切换非线性系统的输出反馈周期事件触发控制

李 实[1], 向峥嵘[2†]

(1. 南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210023; 2. 南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 本文针对一类在任意切换信号作用下的切换非线性系统, 研究了其输出反馈周期事件触发控制问题. 所考虑的非线性系统采用非严格反馈形式且含有未知时变控制系数. 在本文中, 仅利用采样时刻的系统输出. 为了估计系统的不可量测的状态, 基于采样的系统输出构造了降维状态观测器. 为了减少通信资源的利用, 提出了一种新的输出反馈周期事件触发策略, 该策略包含仅利用事件触发时刻的信息构造的输出反馈事件触发控制器以及仅在采样时刻间歇性监测的离散事件触发机制. 通过选取可容许的采样周期及合适的公共Lyapunov函数, 证明了闭环系统在任意切换下全局渐近稳定. 最后, 通过将本文中所给出的控制方案应用到数值算例中验证了其有效性.

关键词: 非线性系统; 切换系统; 周期事件触发控制; 输出反馈; 任意切换; 公共Lyapunov函数方法

引用格式: 李实, 向峥嵘. 切换非线性系统的输出反馈周期事件触发控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1377 – 1386

DOI: 10.7641/CTA.2021.10811

Output feedback periodic event-triggered control for switched nonlinear systems

LI Shi[1], XIANG Zheng-rong[2†]

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210023, China;
2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: This paper investigates the output feedback periodic event-triggered control problem for a class of switched nonlinear systems under arbitrary switchings. The considered nonlinear system is in the nonstrict-feedback form and contains unknown time-varying control coefficients. In this paper, only the system output at sampling instants is utilized. In order to estimate the unmeasured system states, a reduced-order state observer is constructed based on the sampled system output. To reduce the usage of communication resources, a new output feedback periodic event-triggered control strategy, which includes an output feedback event-triggered controller that only uses event-sampling information and a discrete-time event-triggering mechanism that is only intermittently monitored at sampling instants, is proposed. By choosing an allowable sampling period and a proper common Lyapunov function, it is proven that the closed-loop system is global asymptotically stable under arbitrary switchings. Finally, the proposed control scheme is applied to a numerical example to verify its effectiveness.

Key words: nonlinear systems; switched systems; periodic event-triggered control; output feedback; arbitrary switchings; common Lyapunov function method

Citation: LI Shi, XIANG Zhengrong. Output feedback periodic event-triggered control for switched nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1377 – 1386

1 引言

在实际应用中, 许多控制系统的通信带宽和计算资源通常都是有限的. 此外, 随着节能减排的思想及走可持续发展路线的提出, 寻求低能耗的控制系统已经成为了社会各界的共识. 因此, 如何有效地节约通信资源成为了研究热点. 为了降低通信资源的利用, TABUADA在文献[1]提出了事件触发控制策略. 目前, 该控制策略已经引起了很多研究学者的广泛关注. 文献[2]针对一类不确定非线性系统提出了一种输出反馈事件触发控制策略, 保证了闭环系统的稳定性. 文献[3–4]研究了不确定非线性系统的自适应事件触发控制问题, 给出了有效的自适应控制方案. 文献[5]

收稿日期: 2021−08−28; 录用日期: 2021−12−28.
†通信作者. E-mail: xiangzr@njust.edu.cn; Tel.: +86 13951012297.
本文责任编委: 龙离军.
国家自然科学基金项目(62103196, 61873128), 江苏省高等学校基础科学(自然科学)面上项目(21KJB510041), 南京师范大学引进人才科研启动经费(184080H202B315)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (62103196, 61873128), the Natural Science Research Project of Jiangsu Higher Education Institutions (21KJB510041) and the Research Start Fund of Nanjing Normal University (184080H202B315).

针对一类具有输入饱和的非线性系统, 设计了一种事件触发饱和控制器并分析了系统的半全局鲁棒镇定性. 通过引入内部动态变量方法, 文献[6]讨论了一类随机非线性系统的事件触发控制问题. 文献[7]研究了有向拓扑下, 一类非线性多智能体系统的固定时间一致性问题, 通过引入事件触发控制策略, 给出了一致性方案. 文献[8–9]将事件触发控制策略应用到不确定非线性系统的跟踪控制问题中, 所设计的方案可以实现有效地跟踪. 文献[10]结合了有限时间控制以及事件触发控制方法, 针对一类不确定非线性系统提出了一种全局事件触发有限时间控制策略. 文献[11]研究了一类互联非线性系统的输出反馈事件触发控制问题, 提出了一种模糊自适应分散事件触发控制策略. 众所周知, 受自身因素和外部环境的影响, 许多实际控制系统呈现出切换的特性, 如机械控制系统、机器人控制系统、电力控制系统及交通控制系统等. 切换系统是一类由一系列连续时间或离散时间的子系统以及切换的规则组成的混杂系统[12]. 切换系统的概念的出现为具有切换特性的系统提供了一种统一的数学建模框架[13]. 换言之, 切换系统可以描述上述实际控制系统. 近年来针对切换系统的控制问题的研究, 尤其是切换非线性系统的控制问题受到了广泛地关注[14–15]. 对于切换非线性控制系统同样可能存在通信带宽和计算资源有限的问题. 因此, 如何将事件触发控制策略应用到切换非线性系统的控制问题中是一个值得讨论的问题. 针对这一问题, 许多学者开展了研究. 通过结合公共Lyapunov函数方法与事件触发控制方法, 文献[16–17]分别针对带有输入饱和的切换非线性系统以及一类纯反馈形式的不确定切换非线性系统展开研究, 提供了可行的事件触发控制方案. 文献[18–20]研究了基于驻留时间条件的切换非线性系统的事件触发控制问题, 所提出的方案在保证系统稳定性的同时排除了可能发生的Zeno现象. 文献[21–23]针对几类带有平均驻留时间约束的切换非线性系统, 设计了事件触发控制器并导出了系统稳定所需要满足的平均驻留时间条件.

注意到, 上述结果皆是基于连续时间框架下的. 然而, 在实际生产生活中, 随着数字计算机技术的飞速发展与全面普及, 对于实际系统的控制往往通过计算机实现, 即控制器的形式大多以采样控制器的形式出现. 对于许多采样控制系统而言, 同样存在通信带宽和计算资源受限的问题. 这给研究者带来了一个新的研究课题, 能否在计算机采样控制的基础上结合事件触发控制实现进一步减少通信资源的利用? 针对这一问题, 文献[24–25]中提出了周期事件触发控制方法. 周期事件触发控制策略有效地结合了事件触发控制及采样控制的优点, 其特点是触发机制仅在采样时刻间断监测, 这使得周期事件触发控制策略可以在周期性采样控制的基础上进一步减少通信资源的利用并且可以避免Zeno现象. 因此, 周期事件触发控制方法在非线性控制系统中得到了广泛地应用. 针对一类非线性系统, 文献[26]通过结合过近似方法和周期事件触发控制策略, 设计了可以使得闭环系统稳定的周期事件触发控制器. 在文献[27]中, 研究了一类含有时变扰动的非线性系统的输出反馈周期事件触发鲁棒控制问题, 通过引入反馈控制和干扰补偿技术, 设计了可以保证系统有界的输出反馈周期事件触发控制方案. 文献[28]考虑了一类增量二次非线性系统的全局周期事件触发控制问题, 分别设计了状态反馈和输出反馈周期事件触发控制器并导出了闭环系统的输入状态稳定的条件. 文献[29]针对一类非线性网络控制系统, 设计了周期事件触发控制器, 有效地实现了控制目标. 针对一类非线性Lipschitz系统, 文献[30]利用脉冲观测器来估计系统状态, 进而构造输出反馈周期事件触发控制器和触发机制, 在保证系统稳定性的同时实现了节约系统通信资源. 文献[31]研究了一类随机非线性系统的输出反馈周期事件触发控制问题, 设计了基于补偿器的周期事件触发控制策略, 实现了闭环系统在均方意义下全局渐近稳定. 在文献[32]中, 针对一类非线性时滞系统设计了周期事件触发控制方案, 并将该方案成功地应用到了一类人工胰腺系统中, 进一步说明了周期事件触发策略的实用性.

根据上述讨论可知, 针对非切换系统的周期事件触发控制的研究取得了较为丰硕的成果. 然而, 对于切换系统, 即使所有子系统均稳定, 不受约束的切换信号仍然可以使得整体系统不稳定. 相反, 即使所有子系统均不稳定, 通过选取合适的切换信号仍可以保证整体切换系统系统稳定. 因此, 针对非切换系统设计的周期事件触发控制方案不能直接应用于切换系统. 尤其是对于切换非线性系统, 非线性项的存在给周期事件触发控制器设计增加了难度, 这导致目前针对切换系统的周期事件触发控制问题的研究主要集中于切换线性系统[33–34], 而针对切换非线性系统的周期事件触发控制研究成果还鲜见报道. 本文作者在文献[35]中针对一类切换非线性的周期事件触发控制展开了研究, 给出了输出反馈周期事件触发控制方案保证了系统在任意切换下的稳定性. 但是需要指出的是, 该文献所研究的系统为一类严格反馈系统且要求系统非线性函数为光滑函数, 这在一定程度上限制了方案的应用范围. 因此, 可以提出如下有趣且富有挑战的问题: 1) 能否将周期事件触发控制策略引入到一类更加一般的切换非严格反馈非线性控制系统, 进而实现节约该系统的通信资源? 2) 如果所考虑的系统含有未知控制系数且仅考虑利用系统输出在采样时刻的信息进行设计, 如何设计有效的状态观测器估计系统不可量测的状态? 3) 如何设计周期事件触发控制器和

触发机制来保证闭环系统在任意切换下全局渐近稳定? 下文将针对这些问题展开研究. 本文的主要贡献如下:

1) 不同于已有文献[26–35], 本文针对一类切换非线性系统, 提出了一种新颖的输出反馈周期事件触发控制方案, 该方案包括基于观测器的事件触发控制器和一种新型可调节离散传输机制. 该方案可以有效节约所考虑的控制系统的通信资源.

2) 与一些已有文献[35]相比, 本文所考虑的系统为非严格反馈系统、含有未知控制系数且不要求系统的非线性函数为光滑函数. 因此, 本文所研究的系统更加一般, 所设计的方案拥有更广的应用范围.

3) 与一些已有文献[27,35]所设计的状态观测器不同, 本文仅利用采样时刻的系统输出为所有的子系统构造了公共的降维观测器, 避免了对已知的系统输出的重复估计.

本文的其余部分安排如下: 第2节给出了系统描述以及将要用到的假设条件; 第3节为本文主要内容, 包括观测器与控制器设计和稳定性分析; 在第4节中, 进行了仿真研究; 最后, 本文在第5节进行了总结.

符号说明　$|\cdot|$为标量的绝对值; $\|\cdot\|$为向量的欧式范数或矩阵的2范数; $\subseteq$表示包含于; $A\cup B$表示集合A与集合B的并集; I_{n-1}为$n-1$维单位矩阵; $\lambda_{\max}(*)$/$\lambda_{\min}(*)$分别表示矩阵$*$的最大/最小特征值.

2　问题描述

考虑如下切换非线性系统:

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t)=h_i(t)x_{i+1}(t)+f_{i,\sigma(t)}(x(t)),\\ \dot{x}_n(t)=h_n(t)u(t)+f_{n,\sigma(t)}(x(t)),\\ y(t)=x_1(t),\ i=1,\cdots,n-1,\end{cases}\tag{1}$$

其中: $x=[x_1\ \cdots\ x_n]^{\mathrm{T}}$为系统状态, u为系统输入, y为系统输出, $h_i(t),\ i=1,\cdots,n$为未知控制系数, $\sigma(t):[0,\infty)\to\mathcal{M}=\{1,2,\cdots,M\}$为切换信号, M为子系统个数, $f_{i,s}(x), s\in\mathcal{M}$为未知连续非线性函数且满足$f_{i,s}(0)=0$. 在系统(1)中, 考虑状态在切换时刻不发生跳变且仅利用系统输出y在采样时刻的信息. 为了研究系统(1)的输出反馈周期事件触发控制问题, 定义采样的系统输出为$y(kT), k=0,1,\cdots$, 其中$T>0$为采样周期. 令本文中采样序列为$\Omega_1=\{0,T,2T,\cdots\}$, 其中$kT$为第$k+1$次采样时刻, 定义事件触发序列为$\Omega_2=\{t_0,t_1,t_2,\cdots\}\subseteq\Omega_1$, 其中$t_k$为第$k+1$次事件触发时刻. 由文献[27]易知, 存在非负整数i_k满足$t_k=i_kT, i_k<i_{k+1}$. 令$i_{k,m}=i_k+m, m=0,1,\cdots,i_{k+1}-i_k-1$, 可得

$$[t_k,t_{k+1})=\bigcup_{m=0}^{i_{k+1}-i_k-1}[i_{k,m}T,i_{k,m+1}T).$$

在本文中, 通过零阶保持器的作用, 考虑$u(t)=u(t_k),\forall t\in[t_k,t_{k+1})$.

注 1　本文仅考虑利用系统输出在采样时刻的信息, 并且通过设计仅在采样时刻间歇性监测的事件触发机制判断是否更新控制器. 由此可知, 事件触发区间长度为一个采样周期或多个采样周期, 换言之事件触发区间为一个或者多个采样区间的并集, 即$[t_k,t_{k+1})=\bigcup_{m=0}^{i_{k+1}-i_k-1}[i_{k,m}T,i_{k,m+1}T)$. 在本方案中, 直接对事件触发区间$[t_k,t_{k+1})$进行稳定性分析是较为复杂的. 通过上述划分, 可以从采样区间$[i_{k,m}T,i_{k,m+1}T)$着手进行讨论, 使得本文的闭环系统稳定性分析更加简明.

假设 1　时变控制系数$h_1(t),\cdots,h_{n-1}(t)$是可导的且满足下列不等式:

$$h_{i,\min}\leqslant h_i(t)\leqslant h_{i,\max},\ i=1,\cdots,n,\tag{2}$$

$$\underline{h}_i\leqslant\dot{h}_i(t)\leqslant\bar{h}_i,\ i=1,\cdots,n-1,\tag{3}$$

其中: $h_{i,\min}$与$h_{i,\max}$为正常数, $\underline{h}_i$与$\bar{h}_i$为常数.

假设 2　函数$f_{i,s}(x),i=1,\cdots,n,s\in\mathcal{M}$满足

$$|f_{i,s}(x)|\leqslant c_{i,s}(|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_i|),\tag{4}$$

其中$c_{i,s}\geqslant 0$为已知常数.

注 2　需要指出的是, 系统(1)可以描述很多实际系统, 如双模进料连续搅拌釜式反应器系统[36]及切换RLC电路系统[37]. 为了实现在周期采样控制的基础上进一步节约这些实际控制系统通信资源, 有必要将周期事件触发控制策略引入到系统(1)中. 此外注意到本文所考虑的系统是一类非严格反馈切换系统且含有未知控制系数. 因此, 与一些文献[35]中针对切换系统提出的周期事件触发控制相比, 本文给出的方案将拥有更广的应用范围.

注 3　假设1是对系统中未知的控制系数的常见限制条件, 可见于许多已有文献[38–39]. 假设2在一些文献[38,40]中又称为线性增长条件, 是用来约束系统中非线性项的常见条件. 在线性条件限制下, 系统(1)仅要求未知非线性函数$f_{i,s}(x)$是连续的. 因此, 文献[35]中提出的方案不能用来解决系统(1)的控制问题.

本文的控制目标是为系统(1)设计输出反馈周期事件触发控制器, 保证其对应的闭环系统的在任意切换下全局渐近稳定.

3　主要结果

3.1　观测器与控制器设计

首先, 引入如下坐标变换:

$$\begin{cases}\chi_1(t)=x_1(t),\\ \chi_i(t)=\dfrac{h_1(t)\cdots h_{i-1}(t)x_i(t)}{L^{i-1}},\\ v(t)=\dfrac{u(t)}{L^n},\ i=2,\cdots,n,\end{cases}\tag{5}$$

其中$L\geqslant 1$为设计参数.

进而, 系统(1)可以改写为

$$\begin{cases}\dot{\chi}_i(t)=L\chi_{i+1}(t)+\varphi_{i,\sigma(t)}(t,\chi(t)),\\ \dot{\chi}_n(t)=Lh(t)v(t)+\varphi_{n,\sigma(t)}(t,\chi(t)),\\ y(t)=\chi_1(t),\ i=1,\cdots,n-1,\end{cases}\tag{6}$$

其中:

$$\begin{aligned}&\chi(t)=[\chi_1(t)\ \ \cdots\ \ \chi_n(t)]^{\mathrm{T}},\\ &\varphi_{1,\sigma(t)}(t,\chi(t))=f_{1,\sigma(t)}(x),\\ &\varphi_{i,\sigma(t)}(t,\chi(t))=\frac{h_1(t)\cdots h_{i-1}(t)f_{i,\sigma(t)}(x)}{L^{i-1}}+\\ &\qquad\frac{\chi_i}{h_1(t)\cdots h_{i-1}(t)}\cdot\\ &\qquad\frac{\mathrm{d}(h_1(t)\cdots h_{i-1}(t))}{\mathrm{d}t},\\ &\qquad i=2,\cdots,n,\\ &h(t)=h_1(t)\cdots h_n(t).\end{aligned}$$

根据假设1, 有$h_{\min}\leqslant h(t)\leqslant h_{\max}$, 其中:

$$\begin{aligned}h_{\min}=\min\{&1,h_{1,\min}h_{2,\min}\cdots h_{n,\min},\\ &h_{1,\min}h_{2,\min}\cdots h_{i-1,\min},h_{2,\min}h_{3,\min}\cdots\\ &h_{i-1,\min},\cdots,h_{i-1,\min}\},\\ h_{\max}=\min\{&1,h_{1,\max}h_{2,\max}\cdots h_{n,\max},\\ &h_{1,\max}h_{2,\max}\cdots h_{i-1,\max},h_{2,\max}h_{3,\max}\cdots\\ &h_{i-1,\max},\cdots,h_{i-1,\max}\},\\ &i=2,\cdots,n.\end{aligned}$$

为了估计系统的不可量测状态, $\forall t\in[i_{k,m}T,i_{k,m+1}T)$, $i_{k,m}T\in\Omega_1$, 设计如下降维状态观测器:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\varsigma}}_2(t)=-b_2L\hat{\varsigma}_2(t)-b_2^2Ly(i_{k,m}T),\\ \dot{\hat{\varsigma}}_3(t)=-b_3L\hat{\varsigma}_3(t)-b_3^2L\hat{\chi}_2(i_{k,m}T),\\ \qquad\vdots\\ \dot{\hat{\varsigma}}_n(t)=-b_nL\hat{\varsigma}_n(t)-b_n^2L\hat{\chi}_{n-1}(i_{k,m}T),\end{cases}\tag{7}$$

其中$b_2,\cdots,b_n$为正的设计参数且$\hat{\chi}_2(t),\hat{\chi}_3(t),\cdots,\hat{\chi}_n(t)$, $t\in[i_{k,m}T,i_{k,m+1}T)$定义如下:

$$\begin{cases}\hat{\chi}_2(t)=\hat{\varsigma}_2(t)+b_2y(t),\\ \hat{\chi}_3(t)=\hat{\varsigma}_3(t)+b_3\hat{\chi}_2(t),\\ \qquad\vdots\\ \hat{\chi}_n(t)=\hat{\varsigma}_n(t)+b_n\hat{\chi}_{n-1}(t),\end{cases}\tag{8}$$

进而易得

$$\begin{aligned}&\hat{\chi}_2(i_{k,m}T)=\hat{\varsigma}_2(i_{k,m}T)+b_2y(i_{k,m}T),\\ &\hat{\chi}_3(i_{k,m}T)=\hat{\varsigma}_3(i_{k,m}T)+b_3\hat{\chi}_2(i_{k,m}T),\\ &\qquad\vdots\\ &\hat{\chi}_n(i_{k,m}T)=\hat{\varsigma}_n(i_{k,m}T)+b_n\hat{\chi}_{n-1}(i_{k,m}T).\end{aligned}$$

定义观测误差为$\varepsilon_i(t)=\varsigma_i(t)-\hat{\varsigma}_i(t)$, 其中$\varsigma_i(t)=\chi_i(t)-b_i\chi_{i-1}(t)$, $i=2,\cdots,n$. 由式(6)–(7), 可得, $\forall t\in[i_{k,m}T,i_{k,m+1}T)$, $i=3,\cdots,n-1$,

$$\begin{cases}\dot{\varepsilon}_2(t)=L\chi_3-b_2L\varepsilon_2-b_2^2L(y(t)-y(i_{k,m}T))+\\ \qquad\varphi_{2,\sigma(t)}(\cdot)-b_2\varphi_{1,\sigma(t)}(\cdot),\\ \dot{\varepsilon}_i(t)=L\chi_{i+1}-b_iL\varepsilon_i-b_i^2L(\chi_{i-1}-\hat{\chi}_{i-1})-\\ \qquad b_i^2L(\hat{\chi}_{i-1}(t)-\hat{\chi}_{i-1}(i_{k,m}T))+\\ \qquad\varphi_{i,\sigma(t)}(\cdot)-b_i\varphi_{i-1,\sigma(t)}(\cdot),\\ \dot{\varepsilon}_n(t)=Lh(t)v(t)-b_nL\varepsilon_n-b_n^2L(\chi_{n-1}-\\ \qquad\hat{\chi}_{n-1})+\varphi_{n,\sigma(t)}(\cdot)-b_n\varphi_{n-1,\sigma(t)}(\cdot)-\\ \qquad b_n^2L(\hat{\chi}_{n-1}(t)-\hat{\chi}_{n-1}(i_{k,m}T)).\end{cases}\tag{9}$$

令$\bar{\chi}_{n-1}=[\chi_1\ \ \cdots\ \ \chi_{n-1}]^{\mathrm{T}}$, $\varPhi_{\sigma(t)}=[\varphi_{1,\sigma(t)}\ \ \cdots\ \ \varphi_{n-1,\sigma(t)}]^{\mathrm{T}}$, 那么式(6)可以改写为

$$\begin{cases}\dot{\bar{\chi}}_{n-1}=LA\bar{\chi}_{n-1}+LB(\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1})+\varPhi_{\sigma(t)},\\ \dot{\chi}_n(t)=Lh\alpha(t)+Lh(v(t)-\alpha(t))+\varphi_{n,\sigma(t)},\\ y(t)=\chi_1(t),\end{cases}\tag{10}$$

其中

$$A=\begin{bmatrix}0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ 0&0&\cdots&1\\ -\rho_1&-\rho_2&\cdots&-\rho_{n-1}\end{bmatrix}$$

为Hurwitz矩阵, $\rho_1,\cdots,\rho_{n-1}$为正的设计参数. 进而, 可知存在一个正定矩阵$P=P^{\mathrm{T}}>0$满足$A^{\mathrm{T}}P+PA=-\kappa I_{n-1}$, κ为正的设计参数. $B=[0\ \ \cdots\ \ 0\ \ 1]^{\mathrm{T}}$, $C=[\rho_1\ \ \cdots\ \ \rho_{n-1}]$, $\alpha(t)=-\lambda_1\chi_1(t)-\lambda_2\chi_2(t)-\cdots-\lambda_2\chi_n(t)$, $\lambda_1,\cdots,\lambda_n$为正的设计参数, 在本设计方案中, 需要选取$\lambda_n\geqslant\dfrac{\rho_{n-1}+\zeta+1}{h_{\min}}$及$\lambda_i=\rho_i\lambda_n$, $i=1,\cdots,n-1$.

在本文中, $\forall t\in[t_k,t_{k+1})$, 设计如下输出反馈控制器:

$$\begin{cases}v(t)=-\lambda_1\chi_1(t_k)-\lambda_2\hat{\chi}_2(t_k)-\cdots-\lambda_n\hat{\chi}_n(t_k),\\ u(t)=L^nv(t).\end{cases}\tag{11}$$

构造如下公共Lyapunov函数:

$$V=\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{n}\varepsilon^2+\bar{\chi}_{n-1}^{\mathrm{T}}P\bar{\chi}_{n-1}+\frac{(\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1})^2}{2}.\tag{12}$$

令$\varUpsilon(t)=[\chi(t)\ \ \varepsilon(t)]$, 那么式(12)同样可以写为$V=\varUpsilon^{\mathrm{T}}Q\varUpsilon$, 其中$Q$为正定矩阵.

定义

$$\mu(i_{k,m}T) = -\lambda_1\chi_1(i_{k,m}T) - \lambda_2\hat{\chi}_2(i_{k,m}T) - \cdots - \lambda_n\hat{\chi}_n(i_{k,m}T),$$

$\hat{\chi}_1 = \chi_1 = y,\ e(t) = e(i_{k,m}T) = \mu(i_{k,m}T) - u(t_k),$ $t \in [i_{k,m}T, i_{k,m+1}T),\ t_k \leqslant i_{k,m}T < t_{k+1}.$

此外, 令$b_{i\to j} = b_i b_{i-1}\cdots b_j, b_{i\to i} = b_i, b_{i\to i+1} = 1, i = 3, \cdots, n, j = 2, \cdots, i-1$. 假设第1次触发发生在时刻$t_0 = 0$, 如果第$k+1$次触发发生在时刻$t_k$, 那么下一个事件触发时刻$t_{k+1} = i_{k+1}T$由下列事件触发机制决定:

$$i_{k+1} = \min\{\theta > i_k | |e(\theta T)| \geqslant \varpi|\mu(\theta T)|\}, \quad (13)$$

其中: θ为非负整数, $e(t) = e(\theta T) = \mu(\theta T) - u(t_k)$, $\varpi = \dfrac{\gamma}{\vartheta}$, γ为正的设计参数,

$$\vartheta = 2h_{\max}\sqrt{2}\max\{\eta, \sum_{i=2}^{n}\sum_{j=i}^{n}\sqrt{2}\lambda_j b_{j\to i+1} + \sqrt{2}\lambda_n\},$$

$$\eta = \lambda_1 + \sum_{i=2}^{n}\lambda_i b_{i\to 2} + 2\sum_{i=2}^{n}\lambda_i\sum_{j=2}^{i}b_{i\to j+1} + \sum_{i=2}^{n}\lambda_i\sum_{j=2}^{i}b_{i\to j}.$$

由式(13), $\forall t \in [i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 有

$$|e(t)| = |e(i_{k,m}T)| \leqslant \varpi|\mu(i_{k,m}T)|. \quad (14)$$

注 4　本文引入了降维观测器(7). 一方面, 因为系统(1)中含有未知时变控制系数$h_i(t)$, 构造全维观测器来估计系统不可量测状态存在一定难度; 另一方面, 相较于全维观测器, 文中的降维观测器不需要对系统输出进行重复估计, 在一定程度上降低了控制系统的成本.

3.2　稳定性分析

定理 1　考虑系统(1)满足假设1与假设2, 如果选取采样周期满足式(35), 那么带有事件触发机制(13)的输出反馈控制器(11)以及状态观测器(7)可以保证相应的闭环系统的所有状态在任意切换下全局渐近稳定.

证　当$\sigma(t) = s$, 第s个子系统激活, 那么$\forall t \in [i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, V的时间导数满足

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant{}& -L\sum_{i=2}^{n}b_i\varepsilon_i^2 - L\kappa\|\bar{\chi}_{n-1}\|^2 + |\varepsilon^{\mathrm{T}}\Psi_s| + \\ & L\sum_{i=2}^{n-1}|\varepsilon_i||\chi_{i+1}| + L\sum_{i=3}^{n}b_i^2|\varepsilon_i||\chi_{i-1} - \hat{\chi}_{i-1}| + \\ & L\sum_{i=3}^{n-1}b_i^2|\varepsilon_i||\hat{\chi}_{i-1}(t) - \hat{\chi}_{i-1}(i_{k,m}T)| + \\ & (2\|PB\| + \|CA\|)L\|\bar{\chi}_{n-1}\||\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}| + \\ & Lh(t)|\varepsilon_n(t)||v(t)| + \rho_{n-1}L(\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1})^2 + \\ & Lh\alpha(t)(\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}) + 2|\bar{\chi}_{n-1}^{\mathrm{T}}P\Phi_s| + \\ & Lh|v(t) - \alpha(t)||\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}| + \\ & |\varphi_{n,s} + C\Phi_s||\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}| + \\ & b_2^2L|\varepsilon_2||y(t) - y(i_{k,m}T)|, \end{aligned} \quad (15)$$

其中: $\varepsilon = [\varepsilon_2\ \cdots\ \varepsilon_n]^{\mathrm{T}}$, $\Psi_s = [\varphi_{2,s} - b_2\varphi_{1,s}\ \cdots\ \varphi_{n,s} - b_n\varphi_{n-1,s}]^{\mathrm{T}}$.

为了进行稳定性分析, 下面将针对式(15)中含有的一些项进行估计.

利用Young's不等式[41], 可以得到

$$\begin{aligned} & L\sum_{i=2}^{n-1}|\varepsilon_i||\chi_{i+1}| = \\ & L\sum_{i=2}^{n-2}|\varepsilon_i||\chi_{i+1}| + L|\varepsilon_{n-1}||\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1} - C\bar{\chi}_{n-1}| \leqslant \\ & L\sum_{i=2}^{n-2}|\varepsilon_i||\chi_{i+1}| + L|\varepsilon_{n-1}|(|\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}| + |C\bar{\chi}_{n-1}|) \leqslant \\ & L\sum_{i=2}^{n-1}\varepsilon_i^2 + (\frac{1}{4} + \frac{\|C\|^2}{2})L\|\bar{\chi}_{n-1}\|^2 + \\ & \frac{L|\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}|^2}{2}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & (2\|PB\| + \|CA\|)L\|\bar{\chi}_{n-1}\||\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}| \leqslant \\ & \frac{L}{2}\|\bar{\chi}_{n-1}\|^2 + \zeta L(\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1})^2, \end{aligned} \quad (17)$$

其中$\zeta = \dfrac{(2\|PB\| + \|CA\|)^2}{2}$.

基于假设2, $i = 1, \cdots, n$, 可以得到

$$\begin{aligned} |\varphi_{i,s}| \leqslant{}& \frac{h_{\max}c_{i,s}}{L^{i-1}}(|\chi_1| + L|\chi_2| + \cdots + L^{i-1}|\chi_i|) + \\ & |\frac{\chi_i}{h_1\cdots h_{i-1}}| \cdot |\frac{\mathrm{d}(h_1\cdots h_{i-1})}{\mathrm{d}t}| \leqslant \\ & c_i^*(|\chi_1| + |\chi_2| + \cdots + |\chi_i|), \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$c_i^* = \max_{s\in\mathcal{M}}\{c_{i,s}h_{\max}\} + \max_{2\leqslant i\leqslant n}\{\frac{\sum_{j=1}^{i-1}h_{1,\max}\cdots h_{j-1,\max}|\bar{h}_j|h_{j+1,\max}\cdots h_{i-1,\max}}{h_{1,\min}\cdots h_{i-1,\min}}\}.$$

根据式(18), 有

$$\begin{aligned} & |\varepsilon^{\mathrm{T}}\Psi_s| \leqslant 2c_{\max}b_{\max}n\sqrt{n}\|\varepsilon\|\|\chi\| \leqslant \\ & c_{\max}b_{\max}n\sqrt{n}(\|\varepsilon\|^2 + \|\chi\|^2), \end{aligned} \quad (19)$$

$$2|\bar{\chi}_{n-1}^{\mathrm{T}}P\Phi_s| \leqslant 2c_{\max}n\sqrt{n}\|P\|\|\chi\|^2, \quad (20)$$

$$|\varphi_{n,s} + C\Phi_s||\chi_n + C\bar{\chi}_{n-1}| \leqslant \rho_{\max}^2c_{\max}n^2\|\chi\|^2, \quad (21)$$

其中: $c_{\max} = \max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\{c_i^*\}$, $\rho_{\max} = \max\{\rho_1, \cdots, \rho_{n-1},$

1}, $b_{\max}=\max\{b_2,\cdots,b_n,1\}$. 进而, 由式(19)–(21)可知

$$|\varepsilon^{\mathrm{T}}\Psi_s|+2|\bar{\chi}_{n-1}^{\mathrm{T}}P\Phi_s|+ |\varphi_{n,s}+C\Phi_s||\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|\leqslant \beta_1\|\Upsilon\|^2, \tag{22}$$

其中

$$\beta_1=c_{\max}b_{\max}n\sqrt{n}+2c_{\max}n\sqrt{n}\|P\|+\rho_{\max}^2c_{\max}n^2.$$

进而, 可以得到

$$L\sum_{i=3}^{n}b_i^2|\varepsilon_i||\chi_{i-1}-\hat{\chi}_{i-1}|\leqslant L\sum_{i=3}^{n}b_ib_{i\to j+1}|\varepsilon_i||\varepsilon_j|\leqslant L\sum_{i=2}^{n}(i-2+\sum_{j=i+1}^{n}\frac{b_j^2b_{j\to i+1}^2}{4})\varepsilon_i^2. \tag{23}$$

利用 Gronwall–Bellman 不等式[42], $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 有

$$\begin{aligned}&\|\Upsilon(t)-\Upsilon(i_{k,m}T)\|\leqslant\\&\beta_2L\int_{i_{k,m}T}^{t}\|\Upsilon(s)-\Upsilon(i_{k,m}T)\|\mathrm{d}s+\\&\beta_2L(t-i_{k,m}T)\|\Upsilon(i_{k,m}T)\|\leqslant\\&\beta_2^2L^2\|\Upsilon(i_{k,m}T)\|\int_{i_{k,m}T}^{t}(s-i_{k,m}T)\mathrm{e}^{\beta_2L(t-s)}\mathrm{d}s+\\&\beta_2L(t-i_{k,m}T)\|\Upsilon(i_{k,m}T)\|\leqslant\\&\|\Upsilon(i_{k,m}T)\|(\mathrm{e}^{\beta_2L(t-i_{k,m}T)}-1)\leqslant\\&\beta_3\sqrt{V(i_{k,m}T)}(\mathrm{e}^{\beta_2LT}-1),\end{aligned} \tag{24}$$

其中: β_2为正常数, $\beta_3=\dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{\min}(Q)}}$.

根据式(8), $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可以导出

$$\begin{aligned}&b_i^2|\hat{\chi}_{i-1}(t)-\hat{\chi}_{i-1}(i_{k,m}T)|\leqslant\\&b_ib_{i\to2}|y(t)-y(i_{k,m}T)|+\\&\sum_{j=3}^{i-1}b_ib_{i\to j}|\hat{\varsigma}_{j-1}(t)-\hat{\varsigma}_{j-1}(i_{k,m}T)|\leqslant\\&b_ib_{i\to2}|y(t)-y(i_{k,m}T)|+\\&\sum_{j=3}^{i-1}b_ib_{i\to j}|\chi_{j-1}(t)-\chi_{j-1}(i_{k,m}T)|+\\&\sum_{j=3}^{i-1}b_ib_{i\to j-1}|(\chi_{j-2}(t)-\chi_{j-2}(i_{k,m}T))|+\\&\sum_{j=3}^{i-1}b_ib_{i\to j}|(\varepsilon_{j-1}(t)-\varepsilon_{j-1}(i_{k,m}T))|.\end{aligned} \tag{25}$$

根据$\Upsilon(t)$的定义, $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可知

$$|\chi_i(t)-\chi_i(i_{k,m}T)|\leqslant\|\chi(t)-\chi(i_{k,m}T)\|\leqslant \|\Upsilon(t)-\Upsilon(i_{k,m}T)\|,\ i=1,\cdots,n;$$

$$|\varepsilon_i(t)-\varepsilon_i(i_{k,m}T)|\leqslant\|\varepsilon(t)-\varepsilon(i_{k,m}T)\|\leqslant \|\Upsilon(t)-\Upsilon(i_{k,m}T)\|,\ i=2,\cdots,n.$$

由式(24)–(25), 可得

$$\begin{aligned}&L\sum_{i=3}^{n-1}b_i^2|\varepsilon_i||\hat{\chi}_{i-1}(t)-\hat{\chi}_{i-1}(i_{k,m}T)|+\\&b_2^2L|\varepsilon_2||y(t)-y(i_{k,m}T)|\leqslant\\&L\beta_4\sqrt{V(t)}\|\Upsilon(t)-\Upsilon(i_{k,m}T)\|\leqslant\\&L\beta_3\beta_4\sqrt{V(t)}\sqrt{V(i_{k,m}T)}(\mathrm{e}^{\beta_2LT}-1),\end{aligned} \tag{26}$$

其中

$$\beta_4=\sqrt{2}\sum_{i=3}^{n-1}(b_ib_{i\to2}+2\sum_{j=3}^{i-1}b_ib_{i\to j}+ \sum_{j=3}^{i-1}b_ib_{i\to j-1})+\sqrt{2}b_2^2.$$

利用不等式的性质, $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 有

$$\begin{aligned}&Lh|v(t)-\alpha(t)||\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|+\\&Lh|\varepsilon_n(t)||v(t)|\leqslant\\&Lh|\mu(i_{k,m}T)-v(t)||\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|+\\&Lh|\alpha(t)-\mu(i_{k,m}T)||\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|+\\&Lh|\varepsilon_n(t)||\mu(i_{k,m}T)-v(t)|+\\&Lh|\varepsilon_n(t)||\mu(i_{k,m}T)|.\end{aligned} \tag{27}$$

进一步, 利用式(14), $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可以得到

$$\begin{aligned}&Lh|\mu(i_{k,m}T)-v(t)||\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|+\\&Lh(t)|\varepsilon_n(t)||\mu(i_{k,m}T)-v(t)|\leqslant\\&2Lh_{\max}\sqrt{2}\sqrt{V(t)}\varpi|\mu(i_{k,m}T)|\leqslant\\&2Lh_{\max}\sqrt{2}\sqrt{V(t)}\varpi(|\alpha(t)-\mu(i_{k,m}T)|+|\alpha(t)|)\leqslant\\&2Lh_{\max}\sqrt{2}\sqrt{V(t)}\varpi(\lambda_1|y(t)-y(i_{k,m}T)|+\\&\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=i}^{n}\lambda_jb_{j\to i+1}|\varepsilon_i(t)|+\lambda_n|\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|+\\&\sum_{i=2}^{n}\lambda_i|\hat{\chi}_i(t)-\hat{\chi}_i(i_{k,m}T)|)\leqslant\\&L\gamma\beta_3\sqrt{V(t)}\sqrt{V(i_{k,m}T)}(\mathrm{e}^{\beta_2LT}-1)+L\gamma V(t).\end{aligned} \tag{28}$$

类似地, $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可以得出

$$\begin{aligned}&Lh|\alpha(t)-\mu(i_{k,m}T)||\chi_n+C\bar{\chi}_{n-1}|+\\&Lh|\varepsilon_n(t)||\mu(i_{k,m}T)|\leqslant\\&2Lh_{\max}\sqrt{2}\sqrt{V(t)}|\alpha(t)-\mu(i_{k,m}T)|+\\&Lh_{\max}\sqrt{2}\sqrt{V(t)}|\alpha(t)|\leqslant\\&L\beta_3\beta_5\sqrt{V(t)}\sqrt{V(i_{k,m}T)}(\mathrm{e}^{\beta_2LT}-1)+\\&L\beta_6V(t),\end{aligned} \tag{29}$$

其中:

$$\beta_5 = 2\sqrt{2}\eta h_{\max},$$

$$\beta_6 = 4h_{\max}\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=i}^{n}\lambda_j b_{j\to i+1} + 2h_{\max}\lambda_n.$$

将上述不等式代入式(15), $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可得

$$\dot V \leqslant -L\sum_{i=2}^{n}(b_i-\tau_i)\varepsilon_i^2 + \beta_1\|\Upsilon\|^2 - (\kappa-\frac{3}{4}- \frac{\|C\|^2}{2})L\|\bar\chi_{n-1}\|^2 - \frac{L|\chi_n + C\bar\chi_{n-1}|^2}{2} + L\beta_7\sqrt{V(t)}\sqrt{V(i_{k,m}T)}(\mathrm{e}^{\beta_2 LT}-1) + L(\beta_6+\gamma)V(t), \tag{30}$$

其中: $\tau_i = i-1+\sum\limits_{j=i+1}^{n}\dfrac{b_j^2 b_{j\to i+1}^2}{4}$, $\beta_7 = \beta_3\beta_4+\gamma\beta_3+\beta_3\beta_5$.

选取设计参数b_i, κ使得正常数δ满足

$$\delta = \min\{2(b_i-\tau_i), 1, (\kappa-\frac{3}{4}- \frac{\|C\|^2}{2})/\lambda_{\max}(P)\} > \beta_6+\gamma,$$

与此同时, 选取设计参数L使得

$$L > \frac{\beta_1}{\lambda_{\min}(Q)(\delta-\beta_6-\gamma)}.$$

那么, $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可以从式(30)进一步得出

$$\dot V \leqslant -\bar\delta V(t) + L\beta_7\sqrt{V(t)}\sqrt{V(i_{k,m}T)}(\mathrm{e}^{\beta_2 LT}-1), \tag{31}$$

其中$\bar\delta = L(\delta-\beta_6-\gamma) - \dfrac{\beta_1}{\lambda_{\min}(Q)}$为正常数.

定义$W(t) = \sqrt{V(t)}$, $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 由式(31)可知

$$\dot W(t) \leqslant -\frac{\bar\delta}{2}W(t) + \beta_8 W(i_{k,m}T), \tag{32}$$

其中$\beta_8 = \dfrac{L\beta_7(\mathrm{e}^{\beta_2 LT}-1)}{2}$.

根据式(32), $\forall t\in[i_{k,m}T, i_{k,m+1}T)$, 可得

$$W(t) \leqslant \mathrm{e}^{-\bar\delta(t-i_{k,m}T)}(W(i_{k,m}T) - \frac{\beta_8 W(i_{k,m}T)}{\bar\delta}) + \frac{\beta_8 W(i_{k,m}T)}{\bar\delta} \leqslant (\mathrm{e}^{-\bar\delta(t-i_{k,m}T)} + \frac{\beta_8(1-\mathrm{e}^{-\bar\delta(t-i_{k,m}T)})}{\bar\delta})W(i_{k,m}T). \tag{33}$$

令$t = i_{k,m+1}T$, 那么可以得出

$$W(i_{k,m+1}T) \leqslant \xi W(i_{k,m}T). \tag{34}$$

其中$\xi = \mathrm{e}^{-\bar\delta T} + \dfrac{\beta_8(1-\mathrm{e}^{-\bar\delta T})}{\bar\delta}$.

选取采样周期满足

$$T < \frac{1}{\beta_2 L}\ln(1+\frac{2\bar\delta}{L\beta_7}). \tag{35}$$

进而, 可以得到$\xi\in(0,1)$. 那么, $\forall i_k\geqslant 0$有

$$V(t_k) \leqslant \xi^{2i_k}V(t_0). \tag{36}$$

由式(36), 可得$\forall t\in[t_k, t_{k+1})$, 当$i_k\to\infty$, 有$t\to\infty$以及$\lim\limits_{i_k\to\infty}\|V(t)\| = 0$. 进一步可知$\lim\limits_{t\to\infty}\|V(t)\| = 0$. 因此, 可以得出闭环系统在任意切换下全局渐近稳定. 证毕.

注 5 本文所设计的控制方案主要节约了触发机制的检测次数和控制器的更新频率等控制系统的通信资源. 文中所提出的周期事件触发控制策略与已有文献中(见[16–23])基于连续时间的事件触发控制策略相比, 给出了仅在采样时刻间歇检测的离散触发机制(13), 不需要对触发机制进行实时监测, 减少了触发机制的检测次数. 另外, 与已有文献中(见 [38–40, 43–44])提出的采样控制方案不同, 本文仅在触发时刻更新控制器且$t_{k+1}-t_k\geqslant T$ (可以表明本文给出的周期事件触发控制方案不存在Zeno现象), 与需要在采样时刻更新控制器的采样控制方案相比降低了控制器的更新频率. 由此可以得出, 本文所设计的控制方案可以在一定程度上降低控制系统的通信资源的利用.

注 6 因为系统(1)中含有未知非线性函数$f_{i,s}(x)$, 为了可以选取合适的参数设计出控制器使得闭环系统稳定, 类似于已有文献[27, 38–40, 43], 本文引入了设计参数L. 需要说明的是, 选取不同的L会对系统性能以及系统的通讯量产生影响. 增大设计参数L会使得系统状态的收敛速度加快, 但可能会导致采样周期的减小, 进而增加了系统的通信量; 尽可能选择小的设计参数L会在一定程度上使得采样周期尽可能地大, 进而会进一步节约通信资源, 但可能会降低系统状态的收敛速度. 因此, 在实际应用中, 需要根据系统的实际情况在系统状态的收敛速度以及通信资源利用量之间进行权衡, 进而选择合适的设计参数L.

4 仿真算例

在本节中, 将通过仿真算例来验证所提出方案的有效性.

例 1 考虑如下切换非线性系统:

$$\begin{cases}\dot x_1(t) = h_1(t)x_2(t) + f_{1,\sigma(t)}(x(t)),\\ \dot x_2(t) = h_2(t)u(t) + f_{2,\sigma(t)}(x(t)),\\ y(t) = x_1(t),\end{cases} \tag{37}$$

其中:

$$\sigma(t): [0,\infty)\to\mathcal{M} = \{1, 2, \cdots, M\},$$

$$h_1(t) = 0.8+0.2\cos t,\ h_2(t) = 1.2-0.3\sin t,$$

$f_{1,1}(x) = 0.15x_1 \sin x_2,$

$f_{1,2}(x) = 0.2x_1 \cos(x_1x_2),$

$f_{2,1}(x) = 0.2x_1 + 0.1x_2 \cos(x_1x_2),$

$f_{2,2}(x) = 0.1x_1 \cos x_2 + 0.2x_2 \sin x_1.$

进而, 易得系统(1)可以描述系统(37).

令$\chi_1 = x_1,\ \chi_2 = \dfrac{h_1(t)x_2}{L},\ v = \dfrac{u}{L^2}$, 那么系统(37)可以改写为

$$\begin{cases}\dot{\chi}_1(t) = L\chi_2(t) + \varphi_{1,\sigma(t)}(t, \chi(t)),\\ \dot{\chi}_2(t) = Lh(t)v(t) + \varphi_{2,\sigma(t)}(t, \chi(t)),\\ y(t) = \chi_1(t),\end{cases} \tag{38}$$

其中:

$\chi(t) = [\chi_1(t)\ \ \chi_2(t)]^{\mathrm{T}},\ \varphi_{1,\sigma(t)}(t, \chi(t)) = f_{1,\sigma(t)}(x),$

$\varphi_{2,\sigma(t)}(t, \chi(t)) = \dfrac{h_1(t)f_{2,\sigma(t)}(x)}{L} + \dfrac{\chi_2}{h_1(t)} \cdot \dfrac{\mathrm{d}(h_1(t))}{\mathrm{d}t},$

$h(t) = h_1(t) \cdot h_2(t).$

根据式(7), $\forall t \in [i_{k,m}T, i_{k,m+1}T),\ i_{k,m}T \in \Omega_1$, 设计如下降维状态观测器:

$$\dot{\hat{\varsigma}}_2(t) = -b_2L\hat{\varsigma}_2(t) - b_2^2Ly(i_{k,m}T). \tag{39}$$

那么根据式(8), 有$\hat{\chi}_2(t) = \hat{\varsigma}_2(t) + b_2y(t)$.

针对系统(37), $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, 构造如下输出反馈控制器:

$$v(t) = -\lambda_1\chi_1(t_k) - \lambda_2\hat{\chi}_2(t_k), u(t) = L^nv(t), \tag{40}$$

并选取$\mu(i_{k,m}T) = -\lambda_1\chi_1(i_{k,m}T) - \lambda_2\hat{\chi}_2(i_{k,m}T)$. 进一步, 根据式(13)构造周期事件触发机制.

在本例中, 选取参数如下: $b_2 = 8,\ \lambda_1 = 8,\ \lambda_2 = 4,\ L = 1.5,\ \gamma = 0.5,\ T = 0.02$. 选择初值如下: $x_1(0) = 0.5,\ x_2(0) = 0.2,\ \hat{\varsigma}_2(0) = 0.1$. 仿真结果如图1–5所示.

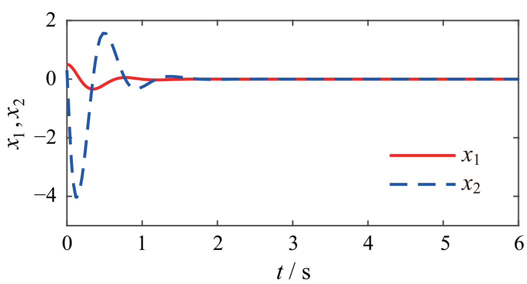

图 1 状态x_1, x_2的轨迹

Fig. 1 Trajectories for x_1 and x_2

图1显示了系统状态x_1, x_2的轨迹, 图2显示了$\hat{\varsigma}_2$的轨迹, 系统的控制信号以及事件触发时刻分别显示在图3和图4中. 从仿真结果可以看出, 闭环系统在图5所示的切换信号下渐近稳定. 换言之, 本文所给出的设计方案是有效的. 与此同时, 在本例中控制器的更新次数为50次, 而对于固定周期采样控制方案, 需要采样300次, 即更新控制器300次. 因此, 可以看出本文所设计的方案可以在采样控制的基础上进一步节约通信资源.

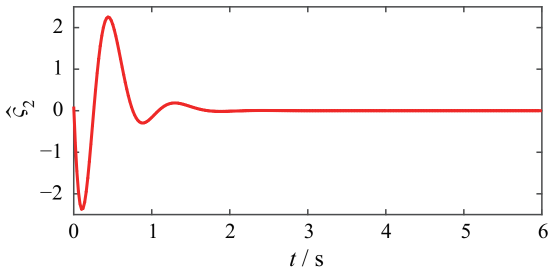

图 2 $\hat{\varsigma}_2$的轨迹

Fig. 2 Trajectory for $\hat{\varsigma}_2$

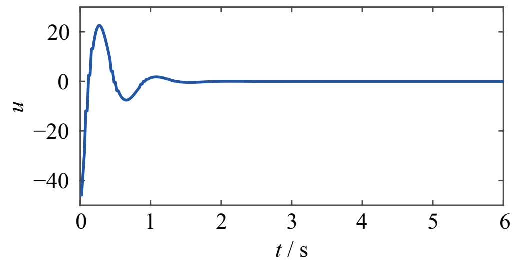

图 3 控制信号u

Fig. 3 Control signal u

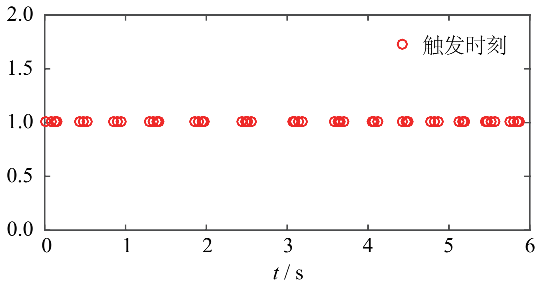

图 4 事件触发时刻

Fig. 4 Event-triggered instants

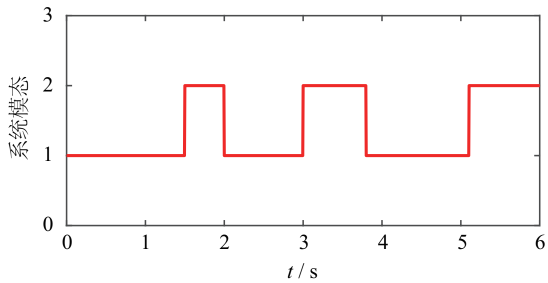

图 5 切换信号

Fig. 5 Switching signals

5 结论

本文针对一类含有未知控制系数的切换非线性非严格反馈系统提出了一种新颖的输出反馈周期事件触发控制方案. 本文为所有子系统构造了公共的降维观测器估计了系统的不可量测状态; 设计了带有离散

事件触发机制的输出反馈周期事件触发控制器, 有效地降低了通信资源的利用. 通过引入公共Lyapunov函数方法并选取可容许的采样周期, 证明了所设计的方案可以保证闭环系统在任意切换下全局渐近稳定. 需要指出的是, 本文的研究对象中仅包含与切换信号无关的未知时变控制系数, 具有一定局限性, 未来将进一步考虑包含与切换信号有关的未知时变控制系数的切换非线性系统的周期事件触发控制问题.

参考文献:

[1] TABUADA P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1680 – 1685.

[2] XING L, WEN C, LIU Z, et al. Event-triggered output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(1): 290 – 297.

[3] LI Hui, LIU Yungang, HUANG Yaxin. Adaptive stabilization via dynamic event-triggered output feedback for uncertain nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(11): 1871 – 1878.
(李会, 刘允刚, 黄亚欣. 不确定非线性系统自适应动态事件触发输出反馈镇定. 控制理论与应用, 2019, 36(11): 1871 – 1878.)

[4] ZHANG C, YANG G. Event-triggered adaptive output feedback control for a class of uncertain nonlinear systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(1): 201 – 210.

[5] CAI Xu, LOU Xuyang, CUI Baotong. Event-triggered controller design for nonlinear systems with input saturation. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(4): 613 – 622.
(蔡旭, 楼旭阳, 崔宝同. 输入饱和下非线性系统的事件触发控制器设计. 控制理论与应用, 2022, 39(4): 613 – 622.)

[6] GAO Y, SUN X, WEN C, et al. Event-triggered control for stochastic nonlinear systems. *Automatica*, 2018, 95: 534 – 538.

[7] CHEN Shiming, SHAO Sai. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(10): 1606 – 1614.
(陈世明, 邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性. 控制理论与应用, 2019, 36(10): 1606 – 1614.)

[8] HUANG Y, LIU Y. Practical tracking via adaptive event-triggered feedback for uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(9): 3920 – 3927.

[9] SU X, LIU Z, ZHANG Y, et al. Event-triggered adaptive fuzzy tracking control for uncertain nonlinear systems preceded by unknown prandtl-ishlinskii hysteresis. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(6): 2979 – 2992.

[10] ZHANG C, YANG G. Event-triggered global finite-time control for a class of uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(3): 1340 – 1347.

[11] LI Y, TONG S, YANG G. Observer-based adaptive fuzzy decentralized event-triggered control of interconnected nonlinear system. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(7): 3104 – 3112.

[12] LIBERZON D. *Switching in Systems and Control*. Boston, MA, USA: Birkhäuser, 2003.

[13] LONG L, ZHAO J. Decentralized adaptive fuzzy output-feedback control of switched large-scale nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(5): 1844 – 1860.

[14] ZHAO Shengzhi, ZHAO Jun, ZHANG Qingling, et al. Robust H-infinity control for uncertain switched nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 606 – 610.
(赵胜芝, 赵军, 张庆灵, 等. 不确定非线性切换系统的鲁棒H_∞控制. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 606 – 610.)

[15] WANG Jiapeng, HU Yueming, LUO Jiaxiang. Adaptive neural dynamic surface tracking control for a class of switched nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(10): 1396 – 1402.
(王加朋, 胡跃明, 罗家祥. 一类非线性切换系统的自适应神经动态面控制. 控制理论与应用, 2017, 34(10): 1396 – 1402.)

[16] LI H, ZHANG X, FENG G. Event-triggered output feedback control of switched nonlinear systems with input saturation. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(5): 2319 – 2326.

[17] JEONG D, YOO S. Adaptive event-triggered tracking using nonlinear disturbance observer of arbitrarily switched uncertain nonlinear systems in pure-feedback form. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, DOI: 10.1016/j.amc.2021.126335.

[18] LIAN J, LI C. Event-triggered control for a class of switched uncertain nonlinear systems. *Systems and Control Letters*, 2020, DOI: 10.1016/ j.sysconle.2019.104592.

[19] LIAN J, LI C. Event-triggered adaptive tracking control of uncertain switched nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(9): 4154 – 4169.

[20] WANG F, LONG L. Dwell-time-based event-triggered adaptive control for switched strict-feedback nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(17): 7052 – 7073.

[21] HUO X, MA L, ZHAO X, et al. Event-triggered adaptive fuzzy output feedback control of MIMO switched nonlinear systems with average dwell time. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, DOI: 10. 1016/j.amc.2019.124665.

[22] DONG X, ZHANG X, SUN T. Event-triggered control of a class of cascade switched nonlinear systems. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 105(2): 1533 – 1541.

[23] LIU Y, ZHU Q, ZHAO N. Event-triggered adaptive fuzzy control for switched nonlinear systems with state constraints. *Information Sciences*, 2021, 562: 28 – 43.

[24] HEEMELS W P M H, DONKERS M C F, TEEL A R. Periodic event-triggered control for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 847 – 861.

[25] HEEMELS W P M H, DONKERS M C F. Model-based periodic event-triggered control for linear systems. *Automatica*, 2013, 49(3): 698 – 711.

[26] BORGERS D P, POSTOYAN R, ANTA A, et al. Periodic event-triggered control of nonlinear systems using overapproximation techniques. *Automatica*, 2018, 94: 81 – 87.

[27] YANG J, SUN J, ZHENG W, et al. Periodic event-triggered robust output feedback control for nonlinear uncertain systems with time-varying disturbance. *Automatica*, 2018, 94: 324 – 333.

[28] XU X, TAHIR A, ACIKMESE B. Periodic event-triggered control for incrementally quadratic nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(11): 5261 – 5280.

[29] WANG W, POSTOYAN R, NESIC D, et al. Periodic event-triggered control for nonlinear networked control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(2): 620 – 635.

[30] ETIENNE L, GENNARO S, BARBOT J P. Periodic event-triggered observation and control for nonlinear Lipschitz systems using impulsive observers. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(18): 4363 – 4380.

[31] LI F, LIU Y. Periodic event-triggered output-feedback stabilization for stochastic systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(10): 5142 – 5155.

[32] BORRI A, PEPE P, DI LORETO I, et al. Finite-dimensional periodic event-triggered control of nonlinear time-delay systems with an application to the artificial pancreas. *IEEE Control Systems Letters*, 2021, 5(1): 31 – 36.

[33] XIAO X, ZHOU L, HO D W C, et al. Event-triggered control of continuous-time switched linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(4): 1710 – 1717.

[34] MA G, PAGILLA P R. Periodic event-triggered dynamic output feedback control of switched systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2019, 31: 247 – 264.

[35] LI S, AHN C K, GUO J, et al. Neural network approximation based adaptive periodic event-triggered output feedback control of switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(8): 4011 – 4020.

[36] MA R, ZHAO J. Backstepping design for global stabilization of switched nonlinear systems in lower triangular form under arbitrary switchings. *Automatica*, 2010, 46(11): 1819 – 1823.

[37] LONG L, ZHAO J. Adaptive fuzzy output-feedback control for switched uncertain nonlinear system. *IET Control Theory and Applications*, 2016, 10(7): 752 – 761.

[38] LI Z, ZHAO J. Output feedback stabilization for a general class of nonlinear systems via sampled-data control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(7): 2853 – 2867.

[39] HE W, LI S, XIANG Z. Global decentralized sampled-data output feedback stabilization for a class of large-scale nonlinear systems with sensor and actuator failures. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(1): 351 – 372.

[40] QIAN C, DU H. Global output feedback stabilization of a class of nonlinear systems via linear sampled-data control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(11): 2934 – 2939.

[41] HARDY G, LITTLEWOOD J, POLYA G. *Inequalities*. Cambridge: Cambridge University Press, 1952.

[42] APOSTOL T. *Mathematical Analysis*. New York: Addison-Wesley, 1974.

[43] ZHANG C, JIA R, QIAN C, et al. Semi-global stabilization via linear sampled-data output feedback for a class of uncertain nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(13): 2041 – 2061.

[44] WANG Chunyan, ZHANG Mengqi, LI Huan. Asynchronously switching sampling-data control design for a class of switched nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(8): 1275 – 1286.
(王春艳, 张梦琪, 李焕. 一类非线性切换系统任意切换采样控制设计. 控制理论与应用, 2021, 38(8): 1275 – 1286.)

作者简介:

李 实 博士, 讲师, 目前研究方向为非线性系统、切换系统、采样控制及事件触发控制, E-mail: lishilln@njnu.edu.cn;

向峥嵘 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为切换系统、非线性系统、网络控制系统、鲁棒控制及采样控制, E-mail: xiangzr@njust.edu.cn.