

基于扰动补偿的无微分模型参考自适应控制系统设计

高东旭¹, 周 兰^{1†}, 陈 静², 潘昌忠¹

(1. 湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南科技大学 数学与计算科学学院, 湖南 湘潭 411201)

摘要: 针对一类含有参数不确定性和未知非线性扰动的系统, 本文提出一种基于扰动补偿的无微分模型参考自适应控制方法, 实现系统输出对参考模型输出信号的高精度跟踪. 首先, 利用被控对象模型信息设计扰动估计器, 对系统非线性扰动进行在线估计; 其次, 基于非线性扰动估计值设计参考模型和无微分参数更新律, 构建无微分模型参考自适应控制器, 建立基于扰动补偿和状态反馈的自适应控制律, 以消除参数不确定性和非线性扰动对系统输出的影响, 保证系统输出对参考模型输出的准确跟踪; 然后, 给出闭环系统误差信号收敛条件和控制器参数整定方法; 最后, 通过数值仿真验证所提方法的有效性和优越性.

关键词: 模型参考自适应控制; 扰动估计器; 参数不确定性; 非线性扰动

引用格式: 高东旭, 周兰, 陈静, 等. 基于扰动补偿的无微分模型参考自适应控制系统设计. 控制理论与应用, 2023, 40(4): 735 – 743

DOI: 10.7641/CTA.2022.10906

Design of derivative-free model-reference adaptive control for a class of uncertain systems based on disturbance compensation

GAO Dong-xu¹, ZHOU Lan^{1†}, CHEN Jing², PAN Chang-zhong¹

(1. School of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan Hunan 411201, China;

2. School of Mathematics and Computational Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan Hunan 411201, China)

Abstract: This paper presents a derivative-free model-reference adaptive control (DF-MRAC) method for a class of systems with parameter uncertainties and nonlinear disturbances based on the active disturbance estimation and compensation approach so as to achieve the high-precision tracking for reference model output signal. First, exploiting the available model information of the controlled plant, a disturbance estimator is designed to estimate the unknown nonlinear disturbances. Next, a reference model based on the estimate of nonlinear disturbances and a derivative-free parameter update law are designed to estimate the parameter uncertainties. The estimate of uncertainties is incorporated into a DF-MRAC controller to yield an adaptive control law based on the disturbance compensation and state feedback that effectively compensate for the nonlinear disturbances and parameter uncertainties. Then, the convergence conditions for the error signals of the closed-loop system are investigated and a regulation method for the controller parameters is developed. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness and superiority of the proposed method.

Key words: model-reference adaptive control; disturbance estimator; parameter uncertainty; nonlinear disturbance

Citation: GAO Dongxu, ZHOU Lan, CHEN Jing, et al. Design of derivative-free model-reference adaptive control for a class of uncertain systems based on disturbance compensation. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(4): 735 – 743

1 引言

自适应控制^[1-2]因其能够在线估计系统不确定性, 并实时更新控制器参数以消除不确定性的影响, 而被广泛应用于存在参数摄动或结构不确定性的被控对象, 如永磁直线同步电机^[3]、并网逆变器^[4]、非线性机械臂^[5]等. 模型参考自适应控制(model-reference ad-

aptive control, MRAC)是一种常用的自适应控制方法. 根据参数更新信息是否直接用于控制器参数设计, 它又可分为直接MRAC和间接MRAC. 直接MRAC方法通过利用原系统与参考模型之间的广义误差来设计参数更新律, 进而实时调整控制器参数; 而间接MRAC方法则通过预测辨识算法实时估计系统的未知参

收稿日期: 2021-09-24; 录用日期: 2022-04-14.

[†]通信作者. E-mail: zhoul75@163.com; Tel.: +86 18773283810.

本文责任编辑: 王卓.

国家自然科学基金项目(61673167), 湖南省自然科学基金项目(2021JJ30006), 湖南省教育厅科研项目(21A0321)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61673167), the Natural Science Foundation of Hunan Province (2021JJ30006) and the Scientific Research Fund of Hunan Provincial Education Department (21A0321).

数,并利用估计值进行推演得到控制器参数.但无论是直接MRAC还是间接MRAC,其设计过程都遵循确定性等价原则^[6-7].本文所用的MRAC方法属于直接MRAC的范畴.

在一篇关于X-15-3飞行器事故调查报告中^[8],探讨了内部不稳定因素的触发对MRAC系统性能的影响.为了改善MRAC系统的暂态性能和鲁棒性,多种新型的MRAC系统设计方法相继被提出.例如,文献[9]提出了基于线性矩阵不等式的MRAC系统设计方法,有效地抑制了MRAC系统控制输入信号的振荡现象.为改善MRAC系统暂态性能,文献[10]改进了参考模型的结构,构建基于闭环参考模型的MRAC系统,将参数收敛与状态跟踪两个过程进行分离设计.为了改善MRAC系统的收敛性,文献[11-16]在参数更新律中引入了鲁棒修正项.

MRAC系统的设计主要包括选取参考模型和设计参数更新律.参考模型可以根据期望的控制性能指标来设定,如超调量、响应时间等.标准模型参考自适应控制(standard MRAC, S-MRAC)方法通过利用Lyapunov函数进行推导,得到一组一阶常微分方程作为系统参数更新律^[17],但其前提是可将系统的不确定性以常值权重进行参数线性化表示,这只适用于时不变或慢时变系统^[18].当系统发生故障或内部参数变化较快时,S-MRAC方法需要增大自适应增益来提高系统抵抗不确定性的能力.但是,自适应增益数值过高会使MRAC系统对外部扰动和未建模动态更加敏感,甚至可能导致系统不稳定^[19-21].针对这一问题,文献[18]对系统参数不确定性引入了一种新的假设,并提出了无微分模型参考自适应控制(derivative-free MRAC, DF-MRAC)方法.在DF-MRAC系统中,使用梯度下降迭代学习算法代替一阶常微分方程作为参数更新律,提高了MRAC系统处理参数不确定性的能力.

值得注意的是,MRAC方法具有单自由度控制结构,只能处理与控制输入在同个通道(即满足匹配条件)的系统不确定性.对于非匹配扰动,MRAC方法需要通过坐标变换将非匹配扰动转换到匹配通道,但这种转化通常需要对扰动项和输入或输出项进行求导,导致噪声放大,加大扰动对系统的影响^[22].主动抗干扰控制方法具有典型的二自由度结构,其中一个自由度构建扰动补偿机制保证系统具备良好的扰动抑制性能,另一个自由度用于反馈控制^[23].常见的主动抗干扰控制方法有自抗扰控制^[24]、等价输入干扰方法^[25]和扰动观测器方法^[26]等.

扩张状态观测器(extended state observer, ESO)是自抗扰控制的核心部件,其工作原理是将系统总扰动视为一个扩张状态,对总扰动进行估计并反馈补偿,实现系统主动扰动抑制.文献[27]针对系统非匹配扰

动构造了广义扩张状态观测器(generalized ESO, GESO),并通过设计合适的扰动补偿增益,有效地消除非匹配扰动对系统输出的影响.但是所设计的全阶GESO存在相位滞后问题,导致控制系统性能降低.

本文借鉴扰动估计和反馈补偿的思想,构造扰动估计器,充分利用系统模型信息,对非匹配扰动进行实时估计.将扰动估计器引入DF-MRAC系统,改进参考模型的结构,提出基于扰动估计器的DF-MRAC方法,并设计合适的扰动补偿增益,实现对非匹配扰动的抑制.本文的主要创新点如下:1)提出的扰动估计器充分利用系统模型信息,相较于传统的线性ESO或GESO方法,相位滞后降低,扰动估计精度提高;2)通过与基于扰动估计器的S-MRAC系统对比,所提方法能够更加准确估计参数不确定性,并降低MRAC系统对于自适应高增益的要求;3)与文献[18]对比,本文提出的基于扰动估计器的DF-MRAC系统能够同时消除非匹配扰动和参数不确定性的影响,从而拓宽MRAC的应用范围,并提高系统的抗扰性能.

2 问题描述

考虑以下不确定系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_u[u(t) + \Delta(x(t))] + B_d f(x(t), d(t)), \\ y_o(t) = C_o x(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态, $u(t) \in \mathbb{R}$ 为控制输入, $y_o(t) \in \mathbb{R}^m$ 为可测输出, $m \leq n-1$, $y(t) \in \mathbb{R}$ 为控制输出. $\Delta(x(t))$ 表示系统内部参数不确定性, $f(x(t), d(t)) = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_m]^T$ 表示包含状态相关不确定性和外部扰动 $d(t)$ 的未知非线性动态. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为已知状态矩阵,其他系数矩阵分别为

$$\begin{cases} B_u = \begin{bmatrix} 0_{(n-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} I_m \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix}, \\ C_o = B_d^T, C = [1 \ 0_{1 \times (n-1)}]. \end{cases} \quad (2)$$

假设 1 (A, B_u) 能控,且状态 $x(t)$ 可测.

假设 2 非线性扰动 $f(x(t), d(t))$ 及其一阶导数

$$h(t) = \frac{df(x(t), d(t))}{dt} \quad (3)$$

都有界,且满足 $\|h(t)\|_\infty = \sup_{t \geq 0} \{|h_1(t)|, |h_2(t)|, \dots, |h_m(t)|\} \leq \delta_f$, 其中 $h_i(t) = \frac{df_i}{dt}, i = 1, 2, \dots, m$.

假设 3 假设系统(1)的参数不确定性 $\Delta(x(t))$ 可以表示为

$$\Delta(x(t)) = \Omega^T(t) \Psi(x(t)), \quad (4)$$

其中: $\Omega(t) \in \mathbb{R}^s$ 为未知时变权重,满足 $\|\Omega(t)\| \leq \omega^*$, $\omega^* > 0$, $\Psi(x(t)) = [\psi_1 \ \psi_2 \ \cdots \ \psi_s]^T$ 为已知的一组有

界基函数.

在被控对象(1)中, 若 $\text{rank}([B_d, B_u]) > \text{rank}(B_u)$, 则 $f(x(t), d(t))$ 非匹配. 相对而言, $\Delta(x(t))$ 与控制输入 $u(t)$ 在同一通道, 满足匹配条件.

本文控制设计的目标为: 构造扰动估计器对非线性扰动 $f(x(t), d(t))$ 进行实时估计, 基于扰动估计值设计无微分模型参考自适应控制器, 进而建立基于扰

动补偿和状态反馈的自适应控制律 $u(t)$, 消除非线性扰动和参数不确定性对系统输出的影响, 获得参考模型预设性能, 实现对参考模型输出的高精度跟踪.

3 基于扰动估计器的DF-MRAC系统

基于扰动估计器的DF-MRAC系统结构框图如图1所示. 系统包括4部分: 被控对象、扰动估计器、状态反馈控制器和无微分模型参考自适应控制器.

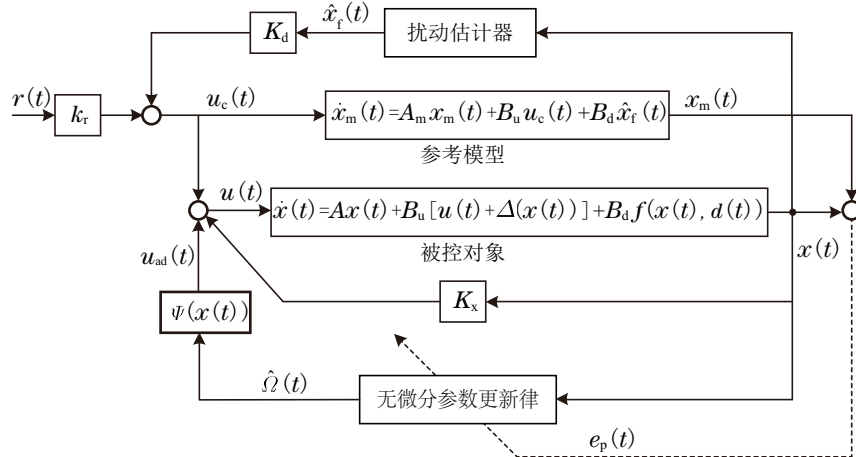


图1 基于扰动估计器的DF-MRAC系统结构框图

Fig. 1 Block diagram of disturbance-estimator-based DF-MRAC system

3.1 扰动估计器

设状态向量 $x_f(t) = f(x(t), d(t))$, 并结合式(3)得到扰动动态方程

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = h(t), \\ y_f(t) = x_f(t), \end{cases} \quad (5)$$

构造扰动估计器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f(t) = L[x_f(t) - \hat{x}_f(t)], \\ \hat{y}_f(t) = \hat{x}_f(t), \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\hat{x}_f(t)$ 为 $x_f(t)$ 的估计值, $L = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_m\}$ 为待设计的扰动估计器增益矩阵.

结合式(1)–(2)(6), 得到

$$\dot{\hat{x}}_f(t) = L[C_o \dot{x}(t) - C_o A x(t)] - L \hat{x}_f(t). \quad (7)$$

为消除式(7)中可测状态 $x(t)$ 的微分项 $\dot{x}(t)$, 引入新的状态变量

$$M(t) = \hat{x}_f(t) - L C_o x(t), \quad (8)$$

得到扰动估计器的可实现形式

$$\begin{cases} \dot{M}(t) = -LM(t) - (L^2 C_o + L C_o A)x(t), \\ \hat{x}_f(t) = M(t) + L C_o x(t). \end{cases} \quad (9)$$

定义扰动估计误差为

$$e_f(t) = x_f(t) - \hat{x}_f(t), \quad (10)$$

结合式(5)–(6)得到估计误差动态方程

$$\dot{e}_f(t) = -L e_f(t) + h(t). \quad (11)$$

注1 本文提出的扰动估计器实质上是一个降阶线性ESO, 它充分利用了系统的已知信息, 对系统(1)中存在的非线性扰动 $f(x(t), d(t))$ 进行估计, 因为不涉及估计系统状态 $x(t)$, 故称之为扰动估计器.

3.2 无微分模型参考自适应控制器

3.2.1 参考模型

针对系统(1), 基于非线性扰动估计值, 选取参考模型

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_u u_c(t) + B_d \hat{x}_f(t), \\ y_m(t) = C x_m(t), \end{cases} \quad (12)$$

其中: $x_m(t) \in \mathbb{R}^n$ 为参考模型系统状态, 状态矩阵 $A_m = A + B_u K_x$, $K_x \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ 为全状态反馈控制增益, $u_c(t)$ 为参考模型控制输入, 设计为

$$u_c(t) = k_r r(t) + K_d \hat{x}_f(t), \quad (13)$$

式中: $k_r \in \mathbb{R}$ 为前馈控制增益, $K_d \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ 为非线性扰动补偿增益.

假设矩阵 A_m 可逆, 将 $u_c(t)$ 代入式(12), 得到

$$y_m(t) = C A_m^{-1} \dot{x}_m(t) - C A_m^{-1} B_u k_r r(t) - (C A_m^{-1} B_d + C A_m^{-1} B_u K_d) \hat{x}_f(t). \quad (14)$$

假设矩阵 $CA_m^{-1}B_u$ 可逆, 选取扰动补偿增益

$$K_d = -(CA_m^{-1}B_u)^{-1}CA_m^{-1}B_d. \quad (15)$$

将式(15)代入式(14), 得到

$$y_m(t) = CA_m^{-1}(\dot{x}_m(t) - B_u k_r r(t)). \quad (16)$$

注2 由上述推导可以看出, 通过选取合适的扰动补偿增益 K_d , 可以消除非线性扰动对参考模型输出的影响, 此时 $\hat{x}_f(t)$ 在输出通道 $y_m(t)$ 中被消除, 进而参考模型(12)等效于 $\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_u k_r r(t)$.

3.2.2 无微分参数更新律

建立基于扰动补偿和状态反馈的自适应控制律

$$u(t) = u_c(t) + K_x x(t) + u_{ad}(t), \quad (17)$$

其中: $u_c(t)$ 为参考模型控制输入, 用于前馈控制和非线性扰动的前馈补偿; $K_x x(t)$ 为状态反馈控制律, 用来实现期望的控制性能; $u_{ad}(t)$ 为自适应反馈控制律, 用来消除系统内部参数不确定性的影响.

定义系统状态跟踪误差为 $e_p(t) = x(t) - x_m(t)$. 如果参考模型(12)中的状态矩阵 A_m 为 Hurwitz 矩阵, 基于式(4)对于参数不确定性的描述, 设计自适应反馈控制律

$$u_{ad}(t) = -\hat{\Omega}^T(t)\Psi(x(t)), \quad (18)$$

其中 $\hat{\Omega}(t)$ 为 $\Omega(t)$ 的估计值, 且满足以下参数更新律:

$$\dot{\hat{\Omega}}(t) = \Theta_1 \hat{\Omega}(t - \tau) + \hat{\Theta}_2(t), \quad (19)$$

式中: 参数 $\tau > 0$, Θ_1 和 $\hat{\Theta}_2(t)$ 满足

$$0 \leq \Theta_1^T \Theta_1 < \kappa I, \quad (20)$$

$$\hat{\Theta}_2(t) = k\Psi(x(t))e_p^T(t)PB_u, \quad (21)$$

其中: $0 < \kappa < 1$, k 为待设计的自适应增益; P 为满足 Lyapunov 方程

$$A_m^T P + P A_m = -I \quad (22)$$

的正定对称矩阵.

由参考模型(12)、自适应反馈控制律(18)和无微分参数更新律(19)–(21)组成 DF-MRAC. 进而由被控对象(1)、扰动估计器(6)、DF-MRAC 和基于扰动补偿和状态反馈的自适应控制律(17)构成基于扰动估计器的 DF-MRAC 系统(图1).

4 系统稳定性分析

定理1 若基于扰动估计器的 DF-MRAC 系统满足假设1–3, 且以下条件同时成立:

1) 矩阵 A_m 和 $-L$ 为 Hurwitz 矩阵;

2) DF-MRAC 参数更新律(19)满足 τ 和 $k > 0$, 同时 $\Theta_1, \hat{\Theta}_2(t)$ 满足式(20)–(21).

则图1所示的基于扰动估计器的 DF-MRAC 系统在基于扰动补偿和状态反馈的自适应控制律(17)的作用下, 闭环系统内部误差信号最终一致有界.

证 由式(4)(17)–(18), 系统(1)可以表示为

$$\dot{x}(t) = A_m x(t) + B_u [u_c(t) + \tilde{\Omega}^T(t)\Psi(x(t))] + B_d x_f(t), \quad (23)$$

其中 $\tilde{\Omega}(\cdot) = \Omega(\cdot) - \hat{\Omega}(\cdot)$ 为参数估计误差.

设 $\Theta_2(t) = \Omega(t) - \Theta_1 \Omega(t - \tau)$, 且 $\|\Theta_2(t)\| \leq \delta_*$, $\delta_* = \omega^*(1 + |\Theta_1|)$. 于是得到

$$\tilde{\Omega}(t) = \Theta_1 \tilde{\Omega}(t - \tau) + \Theta_2(t) - \hat{\Theta}_2(t). \quad (24)$$

结合式(12)(23), 得到 $e_p(t)$ 的一阶导数为

$$\dot{e}_p(t) = A_m e_p(t) + B_u \tilde{\Omega}^T(t)\Psi(x(t)) + B_d e_f(t). \quad (25)$$

设 $e(t) = [e_p^T(t) \ e_f^T(t)]^T$, 考虑 Lyapunov 候选函数

$$V(t) = e^T(t)P_d e(t) + \rho \text{tr} \left[\int_{t-\tau}^t \tilde{\Omega}^T(s)\tilde{\Omega}(s)ds \right], \quad (26)$$

其中: $\rho > 0$, $P_d = \text{diag}\{P, P_f\}$, P_f 为满足 Lyapunov 方程 $(-L)^T P_f + P_f (-L) = -I$ 的正定对称矩阵.

对 Lyapunov 候选函数求一阶导数, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -e^T(t)Q_d e(t) + 2e^T(t)P_d E h(t) + \\ & 2e^T(t)P_d \bar{B}_u \tilde{\Omega}^T(t)\Psi(x(t)) + \\ & \rho \text{tr}[-\xi \tilde{\Omega}^T(t)\tilde{\Omega}(t) + \eta \tilde{\Omega}^T(t)\tilde{\Omega}(t) - \\ & \tilde{\Omega}^T(t - \tau)\tilde{\Omega}(t - \tau)], \end{aligned} \quad (27)$$

其中: 参数 $\eta = 1 + \xi$, 且 $\xi > 0$, 矩阵

$$Q_d = \begin{bmatrix} I & -P B_d \\ -B_d^T P & I \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ I_m \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_u = \begin{bmatrix} B_u \\ 0_{m \times 1} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

将式(24)代入式(27), 展开 $\text{tr}[\eta \tilde{\Omega}^T(t)\tilde{\Omega}(t)]$ 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -e^T(t)Q_d e(t) + 2e^T(t)P_d E h(t) + \\ & 2e^T(t)P_d \bar{B}_u \tilde{\Omega}^T(t)\Psi(x(t)) + \\ & \rho \text{tr}[-\xi \tilde{\Omega}^T(t)\tilde{\Omega}(t) - \tilde{\Omega}^T(t - \tau)\tilde{\Omega}(t - \tau) + \\ & \eta \hat{\Theta}_2^T(t)\hat{\Theta}_2(t) + \eta \Theta_2^T(t)\Theta_2(t) + \\ & \eta \tilde{\Omega}^T(t - \tau)\Theta_1^T \tilde{\Omega}(t - \tau) - \\ & 2\eta \hat{\Theta}_2^T(t)\Theta_2(t) - 2\eta \hat{\Theta}_2^T(t)\Theta_1 \tilde{\Omega}(t - \tau) + \\ & 2\eta \tilde{\Omega}^T(t - \tau)\Theta_1^T \Theta_2(t)]. \end{aligned} \quad (29)$$

利用 Young 不等式可将式(29)中的最后1项表示为

$$\begin{aligned} & \text{tr}[2\eta \tilde{\Omega}^T(t - \tau)\Theta_1^T \Theta_2(t)] \leq \\ & \text{tr}[\frac{\eta^2}{\gamma} \Theta_2^T(t)\Theta_2(t)] + \text{tr}[\gamma \tilde{\Omega}^T(t - \tau)\Theta_1^T \Theta_1 \tilde{\Omega}(t - \tau)], \\ & \gamma > 0. \end{aligned} \quad (30)$$

将式(30)代入式(29)中, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -e^T(t)Q_d e(t) + 2e^T(t)P_d E h(t) + \\ & 2e^T(t)P_d \bar{B}_u \tilde{\Omega}^T(t)\Psi(x(t)) - \\ & \rho \text{tr}\{\tilde{\Omega}^T(t - \tau)[I - (\eta + \gamma)\Theta_1^T \Theta_1]\tilde{\Omega}(t - \tau)\} - \end{aligned}$$

$$\rho\xi\text{tr}[\tilde{\Omega}^T(t)\tilde{\Omega}(t)] + \rho(\eta + \frac{\eta^2}{\gamma})\text{tr}[\Theta_2^T(t)\Theta_2(t)] + \rho\eta\text{tr}\{\hat{\Theta}_2^T(t)[\hat{\Theta}_2(t) - 2\Theta_2(t) - 2\Theta_1\tilde{\Omega}(t-\tau)]\}. \quad (31)$$

在式(21)中, 对于 $\hat{\Theta}_2(t)$ 有 $k \equiv 1/\rho\eta > 0$, 于是

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -e^T(t)Q_d e(t) + 2e^T(t)P_d E h(t) - \\ & ke^T(t)P_d \bar{B}_u \bar{B}_u^T P_d^T e(t)\Psi^T(x(t))\Psi(x(t)) - \\ & \rho\xi\text{tr}[\tilde{\Omega}^T(t)\tilde{\Omega}(t)] + \rho(\eta + \frac{\eta^2}{\gamma})\text{tr}[\Theta_2^T(t)\Theta_2(t)] - \\ & \rho\text{tr}\{\tilde{\Omega}^T(t-\tau)[I - (\eta + \gamma)\Theta_1^T\Theta_1]\tilde{\Omega}(t-\tau)\}. \quad (32) \end{aligned}$$

参数 Θ_1 存在 $\kappa \equiv 1/(\eta + \gamma) < 1$, 则式(32)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -m_1\|\tilde{\Omega}(t)\|^2 - m_2\|\tilde{\Omega}(t-\tau)\|^2 + n - \\ & \|e(t)\|[\lambda_{\min}(Q_d)\|e(t)\| - 2\lambda_{\max}(P_d)\|E\|\delta_f], \quad (33) \end{aligned}$$

其中: $\lambda_{\max/\min}(\cdot)$ 为矩阵的最大/最小特征值, 系数 m_1 , m_2 和 n 分别为

$$m_1 = \rho\xi > 0, \quad (34)$$

$$m_2 = \rho\lambda_{\min}(I - \frac{1}{\kappa}\Theta_1^T\Theta_1) \geq 0, \quad (35)$$

$$n = \rho(\eta + \frac{\eta^2}{\gamma})\delta_*^2 \geq 0, \quad (36)$$

其中 $\rho = 1/k\eta$. 当系数 κ 和 Θ_1 满足式(21)的条件时, 则不等式 $m_2 \geq 0$ 成立. 于是, 由式(33)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -m_1\|\tilde{\Omega}(t)\|[\|\tilde{\Omega}(t)\| - \frac{n}{m_1\|\tilde{\Omega}(t)\|}] - \\ & \|e(t)\|[\lambda_{\min}(Q_d)\|e(t)\| - 2\lambda_{\max}(P_d)\|E\|\delta_f], \quad (37) \end{aligned}$$

则 $\dot{V}(t) < 0$ 位于紧集 $\mathcal{D}$ 的外部. $\mathcal{D}$ 定义为

$$\begin{aligned} \mathcal{D} = \{ \{ \|e(t)\| \leq \frac{2\lambda_{\max}(P_d)}{\lambda_{\min}(Q_d)}\|E\|\delta_f \} \cap \\ \{ \|\tilde{\Omega}(t)\| \leq \sqrt{\frac{n}{m_1}} \} \}. \quad (38) \end{aligned}$$

因此, 扰动估计误差 $e_f(t)$ 、状态跟踪误差 $e_p(t)$ 和参数估计误差 $\tilde{\Omega}(t)$ 是最终一致有界的. 证毕.

5 数值仿真

本节将基于扰动估计器的DF-MRAC方法应用于无刷直流电机转速控制. 根据电压平衡方程及转矩平衡方程, 得到电机状态空间表达式

$$\begin{cases} \dot{\omega}(t) = \frac{2k_p p}{J}i(t) - \frac{1}{J}d(t), \\ \dot{i}(t) = -\frac{k_e p}{L_a}\omega(t) - \frac{R}{L_a}i(t) + \frac{1}{2L_0}u(t), \end{cases} \quad (39)$$

其中: $\omega(t)$ 为电机旋转角速度, $i(t)$ 为电枢电流, $u(t)$ 为控制输入电压.

电机运行中因为受内部摩擦、涡流和负载变化等因素的影响, 相电阻 R 、相电感 L_a 及转动惯量 J 存在参数摄动现象, 设

$$\begin{cases} R = R_0(1 + \delta_R), \\ L_a = L_0(1 + \delta_L), \\ J = J_0(1 + \delta_J), \end{cases} \quad (40)$$

其中: R_0 , L_0 和 J_0 分别为相电阻、相电感和转动惯量的标称值, δ_R , δ_L 和 δ_J 表示参数摄动量, 其他参数和变量的取值如表1所示.

表1 无刷直流电机参数及变量

Table 1 The parameters and variables of BLDCM

参数	符号	数值
相电阻标称值	R_0	0.925 Ω
相电感标称值	L_0	0.975 mH
转动惯量标称值	J_0	0.48×10^{-4} ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
反电动势系数	k_e	0.0401 ($\text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$)
极对数	p	4
相电阻摄动量	δ_R	$0.13\sin(0.3\pi t)$
相电感摄动量	δ_L	$0.12\sin(0.2\pi t)$
转动惯量摄动量	δ_J	$0.11\sin(0.1\pi t)$
外部负载扰动	$d(t)$	$0.01\text{actan } t \text{ N}$

选取系统状态变量 $x(t) = [\omega(t) \ i(t)]^T$, 输出变量 $y(t) = \omega(t)$, 则对应系统(1)中

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2k_e p}{J_0} \\ -\frac{k_e p}{L_0} & -\frac{R_0}{L_0} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2L_0} \end{bmatrix}, \\ B_d = [1 \ 0]^T, C_o = I_{2 \times 2}, C = [1 \ 0], \\ f(x(t), d(t)) = \frac{-d(t) - 2k_e p \delta_J i(t)}{J_0(1 + \delta_J)}, \\ \Delta(x(t)) = \Omega^T(t)x(t), \\ \Omega(t) = [\frac{2k_e p \delta_L}{1 + \delta_L} \ \frac{2R_0(\delta_L - \delta_R)}{1 + \delta_L}]^T. \end{cases} \quad (41)$$

本文设计扰动估计器和DF-MRAC分别对非匹配扰动 $f(x(t), d(t))$ 和匹配参数不确定性 $\Delta(x(t))$ 进行在线估计, 并通过设计基于扰动补偿和状态反馈的自适应控制律 $u(t)$ 来消除电机内部参数摄动和外部负载扰动影响, 保证电机转速高精度跟踪参考输入信号.

5.1 控制器参数设计和系统仿真

设参考输入信号为 $r(t) = 10 - 10\cos(\pi t)$. 选取扰动估计器的极点为 $\sigma_{-L} = -80$, 状态反馈控制器极点为 $\sigma_{A_m} = \{-40, -40\}$. 采用极点配置法, 并结合式(15)计算得到如下控制器参数:

$$\begin{cases} L = 80, K_x = [-0.1459 \ -154.15], \\ k_r = 0.4667, K_d = -0.0233. \end{cases} \quad (42)$$

由式(22)计算得到对称正定矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0.0313 & 2.0889 \\ 2.0889 & 174.5478 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

DF-MRAC的参数更新律(19)–(21)的参数选取为

$$\tau = 0.01, k = 5000, \Theta_1 = 0.8, \quad (44)$$

可验证以上控制器参数满足定理1条件, 则系统稳定.

非线性扰动和参数不确定性的实际值、估计值及估计误差响应曲线如图2所示. 其中, 非线性扰动估计误差的稳态值约为扰动实际值的0.5%, 参数不确定性估计误差的稳态值约为其实际值的0.88%. 可见, 本文所设计的扰动估计器和DF-MRAC分别对系统非匹配的非线性扰动和匹配参数不确定性进行准确估计, 估计误差快速收敛至零附近.

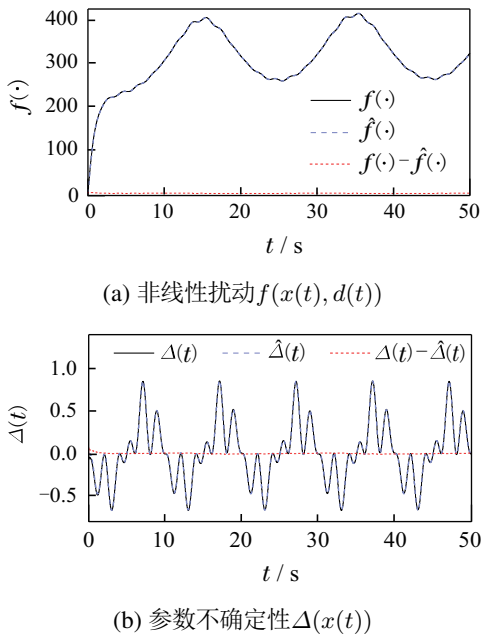


图2 实际值、估计值及估计误差响应曲线

Fig. 2 Response curves of the actual, estimated values and estimation errors

系统仿真结果如图3所示. 其中, 最大稳态跟踪误差为 9.55×10^{-3} , 约为参考模型输出的0.048%. 因此, 本文设计的基于扰动估计器的DF-MRAC系统有效地消除了非线性扰动和参数不确定性对系统的影响, 系统输出 $y(t)$ 能够快速准确地跟踪参考模型输出 $y_m(t)$.

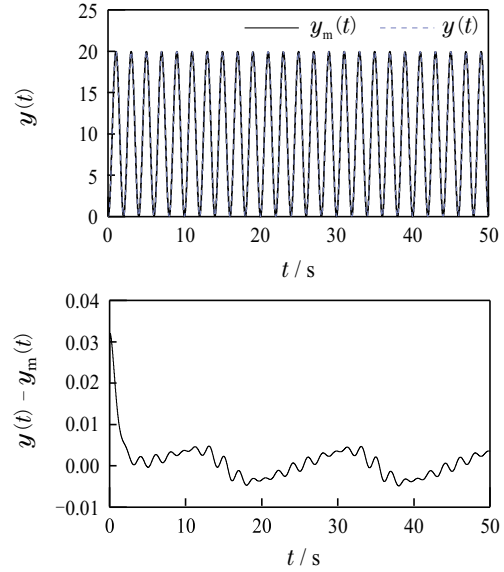
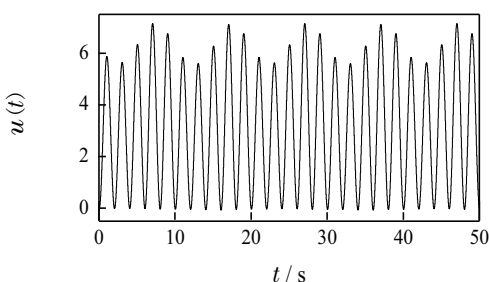


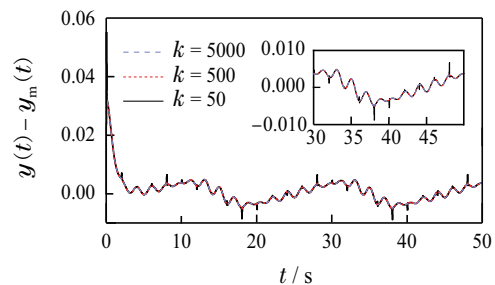
图3 基于扰动估计器的DF-MRAC系统仿真结果

Fig. 3 Simulation results of disturbance-estimator-based DF-MRAC system

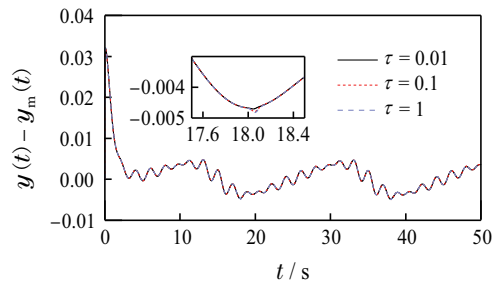
为了分析DF-MRAC参数更新律的参数选取对系统性能的影响, 本文对以下3组参数进行了仿真:

$$\begin{cases} \text{a) } \Theta_1 = 0.8, \tau = 0.01, k = 50/500/5000, \\ \text{b) } \Theta_1 = 0.8, k = 5000, \tau = 0.01/0.1/1, \\ \text{c) } \tau = 0.01, k = 5000, \Theta_1 = 0.1/0.5/0.8. \end{cases} \quad (45)$$

由仿真结果(图4)可知, 随着自适应增益 k 的增加, 系统跟踪性能得到明显提高, 但高自适应增益可能会使控制输入信号出现高频振荡现象, 甚至导致系统不稳定. 所以在保证系统稳定的前提下, 自适应增益 k 的取值应尽可能大. 此外, 随着参数 τ 的减小或 Θ_1 的增加, 系统跟踪性能同样得到提升, 但参数 Θ_1 的选取应满足定理1的稳定性条件, 即 $0 \leq \Theta_1^T \Theta_1 < \kappa I$; 在实际工程设计中, 参数 τ 通常选取为采样周期的整数倍.



(a) 取不同的自适应增益 k



(b) 取不同的参数 τ

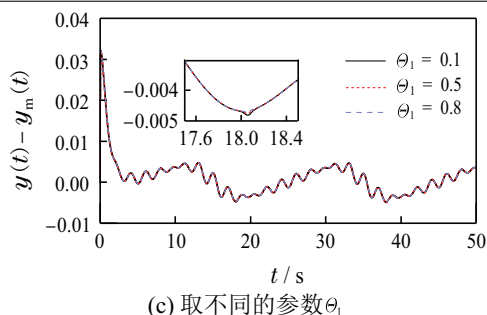


图4 3组不同参数选取的系统仿真结果

Fig. 4 Simulation results with three parameter groups

5.2 仿真对比分析

为了评价本文所设计的基于扰动估计器的DF-MRAC系统的扰动估计性能. 在选取相同系统极点和观测器极点的情况下, 设计了基于全阶GESO的状态反馈控制系统^[27], 并在频域和时域分别对两系统的扰动估计性能进行分析.

当观测器极点均配置在 -80 时, 得到GESO^[27]的观测器增益矩阵

$$L_{\text{GESO}} = \begin{bmatrix} 165 & -0.2 & 6806 & 0 \\ 6684.5 & 160.1 & 0 & 6480 \end{bmatrix}^T, \quad (46)$$

进而得到扰动实际值到估计值的传递函数

$$G_{\text{GESO}}(s) = \frac{P(s) + Q(s)}{s + P(s) + Q(s)}, \quad (47)$$

其中

$$\begin{cases} P(s) = \frac{6806 \times a + 6806N(s)}{N(s)(s+165)}, \\ Q(s) = \frac{-6480 \times 6806 \times a}{N(s)[N(s)s + 6480 \times 165]}, \\ a = \left(\frac{2k_{ep}}{J_0} - 6684.5 \right) \left(-\frac{k_{ep}}{L_0} + 0.2 \right), \\ N(s) = s^2 + \left(\frac{k_{ep}}{L_0} - 0.2 \right) \left(\frac{2k_{ep}}{J_0} - 6684.5 \right) + \\ (325.1 + \frac{R_0}{L_0})s + 165(160.1 + \frac{R_0}{L_0}). \end{cases} \quad (48)$$

由式(6)计算得到扰动实际值 $x_f(t)$ 到估计值 $\hat{x}_f(t)$ 的传递函数为

$$G_{\text{DE}}(s) = 80/(s+80). \quad (49)$$

由传递函数(47)(49)的Bode分析(图5)可知, 在相同观测器极点的情况下, 扰动估计器在低频段相较于全阶GESO相位滞后更小, 扰动估计精度更高. 同时, 扰动估计器在高频处相较于全阶GESO的增益更大, 对于高频噪声更为敏感.

本文所提方法与基于全阶GESO的状态反馈控制系统的仿真结果对比如图6和表2所示, 可以明显地看

出在相同系统极点和观测器极点下, 本文所提方法的扰动估计误差更小, 系统在线估计扰动和参数不确定性的能力更强.

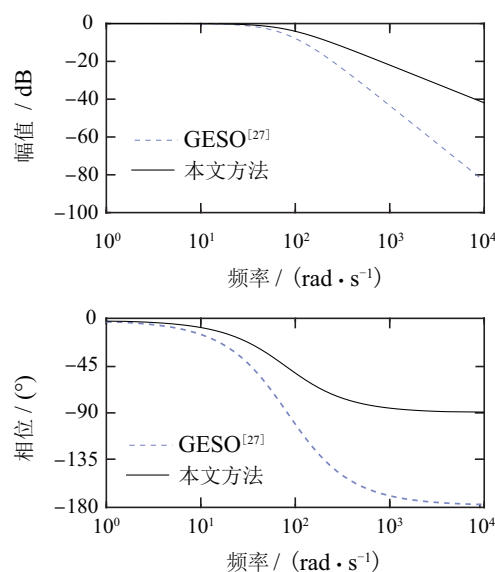
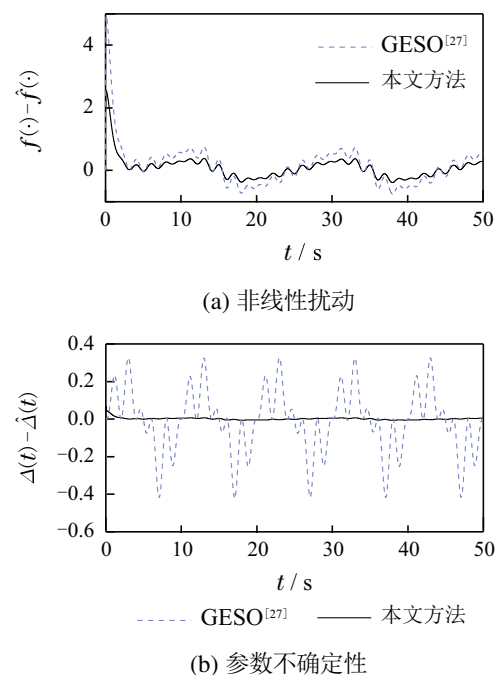
图5 传递函数 $G_{\text{GESO}}(s)$ 和 $G_{\text{DE}}(s)$ 的Bode图Fig. 5 Bode diagram of $G_{\text{GESO}}(s)$ and $G_{\text{DE}}(s)$ 图6 与GESO^[27]估计性能对比Fig. 6 Comparison of estimation error with GESO^[27]

表2 性能指标对比

Table 2 Comparison of performance indices

控制方法	t_s	$\max e_{p1}(t) $	e_{p1ss}	u_{ss}
DF-MRAC ^[18]	11.15	5.1877	1.9088	8.3881
Full-order GESO ^[27]	3.04	0.4668	0.1966	7.1892
DE-based S-MRAC	2.64	0.0654	0.0126	7.1808
本文方法	2.28	0.0369	0.0096	7.1801

更进一步地,为验证所提方法的优越性,本文与不含扰动估计器的DF-MRAC方法^[18](即DF-MRAC方法)进行了对比,其参考模型和总控制律为

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_u k_r r(t), \\ u(t) = K_x x(t) + k_r r(t) + u_{ad}(t), \end{cases} \quad (50)$$

其中:反馈控制增益 K_x 和前馈控制增益 k_r 取值如式(42),DF-MRAC参数更新律取值如式(44),系统仿真结果对比如图7和表2所示.可以明显看出非线性扰动导致MRAC系统参数不确定性估计不准,进而导致系统跟踪误差偏离零点位置.通过对比可知扰动估计器和相应的扰动补偿增益能够有效消除非线性扰动对MRAC系统的影响.

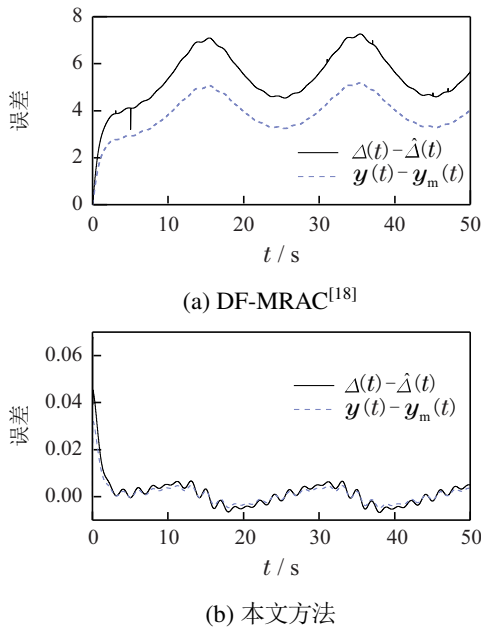


图7 参数不确定性估计误差及系统跟踪误差

Fig. 7 The estimation error of parameter uncertainty and the system tracking error

最后,本文与基于扰动估计器的S-MRAC系统进行了仿真对比.假设系统(1)的参数不确定性 $\Delta(x(t))$ 可以表示为

$$\Delta(x(t)) = \Omega^T \Psi(x(t)) + \epsilon(x(t)), \quad (51)$$

其中: $\Omega \in \mathbb{R}^s$ 为未知常值权重, $\epsilon(x(t))$ 为参数线性化过程中存在的残差.S-MRAC和DF-MRAC的自适应反馈控制律(18)的形式相同, $\hat{\Omega}(t)$ 为 Ω 的估计值,且满足以下参数更新律:

$$\dot{\hat{\Omega}}(t) = k_s \Psi(x(t)) e_p^T(t) P B_u, \quad (52)$$

其中 k_s 为S-MRAC的自适应增益.于是,由参考模型(12)、自适应反馈控制律(18)和一阶常微分形式的参数更新律(52)组成S-MRAC.进而由被控对象(1)、扰动估计器(6)、S-MRAC和基于扰动补偿和状态反馈的自适应控制律(17)构成基于扰动估计器的S-MRAC系

统.除参数更新律以外,其余控制器参数选取与本文方法相同,且 $k_s = k = 5000$.

两种基于扰动估计器的MRAC方法的仿真结果对比如图8和表2所示.可见,在相同自适应增益的情况下,DF-MRAC方法相较于S-MRAC对于参数不确定性拥有更强的估计能力,且估计误差快速收敛至零附近,同时系统保持较好的跟踪性能.

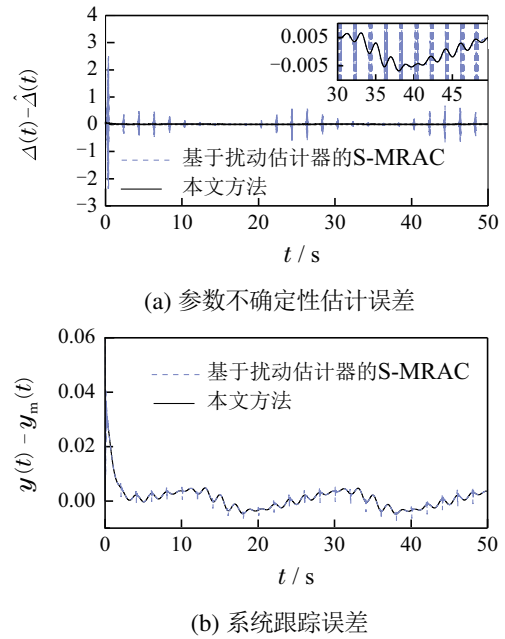


图8 与基于扰动估计器的S-MRAC系统性能对比

Fig. 8 Comparisons of system performance with disturbance-estimator-based S-MRAC

表2对上述几种控制方法的系统性能指标进行了对比.其中: t_s 表示系统调节时间, $\max|e_{p1}(t)|$ 表示系统最大跟踪误差, e_{p1ss} 表示系统稳态跟踪误差, u_{ss} 表示系统稳态控制输入.可见,在系统调节过程、稳态跟踪和能量消耗等方面,本文所设计的基于扰动估计器的DF-MRAC系统性能都优于其他3种控制方法.

6 总结

本文针对一类含有参数不确定性和非线性扰动的被控对象,提出了基于扰动估计器的DF-MRAC设计方法,并给出了控制器参数的选取方法和闭环系统误差信号收敛条件.将本文方法应用于无刷直流电机转速控制,表明该方法可以实现对系统参数不确定性和非线性扰动的实时估计和有效补偿,保证系统输出对参考模型输出的高精度跟踪.针对具有控制输入系数不确定性的伺服系统,考虑如何同时提高抗扰性能和跟踪性能鲁棒性,将是下一步研究的重点.

参考文献:

- [1] TAO G. Multivariable adaptive control: A survey. *Automatica*, 2014, 50(11): 2737–2764.

- [2] YANG J, NA J, GAO G B. Robust model reference adaptive control for transient performance enhancement. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(15): 6207 – 6228.
- [3] ZHAO Ximei, WANG Haolin, ZHU Wenbin. Feedback linearization control of permanent magnet linear synchronous motor based on adaptive fuzzy controller and nonlinear disturbance observer. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(5): 595 – 602.
(赵希梅, 王浩林, 朱文彬. 基于自适应模糊控制器和非线性扰动观测器的永磁直线同步电机反馈线性化控制. 控制理论与应用, 2021, 38(5): 595 – 602.)
- [4] LOU Yichuan, LIANG Licheng, YANG Hao, et al. An adaptive quasi-PR controller for linear kalman filter grid-connected inverter. *Journal of Power Supply*, 2020, 20(3): 37 – 44.
(娄一川, 梁理程, 杨浩, 等. 一种线性卡尔曼滤波器的并网逆变器的自适应准PR控制. 电源学报, 2020, 20(3): 37 – 44.)
- [5] NA J, MAHYUDDIN M N, HERRMANN G, et al. Robust adaptive finite-time parameter estimation and control for robotic systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, 25(16): 3045 – 3071.
- [6] WEN C Y, ZHOU J, WANG W, et al. A unified conventional approach for robust adaptive control systems and some reviews on recent developments in adaptive control. *Control and Decision*, 2018, 33(5): 782 – 808.
- [7] BARTH A, REICHHARTINGER M, REGER J, et al. Lyapunov-design for a super-twisting sliding-mode controller using the certainty-equivalence principle. *IFAC-Papers OnLine*, 2015, 48(11): 860 – 865.
- [8] DYDEK Z T, ANNASWAMY A M, LAVRETSKY E. Adaptive control and the NASA X-15-3 flight revisited. *IEEE Control Systems Magazine*, 2010, 30(3): 32 – 48.
- [9] SHI Z J, ZHAO L Y. Robust model reference adaptive control based on linear matrix inequality. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 66: 152 – 159.
- [10] LAVRETSKY E. Reference dynamics modification in adaptive controllers for improved transient performance. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Portland, Oregon: AIAA, 2011: AIAA 2011-6200.
- [11] IOANNOU P A, KOKOTOVIC P V. Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control. *Automatica*, 1984, 20(5): 583 – 594.
- [12] KUMPATI S N, KANNAN P. Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1990, 1(1): 4 – 27.
- [13] VOLYANSKY K Y, CALISE A J, YANG B J. A novel Q-modification term for adaptive control. *Proceedings of the American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota: IEEE, 2006: 4072 – 4076.
- [14] VOLYANSKY K Y, HADDAD W M, CALISE A J. A new neuroadaptive control architecture for nonlinear uncertain dynamical systems: Beyond σ - and e -modifications. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 20(11): 1707 – 1723.
- [15] NYUYEN N, KRISHNAKUMAR K, BOSKOVIC J. An optimal control modification to model-reference adaptive control for fast adaptation. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Honolulu, Hawaii: AIAA, 2008: AIAA 2008-7283.
- [16] KIM K, YUCELEN T, CALISE A J. K-modification in adaptive control. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Atlanta, Georgia: AIAA, 2010: AIAA 2010-3321.
- [17] SHI Z J, ZHAO L Y. Learning-based adaptive control with an accelerated iterative adaptive law. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(10): 5831 – 5851.
- [18] YUCELEN T, CALISE A J. Derivative-free model reference adaptive control. *Journal of Guidance, and Dynamics*, 2011, 34(4): 933 – 950.
- [19] NHAN T N. *Model-Reference Adaptive Control: A Primer*. Switzerland: Springer, 2018.
- [20] YUCELEN T, CALISE A J. A Kalman filter optimization approach to direct adaptive control. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Chicago, Illinois: AIAA, 2009: AIAA 2009-5858.
- [21] YUCELEN T, CALISE A J. Kalman filter modification in adaptive control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(2): 426 – 439.
- [22] LI T, ZHANG S F, YANG H B, et al. Robust missile longitudinal autopilot design based on equivalent-input-disturbance and generalized extended state observer approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2015, 229(6): 1025 – 1042.
- [23] XUE W C, HUANG Y. Performance analysis of 2-DOF tracking control for a class of nonlinear uncertain systems with discontinuous disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(4): 1456 – 1473.
- [24] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [25] ZHOU L, SHE J H, ZHOU S W, et al. Compensation for state-dependent nonlinearity in a modified repetitive control system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(1): 213 – 226.
- [26] CHEN W H, YANG J, GUO L, et al. Disturbance-observer-based control and related methods—an overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 63(2): 1083 – 1095.
- [27] LI S H, YANG J, CHEN W H, et al. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 59(12): 4792 – 4802.

作者简介:

- 高东旭** 硕士研究生, 目前研究方向为自适应控制和重复控制, E-mail: gao98911@163.com;
- 周 兰** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性系统和重复控制, E-mail: zhoulan75@163.com;
- 陈 静** 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为微分方程及其应用、临界点理论与非线性椭圆方程, E-mail: cjhust@aliyun.com;
- 潘昌忠** 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为智能系统与机器人控制、非线性与鲁棒控制, E-mail: pancz@hnust.edu.cn.