(|z_{i}| - \delta_{i})^{2}\bar{f}_{i}.$$
 (32)

对时间t求导得

$$\begin{split} \dot{L}_{i} &= \dot{L}_{i-1} + (|z_{i}| - \delta_{i})\bar{f}_{i}\bar{s}\bar{g}_{i}(z_{i})\dot{z}_{i} \leqslant \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} k_{0}c_{j}(|z_{j}| - \delta_{j})^{2}\bar{f}_{j} + \\ &(|z_{i}| - \delta_{i})\bar{f}_{i}\bar{s}\bar{g}_{i}(z_{i})[-\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial W}\dot{W} - \\ &\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial x_{j}}(x_{j+1} + f_{j}(\bar{x}_{j})) + \\ &f_{i}(x_{i}) - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial y_{d}^{(j)}}y_{d}^{(j+1)}] + \\ &(|z_{i}| - \delta_{i})\bar{f}_{i}\bar{s}\bar{g}_{i}(z_{i})[\bar{s}\bar{g}_{i+1}(z_{i+1})|z_{i+1}| + \\ &\bar{s}\bar{g}_{i}(|z_{i-1}| - \delta_{i-1})\bar{f}_{i-1} + \alpha_{i}] + \\ &\frac{k_{0}}{\gamma}\tilde{W}(\dot{W} - \gamma\tau_{i-1}). \end{split}$$
(33)

取

$$\psi_{i}(Z_{i}) = \delta_{i+1}\bar{s}g_{i}(z_{i}) + f_{i}(x_{i}) + s\bar{g}_{i}(|z_{i-1}| - \delta_{i-1})\bar{f}_{i-1} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_{j}}(x_{j+1} + f_{j}(\bar{x}_{j})) - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial y_{d}^{(j)}}y_{d}^{(j+1)} + \Delta_{i}(t), \quad (34)$$

其中 $\Delta_i(t)$ 取为

$$\begin{cases}
\Delta_2(t) = -\gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial W} \tau_2, \\
\Delta_i(t) = -\sum_{j=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial W} \gamma(|z_j| - \delta_j) \bar{f}_j \bar{s} \bar{g}_j \omega_i(t) - \\
\gamma \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial W} \tau_i, \ i = 3, \cdots, n-1.
\end{cases}$$
(35)

 $\psi_i(Z_i)$ 采用RBF进行逼近

$$\psi_i(Z_i) = W_i^{*\mathrm{T}} \varphi_i(Z_i) + d_1(Z_i) = W_0^{*\mathrm{T}} \phi_i(Z_i).$$
(36)

控制器设计为

$$\alpha_i = -c_i(|z_i| - \delta_i)\bar{sg}_i(z_i) - W\omega_i.$$
(37)

同式(29),式(33)可得

$$\dot{L}_{i} \leqslant -\sum_{j=1}^{i} k_{0} c_{j} (|z_{j}| - \delta_{j})^{2} \bar{f}_{j} - \sum_{j=2}^{i} (|z_{j}| - \delta_{j}) \bar{f}_{j} \bar{s} \bar{g}_{j} (z_{j}) \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial W} (\dot{W} - \gamma \tau_{i}) + (|z_{i}| - \delta_{i}) \bar{f}_{i} (|z_{i+1}| - \delta_{i+1}) \bar{f}_{i+1} \bar{s} \bar{g}_{i+1}^{2} +$$

$$\frac{\kappa_0}{\gamma}\tilde{W}(\dot{W}-\gamma\tau_i).$$
(38)

步骤n 第n个子系统的Lyapunov函数选择为

$$L_n(z_1, \cdots, z_n, \tilde{W}) = L_{n-1}(z_1, \cdots, z_{n-1}, \tilde{W}) + \frac{1}{2}(|z_n| - \delta_n)^2 \bar{f}_n.$$
 (39)

上式求时间t求导可得

$$\dot{L}_{n} = \dot{L}_{n-1} + (|z_{n}| - \delta_{n})\bar{f}_{n}\bar{s}\bar{g}_{n}(z_{n})[f_{n}(x_{n}) + bu - y_{d}^{(n)} - \dot{\alpha}_{n-1}].$$
(40)

由式(4)-(7)对磁滞进行分解得

$$\dot{L}_{n} \leqslant -\sum_{j=1}^{n-1} k_{0} c_{j} (|z_{j}| - \delta_{j})^{2} \bar{f}_{j} + \frac{k_{0}}{\gamma} \tilde{W} (\dot{W} - \gamma \tau_{i}) - \sum_{j=2}^{n} (|z_{j}| - \delta_{j}) \bar{f}_{j} \bar{s} \bar{g}_{j} (z_{j}) \cdot \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial W} (\dot{W} - \gamma \tau_{n}) + (|z_{n}| - \delta_{n}) \bar{f}_{n} \bar{s} \bar{g}_{n} (z_{n}) \cdot [b \mu_{0}(t) v(t) + \zeta_{n}(Z_{n})], \qquad (41)$$

其中

 $\zeta_n(Z_n) = \psi_n(Z_n) + \bar{sg}_n(z_n)y_0 + b\bar{D}.$  (42) 同式(28),有如下关系:

$$(|z_n| - \delta_n) \bar{f}_n \bar{s} \bar{g}_n(z_n) [b\mu_0(t)v(t) + \zeta_n(Z_n)] \leqslant (|z_n| - \delta_n) \bar{f}_n \bar{s} \bar{g}_n(z_n) [k_0 \alpha_n + k_0 W^* \omega_n].$$
(43)

联合上式可得

$$\dot{L}_n \leqslant \frac{k_0}{\gamma} \tilde{W}(\dot{W} - \gamma \tau_n) - \sum_{j=1}^n k_0 c_j (|z_j| - \delta_j)^2 \bar{f}_j - \sum_{j=2}^n (|z_j| - \delta_j) \bar{f}_j \bar{s} \bar{g}_j(z_j) \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial W} (\dot{W} - \gamma \tau_n).$$
(44)

控制器v(t)及自适应参数W(t)设计为

$$\dot{W}(t) = \gamma \tau_n(t) =$$
  
$$\gamma \sum_{j=1}^n (|z_j(t)| - \delta_j) \bar{f}_j \bar{s} \bar{g}_j(z_j(t)) \omega_j(t), \qquad (45a)$$

$$v(t) = -\operatorname{sgn} bc_n(|z_n(t)| - \delta_n) \bar{sg}_n(z_n(t)) - \operatorname{sgn} bW(t)\omega_n(t).$$
(45b)

进一步可得

$$\dot{L}_n \leqslant -\sum_{j=1}^n k_0 c_j (|z_j| - \delta_j)^2 \bar{f}_j \leqslant 0.$$
 (46)

# 3.3 稳定性证明

本部分将给出主要的研究结果,并证明闭环控制系统的稳定性和收敛性.

**定理1** 考虑具有Preisach类型磁滞输入的非线 性系统(1). 若假设1和2成立,则采用控制策略(45b)与 自适应律(45a)可保证闭环系统具有如下性能:

2) 跟踪误差 $z_1 = y - y_d$ 随时间 $t \to \infty$ 渐近收敛 到预设区间 $[-\delta_1, \delta_1]$ , 即 $\lim_{t \to \infty} |z_1(t)| \leq \delta_1$ .

证 易证
$$x_1(t), W(t)$$
有界,  $L_n(t) \leq L_n(0), 有$   
$$\int_0^\infty [(|z_1(t)| - \delta_1) \bar{f}_1(z_1(t))]^2 dt \leq \frac{1}{k_0 c_1} L_n(0) < \infty.$$
(47)

证得( $|z_1(t)| - \delta_1$ ) $\bar{f}_1(z_1(t))$ 平方可积;不难证明 ( $|z_1(t)| - \delta_1$ ) $\bar{f}_1(z_1(t))$ 的导数一致连续,则由Barbalat引理可得

$$\lim_{t \to \infty} z_1(t) = \lim_{t \to \infty} (|z_1(t)| - \delta_1) f_1 = 0.$$
 (48)

当 $t \to \infty$ , 由  $\lim_{t \to \infty} (|z_1(t)| - \delta_1) = 0$ 或  $\lim_{t \to \infty} f_1 = 0$ , 即跟踪误差 $z_1(t) = y(t) - y_d(t)$ 可收敛至用户预设 范围 $[-\delta_1, \delta_1]$ . 证毕.

**注**5 跟踪误差的大小取决于式(45)设计参数的选择. 适当减少参数δ<sub>i</sub>以及选择适当的参数γ能够使得系统的收敛 速度得到较大的提升,使得跟踪误差收敛至预定区间内,但并 非参数选择越大或越小,需要根据实际环境以及跟踪精度要 求适当调整.

#### 4 仿真与实验研究

为验证本文所提控制方案的有效性,本节将从以下3个阶段进行:第1阶段,首先对实际压电执行器未知参数进行辨识,以保证辨识结果与实际结果的可靠性,该阶段作为2,3阶段的基础;第2阶段为数值仿真阶段,通过阶段1所得参数构建Preisach模型,保证控制方案在闭环控制系统(如图2)下跟踪性能;第3阶段为验证本文方法在硬件系统平台(如图3)及在半物理仿真实验系统(如图4)下的性能效果.

#### 4.1 基于Preisach算子的磁滞辨识

因不同的设备存在众多复杂的非线性关系,且各 设备之间存在差异性,如式(2)中Preisach磁滞算子的 密度函数μ(α,β)为未知项且与历史输入信息之间存 在耦合性(记忆性),因此需针对图3实际压电执行器进 行密度函数辨识.考虑到实际执行器的输入电压与标 准输出行程均为正变量,以及传统Preisach模型的对 称性等特点,对压电执行器采用式(2)形式描述其 Preisach算子的磁滞非线性特性,并有式(49)–(50)映 射转换

$$\begin{cases} \alpha = \frac{s+r}{2}, \\ \beta = \frac{s-r}{2}, \end{cases}$$
(49)

其中*r*,*s*为新的Preisach平面,与原平面作用等价.在 此基础上, Preisach模型经典形式转换下输出曲线有 如下坐标转换: 第8期

$$\begin{cases} v(t) = v_r(t) - 55 \text{ V}, \\ u(t) = u_r(t) - 15.25 \text{ }\mu\text{m}, \end{cases}$$
(50)

其中:  $v_r(t)$ ,  $u_r(t)$ 分别为实际压电执行器的控制输入 与系统输入, v(t), u(t)分别为变换后数字模型中的虚 拟控制输入与虚拟系统输入. 密度函数辨识结果如 图5. 图6为基于Preisach算子的磁滞环辨识结果, 对所 得辨识模型与图3实际执行器在采样频率为5 Hz, 20 Hz, 50 Hz的三角波/正弦波电压输入下, 其中图 6(a), (c), (e)分别为在采样频率f=5 Hz, 20 Hz, 50 Hz 下最大值为115 V,最小值0 V的三角波输入信号的磁 滞输出信号,图6(b),(d),(f)分别为在采样频率f =5 Hz, 20 Hz, 50 Hz 下的正弦波波输入信号 $v_r(t) =$ 55 sin( $2\pi ft$ ) + 55的磁滞输出信号,对应的位移输出 分别如图中虚线所示,辨识结果与实际轨迹之间的近 似误差可保证在百分位内,可用于仿真实验中磁滞部 分建模.根据对实际压电执行器磁滞的辨识结果,具 备实验验证条件,可将其应用于下文仿真验证中,进 一步为后文实验部分提供充分准备.



图 2 闭环控制系统框图 Fig. 2 Diagram of the closed-loop control system







# 4.2 仿真结果

结合上一部分的模型辨识结果,考虑执行器受 Preisach类型磁滞约束的非线性系统(1)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + 0.5x_1^2(t), \\ \dot{x}_2(t) = 2u(t) + x_1^2(t) + 0.5x_2^2(t), \\ y(t) = x_1(t), \\ u(t) = P(v(t)). \end{cases}$$
(51)

采用式(37)(45)自适应律,控制方案流程如图2,其 中期待跟踪轨迹为 $y_d(t) = 0.5 \sin(\pi t)$ ,控制参数选 择为:  $c_1 = 40$ ,  $c_2 = 55$ ,  $\delta_1 = 0.05$ ,  $\delta_2 = 0.025$ ,  $\gamma =$  $0.05. 系 统 初 始 值 设 置 为 x_1(0) = 0.85, x_2(0) = 0,$ W(0) = 0.02. 仿真结果如图7-9所示. 图7为系统输 出在本文控制方案下的轨迹跟踪结果,能够较为快速 地跟踪上期待信号,且系统输出信号能够在有限时间 内被约束至 $[y_d(t) - \delta_1, y_d(t) + \delta_1]$ ;图8为本文控制方 案与PID控制方案跟踪误差曲线及性能对比图,均能 在有限时间范围内跟踪上期望信号,其中采用PID控 制方案能够保证闭环系统的稳定性,但实际输出在有 限时间内只能大概跟踪上期望信号,其系统输出偏差 在磁滞约束影响下的可达13%,这意味着采用PID方 案的跟踪精度无法达到预设要求,而本文所提出的自 适应神经网络控制方案能在保证稳定性的前提下,进 一步提高跟踪精度,使得跟踪误差约束在预设范围  $[-\delta_1, \delta_1]$ ; 自适应参数的快速收敛性也能得到保证, 如 图9所示,而自适应更新参数数量的减少,能够减少计 算负担以及参数过多带来的调整问题.

#### 4.3 实验结果

为了验证该控制方案的性能,本文搭建一个硬件 系统平台(见图3),并进行半物理仿真实验(见图4).实 验设备包含如下:

1) 压电位移台:为芯明天公司压电纳米产品 P66.X30S,其标称行程为24 μm (0~120 V),行程范围 为30 μm (0~150 V),开闭环分辨率为1.5/0.7 nm, 推/ 拉力为120/15 N.

2) 功率放大模块:型号E05.00.14,平均功率 35 W,主要功能是将微弱的外部模拟输入信号或计算 机经过D/A的模拟信号放大输出.

3) 显式与通信模块: 型号E18.i3, 具有测量和显示 输出电压和PZT传感器控制模块的当前位移值, 具备 控制命令、键盘和软件进行人机交互操作数字闭环控 制等功能.

4) PZT传感模块:型号E09.S1的PZT传感控制模 块负责检测和处理PZT或微动工作台等纳米定位机构 中的传感器信号,电压输出范围为0~10 V.



Fig. 5 Density function of the Preisach operator









Fig. 7 Performance result on trajectory tracking





Fig. 8 Tracking error curve and performance comparison



该系统具有式(1)的模型形式,期待位移输出设定 为 $y_d = 0.5 \sin(\pi t)$ .按照式(37)(45)设计该系统系统 的控制器,与仿真部分使用相同参数,控制过程如图2, 4所示,执行器相关部分采用式(50)变换.实验结果如 图10所示,半物理系统在受到实际压电执行器中存在 的磁滞非线性影响下,本文所提控制方案能够保证系 统输出对期望信号渐近跟踪,并且确保跟踪误差渐近 收敛至用户预设区间[ $-\delta_1, \delta_1$ ]. 仿真中采用式(2)双积 分形式对Preisach类型磁滞部分建模,而实际压电执 行器直接根据输入电压获取输出位移,其响应速度与 通过计算得到位移的仿真方式相比要快上许多,因此 实验部分结果较仿真部分有一定的提升,仿真结果与 实验结果均验证了本文方法的快速性及实用性.





# 5 结论

本文研究一类执行器具有多环磁滞的严格反馈不确定非线性系统跟踪控制问题,通过对传统Preisach 模型经典形式的分解,使得控制输入能够被显式表示, 采用Backstepping迭代设计方法,并考虑具有更加一 般性的系统非线性,引入了降阶光滑函数与自适应径 向基神经网络方法设计控制器,提出一种具有预定性 能的控制策略.本文所提方法估计参数只有一个,避 免了多参数估计带来的计算负担及参数耦合问题;所 设计控制器不仅能够保证状态渐近跟踪,也保证了系 统的预设暂态性能,闭环系统所有信号的半全局一致 有界性及参数的有界性均得到证明.仿真与实验结果 也验证了所提控制策略的性能效果及先进性.

# 参考文献:

- KIM K J, PUGAL D, LEANG K K. A twistable ionic polymer-metal composite artificial muscle for marine applications. *Marine Technol*ogy Society Journal, 2011, 45(4): 83 – 98.
- [2] BAO R B, LIU X X. Research on SMA actuator. International Conference on Computational and Information Sciences. Chengdu: IEEE, 2010: 1336 – 1340.
- [3] LIU J, SUN X, LIU G, et al. Experiment on dual-chamber parallel piezoelectric stack pump for electrorheological fluids. *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*. Beijing: IEEE, 2011: 842 – 846.
- [4] FAN W, LIN Y Y, LI Z S. Hysteresis characteristics of piezoelectric ceramic actuators. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(5): 1112 – 1117.

- [5] GORBET R B, MORRIS K A. Closed-loop position control of Preisach hystereses. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2003, 14(8): 483 – 495.
- [6] HALIM H A, DAO T, PHUNG B T, et al. Hysteretic iron-core modelling for inrush current transients using Jiles-Atherton model. *IEEE International Conference on High Voltage Engineering and Application.* Chengdu: IEEE, 2016: 1 – 4.
- [7] RAKOTONDRABE M. Bouc-wen modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis nonlinearity in piezoelectric actuators. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2011, 8(2): 428 – 431.
- [8] MAYERGOYZ I D. Mathematical models of hysteresis and their applications. *Physical Review Letters*, 1986, 56(15): 1518 1521.
- [9] PING G, JOUANEH M. Tracking control of a piezoceramic actuator. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1996, 4(3): 209

   216.
- [10] LI Z, ZHANG X, MA L. Development of a combined Prandtl Ishlinskii-Preisach model. *Sensors and Actuators A Physical*, 2020, 304(4): 111797.
- [11] ZHOU M, SU L. Implementation of an active disturbance rejection controller on piezoelectric actuators. *IEEE 7th Data Driven Control* and Learning Systems Conference. Enshi: IEEE, 2018: 923 – 927.
- [12] LAI G, LIU Z, ZHANG Y, et al. Adaptive inversion-based fuzzy compensation control of uncertain pure-feedback systems with asymmetric actuator backlash. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25(1): 141 – 155.
- [13] HOVAKIMYAN, NAIRA, NARDI, et al. A novel error observerbased adaptive output feedback approach for control of uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(8): 1310 – 1314.
- [14] GAURI A, VINOD B R, SHINY G. Vector control method for induction motor drive based on hysteresis controller and PI controller comparative study. *IEEE International Conference on Electrical, Computer and Communication Technologies*. India: IEEE, 2019: 1 – 6.
- [15] KRISHNAPRASAD R. Approximate inversion of hysteresis: theory and numerical results. *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control.* Sydney: IEEE, 2000, 5: 4448 – 4454.

- [16] SONG G, ZHAO J, ZHOU X, et al. Tracking control of a piezoceramic actuator with hysteresis compensation using inverse Preisach model. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2005, 10(2): 198 – 209.
- [17] IYER R, TAN X, KRISHNAPRASAD P. Approximate inversion of the Preisach hysteresis operator with application to control of smart actuators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(6): 798 – 810.
- [18] LIU Z, LU K, LAI G, et al. Indirect fuzzy control of nonlinear systems with unknown input and state hysteresis using an alternative adaptive inverse. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(3): 500 – 514.
- [19] IYER R, TAN X. Control of hysteretic systems through inverse compensation. *IEEE Control Systems*, 2009, 29(1): 83 – 99.
- [20] LI Z, ZHANG X, SU C Y, et al. Nonlinear control of systems preceded by preisach hysteresis description: a prescribed adaptive control approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 24(2): 451 – 460.
- [21] LIU Z, LAI G, ZHANG Y, et al. Adaptive neural control for a class of nonlinear time-varying delay systems with unknown hysteresis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(12): 2129 – 2140.
- [22] ZHANG Y, SU X, LIU Z, et al. Event-triggered adaptive fuzzy tracking control with guaranteed transient performance for mimo nonlinear uncertain systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(2): 736 – 749.

作者简介:

**邱伟文** 硕士研究生,目前研究方向为磁滞非线性系统控制、智

能控制, E-mail: 2111904055@mail2.gdut.edu.cn;

**赖冠宇** 副教授,目前研究方向为微纳米定位系统自适应控制、飞行器视觉伺服控制、网络系统容错控制,E-mail: lgy124@foxmail.com;

**章** 云 教授,博士生导师,目前研究方向为智能控制、图像处理、网络化系统、信号处理等, E-mail: yz@gdut.edu.cn.