控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

级联RTAC系统动态神经网络辨识与分散镇定控制

张 宇[1,2], 程开新[3], 竺俊杰[2], 武国勋[1,2†], 姚熊亮[1,2]

(1. 青岛哈尔滨工程大学 创新发展中心, 山东 青岛 266400;

2. 哈尔滨工程大学 船舶工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 3. 大连理工大学 电气工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对含不确定关联项的级联RTAC系统的镇定控制问题, 提出了一种基于动态神经网络辨识的分散控制方案. 应用拉格朗日方程建立起了考虑不确定非线性作用力的级联RTAC系统数学模型, 采用动态神经网络实现级联RTAC系统中不确定关联项的在线辨识, 通过构造含神经网络权值矩阵迹的Lyapunov函数, 证明了辨识误差的一致有界性. 通过动态神经网络辨识不确定关联项、补偿系统建模误差, 建立级联RTAC系统分层滑模控制算法, 以实现级联RTAC系统的高精度分散镇定控制. 数值仿真验证了动态神经网络的引入对级联RTAC系统分散镇定控制系统瞬态幅值抑制、稳态精度提升的效果.

关键词: 级联RTAC; 动态神经网络; 分散控制; 不确定关联项; 辨识

引用格式: 张宇, 程开新, 竺俊杰, 等. 级联RTAC系统动态神经网络辨识与分散镇定控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1451 – 1459

DOI: 10.7641/CTA.2022.10602

Dynamic neural network identification and decentralized stabilization control of cascade RTAC system

ZHANG Yu[1,2], CHENG Kai-xin[3], ZHU Jun-jie[2], WU Guo-xun[1,2†], YAO Xiong-liang[1,2]

(1. Qingdao Innovation and Development Center of Harbin Engineering University, Qingdao Shandong 266400, China;
2. College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China;
3. School of Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: A dynamic neural network based decentralized control scheme is proposed for the stabilization of cascade RTAC system. The mathematical model of the cascade RTAC with uncertain interconnected forces is derived. The dynamic neural network is adopted for identification of uncertain interconnected terms in the mathematical model, and uniform boundedness theorem of identification errors is proved, via introducing Lyapunov function including the trace of weight matrix of dynamic neural network. Then, a decentralized stabilization control scheme of cascade RTAC system is designed using the hierarchical sliding mode algorithm to precisely stabilize the cascade RTAC system, based on dynamic neural network identification and compensation of modeling error. Numerical simulations are conducted to prove the effectiveness of the proposed control scheme with the introduction of dynamic neural network identification in suppression of vibration amplitude and control precision.

Key words: cascade RTAC; dynamic neural network; decentralized control; uncertain interconnected term; identification

Citation: ZHANG Yu, CHENG Kaixin, ZHU Junjie, et al. Dynamic neural network identification and decentralized stabilization control of cascade RTAC system. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1451 – 1459

1 引言

具有旋转激励的平移振荡器(rotational/ translationalactuator, RTAC)是研究欠驱动系统[1–2]的基准系统之一, 因其具有明显的强非线性、欠驱动特性, 常被用来分析设计非线性控制器, 测试控制器的性能.

关于RTAC系统的控制器设计问题, 很多学者已经进行了广泛的研究. 期刊International Journal of Robust and Nonlinear Control对RTAC系统的非线性控制

收稿日期: 2021−07−08; 录用日期: 2022−04−14.
†通信作者. E-mail: wuguoxun@163.com; Tel.: +86 13942023027.
本文责任编委: 龙离军.
国家自然科学基金项目(5197090325, 51809054), 黑龙江省自然科学基金项目(LH2020E075)资助.
Supported by the National Nature Science Foundation of China (5197090325, 51809054) and the Nature Science Foundation of Heilongjiang Province (LH2020E075).

问题进行过专门的研究报道[3–4]. 对于RTAC系统, 常见的控制设计方法有两类: 一是通过部分反馈线性化和解耦处理将系统转化为严格反馈的级联规范型, 然后应用经典的反步法得到系统的稳定控制律[5–7]; 另外一种方法是利用RTAC的无源特性设计控制器[8–9]. 近期, 学者们进一步挖掘了RTAC的特性, 对其运动耦合增强[10]、匹配干扰下的连续控制[11]以及最大反馈线性化[12]等问题进行了研究. 此外, 其他一些控制算法, 包括输出反馈控制[13–14]、滑模变结构控制[15–16]、自适应控制[17]、智能控制[18]也被应用于RTAC的控制器设计.

现有的RTAC系统控制研究多以单个RTAC系统作为被控对象, 对多个RTAC构成的级联型RTAC系统的控制研究则鲜见报道. 其中, Sun等人研究了级联RTAC的非线性耦合与鲁棒控制[19]以及基于部分状态反馈的级联RTAC镇定[20]. 但是关于级联RTAC系统的控制还有很多问题没有解决, 如协同控制问题, 集中、分散不同控制器形式对系统镇定影响, 以及考虑子系统间不确定关联的鲁棒控制等问题, 这些都值得进一步研究探讨.

针对现有级联RTAC系统控制研究存在的问题, 为丰富级联非线性系统控制理论, 本文将对基于动态神经网络辨识的级联型RTAC系统的分散镇定控制展开研究. 首先, 采用拉格朗日方程得到级联RTAC数学模型; 然后, 引入动态神经网络利用其对非线性函数的逼近能力, 辨识出分散子系统间的不确定关联项, 并采用考虑不确定关联项的分层滑模控制算法完成系统稳定性控制; 最后, 通过数值仿真验证所提分散控制系统的有效性.

2 级联RTAC数学模型

如图1所示, 级联RTAC系统由n个RTAC通过弹簧柔性连接组成, 对于第$i(1\leqslant i\leqslant n)$个RTAC, 其由一个未驱动的平移振荡器(小车)和受转矩驱动的旋转偏心质量(小球)组成. 小车通过弹簧连接在固定端(或第$i-1$和$i+1$个RTAC) 上, 在水平方向作一维直线运动, 位移用x_i表示, 小球在作动器转矩N_i的作用下在水平面内做旋转运动, 转动角度为θ_i. 小车质量为M_i, 弹簧刚度系数为k_i, 小球质量为m_i, 其转动半径为r_i, 小球关于质心转动惯量为J_i.

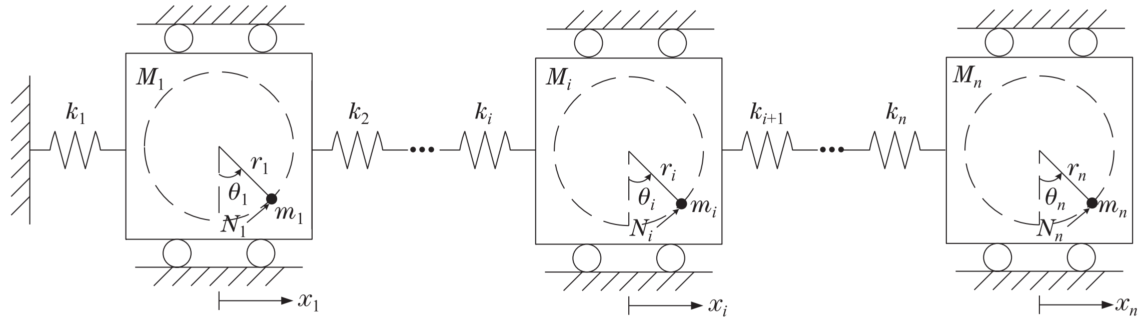

图 1 级联RTAC系统

Fig. 1 Cascade RTAC system

对于第i个RTAC子系统, 选取小车位移x_i和小球转角θ_i为广义坐标, 此时拉格朗日方程具体形式为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}_i})-\dfrac{\partial L}{\partial x_i}=Q_i,\\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\dfrac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i})-\dfrac{\partial L}{\partial \theta_i}=N_i,\end{cases}\quad i=1,2\dots,n \tag{1}$$

其中

$$Q_i=k_i(x_i-x_{i-1})-k_{i+1}(x_{i+1}-x_i)+f_{i+1}-f_i$$

为RTAC$_i$在直线运动方向受到的非保守力. L为RTAC$_i$子系统的拉格朗日函数, $f_i(i=1,2,\dots,n)$为RTAC子系统间的不确定作用力(如非线性弹性恢复力、弹簧阻尼力等未建模动态), f_i同时作用在RTAC$_i$和RTAC$_{i-1}$两个子系统上, 增强了子系统间的关联, 称其为级联RTAC系统的不确定关联项, 为表述简洁, 将不确定关联项记为

$$\begin{aligned}\tilde{f}=&[\tilde{f}_1\ \cdots\ \tilde{f}_i\ \ \cdots\ \tilde{f}_n]^{\mathrm{T}}=\\ &[f_2-f_1\ \cdots\ f_{i+1}-f_i\ \ \cdots\ -f_n]^{\mathrm{T}}.\end{aligned} \tag{2}$$

通过计算RTAC$_i$子系统的动能和势能差值得到子系统的拉格朗日函数L, 代入到式(1)中, 可得到RTAC$_i$子系统的数学模型, 即

$$\begin{cases}(M_i+m_i)\ddot{x}_i+m_ir_i\cos\theta_i\ddot{\theta}_i-m_ir_i\sin\theta_i\dot{\theta}_i^2+\\ k_i(x_i-x_{i-1})-k_{i+1}(x_{i+1}-x_i)+\tilde{f}_i=0,\\ m_ir_i\cos\theta_i\ddot{x}_i+(m_i{r_i}^2+J_i)\ddot{\theta}_i=N_i.\end{cases} \tag{3}$$

将n个RTAC的数学模型联立, 可得到整个级联RTAC系统的数学模型.

$$\begin{cases}(M_1+m_1)\ddot{x}_1+m_1r_1\cos\theta_1\ddot{\theta}_1-m_1r_1\sin\theta_1\dot{\theta}_1^2+\\ k_1x_1-k_2(x_2-x_1)+\tilde{f}_1=0,\\ m_1r_1\cos\theta_1\ddot{x}_1+(m_1{r_1}^2+J_1)\ddot{\theta}_1=N_1,\\ \quad\vdots\\ (M_i+m_i)\ddot{x}_i+m_ir_i\cos\theta_i\ddot{\theta}_i-m_ir_i\sin\theta_i\dot{\theta}_i^2+\\ k_i(x_i-x_{i-1})-k_{i+1}(x_{i+1}-x_i)+\tilde{f}_i=0,\\ m_ir_i\cos\theta_i\ddot{x}_i+(m_i{r_i}^2+J_i)\ddot{\theta}_i=N_i,\\ \quad\vdots\\ (M_n+m_n)\ddot{x}_n+m_nr_n\cos\theta_n\ddot{\theta}_n-\\ m_nr_n\sin\theta_n\dot{\theta}_n^2+k_n(x_n-x_{n-1})+\tilde{f}_n=0,\\ m_nr_n\cos\theta_n\ddot{x}_n+(m_n{r_n}^2+J_n)\ddot{\theta}_n=N_n.\end{cases}\tag{4}$$

级联RTAC系统每个子系统数学模型形式接近, 具有相似组合系统特征, 可将式(4)整理为矩阵形式

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{A}\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{B}_0+\tilde{\boldsymbol{f}}=0,\\ \boldsymbol{A}\ddot{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{D}\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{N},\end{cases}\tag{5}$$

其中:

$\boldsymbol{x}=[x_1\ \ x_2\ \ \cdots\ \ x_n]^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\theta}=[\theta_1\ \ \theta_2\ \ \cdots\ \ \theta_n]^{\mathrm{T}}$,

$\boldsymbol{M}=\mathrm{diag}\{M_1+m_1,\ M_2+m_2,\cdots,M_n+m_n\}$,

$$\boldsymbol{k}=\begin{bmatrix}k_1+k_2 & -k_2 & & & \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & & \\ & -k_3 & k_3+k_4 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -k_n\\ & & & -k_n & k_n\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}\{m_1r_1\cos\theta_1,\ m_2r_2\cos\theta_2,\cdots,$
$m_nr_n\cos\theta_n\}$,

$\boldsymbol{B}_0=[-m_1r_1\sin\theta_1\dot{\theta}_1^2,\ -m_2r_2\sin\theta_2\dot{\theta}_2^2,\cdots,$
$-m_nr_n\sin\theta_n\dot{\theta}_n^2]^{\mathrm{T}}$,

$\boldsymbol{N}=[N_1\ \ N_2\cdots N_n]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{R}=\mathrm{diag}\{r_1,\ r_2,\cdots,r_n\}$,

$\boldsymbol{J}=\mathrm{diag}\{J_1,\ J_2,\cdots,J_n\}$,

$\boldsymbol{m}=\mathrm{diag}\{m_1,\ m_2,\cdots,m_n\}$,

$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{m}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}+\boldsymbol{J}$.

3 级联RTAC动态神经网络分散控制

3.1 分散控制

作为一种非线性关联系统的有效控制手段, 分散控制的基本思想为将整个被控系统拆解为多个相互关联的子系统, 以子系统的局部状态信息作为依据设计分散控制器[21–22]. 与集中控制相比, 分散控制各子系统控制器不需要通信, 可提高控制器执行效率, 且各子系统控制器独立运行, 增加了控制系统可靠性. 为此, 本文采用分散控制方法来实现级联RTAC系统的镇定控制.

不同于单个RTAC, 级联RTAC系统的小车具有多级耦合特性, 不确定关联项引起的建模误差在级联RTAC耦合特性影响下可在多个RTAC子系统间传递, 形成误差累积; 此外, 级联RTAC系统具有多个振动模态, 而不确定关联项与振动形式相关, 在不同模态下并不相同. 在无法确定不确定关联项与RTAC子系统间弹簧弹性力的相互关系时, 直接对系统进行离散, 将不确定关联项作为外部干扰, 独立设计镇定控制器将不可避免的造成控制精度低的问题. 因此, 开展分散控制时, 对级联RTAC系统的不确定关联项进行辨识是必要的.

3.2 动态神经网络辨识

在级联RTAC系统的分散控制系统设计中, 如何处理RTAC子系统间的不确定关联项, 是保证分散控制系统控制效果的关键. 为此, 本部分引入动态神经网络(dynamic neural network, DNN), 利用神经网络对任意连续有界非线性函数的一致逼近能力, 辨识出级联RTAC中的不确定关联项, 并以此为基础, 完成级联RTAC系统的分散控制器设计.

因动态神经网络存在时间相关环节, 在处理动力学系统的辨识问题时, 其动态性能较静态网络更具优势[23–24]. 动态神经网络辨识具体实现方法如下.

将级联RTAC系统数学模型整理为如下形式:

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{U}+\bar{\boldsymbol{f}},\tag{6}$$

其中:

$\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{x}\ \ \dot{\boldsymbol{x}}\ \ \boldsymbol{\theta}\ \ \dot{\boldsymbol{\theta}}]^{\mathrm{T}}$,

$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{N}$,

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}\\ -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A})^{-1}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_0)\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}\\ (\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A})^{-1}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_0)\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{X})=\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{A}^{-1}(1-\boldsymbol{D}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1})\\ 0\\ (\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\end{bmatrix},$$

$$\bar{\boldsymbol{f}}=\begin{bmatrix}0\\ -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A})^{-1}\tilde{\boldsymbol{f}}\\ 0\\ (\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}-\boldsymbol{A})^{-1}\tilde{\boldsymbol{f}}\end{bmatrix}.$$

通过上述变换, 级联RTAC系统中的不确定关联项体现在了$\bar{\boldsymbol{f}}$中, 本部分通过设计动态神经网络观测器实现对$\bar{\boldsymbol{f}}$的在线辨识. 将$\bar{\boldsymbol{f}}$表示为神经网络输出的形式, DNN表达的不确定关联项形式如下:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{B}\boldsymbol{W}^*\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{B}\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{U})+\\ \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{U},\\ \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{X},\end{cases}\tag{7}$$

其中: 状态变量$\boldsymbol{X}$维数为$4n$, $\boldsymbol{B}$为$4n\times r$矩阵, $\boldsymbol{C}$为$q\times 4n$矩阵, $\boldsymbol{W}^*$为$r\times 4n$维神经网络权值矩阵,

$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{U})$为系统误差项, 满足$\|\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{U})\|<\theta^*$, $\theta^*>0$为未知常数. $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X})$为光滑、至少二次可微单调递增函数组成的$4n$维向量, 此处选用Sigmoid函数, 形式为

$$S(X_i)=\frac{\mu}{1+\mathrm{e}^{-lX_i}}+\lambda, \tag{8}$$

其中: μ和l为有界参数, λ为常数, $X_i(i=1,2,\cdots,4n)$为系统状态变量.

为辨识级联RTAC系统中的不确定关联项$\bar{\boldsymbol{f}}$, 建立如下动态神经网络观测器:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{X}}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})+\boldsymbol{L}(\hat{\boldsymbol{Y}}-\boldsymbol{Y})+\\ \qquad \boldsymbol{B}\boldsymbol{v}+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{U},\\ \hat{\boldsymbol{Y}}=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{X}},\end{cases} \tag{9}$$

其中, 选取适当的$\boldsymbol{L}$, 使得$\boldsymbol{A}_\mathrm{c}=\boldsymbol{LC}$为稳定矩阵, 且使$(\boldsymbol{A}_\mathrm{c},\boldsymbol{B})$构成可控对, 此时, 如果存在$q\times r$矩阵$\boldsymbol{F}$, 使$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s})=\boldsymbol{F}^\mathrm{T}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{sI}-\boldsymbol{A}_\mathrm{c})^{-1}\boldsymbol{B}$为一严格正实函数矩阵, 则一定存在一个$4n\times 4n$阶正定矩阵$\boldsymbol{P}$满足

$$\begin{cases}\boldsymbol{A}_\mathrm{c}^\mathrm{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_\mathrm{c}=-\boldsymbol{Q},\\ \boldsymbol{PB}=\boldsymbol{C}^\mathrm{T}\boldsymbol{F},\end{cases} \tag{10}$$

其中$\boldsymbol{Q}$为任意$4n\times 4n$阶正定矩阵. 需要注意的是, 本问题中系统状态均为可测量的, DNN的主要目标为不确定关联项的辨识. DNN突触连接权值采用如下自适应律进行在线调整, 以实现对不确定关联项的在线辨识.

$$\begin{cases}\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}=-\gamma\hat{\boldsymbol{W}}-\boldsymbol{F}^\mathrm{T}\tilde{\boldsymbol{Y}}\boldsymbol{S}^\mathrm{T}(\hat{\boldsymbol{X}}),\\ \dot{\hat{\theta}}=-\gamma_\theta\hat{\theta}+|\tilde{\boldsymbol{Y}}^\mathrm{T}\boldsymbol{F}|,\\ \boldsymbol{v}=-\hat{\theta}\,\mathrm{sgn}(\boldsymbol{F}^\mathrm{T}\tilde{\boldsymbol{Y}}),\end{cases} \tag{11}$$

其中: $\tilde{\boldsymbol{Y}}=\hat{\boldsymbol{Y}}-\boldsymbol{Y}$为$q$维向量, γ、γ_θ为设计参数, $\boldsymbol{v}$是为增强DNN抵抗内外部干扰能力而引入的鲁棒抑制项, $\mathrm{sgn}(\cdot)$为符号函数, 表达式为

$$\mathrm{sgn}(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0.\end{cases}$$

关于上述动态神经网络对级联RTAC系统中不确定关联项辨识误差的收敛性, 存在如下定理.

定理 1 对于级联RTAC系统(6), 具有自适应律(11)的动态神经网络观测器(9), 能够实现级联RTAC系统的不确定关联项辨识以及系统状态观测. 不确定关联项辨识误差$\tilde{\boldsymbol{W}}=\hat{\boldsymbol{W}}-\boldsymbol{W}^*$, 状态观测误差$\boldsymbol{e}=\hat{\boldsymbol{X}}-\mathbf{X}$, 以及$\tilde{\theta}=\hat{\theta}-\theta^*$在一定参数域内一致有界.

证 构造如下的Lyapunov函数:

$$V=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{Pe}+\frac{1}{2}\mathrm{tr}\{\tilde{\boldsymbol{W}}^\mathrm{T}\tilde{\boldsymbol{W}}\}+\frac{1}{2}\tilde{\theta}^2, \tag{12}$$

将DNN观测器表达式代入状态观测误差的导数为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}=&\boldsymbol{B}[\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})-\boldsymbol{W}^*\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{v}-\varepsilon]+\boldsymbol{LCe}=\\ &\boldsymbol{LCe}+\boldsymbol{B}[\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})+\boldsymbol{W}^*\tilde{\boldsymbol{S}}+\boldsymbol{v}-\varepsilon]=\\ &\boldsymbol{A}_\mathrm{c}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{R},\end{aligned} \tag{13}$$

其中: $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{A}_\mathrm{c}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_\mathrm{c}$, $\tilde{\boldsymbol{S}}=\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})-\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X})$, 假设$|\tilde{\boldsymbol{S}}|<M$, 则$V$第1项的时间导数可表示为

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{Pe})=\\ &\frac{1}{2}[\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_\mathrm{c}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{R})+(\boldsymbol{A}_\mathrm{c}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{R})^\mathrm{T}\boldsymbol{Pe}]=\\ &-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{Qe}+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}[\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})+\boldsymbol{W}^*\tilde{\boldsymbol{S}}+\\ &\boldsymbol{v}-\varepsilon],\end{aligned} \tag{14}$$

因此

$$\begin{aligned}\dot{V}=&-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{Qe}+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}[\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})+\boldsymbol{W}^*\tilde{\boldsymbol{S}}+\\ &\boldsymbol{v}-\varepsilon]+\mathrm{tr}\{\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}^\mathbf{T}\tilde{\mathrm{W}}\}+\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}.\end{aligned} \tag{15}$$

利用$\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{Qe}\geqslant\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2$($\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})$为矩阵$\boldsymbol{Q}$的最小特征值), 关于$V$的时间导数有如下不等式成立:

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{1}{2}\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})+\\ &\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}}+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBv}+|\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}|\theta^*+\\ &\mathrm{tr}\{\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}^\mathbf{T}\tilde{\mathrm{W}}\}+\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}.\end{aligned} \tag{16}$$

对上式部分项进行拆分整理可得

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{3}{8}\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{x}})-\\ &\frac{1}{8}\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}}+\\ &\frac{1}{2}(\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}})^\mathrm{T}+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBv}+\\ &|\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}|\theta^*+\mathrm{tr}\{\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}^\mathbf{T}\tilde{\mathrm{W}}\}+\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}.\end{aligned} \tag{17}$$

上式中第3, 4, 5项可进行配方

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{8}\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}}+\\ &\frac{1}{2}(\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}})^\mathrm{T}=\\ &-\frac{1}{2}\boldsymbol{z}^\mathrm{T}\boldsymbol{z}+2[\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})]^{-1}(\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}})^\mathrm{T}\times\\ &(\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}}),\end{aligned} \tag{18}$$

其中

$$\boldsymbol{z}=\frac{\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}}{2}\boldsymbol{e}-\frac{2}{\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}}\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}}.$$

因为$\boldsymbol{z}^\mathrm{T}\boldsymbol{z}\geqslant 0$, 故有

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{3}{8}\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2+\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})+\\ &2[\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})]^{-1}(\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}})^\mathrm{T}(\boldsymbol{PBW}^*\tilde{\boldsymbol{S}})+\\ &\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}(-\hat{\theta}\,\mathrm{sgn}(\boldsymbol{F}^\mathrm{T}\tilde{\boldsymbol{Y}}))+|\boldsymbol{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{PB}|\theta^*+\\ &\mathrm{tr}\{\dot{\hat{\boldsymbol{W}}}^\mathbf{T}\tilde{\mathrm{W}}\}+\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}.\end{aligned} \tag{19}$$

根据式(10), 可知

$$\tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}=\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B},\tag{20}$$

因此式(19)中第4, 5项可简化为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}[-\hat{\theta}\,\mathrm{sgn}(\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{Y}})]+|\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}|\theta^*=\\&-|\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}|\hat{\theta}+|\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}|\theta^*=-|\tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}|\tilde{\theta}.\end{aligned}\tag{21}$$

利用式(20), 代入连接权值自适应律有

$$\begin{aligned}&\mathrm{tr}\{\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}^{\mathbf{T}}\tilde{\mathrm{W}}\}=\\&\mathrm{tr}\{[-\gamma\hat{\boldsymbol{W}}-\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{Y}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}(\hat{\boldsymbol{X}})]^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}\}=\\&-\gamma\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}})-\mathrm{tr}[\tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}})]=\\&-\gamma\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}})-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S}(\hat{\boldsymbol{X}}).\end{aligned}\tag{22}$$

对于式(19)中最后一项, 代入式(11)中的自适应律有

$$\begin{aligned}&\tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}}=\tilde{\theta}\dot{\hat{\theta}}=\tilde{\theta}(-\gamma_\theta\hat{\theta}+|\tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}|)=\\&-\gamma_\theta\hat{\theta}\tilde{\theta}+|\tilde{\boldsymbol{Y}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}|\tilde{\theta},\end{aligned}\tag{23}$$

将式(21)–(23)代入式(19)中, 可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}\leqslant-\frac{3}{8}\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})|\boldsymbol{e}|^2+2[\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})]^{-1}\\&\quad\|\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{W}^*\|^2M^2-\gamma\mathrm{tr}\{\hat{\boldsymbol{W}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{W}}\}-\gamma_\theta\hat{\theta}\tilde{\theta},\end{aligned}\tag{24}$$

其中$M>0$为$\tilde{\boldsymbol{S}}$的上界, 根据式(8)可知$\tilde{\boldsymbol{S}}$的上界存在. 又因为有

$$\begin{aligned}\mathrm{tr}\{\hat{\mathrm{W}}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathrm{W}}\}=&\ \frac{1}{2}\|\tilde{\boldsymbol{W}}\|^2+\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{W}}\|^2-\\&\frac{1}{2}\|\boldsymbol{W}^*\|^2\end{aligned}\tag{25}$$

和

$$\hat{\theta}\tilde{\theta}=\frac{1}{2}\tilde{\theta}^2+\frac{1}{2}\hat{\theta}^2-\frac{1}{2}(\theta^*)^2,\tag{26}$$

且

$$\frac{1}{2}\|\hat{\boldsymbol{W}}\|^2\geqslant0,\ \frac{1}{2}\hat{\theta}^2\geqslant0,\tag{27}$$

故有

$$\begin{aligned}\dot{V}\leqslant&-\frac{3\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}{8\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}e-\frac{\gamma}{2}\|\tilde{\boldsymbol{W}}\|^2+\\&\frac{\gamma}{2}\|\boldsymbol{W}^*\|^2-\frac{\gamma_\theta}{2}\tilde{\theta}^2+\frac{\gamma_\theta}{2}(\theta^*)^2+\\&2[\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})]^{-1}\|\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{W}^*\|^2M^2.\end{aligned}\tag{28}$$

上式可以写成

$$\dot{V}\leqslant-cV+k,\tag{29}$$

其中:

$$\begin{aligned}&c=\min\{\frac{3\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}{4\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})},\gamma,\gamma_\theta\},\\&k=\frac{\gamma}{2}\|\boldsymbol{W}^*\|^2+\frac{\gamma_\theta}{2}(\theta^*)^2+\\&\quad2[\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})]^{-1}\|\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{W}^*\|^2M^2.\end{aligned}$$

综上, 如果$V\geqslant\dfrac{k}{c}$, 可以得到$\dot{V}\leqslant0$, 故$\boldsymbol{e},\tilde{\boldsymbol{W}},\tilde{\theta}$相对于集合$\bar{V}=\{V(t):V\leqslant\dfrac{k}{c}\}$一致有界.　　证毕.

3.3　分层滑模分散镇定控制

将动态网络辨识出的不确定关联项$\bar{f}$代入到式(6)中, 可有效提高级联RTAC系统的数学模型精度. 以此为基础, 采用对内外部干扰具有鲁棒性的分层滑模变结构控制算法[25](hierarchical sliding mode control, HSMC)为级联RTAC系统设计鲁棒分散控制器, 其基本思路为, 通过为每个RTAC子系统分别设计分散控制器, 实现每个RTAC子系统的镇定控制, 进而实现整个级联RTAC系统的有效镇定. 对于第i个RTAC子系统, HSMC分散控制器设计步骤如下.

首先为RTAC$_i$设计如下一级滑模面, 两个滑模面分别对应RTAC$_i$子系统的振子平移运动和旋转激励旋转运动.

$$s_{i1}=c_{i1}x_i+\dot{x}_i,\ s_{i2}=c_{i2}\theta_i+\dot{\theta}_i,\ c_{i1},c_{i2}>0.\tag{30}$$

若系统状态能达到一级滑模面, 当在一级滑模面上运动时, 系统状态满足: $s_{i1}=\dot{s}_{i1}=0$, $s_{i2}=\dot{s}_{i2}=0$, RTAC$_i$子系统的小车位移和小球旋转角度均按指数收敛到零.

考虑到RTAC系统的欠驱动特性, 单个控制输入N_i无法同时对两个独立变量s_{i1}和s_{i2}进行直接控制, 为保证RTAC$_i$子系统的一级滑模面能够到达, 仍需为其设计二级滑模面, 构造如下线性二级滑模面:

$$S_i=\alpha_is_{i1}+\beta_is_{i2},\ \alpha_i,\beta_i>0.\tag{31}$$

为得到使RTAC$_i$子系统二级滑模面稳定的滑模控制律, 为其选取如下Lyapunov函数:

$$V_i(t)=\frac{1}{2}S_i^2.\tag{32}$$

计算其导数

$$\begin{aligned}&\dot{V}_i(t)=S_i\dot{S}_i=S_i(\alpha_i\dot{s}_{i1}+\beta_i\dot{s}_{i2})=\\&S_i[\alpha_i(c_{i1}\dot{x}_i+\boldsymbol{f}_{n+i}+\boldsymbol{g}_{n+i}N_i+\bar{\boldsymbol{f}}_{n+i})+\\&\beta_i(c_{i2}\dot{\theta}_i+\boldsymbol{f}_{3n+i}+\boldsymbol{g}_{3n+i}N_i+\bar{\boldsymbol{f}}_{3n+i})]=\\&S_i[(\alpha_i\boldsymbol{g}_{n+i}+\beta_i\boldsymbol{g}_{3n+i})N_i+\alpha_i(c_{i1}\dot{x}_i+\boldsymbol{f}_{n+i}+\bar{\boldsymbol{f}}_{n+i})+\\&\beta_i(c_{i2}\dot{\theta}_i+\boldsymbol{f}_{3n+i}+\bar{\boldsymbol{f}}_{3n+i})],\end{aligned}\tag{33}$$

$$N_i=\frac{\begin{aligned}&-\eta_i\,\mathrm{sgn}(S_i)-\kappa_iS_i-\\&\alpha_i[c_{i1}\dot{x}_i+\boldsymbol{f}_{n+i}+(\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i}]-\\&\beta_i[c_{i2}\dot{\theta}_i+\boldsymbol{f}_{3n+i}+(\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}]\end{aligned}}{\alpha_i\boldsymbol{g}_{n+i}+\beta_i\boldsymbol{g}_{3n+i}},\tag{34}$$

此时有

$$\begin{aligned}\dot{V}_i(t)=&\ S_i\{-\eta_i\,\mathrm{sgn}(S_i)-\kappa_iS_i+\\&\alpha_i[\bar{\boldsymbol{f}}_{n+i}-(\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i}]+\end{aligned}$$

$$\beta_i[\bar{\boldsymbol{f}}_{3n+i} - (\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}]\}. \tag{35}$$

由定理1可知, 对于$V_i(t) = \{V : V \geqslant k/c\}$, 有

$$\begin{cases} |\bar{\boldsymbol{f}}_{n+i} - (\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i}| = |(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i}| < \varLambda_1, \\ |\bar{\boldsymbol{f}}_{3n+i} - (\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}| = |(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}| < \varLambda_2, \end{cases} \tag{36}$$

其中: $\varLambda_1 > 0, \varLambda_2 > 0$为不确定项辨识误差的上界, 故可通过取足够大的$\eta_i > 0$, 使得

$$\eta_i > |\alpha_i(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i} + \beta_i(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}|, \tag{37}$$

此时有

$$\dot{V}_i(t) \leqslant -\kappa_i S_i^2 \leqslant 0. \tag{38}$$

当且只当S_i=0时, 式(38)中的等号成立. 由式(38)可知$V_i(t) \leqslant V_i(0) - \int_0^t \kappa_i S_i^2 \mathrm{d}t \leqslant V_i(0)$, 即$V_i(t)$有界, 根据Lyapunov稳定性理论与LaSalle's不变集原理, 可知S_i可稳定收敛于系统的不变集, 即零点. 要证明RTAC$_i$子系统的小车位移和小球旋转角度也稳定收敛到零, 还需要对一级滑模面的稳定性进行证明, 具体证明过程见附录A.

4 数值分析

通过数值仿真分析本文所提级联RTAC系统控制方案的控制效果. 在数值仿真过程中, 设定$n = 3$, 即级联RTAC系统包含3个RTAC子系统. 每个RTAC$_i$子系统取相同参数, 具体取值如表1所示.

表 1 级联RTAC系统参数

Table 1 System parameters of cascade RTAC

项目$(i = 1, \cdots, n)$	数值	单位
M_i	10.235	kg
m_i	1.02	kg
r_i	0.2	m
J_i	0.001	kg·m^2
k_i	294.87	N/m

对于$n = 3$的级联RTAC系统, 其在固定住小球转角时, 可视为三自由度振动系统, 在不考虑不确定作用力(如非线性弹性恢复力、弹簧阻尼力等未建模动态)的影响时, 其有三阶振动模态. 级联RTAC系统小车的各种运动均可表示为3种振动模态的线性组合, 如果能对3种振动模态进行有效控制, 即可实现级联RTAC系统任意平移振动的有效控制.

为了验证基于动态神经网络辨识的级联RTAC系统分散控制器的有效性, 对3种不同工况下的RTAC系统镇定控制以及不确定关联项辨识进行了分析. 3种工况对应$n = 3$的级联RTAC系统的三阶振动模态. 以三自由度振动系统的振型向量为基础, 以第2个RTAC子系统小车初始位移为基准进行归一化, 确定不同工况下各RTAC子系统中小车的初始位移. 通过调整各RTAC子系统中小车的初始位移, 可以控制级联RTAC系统进入哪种振动模态. 3种工况对应的初始条件如表2所示.

表 2 各工况初始条件

Table 2 Initial conditions of simulations

工况	初始位移/m	初始转角/rad
1	$[0.55\ \ 1.0\ \ 1.25\ ] \times 0.025$	$[0\ \ 0\ \ 0]$
2	$[2.25\ \ 1.0\ \ -1.8\ ] \times 0.025$	$[0\ \ 0\ \ 0]$
3	$[-0.8\ \ 1.0\ \ -0.45] \times 0.025$	$[0\ \ 0\ \ 0]$

仿真中不确定关联项采用正弦函数形式, 即$\tilde{f}= A\sin\omega t$, 在3种工况下各RTAC子系统的不确定项幅值均取0.1 N, 频率分别取级联RTAC系统的三阶共振频率, 即2.38 Hz, 6.69 Hz以及9.67 Hz. 分别对无控、分层滑模分散控制(hierarchical sliding mode decentralized control, HSMDC)以及基于动态神经网络的分层滑模分散控制(dynamic neural network based hierarchical sliding mode decentralized control, DNN-HSMDC)3种不同条件下的级联RTAC小车位移响应和不确定关联项辨识情况进行了分析, 数值结果见图2–7.

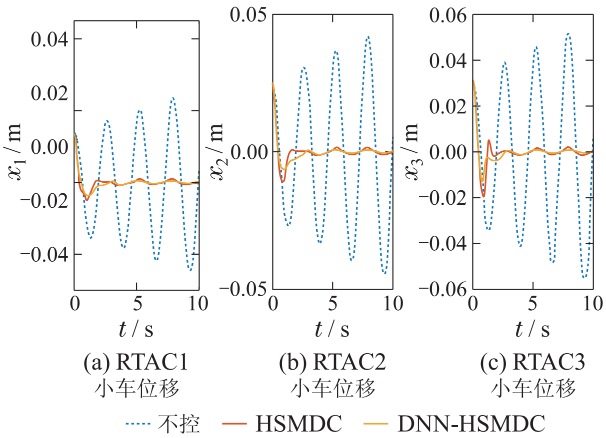

图 2 工况1: 一阶振动模态下RTAC小车位移响应

Fig. 2 Simulaiton1: displacement responses of RTAC in first vibration mode

如图2所示, 在一阶振动模态下, 因不确定干扰项频率与系统一阶共振频率一致, 向级联RTAC系统注入能量, 导致无控条件下3个小车的位移响应幅值逐渐增大, 而施加HSMDC和DNN-HSMDC控制后, 小车位移很快稳定到原点附近. 在观测时间[0, 10] s内, HSMDC控制使3个小车的位移均方根值分别降低了84.5%, 83%和81%; DNN-HSMDC控制则分别降低了85%, 84.3%和83.6%. 可以看出DNN-HSMDC控制效果要优于HSMDC, 这是因为DNN- HSMDC引入神经网络对级联RTAC系统中的不确定关联项进行辨识, 补偿了建模误差, 得到了更加准确的被控对象模型, 进而提升了控制效果.

观察图3可以发现, 动态神经网络可准确辨识出不确定关联项$\bar{f}$, 经过仿真开始阶段后, 辨识误差很快衰减到零. 由于对不确定关联项的准确辨识, 可有效抑制不确定干扰对系统镇定的不良影响. 图3(a)(c)(e)显示振动进入稳态后, DNN-HSMDC获得了较HSMDC更小的稳态误差, 在[5, 10] s范围内, HSMDC控制下的3个小车位移最大值为[1.0 1.6 1.9]$\times10^{-3}$ m, 而DNN-HSMDC进一步降低为[0.45 0.69 0.79]$\times10^{-3}$ m, 这正是引入DNN 辨识所起到的效果.

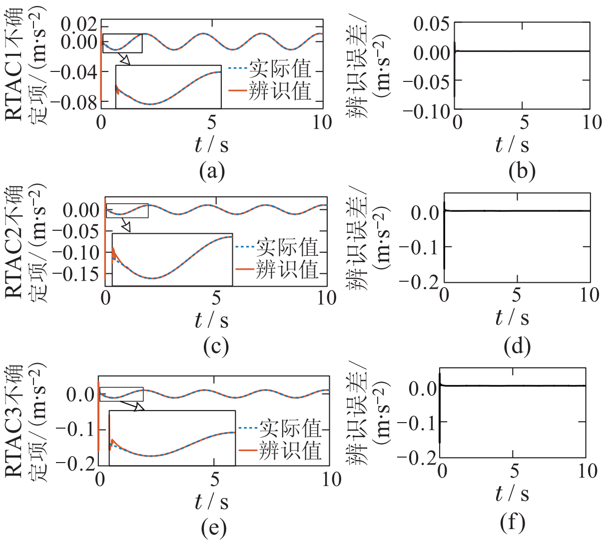

图 3　工况1: 一阶振动模态下不确定关联项辨识结果

Fig. 3　Simulaiton1: identification results of uncertain interconnected forces in first vibration mode

为比较不同控制算法的瞬态控制效果, 采用单周期位移峰值衰减率作为瞬态性能评价指标, 即从仿真开始到小车振动一个周期结束时, 小车位移峰值相较于不控时的衰减比例.因为施加控制前后, 小车运动周期维持不变, 故单周期位移峰值衰减率可体现控制器对振动的抑制快慢. 相较于不控时, HS-MDC控制下的3个小车的单周期位移峰值衰减率分别为94.8%, 97.3%, 86.5%; 而DNN-HSMDC控制下单周期位移峰值衰减率可达95.1%, 98.3%, 95%, 可见DNN辨识引入对振动控制系统瞬态性能也有提升.

如图4–7所示, 对于二阶振动模态和三阶振动模态下的级联RTAC系统镇定控制, 可得出与工况1类似的结论. 不同工况下, 基于动态神经网络辨识的分层滑模分散控制均能实现对级联RTAC系统不确定关联项的准确辨识, 并能实现小车位移响应的有效镇定, 且控制效果要优于无辨识环节的HSMDC控制.

工况2中, HSMDC对3个小车控制效果(位移均方根降低量)分别为63.7%, 68.6%和65.5%, 稳态误差为[1.5 1.1 1.9]$\times10^{-3}$m, 单周期位移峰值衰减率为18.3%, 31.7%, 28.5%; DNN-HSMDC控制效果为70.9%, 71.7%和70.3%, 稳态误差为[0.37 0.34 0.25]$\times10^{-3}$ m, 单周期位移峰值衰减率为41.4%, 47.9%, 37%.

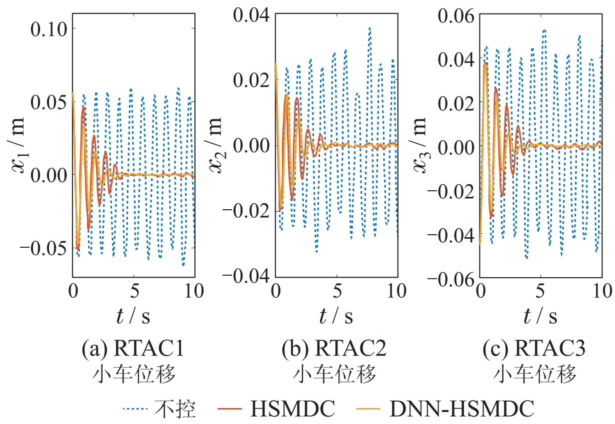

图 4　工况2: 二阶振动模态下RTAC小车位移响应

Fig. 4　Simulaiton 2: displacement responses of RTAC in second vibration mode

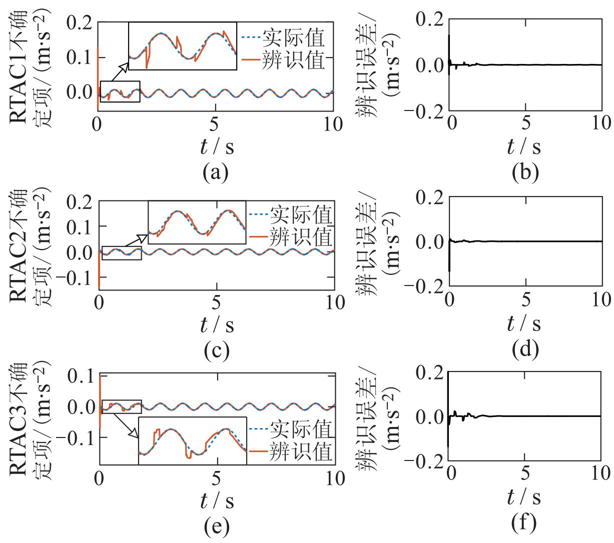

图 5　工况2: 二阶振动模态下不确定关联项辨识结果

Fig. 5　Simulaiton 2: identification results of uncertain interconnected forces in second vibration mode

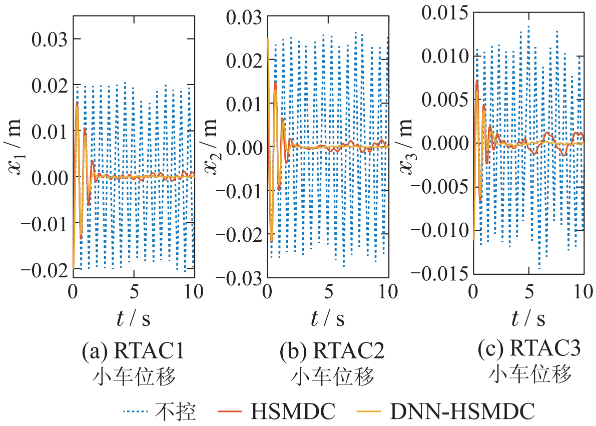

图 6　工况3: 三阶振动模态下RTAC小车位移响应

Fig. 6　Simulaiton 3: displacement responses of RTAC in third vibration mode

工况3中, HSMDC对3个小车控制效果(位移均方根降低量)分别为74%, 75.1%和77.3%, 稳态误差为[1.1 1.5 1.5]$\times10^{-3}$m, 单周期位移峰值衰减率为30.5%, 37.3%, 44.4%; DNN-HSMDC控制效果为76%, 76.4%

和80.7%, 稳态误差为[0.12 0.11 0.13] $\times 10^{-3}$ m, 单周期位移峰值衰减率为37.2%, 47.4%, 48.3%. 在工况2和工况3中, DNN辨识环节的引入对控制效果的提升要比工况1更加明显.

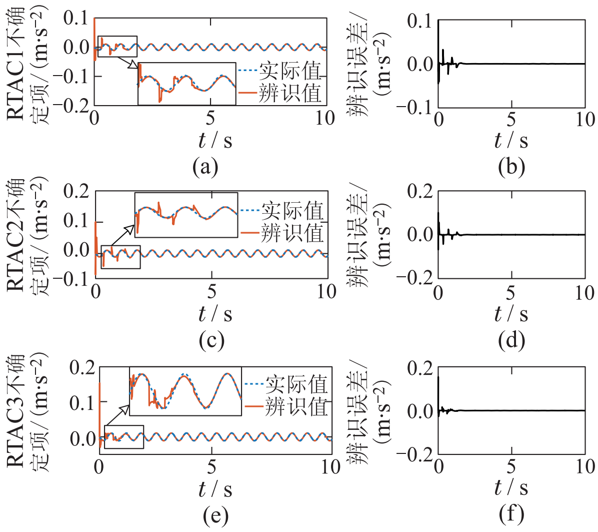

图 7 工况3: 三阶振动模态下不确定关联项辨识结果

Fig. 7 Simulaiton 3: identification results of uncertain interconnected forces in third vibration mode

5 结论

本文提出了一种基于动态神经网络辨识的级联RTAC系统分散控制方案. 引入动态神经网络辨识出分散子系统中的不确定关联项, 并采用分层滑模控制算法为级联RTAC系统设计了分散控制器, 通过理论分析给出了动态神经网络辨识误差一致有界的条件, 证明了闭环分散控制系统的稳定性. 数值仿真表明, 基于动态神经网络辨识的分层滑模分散控制能实现对级联RTAC系统不确定关联项的准确辨识, 可补偿系统建模误差, 进而在系统位移响应抑制以及控制精度方面均优于无辨识环节的分层滑模分散控制.

参考文献:

[1] OLFATI-SABER R. *Nonlinear control of underatuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles*. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2000.

[2] MENG Qingxin, LAI Xuzhi, YAN Ze, et al. Position control without residual vibration for a two-link rigid-flexible manipulator. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(3): 620 – 628.
(孟庆鑫, 赖旭芝, 闫泽, 等. 双连杆刚柔机械臂无残余振动位置控制. 控制理论与应用, 2020, 37(3): 620 – 628.)

[3] ROBERT T B, DENNIS S B, VINCENT T C. A benchmark problem for nonlinear control design. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1998, 8(4): 307 – 310.

[4] PANAGIOTIS T, MARTIN C, MARIO A R. An L_2 disturbance attenuation solution to the nonlinear benchmark problem. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1998, 8(4): 311 – 330.

[5] GAO Bingtuan, JIA Zhiyong, CHEN Hongjun, et al. Dynamical modeling and backstepping control of TORA. *Control and Decision*, 2007, 22(11): 1284 – 1288.
(高丙团, 贾智勇, 陈宏钧, 等. TORA的动力学建模与Backstepping控制. 控制与决策, 2007, 22(11): 1284 – 1288.)

[6] SPONG M W. Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems. *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Munich, Germany, IEEE, 1994: 314 – 321.

[7] XU L, HU Q. Output-feedback stabilization control for a class of under-actuated mechanical systems. *IET Control Theory & Applications*, 2013, 7(7): 985 – 996.

[8] TADMOR G. Dissipative design, lossless dynamics, and the nonlinear TORA benchmark example. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2001, 9(2): 391 – 398.

[9] GAO B, BAO Y, XIE J, et al. Passivity-based control of two-dimensional translational oscillator with rotational actuator. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2014, 36(1): 111 – 118.

[10] WU Xianqing, OU Xianhua, HE Xiongxiong. Enhanced coupling stabilization controller design for TORA systems. *Control and Decision*, 2015, 30(6): 1039 – 1043.
(武宪青, 欧县华, 何熊熊. 增强耦合的TORA 系统镇定控制方法设计. 控制与决策, 2015, 30(6): 1039 – 1043.)

[11] SUN N, WU Y, FANG Y, et al. Nonlinear continuous global stabilization control for underactuated RTAC systems: design, analysis, and experimentation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(2): 1104 – 1115.

[12] ZHANG Yu, GUO Yuanbo, LI Luyu, et al. Nonsingular controller for TORA system based on maximal feedback linearization. *Control and Decision*, 2018, 33(8): 1415 – 1421.
(张宇, 郭源博, 李芦钰, 等. 基于最大反馈线性化的TORA系统非奇异镇定控制. 控制与决策, 2018, 33(8): 1415 – 1421.)

[13] WU Xianqing, XU Kexin, ZHANG Yibo. Output-based feedback control of underactuated TORA systems by bounded inputs. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(1): 200 – 204.
(武宪青, 徐可心, 张益波. 基于输出反馈的欠驱动TORA系统的有界输入控制. 自动化学报, 2020, 46(1): 200 – 204.)

[14] KARAGIANNIS D, JIANG Z P, ORTEGA R, et al. Output-feedback stabilization of a class of uncertain non-minimum-phase nonlinear systems. *Automatica*, 2005, 41(9): 1609 – 1615.

[15] XU R, OZGUENER. Sliding mode control of a class of underactuated systems. *Automatica*, 2008, 44(1): 233 – 241.

[16] MOBAYEN S. A novel global sliding mode control based on exponential reaching law for a class of underactuated systems with external disturbances. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2016, 11(2): 021011.

[17] LEE C H, CHANG S K. Experimental implementation of nonlinear TORA system and adaptive backstepping controller design. *Neural Computing and Applications*, 2012, 21(4): 785 – 800.

[18] LIU Chuande, GAO Bingtuan, ZHENG Gongbei, et al. Fuzzy control design of oscillating trajectory tracking for underactuated TORA. *Electric Machines and Control*, 2018, 22(5): 117 – 122.
(刘传德, 高丙团, 郑功倍, 等. 欠驱动TORA振荡轨迹跟踪的模糊控制设计. 电机与控制学报, 2018, 22(5): 117 – 122.)

[19] WU Y, SUN N, FANG Y, et al. An increased nonlinear coupling motion controller for underactuated multi-TORA systems: theoretical design and hardware experimentation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 49(6): 1186 – 1193.

[20] SUN N, WU Y, FANG Y, et al. Nonlinear stabilization control of multiple-RTAC systems subject to amplitude-restricted actuating torques using only angular position feedback. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(4): 3084 – 3094.

[21] BAKULE L. Decentralized control: An overview. *Annual Reviews in Control*, 2008, 32(1): 87 – 98.

[22] LI Xiaohua, LIU Yang, LIU Xiaoping. Decentralized finite-time robust connective stabilization for a class of large-scale systems with expanding construction. *Control and Decision*, 2015, 30(11): 1967 –

1973.
(李小华, 刘洋, 刘晓平. 一类扩展结构大系统的分散有限时间鲁棒关联镇定. 控制与决策, 2015, 30(11): 1967 – 1973.)

[23] CHAVOSHIAN M, TAGHIZADEH M, MAZARE M. Hybrid dynamic neural network and PID control of pneumatic artificial muscle using the PSO algorithm. *International Journal of Automation and Computing*, 2020, 17: 428 – 438.

[24] FAN Jianchao, HAN Min. Dynamic neural network on Gaussian particle swarm optimization for delay system identification. *Control and Decision*, 2010, 25(11): 1703 – 1706.
(范剑超, 韩敏. 基于高斯微粒群优化的动态神经网络延迟系统辨识. 控制与决策, 2010, 25(11): 1703 – 1706.)

[25] PHAM D B, LEE S G. Hierarchical sliding mode control for a two-dimensional ball segway that is a class of a second-order underactuated system. *Journal of Vibration & Control*, 2019, 25(1): 72 – 83.

附录A RTAC$_i$子系统一级滑模面稳定性证明

只有两级滑模面稳定性均得到证明, 才能保证RTAC$_i$子系统镇定能够实现. 现对如下一级滑模面的稳定性定理进行证明.

定理 A1　对于RTAC$_i$子系统,为其设计滑模面(30)–(31), 采用控制律(34). 如有$s_{i2} \in L_\infty, \dot s_{i2} \in L_\infty$, 即两者都是有界的, 那么两个一级滑模面$s_{i2}, s_{i2}$也是渐近稳定的.

证　为表述方便, 记$\sigma_1 = s_{i1}, \sigma_2 = s_{i2}$.

对式(38)两侧进行积分并移项得到

$$V_i(t) \leqslant V_i(0) - \int_0^t \kappa_i S_i^2 \mathrm{d}t \leqslant V_i(0) < \infty, \tag{A1}$$

即

$$V_i(t) = \frac{1}{2} S_i^2 < \infty, \tag{A2}$$

从而得到$S_i \in L_\infty$, 即

$$\sup_{t\geqslant 0} |S_i| = \|S_i\|_\infty < \infty. \tag{A3}$$

又因为

$$\dot V_i(t) = S_i \dot S_i \leqslant -\kappa_i S_i^2 \leqslant \infty, \tag{A4}$$

故可得$\dot S_i \in L_\infty$, 即

$$\sup_{t\geqslant 0} |\dot S_i| = \|\dot S_i\|_\infty < \infty. \tag{A5}$$

考虑假设$\sigma_2 \in L_\infty,\ \dot\sigma_2 \in L_\infty$, 根据式(31), 有

$$\sup_{t\geqslant 0} |\sigma_1| = \|\sigma_1\|_\infty < \infty,\ \sup_{t\geqslant 0} |\dot\sigma_1| = \|\dot\sigma_1\|_\infty < \infty, \tag{A6}$$

从而得到

$$\sigma_2 \in L_\infty,\ \dot\sigma_2 \in L_\infty. \tag{A7}$$

根据RTAC$_i$子系统滑模控制律的设计过程可知, 式(31)中α_i, β_i的选取不影响二级滑模面的稳定性, 构建如下两个滑模面:

$$S_l = \alpha_l \sigma_1 + \beta \sigma_2, S_s = \alpha_s \sigma_1 + \beta \sigma_2, \tag{A8}$$

设定$0 \leqslant \int_0^\infty S_s^2 \mathrm{d}t < \int_0^\infty S_l^2 \mathrm{d}t < \infty$, 两积分值做差可得

$$\begin{aligned} 0 < &\int_0^\infty (S_l^2 - S_s^2) \mathrm{d}t = \\ &\int_0^\infty [(\alpha_l^2 - \alpha_s^2)\sigma_1^2 + 2(\alpha_l - \alpha_s)\beta\sigma_1\sigma_2] \mathrm{d}t = \\ &\int_0^\infty [(\alpha_l^2 - \alpha_s^2)\sigma_1^2 + 2(\alpha_l - \alpha_s)\sigma_1(S_l - \alpha_l\sigma_1)] \mathrm{d}t = \\ &\int_0^\infty -(\alpha_l - \alpha_s)^2\sigma_1^2 \mathrm{d}t + \int_0^\infty 2(\alpha_l - \alpha_s)\sigma_1 S_l \mathrm{d}t < \infty, \end{aligned} \tag{A9}$$

对上式移项并整理可得

$$\int_0^\infty (\alpha_l - \alpha_s)^2\sigma_1^2 \mathrm{d}t < 2|\alpha_l - \alpha_s| \|\sigma_1\|_\infty \int_0^\infty S_l \mathrm{d}t. \tag{A10}$$

证明上式中的$\int_0^\infty S_l \mathrm{d}t < \infty$, 由式(35)可得

$$\begin{aligned} &V_i(t) - V_i(0) = \int_0^t S_i[-\eta_i \operatorname{sgn}(S_i) - \kappa_i S_i + \\ &\alpha_i(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i} + \beta_i(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}] \mathrm{d}t \leqslant \\ &\int_0^t S_i[-\xi_i \operatorname{sgn}(S_i) - \kappa_i S_i] \mathrm{d}t, \end{aligned} \tag{A11}$$

其中

$$\xi_i = \eta_i - \alpha_i \|(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{n+i}\|_\infty - \beta_i \|(\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{W}}\boldsymbol{S})_{3n+i}\|_\infty > 0,$$

所以

$$0 < V_i(t) \leqslant V_i(0) - \int_0^t S_i[\xi_i \operatorname{sgn}(S_i) + \kappa_i S_i] \mathrm{d}t. \tag{A12}$$

移项可得

$$\begin{aligned} &\int_0^t (\xi_i |S_i| + \kappa_i S_i^2) \mathrm{d}t = \int_0^t \xi_i |S_i| \mathrm{d}t + \int_0^t \kappa_i S_i^2 \mathrm{d}t < \\ &V_i(0) < \infty, \end{aligned} \tag{A13}$$

由上式可知左侧两项均为有界的, 因此

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty (\alpha_l - \alpha_s)^2 \sigma_1^2 \mathrm{d}t = (\alpha_l - \alpha_s)^2 \int_0^\infty \sigma_1^2 \mathrm{d}t < \\ &2|\alpha_l - \alpha_s| \|\sigma_1\|_\infty \int_0^\infty S_l \mathrm{d}t < \infty, \end{aligned} \tag{A14}$$

故得出

$$\int_0^\infty \sigma_1^2 \mathrm{d}t < \infty. \tag{A15}$$

同样的方法, 可以证得

$$\int_0^\infty \sigma_2^2 \mathrm{d}t < \infty. \tag{A16}$$

综上可得$\sigma_1 \in L_2,\ \sigma_2 \in L_2$. 两个一级滑模面均为平方可积函数, 且其导数有界, 根据Barbalat引理即可证得两个一级滑模面是渐近稳定的.

作者简介:

张　宇　博士, 讲师, 硕士生导师, 研究方向为结构振动控制、非线性系统、舰船减振降噪等, E-mail: hblwzy@hrbeu.edu.cn;

程开新　博士研究生, 研究方向为非线性控制系统, E-mail: ckx@mail.dlut.edu.cn;

竺俊杰　硕士研究生, 研究方向为非线性振动, E-mail: zhujunjie@mail.hrbeu.edu.cn;

武国勋　博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为结构动力学、波动分析与控制等, E-mail: wuguoxun@163.com;

姚熊亮　博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为波动力学、舰船抗爆与防护、跨介质飞行器技术等, E-mail: xiongliangyao@hrbeu.edu.cn.